研究論文

ニューラルネットワークによる最短経路問題の 実時間制御への適用法の提案*1

河 東 晴 子*2, 田 中 健 一*3, 大 島 一 能*4

三菱電機(株) 情報技術総合研究所*2, 先端技術総合研究所*3, 情報通信システム開発センタ*4

An Implementation Method of the Shortest Path Problem to the Real Time Control Using Neural Network

Haruko Kawahigashi*2, Ken-ichi Tanaka*3, Kazuyoshi Oshima*4

Information Technology R & D Center*2, Advanced Technology R & D Center*3,
Information & Communication Systems Development Center*4, Mitsubishi Electric Corp.

It is known that there exist polynomial-time solutions to the shortest path problem. However, these algorithms are assumed to be run on the processors, and difficult to be applied to the real time control because of the time limitation. This paper proposes an implementation method of the shortest path problem to the real time control using neural network. The proposed method can be implemented by hardware digital logic circuits, and enables the shortest path design to be 4 to 6 digits faster than the conventional algorithms. The proposed method is also easily implemented by LSI.

1. は じ め に

最短経路問題は2地点間の最短経路を求める問題で、連続場、離散系など種々の場合について検討されている。本論文では、通信ネットワークのような離散系(2章で詳述)における最短経路問題を取り扱う。なお、本論文では、ネットワークという言葉が、2章で述べるネットワークと、ニューラルネットワークの2つの意味で使われる。これらを区別するために、前者を通信ネットワーク、後者をニューラルネットワークと呼ぶ。

最短経路問題にはダイクストラ法等の多項式時間のアルゴリズムが存在しているが、これらのアルゴリズムは計算機の使用を前提としていて、高速性が求められる実時間制御への適用は困難であった。

一方、ニューラルネットは、2値性、空間的加算性等の特徴により電子回路と整合性の良いものであり、アナログ電子回路によるニューラルネットは従来から

研究されてきた^{1,2)}。

本論文では、ニューラルネットを用いて、最短経路問題を実時間制御システムに適用する方式を提案する。提案方式は、ハードウェアデジタル論理回路で容易に実現することができるという特長を有し、これにより、従来の多項式時間アルゴリズムに比べて、4桁～6桁高速化が可能である。またLSI化により高集積化も可能である。ゆえに提案方式により、従来の方式では時間的にも処理資源的にも最適化計算が不可能であった通信ネットワーク制御等の分野での最適化が可能となる。

本論文で提案する方式は動的計画法を適用したものであるが、従来の研究で動的計画法をニューラルネットに適用して最適経路設計を行う例としては、Lemmonによるロボット軌道制御³⁾がある。これはロボットの可動領域(2次元)に、格子状にニューロンを配置し、最短距離を通してロボットが2地点間を移動する経路を求める方法であり、文献4)で解説されている。このモデルでは、ニューロン間の結合は無向性でかつ等荷重となっている。この無向性・等荷重の仮定のもとでの議論は、2次元平面上にニューロンを敷きつめるロボット軌道の場合には有効であるが、通信ネ

*1 1996年10月2日受付

*2 〒247 鎌倉市大船5-1-1

*3 〒661 尼崎市塚口本町8-1-1

*4 〒247 鎌倉市大船5-1-1

ットワークでは有効性が小さい⁵⁾。これに対し本論文で提案する最短経路問題の解法では、ノードに割付けたニューロン間の結合に方向と荷重を付加することができる。

本論文の構成は、まず2章で通信ネットワークモデルを示し課題設定を行い、次に3章でニューラルネットによる解法を提案する。そして4章でこの提案方法の理論的根拠である動的計画法による解法を記す。さらに5章で提案方式のデジタル論理回路による実現法を示し、提案方式の評価を行なった後、提案方式の有効性について述べる。

2. 通信ネットワークモデル

通信ネットワークの構成はノード (node, 節点) と、ノード間を接続するアーク (arc, 枝) である。ネットワークモデルとして、 $1, \dots, n$ の n 個のノードと、ノード間を接続するアークとから構成されるネットワークを考える。ノード i から j へ向かうアークをアーク (i, j) と呼ぶ。すべてのアークには方向性があるとする。ノード i から出るアーク (i, j) が向かう先のすべてのノード j の集合を $A(i)$ と記し、 $A(i)$ を i の隣接ノードとよぶ。それぞれのアーク (i, j) にはスカラー値 a_{ij} が付与され、 (i, j) の「コスト」と呼ばれる。一般に、コストはアークの距離など、任意の属性としてよい。図1(a)にノード数が9の通信ネットワークの例を示す。図1(a)の例では簡単のためアークに方向性がないものとしている。

経路 $(i, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_m, j)$ のコストは、経路中のアークコストの和 $(a_{ii_1} + a_{i_1i_2} + \dots + a_{i_{m-1}i_m} + a_{i_mj})$ と定義する。本論文の課題は各ノード i からあて先ノード d への総コストが最小となる経路を探索することである。ここでは、まず、(1)アークの容量は考えない、(2)ノードにはコストは付与しない、なる制約をつけて議論を進めるが、以下の議論はこの制約を取り払った場合でも有効で、後に制約無しの場合についても言及する。

