原 著

産業有害物の個人曝露量の評価
(その4) 片側許容限界を用いた評価法

松 永 一 朗*, 熊 谷 信 二*, 杉 本 寛 治*

ASSESSMENT OF OCCUPATIONAL EXPOSURES TO
INDUSTRIAL HAZARDOUS SUBSTANCES

IV. A Proposed Method Based on One-Sided Tolerance Limits

Ichiro MATSUNAGA,* Shinji KUMAGAI* and Kanji SUGIMOTO*

Occupational exposures to potentially hazardous substances may vary considerably because of interday environmental behavioral fluctuations in the contaminant concentration. Such occupational exposures including those of non-monitored days can be theoretically evaluated by the following three ways: 1) assessment of geometric mean and geometric standard deviation, 2) assessment of arithmetic mean, and 3) assessment of upper limits of daily exposure distribution. In our previous report, an evaluation method on 95% upper limit or arithmetic mean of exposures was proposed. The method is useful, particularly, in case where only one or two days are being monitored, but may provide an approximate estimate because of statistical assumption. A sampling and decision scheme using one-sided tolerance limits (OTL) proposed by Tuggle (1982) can precisely evaluate the upper limits of exposures. However, many cases would be evaluated as "no decision," unless the sample size is extremely large in number.

We developed a revised method based on OTL for assessment of occupational exposures. The characteristic features of this method can be summarized as follows:

1. Upper limits of lognormally distributed 8-h exposure concentrations can be evaluated in comparison with an established standard.
2. A third OTL factor was introduced into Tuggle's scheme in which two OTL factors were used. A comparison between the upper limits of exposures and the standard can be made at 50% confidence level with the factor. The factor was calculated using non-central *t*-distribution.
3. The usefulness of the third OTL factor in the assessment of occupational exposures was confirmed by examining the performance characteristics of the method.
4. Finally, a classification scheme of the employee's exposure situation was presented on the basis of measurements for n days ($n \geq 3$).

The general application procedure of the method and an example of employee's exposure to *n*-hexane are also presented. In conclusion, the method can provide a precise estimate for exposure assessment and is very useful for practical purposes.

Key words: personal exposure; occupational hazardous substance, interday fluctuation; evaluation method; one-sided tolerance limit

1. は じ め に

有害物を取り扱う労働者においてその生体影響を予防

* 大阪府立公衆衛生研究所労働衛生部
昭和63年10月19日受付

* Department of Occupational Health, Osaka Prefectural Institute of Public Health

Received for publication, October 19, 1988

するためには、曝露状況、ことに曝露濃度をできるだけ正確に測定し、評価することが必要である。通常は、曝露濃度はある1日において測定され、曝露濃度基準値(日本産業衛生学会の許容濃度、あるいはACGIHのTLV-TWAなど)と単に比較されている。

しかしながら、8時間時間加重平均の個人曝露濃度(以下曝露濃度と略す)は、日々かなり変動しているこ

とが指摘されている^{1,2)}。したがって、ある日の測定値が基準値以下であっても、次の日あるいは次の週の測定値は基準値を超えるかもしれない。この変動をいかに取り扱えばよいのであろうか？ 測定値はすべて基準値を超えてはいけなないのであろうか、あるいはどの程度の頻度と大きさまで超えても許されるのであろうか？

曝露濃度の日間分布は対数正規型であるというモデルが一般に採用されており¹⁾、最近我々も現場調査により、そのモデルが妥当であることを確認した³⁾。周知のように、対数正規分布は幾何平均と幾何標準偏差の2つのパラメータにより表わされる。

曝露濃度の測定値と基準値との比較方法を確立するためには、一般的に次の2つの側面からの解明が必要である。第一に、その有害物の生体影響に対応する曝露濃度分布の代表値を選択し、その代表値の基準値を定めること。つぎに、曝露濃度の測定値から、統計的にその代表値を評価すること。

第一の側面については、曝露濃度分布の代表値として、1) 幾何平均と幾何標準偏差⁴⁾、2) 算術平均値⁵⁾、3) 上限値⁶⁾が導かれてきたが、いまだ一般的に適切な代表値は存在しない。

第二の側面については、上記の3通りの代表値に対して、それぞれ対数正規型曝露濃度分布を仮定することにより、以下のごとく統計的な検討がなされてきた。

1) 幾何平均と幾何標準偏差を代表値とする。

Saltzman⁴⁾ はプロビット型量-反応関係に基づく数学モデルを提案し、それによって、曝露濃度の測定値から、幾何平均と幾何標準偏差を代表値として、生体影響の反応率が計算できることを示した。この方法によれば、曝露濃度を厳密に評価しうが、複雑になり、現状では量-反応関係に関する多くの仮定が必要である。

2) 算術平均値を代表値とする。

Rappaport ら⁷⁾ は、近似的に t 分布に従う統計量を見いだすことにより、曝露濃度の算術平均値がその基準値より小さいかどうかの検定手順を提案した。我々は現在、曝露濃度分布の算術平均値とその基準値を比較する、より厳密な統計的手法について検討している。

3) 上限値を代表値とする。

Tuggle⁸⁾ は統計的片側許容限界 (OTL) を用いて、曝露濃度の上限値を基準値と比較して検定する厳密な方法を提案している。しかし、Tuggle 法において統計的な決定がなされるためには多くのサンプル数が必要である。

我々は最近、算術平均値あるいは上限値を代表値として、曝露濃度を統計的に評価する方法を提案した⁹⁾。

Fig. 1. Frequency distribution of daily exposure averages (8-h TWAAs). X_p : 100 p% upper limit of X . STD: Exposure standard. f : Fraction of exposures above STD.