3. ニューラルネットワークによる解法

3.1 ニューラルネットの構成

ここで提案するニューラルネットは n 個のニューロンで構成されており、通信ネットワークとトポロジ的に同じ構造をしている。ニューロン i はノード i と一対一に対応している。各々のニューロン i は他のニューロンと方向性のあるシナプスにより結合し、シナプス結合はアークに対応する。ニューロン i からニューロン j へのシナプス結合荷重を w_{ij} と記す。通信

Fig. 1 Network examples. (a) Communication network: 2章で説明している通信ネットワークの例、(b) Neural network: 3.1節で説明しているニューラルネット((a)に対応)、(c) The most efficient network of destination=1: 3.3節で説明している最効率的ネットワーク((a)に対応)

ネットワークの場合には、ノード i と j の間のアーク結合を表現するのに隣接ノード $j \in A(i)$ およびアークコスト a_{ij} を用いたが、ニューラルネットの場合には、シナプス荷重を次のように設定する。

$$w_{ij} = \begin{cases} a_{ij} & \text{if } j \in A(i) \\ 0 & \text{if } j \notin A(i) \end{cases} \quad (1)$$

w_{ij} は非負の整数値をとるとする。図1(a)の通信ネットワークに対応するニューラルネットを図1(b)に示す。

3.2 ニューロンのダイナミクス

上記のニューラルネットにおいて、ニューロン i の時刻(更新繰返し数) k における出力を x_i^k と記し、ニューロン i が活性のとき $x_i^k=1$ 、不活性のとき $x_i^k=0$ とおくとする。

すべてのニューロンを不活性とした後、あて先ノード d に対応するニューロン d に刺激を与えたとき、この刺激はニューロンを一個ずつ活性化しながら、伝搬していく。各結合において、シナプスによって伝搬は遅延を受け、その遅延量はシナプス荷重に比例する。ネットワーク全体に刺激が伝搬したとき、ニューラルネット中のすべてのニューロンが活性化されている。

上記の手順は、次のように表すことができる。

$$x_i^k = \begin{cases} \text{活 性} & i \neq d \text{ で, } x_j^{k-w_{ij}} \text{ が活性な} \\ & \text{隣接ニューロン } j \text{ が存在する場合} \\ \text{不活性} & i \neq d \text{ で, 上記以外の場合} \end{cases}$$

$$x_d^k = \text{活性。} \quad (2)$$

但し初期条件は $x_d^0 = \text{活性}$ 、 $i \neq d$ の場合は $x_i^0 = \text{不活性}$ とする。また、 $k - w_{ij} < 0$ の場合は $x_j^{k-w_{ij}} = \text{不活性}$ とする。後で証明するように、 x_i^k は一度活性化したら不活性には戻らない。

上式はまた、次のように表すこともできる。

$$x_i^k = G \left[\sum_{j=1}^n w_{ij} \cdot x_j^{k-w_{ij}} \right], \text{ for } i \neq d, \\ x_d^k = 1. \quad (3)$$

但し、 $x > 0$ のとき $G(x)=1$ 、 $x \leq 0$ のとき $G(x)=0$ とする。これをニューロン i のダイナミクスを示す神経方程式とよぶ。上式において、ニューロン j から i への影響は、空間的に係数 w_{ij} で重み付けされ、時間的に係数 w_{ij} で遅延される。図1(b)のニューロンの出力 x_i^k の k による変化を表1に示す。

3.3 最も効率的なネットワークの学習

次に、提案するニューラルネットの学習の仕方について以下に説明する。ここで提案する方式は、教師なし学習である。

まず最初にニューロン d に刺激を与え、前節で述べたように伝搬させる。ニューロン i は、隣接ニューロンから、シナプス結合を通して伝搬してくる刺激を受信する。伝搬されてくる刺激の中で、一番最初に到着したものがニューロン i を活性化し、その後刺激を

Table 1 Change of the output.
ニューロンの出力 x_i^k の時刻 k による変化を示した遷移表(3.2節で説明)

	time (iteration)						
	k	0	1	2	3	4	5
output of neuron i	x_1	1	1	1	1	1	1
	x_2	0	0	1	1	1	1
	x_3	0	0	0	1	1	1
	x_4	0	1	1	1	1	1
	x_5	0	0	1	0	1	1
	x_6	0	0	0	0	1	1
	x_7	0	0	0	1	1	1
	x_8	0	0	0	0	1	1
	x_9	0	0	0	0	0	1

受信したときにはニューロン i は既に活性化されているので、結果的には、後着刺激はニューロン i に影響を与えない。故に、ニューロン i を活性化した隣接ニューロンおよびその隣接ニューロンからの結合が、ニューロン i に対して最大の影響力を持っていると言ってよい。そこで、ニューロン i は最大の影響力を持つ隣接ニューロンからのシナプス結合を強化する。このようにして、ニューロン i は最大の影響力を持つ結合を記憶する。結果として、強化された結合のみが勝って生き残り、他の結合は負けて衰退してしまう。ネットワーク全体で生き残った結合のみを集めたものは、ニューロン d に与えられた刺激をニューラルネット全体に伝搬する目的のためには、最も効率的なネットワークとなる。なぜならこのネットワークには、敗退する結合がはじめてから存在しないからである。このネットワークを、最効率的网络(the most efficient network)と呼ぶ。図1(a)の通信ネットワークに対応する最効率的网络を図1(c)に示す。

ニューロン i, j 間のシナプス荷重 w_{ij} が学習あるいは記憶によって w_{ij}^* に変形するとし、勝残の場合 $w_{ij}^* = 1$ 、敗退の場合 $w_{ij}^* = 0$ とおくと、上記の内容は次のように表すことができる。式(2)あるいは式(3)に従ってニューロン i の出力 x_i^k が変化するとき、 $j \neq d$ の場合は、

$$w_{ij}^* = \begin{cases} \text{勝残} & \text{ニューロン } j \text{ がニューロン } i \text{ の} \\ & \text{活性化の要因となった場合} \\ \text{敗退} & \text{上記以外の場合} \end{cases}$$

また、ニューロン d は隣接ニューロンから活性化されたのではなく、最初から活性とおいたので、 $w_{da}^* = \emptyset$ となる。

上式はまた、次のように表すこともできる。

$j \neq d$ の場合は、

$$w_{dj}^* = G \left[\sum_{k=1}^n |x_i^k - x_i^{k-1}| \times w_{ij} \cdot x_j^k - w_{ij} \right] \quad (5)$$

また、 $w_{da}^* = \emptyset$ となる。これを記憶方程式とよぶ。上式(5)において係数 $w_{ij} \cdot x_j^k - w_{ij}$ は、式(3)に示すように、ニューロン j から i への影響を示し、係数 $|x_i^k - x_i^{k-1}|$ によって x_i^k が変化したときのみ有効となる。

3.4 アルゴリズム

以上の議論をもとに、ニューラルネットにより最小コスト経路を得るアルゴリズムを次のように提案する。

1. 通信ネットワークのノード i にニューロン i を配置し、式(1)に従ってシナプス結合荷重を設定する。各ニューロンの出力を $x_a^0 = 1$ (活性)、 $i \neq d$ の場合は $x_i^0 = 0$ (不活性) と初期化する。
2. 更新を開始し、各ニューロンの出力 x_i^k を神経方程式(3)に従って更新した後、シナプス荷重 w_{ij} を記憶方程式(5)に従って w_{ij}^* に更新し、交互にこれを繰り返す。
3. すべてのニューロンが活性化されたら、更新を停止する。そこであて先 d に基く w_{da}^* の集合、すなわち最効率的ネットワークが得られる。
4. 発信元 s からあて先 d への個々の最適経路は、最効率的ネットワークを s から d へノード毎にたどることによって得られる。
5. 異なるあて先 d についてはステップ1から3、異なる発信元 s についてはステップ4を繰り返す。

このアルゴリズムでは、簡単のために、全ニューロンが活性化した際に繰り返しを停止することとしたので、ネットワーク全体についての d に基いた最効率的ネットワークを得ることができる。しかし特定の発信元 s からの経路を求めることのみが目的であるならば、ニューロン s が活性化した際に繰り返しを止めてもよい。

3.5 バリエーション

前章で述べたアルゴリズムはアークコストのみを考慮しており、アーク容量とノードコストについては考慮していなかった。しかし式(1)のシナプス荷重を変更することによって、アルゴリズムを一般化して使用することができる。

3.5.1 アークの容量を考慮する場合

第一の例として、通信ネットワークの各アークにおいて、コストだけでなく容量をも考慮する場合について述べる。「容量」とは各アーク (i, j) に付与されるスカラー値 ϕ_{ij} で、次の性質を持つものとする。

$$\begin{cases} \phi_{ij} \geq \phi_r \Rightarrow \\ \quad \text{ノード } i \text{ から } j \text{ への結合が存在する} \\ \phi_{ij} < \phi_r \Rightarrow \\ \quad \text{ノード } i \text{ から } j \text{ への結合が存在しない} \end{cases} \quad (6)$$

但し ϕ_r は「要求容量」である。要求容量 ϕ_r は通信ネットワーク全体に付与されるスカラー量で、容量 $\phi_{ij} \geq$ 要求容量 ϕ_r の場合にはアーク (i, j) はその要求を通すことができるが、 $\phi_{ij} < \phi_r$ の場合には、その要求を通すことができない。後者の場合には、アーク (i, j) は要求を満たさないの、存在しないのと同値になる。容量は、アークの使用可能性をチェックするためだけに用いられ、コストとは独立である。

容量を考慮した場合のシナプス結合荷重は、次のようになる。

$$w_{ij} = \begin{cases} a_{ij}, & \text{if } j \in A(i) \text{ and } \phi_{ij} \geq \phi_r, \\ 0, & \text{if } j \notin A(i) \text{ or } \phi_{ij} < \phi_r. \end{cases} \quad (7)$$

3.5.2 ノードのコストを考慮する場合

第二の例として、アークだけでなくノードのコストをも考慮する場合について述べる。

次式(8)に示すようにアークコストの概念を拡張することにより、ノードにもコストを付与することができる。

$$a_{ij} = \hat{a}_i + \bar{a}_{ij} \quad (8)$$

但し $\hat{a}_i$ はノード i のコスト、 $\bar{a}_{ij}$ はアーク (i, j) のコストである。証明は4.4節に示す。ここでは、 $\hat{a}_d = 0$ とおく必要がある。

4. 動的計画法による解法

本章では、3章で提案したアルゴリズムの理論的根拠である動的計画法による解法を示す。

4.1 動的計画法による最小コスト経路の探索

2章で述べた通信ネットワークモデルにおいて、最小コスト経路のコスト x_i^* , ($i=1, \dots, n$) は、次のベルマン方程式によるシステムの唯一の解である。

$$x_i^* = \min_{j \in A(i)} (a_{ij} + x_j^*), \text{ for } i \neq d,$$

$$x_d^* = 0. \quad (9)$$

さらに、ベルマン・フォードアルゴリズムによれば、次式(10)に従った更新を繰り返せば、 $x_d^* = 0$ なる任意の初期ベクトル x について、上式(9)の解に収束する。

$$x_i^k = \min_{j \in A_1(i)} (a_{ij} + x_j^{k-1}), \text{ for } i \neq d,$$

$$x_d^k = 0. \quad (10)$$

ここでは、初期値を $x_d^0 = 0$, $i \neq d$ なる i については $x_i^0 = \infty$ とおく。このアルゴリズムは、すべての i について $x_i^k = x_i^{k-1}$ となる繰り返し回数 k の後、終了とする⁶⁾。

4.2 単位コストアークネットワーク

ここで次の仮定をおく。

仮定 1(単位コストアーク) すべてのアークのコストを単位コストとする。すなわち、すべての i, j について、 $a_{ij} = 1$ とする。

この場合、ベルマン方程式(9)は次のようになる。

$$x_i^k = \min_{j \in A_1(i)} (1 + x_j^k) = 1 + \min_{j \in A_1(i)} x_j^k, \text{ for } i \neq d,$$

$$x_d^k = 0 \quad (11)$$

但し $A_1(i)$ は、単位コストアークネットワークにおけるノード i の隣接ノードの集合とする。

また、ベルマン・フォードアルゴリズム(10)は次のようになる。

$$x_i^k = 1 + \min_{j \in A_1(i)} x_j^{k-1}, \text{ for } i \neq d,$$

$$x_d^k = 0. \quad (12)$$

次に $i \neq d$ なる i において、 x_i^k が初めて初期値から更新されるときの繰り返し数 k を k_i と定義する。すなわち、

$$x_i^k = \infty \text{ for all } k \leq k_i - 1$$

$$x_i^{k_i} \neq \infty. \quad (13)$$

また、 $k_d = 0$ とする。

k_i は、次の命題に示す特徴を持つ。すなわち、ノード i において、 x_i^k が繰り返し数 k_i で初期値 ∞ から $x_i^{k_i}$ に始めて更新されたとき、 $x_i^{k_i}$ は k_i に等しく、また最小コスト経路のコスト x_i^* にも等しい。 $x_i^{k_i}$ はその後の繰り返し $k > k_i$ では変化しない。

命題 1 各ノード i において、

$$k < k_i \Rightarrow x_i^k = \infty \quad (14)$$

$$k \geq k_i \Rightarrow x_i^k = x_i^* \text{ for all } k \geq k_i. \quad (15)$$

証明 1 式(14)は k_i の定義により成立。式(15)については、数学的帰納法により証明する。

まず、 $k=1$ の場合について検証する。すべての $d \in A_1(i)$ なる i について、 $k_i=1$ が成立する。故に式(11)と(12)から、すべての $l > k=1$ について、 $x_i^k = x_d^k + 1 = 1$ が成立する。このとき、 $d \in A_1(i)$ なるすべての i については、 $k_i > 1$ と $x_i^l = \infty$ が成立する。故に $k=1$ の場合には式(15)が成立する。

式(15)が $k > 1$ の場合に成立すると仮定し、 $k+1 = k_i$ の場合について検証する。式(12)と k_i の定義(13)から $x_i^{k+1} = 1 + \min_{j \in A_1(i)} x_j^k \neq \infty$ が成立し、またすべ

ての $l \leq k$ について $x_i^l = 1 + \min_{j \in A_1(i)} x_j^{l-1} = \infty$ が成立する。故に、すべての $l \leq k$ と $j \in A_1(i)$ について $x_j^{l-1} = \infty$ が成立する。さらに、すべての $l \leq k$ と $j \in A_1(i)$ について $x_j^{l-1} = \infty$ および $x_j^k \neq \infty$ となる $j \in A_1(i)$ が存在する。 k_i の定義から、 $k_f = k$ となる。帰納法の仮定により、 $k < k_f \Rightarrow x_f^k = \infty$ およびすべての $l \geq k$ について $k \geq k_f \Rightarrow x_f^l = k_f = x_f^*$ が成立する。この式と $x_i^{k+1} = 1 + x_f^k$ から、すべての $l \geq k+1$ について $x_i^l = 1 + x_f^* = x_i^*$ が成立する。故に式(15)は $k+1 \geq k_i$ の場合に成立する。

$k+1 > k_i$ の場合は、帰納法の仮定により結論が成立する。帰納法完了。□

後で使用するために、以下の補助定理を記しておく。

補助定理 1 各ノード $i \neq d$ において、

$$k_j \geq k_i - 1 \text{ for all } j \in A_1(i), \quad (16)$$

が成立し、等号が成り立つ $j \in A_1(i)$ が存在する。

証明 2 式(11)と k_i の定義による。□

補助定理 2 すべての $k \geq 1$ とノード $i \in \{h_1, h_2, \dots, h_{(n-1)}\} = \{1, 2, \dots, (n-1)\}$ について、次式が成立。

$$k_{h_1} \leq k_{h_2} \leq \dots \leq k_{h_{(n-1)}} \quad (17)$$

$$\Rightarrow x_{h_1}^k \leq x_{h_2}^k \leq \dots \leq x_{h_{(n-1)}}^k.$$

証明 3 繰り返し数 $k = k_p$ のとき、 $k_p \geq k_i$ なるすべての i に対して、式(15)から $x_i^k = k_i$ が得られ、結論が成立する。 $k_p < k_i$ なるすべての i に対して、式(14)から $x_i^k = \infty$ が得られ、 $x_i^k \geq x_i^*$ となり、 i に対して結論が成立する。故にすべての i について、結論が成立する。□

補助定理 3 各ノード $i \neq d$ において、

$$x_i^k = x_i^{k-1} - 1 \quad (18)$$

なる $j \in A_1(i)$ が存在する。

証明 4 式(11)と(15)から、すべての繰り返し数 $k \geq k_i$ について結論が成立する。 $\infty = \infty - 1$ の場合を含めれば、式(11)と(14)から、すべての繰り返し数 $k \geq 1$ について結論が成立する。□

4.3 非単位コストアークネットワーク

次に、仮定 1 を緩めて、各アークが任意の正の整数のコストを保有できることとする。すなわち、 a_{ij} は任意の正の整数を取り得る。前述のアークコスト = 1 の場合の結果が使用できるようにするため、すべての i, j について、アーク (i, j) にダミーノード $i_1, i_2, \dots, i_m$ を挿入し、アーク (i, j) を量子化する。

ダミーノードではアークの枝分かれはないので、ダミーノードの挿入によってネットワークのトポロジーは変化しない。さらに、ノードにはコストが付与されていないので、ダミーノードの挿入によって、経路

(i, j) の総コストが変化することもない。この量子化されたネットワークでは、仮定 1 のもとでの前述の議論が適用できる。

ベルマン・フォードアルゴリズムの変形として次式を示す。

命題 2

$$x_i^k = \min_{j \in A(i)} (a_{ij} + x_j^{k-a_{ij}}), \text{ for } i \neq d, \\ x_d^k = 0 \quad (19)$$

証明 5 アーク (i, j) はダミーノード $i_1, i_2, \dots, i_m$ を挿入することによって量子化でき、経路 $\{(i, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_m, j)\}$ が得られる。但し $m = a_{ij} - 1$ である。ここで $i_0 = i$ および $i_{m+1} = j$ と記す。式(12)から、 $x_i^k = 1 + x_{i_1}^{k-1}$ なる $i_1 \in A_1(i)$ が存在する。但し $A_1(i)$ は量子化されたネットワークにおける、ノード i の隣接ノードの集合である。そこで $x_{i_1}^{k-1} = 1 + \min_{i_2 \in A_1(i_1)} x_{i_2}^{k-2}$ が得られる。ダミーノード i_h ($h=1, 2, \dots, m$) では枝分かれが無く、2 個の隣接ノードしか保有しないので、 $A_1(i_h) = \{i_{h-1}, i_{h+1}\}$ となり、 $x_{i_h}^{k-1} = 1 + \min(x_{i_{h-1}}^{k-2}, x_{i_{h+1}}^{k-2})$ となる。 $x_i^k = 1 + x_{i_1}^{k-1}$ および式(17)と式(18)から、 $x_{i_1}^{k-2} \leq x_{i_2}^{k-2}$ となる。故に $x_{i_1}^{k-1} = 1 + x_{i_2}^{k-2}$ および $x_i^k = 2 + x_{i_2}^{k-2}$ を得る。同様の作業により、 $x_i^k = m + x_{i_m}^{k-m} = a_{ij} + x_j^{k-a_{ij}}$ を得る。

量子化前のネットワークの、すべての $j \in A(i)$ を考慮することにより、結論を得る。□

また、一般にアークコスト $\neq 1$ のネットワークの k_i は次式に従う。

命題 3 各ノード $i \neq d$ において次式が成立し、

$$k_i = \min_{j \in A(i)} (a_{ij} + k_j), \quad (20)$$

また、 $k_d = 0$ となる。

証明 6 アーク (i, j) はダミーノード $i_1, i_2, \dots, i_m$ を挿入することによって量子化でき、経路 $\{(i, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_m, j)\}$ が得られる。但し $m = a_{ij} - 1$ である。ここで $i_0 = i$ および $i_{m+1} = j$ と記す。式(16)により、 $l = 0, 1, \dots, m$ については $k_{i_{l+1}} + 1 \geq k_{i_l}$ および $l = 1, 2, \dots, m+1$ については $k_{i_{l-1}} + 1 \geq k_{i_l}$ が得られ、 $l = 1, 2, \dots, m$ について、少なくとも 1 個の等号が成立する。これらの不等式を足し合わせることににより、 $l = 0, 1, \dots, m+1-p$ について $k_{i_{l+p}} + p \geq k_{i_l}$ と、 $l = p, p+1, \dots, m+1$ について $k_{i_{l-p}} + p \geq k_{i_l}$ が成立する。ここで $p = 0, 1, \dots, m+1$ であり、 $l = p, p+1, \dots, m+1-p$ については少なくとも 1 個の等号が成立する。 $p = m+1$ と $l = 0$ の場合は、 $i_0 = i$ および $i_{m+1} = j$ および $m+1 = a_{ij}$ なので、 $k_j + a_{ij} \geq k_i$ を得る。

量子化前のネットワークの、すべての $j \in A(i)$ を考慮することにより、 $k_j + a_{ij} = k_i$ なる $j \in A(i)$ が存

在する。故に、結論を得る。□

4.4 ノードへのコストの付与

これまでの議論では、ノードはコストを保有しないとしていた。アークコストを式(8)のように変更することにより、ノードへコストを付与することができる。すなわち、 $a_{ij} = \bar{a}_i + \bar{a}_{ij}$ とする。但し $\bar{a}_i$ はノードの i のコストで、 $\bar{a}_{ij}$ はアーク (i, j) のコストである。ノード i のノードコスト $\bar{a}_i$ は、ノード i から出ていくアークに加算され、ノード i に入ってくるアークには加算されない。ここでは、ノードコスト $\bar{a}_i$ は、ノードを通過したときに加算されると仮定している。もし発信ノード i にコスト $\bar{a}_i$ を付与したくない場合には、 $\bar{a}_i = 0$ と設定すればよい。

4.5 ニューラルネットアルゴリズムの導出

前述の単位コストアークネットワークの議論において、繰り返し数 k が k_i 以上の場合には、ノード i からあて先 d までの最小コスト経路のコスト x_i^k は k_i に等しくなり、最小コスト経路のコストと、繰り返し回数は一対一対応する。故に経路のコストと繰り返し回数の両方をフォローする必要はなく、どちらか一方でよい。従って、基本式(10)において、 x_i^k の値が ∞ から正整数に変化するときの繰り返し数 k_i にさえ注意していれば、 x_i^k や x_j^{k-1} の値は詳細にフォローする必要がない。

さらに、初期値 x_i^0 は ∞ である必要はなく、非初期値と明確に区別できる任意の値とすることができる。重要な点は、あて先 d から出発した非初期値が、隣接ノードを通して次々と伝搬していく点である。また、一般に、アークコスト $\neq 1$ のネットワークにおいては、アークを量子化することによって、アークコスト a_{ij} が繰り返し数の遅延に変換できることを、式(19)と式(20)で示した。故に我々は、ベルマン・フォードアルゴリズムの変形として次式を示す。

命題 4

$$x_i^k = \begin{cases} \text{活性} & i \neq d \text{ で, } x_j^{k-a_{ij}} \text{ が活性な} \\ & j \in A(i) \text{ が存在する場合} \\ \text{不活性} & i \neq d \text{ で, 上記以外の場合} \end{cases} \\ x_d^k = \text{活性}. \quad (21)$$

但し初期条件は $x_d^0 = \text{活性}$ 、 $i \neq d$ の場合は $x_i^0 = \text{不活性}$ とする。また、 $k - a_{ij} < 0$ の場合は $x_j^{k-a_{ij}} = \text{不活性}$ とする。最小コスト経路のコスト x_i^k は、 k_i と等しい。

命題 4 の式(21)からニューラルネットの刺激の伝搬式(2)を得る。

ここで、命題 1 より、 x_i^k は一度活性化したら不活性には戻らないことがわかる。命題 4 に従って x_i^k の

変換を繰り返し、すべての i について x_i^k が活性化したときに、最小コスト経路のコスト x_i^k の分布が得られる。

命題4の方法によって、すべての i について最小コスト経路のコスト x_i^k の分布を得られたとする。明らかに、各 x_i^k の値は、1個またはそれ以上の最小コスト経路 $(i, \dots, d)$ に付随するものである。最小コスト経路は、式(21)において、 x_i^k が活性化する要因となったノード $j \in A(i)$ から構成されている。 $i \neq d$ なるノード i において、活性化要因隣接ノード $P(i)$ は、繰り返し数 k_i のときに x_i^k が活性化する要因となったノード $j \in A(i)$ の集合である。 $P(i)$ はノード i に依存し、ノード i を通る経路とは独立である。3.3節で述べた w_{ij}^* は、 $P(i)$ と $w_{ij}^* = 1 \iff j \in P(i)$ なる関係にあり、 $P(i)$ と同等の概念を表わす。 $i=1, \dots, n$ についての w_{ij}^* の集合が最効率のネットワークとなる。式(21)から w_{ij}^* を求める手順が式(4)に相当する。

5. 適用法と評価

5.1 デジタル論理回路による実現法

本節では、3章で提案したアルゴリズムをハードウェアデジタル論理回路で実現する方法を示す。3章で提案した手法と4.1節で述べた従来の動的計画法による手法との最大の差異は、従来方法の状態変数 x_i^k は非負の実数値をとり得るのに対して、提案方式の状態値 x_i^k は1と0の2値のみをとるという点である。故に提案方式の漸化式は論理演算で表現することができる。

すなわち、神経方程式(3)と記憶方程式(5)は次のように表すことができる。

$$x_i^k = (x_{j_1}^{k-w_{ij_1}} \vee x_{j_2}^{k-w_{ij_2}} \vee \dots \vee x_{j_{m_i}}^{k-w_{ij_{m_i}}}), \text{ for } i \neq d, \quad (22)$$

$$x_d^k = 1 \quad (22)$$

$$w_{ij}^* = S[(x_i^k \oplus x_i^{k-1}) \wedge x_{ji}^{k-w_{ij}}] \quad (23)$$

Fig.2 Hardware digital logic circuit.
提案方式をデジタル論理回路で実現した例(5.1節で説明)

但し $l=1, 2, \dots, m_i$ で $j_1, j_2, \dots, j_{m_i}$ は i の隣接ニューロン, $\vee$ は論理和, $\oplus$ は排他的論理和, $\wedge$ は論理積を示す. また $S[x]$ はセットを表す関数で, x が一度 1 になったら, リセットするまで 1 を保持する.

図 2 に示す回路は, 図 1 (b) のニューロン 2 の状態数 x_2^k およびニューロン 3 の状態数 x_3^k を式 (22) に従って変化させ, 式 (23) に従ってシナプス荷重 w_{23}^k および w_{32}^k を得るものである. 但しあて先は $d=1$ としている. また, 式 (22) および (23) の 1 を高電位, 0 を低電位とされている. 初期条件としては, $i \neq d$ のフリップフロップおよびシフトレジスタを 0 にリセットする.

図 2 の回路では, 状態数 x_i^k ($i=1, \dots, 9$) の値を X1 から X9 の D フリップフロップ (D-FF) に保持する. 式 (22) による状態数 x_2^k の更新は図 2 の Circuit 2 (X2) で, 状態数 x_3^k の更新は Circuit 2 (X3) で実現している. また, 式 (23) による荷重 w_{23}^k の計算は図 2 の Circuit 3 (X2) で, 荷重 w_{32}^k の計算は Circuit 3 (X3) で実現している. また, 式 (22) の $x_d^k=1$ から X1 は高電位に固定となるが, これは図 2 の Circuit 1 (X1) で実現している. また, 式 (23) の関数 S は図 2 の SR フリップフロップで実現している.

図 1 (b) の他のニューロンについても同様に回路を構成すると, 最効率的ネットワークを出力する回路が得られる.

これらの回路で最効率的ネットワークを求めるのに

要する時間は, 原理的に,

アークコストのステップ数 $\times$ ノード数 $n \times$ 基本クロック時間 (24) を越えない.

5.2 評価

本節では, 提案方式の計算時間を評価する. 図 3 は日本の 56 都市をノードとして 72 本のアークで接続した図である. この図において, 東京をあて先 d とした場合の最効率的ネットワークを計算するのに要する時間を求める. 都市間のアークのコストは, 動的計画法のベルマン・フォードアルゴリズムで計算する場合

Table 2 Distance between 56 cities and the cost class for each unit distance.

56都市間の距離と, 単位距離別コストクラス (5.2節で説明)

都市名	都市名	距離 (km)	20	25	50	100	150	200
札幌	函館	157	8	7	4	2	2	1
札幌	八戸	286	15	12	6	3	2	2
札幌	新潟	614	31	25	13	7	5	4
函館	青森	106	6	5	3	2	1	1
八戸	盛岡	95	5	4	2	1	1	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...
徳島	高松	50	3	3	2	1	1	1
高松	松山	133	7	6	3	2	1	1
松山	鹿児島	320	17	13	7	4	3	2
北九州	福岡	50	3	2	1	1	1	1
北九州	鹿児島	250	13	10	5	3	2	2

Fig. 3 Cities of Japan (56 Cities, 72 Connections).
56都市・72接続の日本の都市の接続図 (5.2節で説明)

には実距離(km)を用いるが、提案方式で求める場合には実距離(km)を単位距離(km)で量子化したコストクラスを用いる。即ち(コストクラス)=[(実距離)/(単位距離)]+1。但し、 $[x]$ は x の整数部とする。都市間の実距離と、単位距離が20, 25, 50, 100, 150, 200 km の場合のそれぞれのコストクラスを表2に示す(一部のみ)。提案方式の性能を評価する上では、各

Table 3 Relation between the unit distance and the number of cost classes.

単位距離とコストクラス数の関係(5.2節で説明)

単位距離(km)	20	25	50	100	150	200
コストクラス数	31	25	13	7	5	4

(a) 提案方式をハードウェア論理回路で実現した場合

(b) 提案方式をソフトウェアで計算した場合

Fig. 4 Evaluation of calculation time.

提案方式の最効率的网络の計算時間と、ベルマン・フォードアルゴリズムによる計算時間の比較(5.2節で説明)

単位距離に対する最大コストクラス、即ちコストクラスの選択肢として準備すべきコストクラスの数が必要なパラメータとなるが、これを表3に示す。

図3で東京をあて先 d とした場合の最効率的网络を、計算するのに要する時間を、ベルマン・フォードアルゴリズムと、提案方式をデジタル論理回路で実現して求めたものを、図4(a)に示す。デジタル論理回路は5.1節で述べた方法に倣って構成するものとし、基準クロックを50 MHzとして式(24)に従って計算時間を算出した。ベルマン・フォードアルゴリズムについては、距離は倍精度浮動小数点変数とし、基本クロック50 MHzのSun SPARC station 10で実測した。なお、図4(a)には、図5(a)に示す38都市67接続の場合、および図5(b)に示す19都市37接続の場合の計算時間も示してある。

ベルマン・フォードアルゴリズムでの計算時間は横軸のコストクラス数とは無関係で、56都市の場合0.25秒、38都市の場合0.17秒、19都市の場合0.12秒となっている。提案方式ではコストクラス数に比例して計算時間は増加するが、56都市でコストクラス数4(単位距離200 km)の場合480ナノ秒、コストクラス数31(単位距離20 km)の場合3.72マイクロ秒となり、ベルマン・フォードアルゴリズムの場合に比べて4桁から6桁小さくなっている。

なお、最効率的网络を計算するのにワークステーションを用いる場合は、図4(b)に示すように、提案方式を用いてもベルマン・フォードアルゴリズムによる場合に比べて計算時間が短縮されず、わずかに増加する。これは、ワークステーションでは変数が1ビットだからといって計算が高速になるわけではないので、普通に計算する限りでは提案方式の特性を生かすことができないうえに、変数を量子化することによる手数増加があるからである。

ここで、ベルマン・フォードアルゴリズムをハードウェア論理回路で実現した場合の計算時間はどうか、という疑問が発生する。提案方式は式(22)、(23)に示すように1と0の論理式で表わすことができるので、AND、OR等のデジタル論理素子を用いて通常の技術者により容易に装置化できる。一方、式(10)で表現されるベルマン・フォードアルゴリズムをハードウェア論理回路で実現することは、原理的には可能であるが、現実的には非常に困難である。式(10)のハードウェアでの実現方法としては、1)漸化式を全て0と1とに展開して表現し、専用論理回路を設計する、2)アルゴリズムを遂行するソフトウェアをファームウェア化し、汎用プロセッサを用いることが考えられる。1)

(a) 38 Cities, 67 Connections

(b) 19 Cities, 37 Connections

Fig. 5 Cities of Japan. (a) 38 都市・67 接続, (a)19 都市・37 接続の日本の都市の接続図(5.2 節で説明)

は原理的には可能であり、計算速度も高速となるが、回路規模が非常に大きくなり、現実的ではない。2) は現実的な方法であるが、原理的にはソフトウェアをプロセッサで遂行しているの、ハードウェア論理回路の場合に比べて、計算時間は非常に遅くなる。

5.3 提案方式の有効性

提案方式の特長として、前節で評価した高速性の他に LSI 化の容易性をあげることができる。図 2 で示すようなデジタル論理回路は、容易に LSI 化でき、ゲート規模も小さいので高度な集積化が可能である。また、図 2 の例では通信ネットワークのノード間の接

続に従って回路の結線が固定されているが、ノード間接続の有無をソフトウェア制御して、アーク接続の変化に柔軟に対応させることもできる。一例として、図3の規模のネットワークの経路設計をする汎用LSIとして、64ノード、コストクラス数4、64ノード中8ノードは他の全ノードと接続可、56ノードは近隣16ノードとのみ接続可という条件で、460kゲートの回路規模となる。これは2~3個のLSIで実現可能である。経路設計回路のLSI化により、実システムへの経路設計機能の実装を安価で小規模に行なうことができる。例えば、広域LANの全てのルータに経路設計機能を実装するためには、並列計算機を組み込んで従来方式により経路設計を行なうよりも、提案方式をLSI化して組み込むほうが、コスト、スペース、計算時間の点からはるかに容易である。

一方、この方式はアークコストのステップ数が数個~数十個の場合には有効であるが、一般の計算機の変数のように精度をあげることは実質的には不可能となる。しかし、上記のような高速性および高度な集積性により、従来方式では時間的にも処理資源的にも最適化計算が不可能であった分野での最適化が可能となる。従来の解法が、長時間かけて厳密な最適解を求める「設計」に適していた方法であったのに対し、提案方式は短時間で粗い最適解を求める実時間の「制御」に適しているといえる。例えば電話回線の動的ルーティングでは、処理量の制限等から最適経路設計が困難であったが、提案方式程度の精度でも適用することができれば、十分有効となる。

6. ま と め

ニューラルネットワークによる離散系最短経路問題の実時間制御への適用法を提案した。提案方式は動的計画法

に基くものであるが、ニューラルネットの2値性やアルゴリズムの単純繰返性をいかしてディジタル論理回路で実現することができ、高速化、高度な集積化が可能である。これにより、従来方式では時間的にも処理資源的にも最適化計算が不可能であった分野での最適化が可能となる。また、ノード間のアークあるいはニューロン間のシナプス結合には、向きと重みを付加できるので、結合係数にノードのコスト、アークの容量など多量の要素を組み入れる等の応用が可能となり、一般性の高いものとなっている。

参 考 文 献

- 1) Tank, D. W., Hopfield, J. J. (1986): Simple "Neural" optimization networks: An A/D converter, signal decision circuit, and a linear programming circuit, IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 33, No. 5, pp. 533-541
- 2) Kennedy, M. P., Chua, L. O. (1988): Neural networks for nonlinear programming, IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 35, No. 5, pp. 554-562
- 3) Lemmon, M. (1991): 2-Degree-of-freedom robot path planning using cooperative neural fields, Neural Computation, Vol. 3, No. 3, pp. 350-362
- 4) 田中健一, 堤 一義(1992): 運動系ニューラルネットワークとロボット制御, システム/制御/情報, Vol. 36, No. 10, pp. 653-660
- 5) 河東晴子, 田中健一, 大島一能(1996): ニューラルネットによる最小ホップ数経路設計方式の提案, 電子情報通信学会論文誌 B-I, Vol. J79-B-I, No. 12, pp. 765-769
- 6) Bertsekas, D. P., Tsitsiklis, J. N. (1989): Parallel and Distributed Computation. (Sec. 4. 1) New Jersey: Prentice Hall