この方法は、測定値が1日あるいは2日でも適用できる実用的な方法であるが、曝露濃度分布 (母集団) の幾何標準偏差を推定する必要があり、近似的な方法である。本稿では、上限値を代表値とする Tuggle の評価法に改良を加え、厳密でより有用な曝露濃度評価法 (3日以上の測定値が必要である) を考案したので報告する。

なお、以下で用いられた記号の意味は、本文の最後にまとめて与えられている。

2. 片側許容限界 (OTL) と Tuggle 法

OTL の統計的な詳細については他の文献を参照されたい¹⁰⁻¹²⁾。ここでは職業性曝露評価への適用に関する部分の要点について記述する。なされている唯一の仮定は、曝露濃度 (母集団) の日間分布が対数正規型になることである (Fig. 1)。Fig. 1 において f で示される領域は、曝露濃度基準 (STD) より大きい曝露濃度、すなわち過剰曝露の割合を示す。また、 X_p は曝露濃度 X の 100p% 上限値を示す。

OTL 法では、曝露測定値を用いて、 X_p が STD より小さいかどうかを検定する (信頼水準 γ)。 n 日の測定値を $c_1, \dots, c_n$ とすれば、標本幾何平均 (m_g) と標本幾何標準偏差 (s_g) は次式より計算される:

$$\log m_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log c_i$$

$$\log s_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log c_i - \log m_g)^2}{n-1}}$$

OTL 検定では、次式で定義される統計量 K を用いて、 K_1 (適合かどうかを検定する場合に用いられる片側許容限界係数) より K が大きいかどうか問われる。

$$\frac{\log \text{STD} - \log m_g}{\log s_g} = K$$

もし, $K > K_I$

が成り立つならば, すべての曝露濃度の少なくとも 100 $p\%$ は STD より値が小であることが, 信頼水準 γ でいえる. OTL 係数 K_I は γ と p と n の関数で, 数表として Lieberman の論文¹⁰⁾に与えられている.

つぎに Tuggle 法⁹⁾では, 上記に加えて, K_m (不適合かどうかを検定する場合に用いられる片側許容限界係数) より K が小さいかどうかとも問われる.

もし, $K < K_m$

が成り立つならば, すべての曝露濃度の少なくとも 100 $(1-p)\%$ は STD を超えることが信頼水準 γ でいえる. OTL 係数 K_m は γ と p と n の関数で, 数表として Tuggle の論文⁹⁾に与えられている.

Tuggle は 2 つの OTL 係数 K_I , K_m を用いて職業性曝露の評価法を提案し, K が K_I より大きいとき適合, K が K_m より小さいとき不適合, K が K_I と K_m の間のとき未決定とした⁹⁾.

3. Tuggle 法の改良

Tuggle の評価法は, 測定日数がきわめて多くなければ, K は K_I と K_m の間, すなわち未決定となる確率が高いので, 実用的とはいえない. 今回, 50% の確率で X_p が STD より小さい, あるいは X_p が STD より大きいことが成立するための十分条件である次式を誘導し, それから得られる第3の OTL 係数を曝露濃度の評価法に導入した. 誘導方法は付録1に示す.

$$K = K_{II}$$

OTL 係数 K_{II} は p と n の関数であり, その計算方法を付録2に示し, 得られた値を Table 1 に示す.

統計量 K と 3 つの OTL 係数 K_I , K_{II} , K_m を用いた曝露濃度の評価法 (以下 OTL 変法と呼称する) を Table 2 に示す. 曝露状態は 3 つの曝露水準により 4 つの曝露区分に分類される. 各曝露区分の統計学的意味の証明は付録3に示した.

Fig.2 は p と γ が 0.95 に等しい場合について, OTL 係数 K_I , K_{II} , K_m が測定日数 n につれていかに変化するかを示している. 縦軸は統計量 K の値である. もし, 測定日数 n に対して統計量 K が K_I より大きければ適合と判断される (Class I). 一方, K が K_m よりも小さければ不適合と判断される (Class IV). また, K が K_I と K_{II} の間にあれば, 95% 上限値 $X_{0.95}$ が STD より小さい確率は 50~95% となる (Class II). K が K_{II} と K_m の間にあれば, $X_{0.95}$ が STD より大きい確率は 50~95%

Table 1. One-sided tolerance factors, K_{II} .

n	$p=0.90$	0.95	0.99
3	1.498	1.938	2.765
4	1.419	1.830	2.601
5	1.382	1.779	2.526
6	1.360	1.751	2.483
7	1.346	1.732	2.455
8	1.337	1.718	2.436
9	1.329	1.709	2.421
10	1.324	1.702	2.411
11	1.320	1.695	2.402
12	1.316	1.691	2.395
13	1.313	1.687	2.388
14	1.311	1.684	2.384
15	1.308	1.681	2.379
16	1.307	1.678	2.376
17	1.305	1.676	2.373
18	1.303	1.675	2.370
19	1.302	1.673	2.367
20	1.301	1.671	2.366
...	...	...	...
50	1.289	1.655	2.341

n : Sample size. p : See Fig. 1.

となる (Class III).

4. OTL 変法使用の手順

今回の評価法を用いるための手順を示すと以下のようになる.

1) 適度な曝露状態を示すパラメータ p と γ を選択する. p は STD より低いことが望まれる曝露の割合であり, $(1-p)$ は過剰曝露の最大許容割合を示す. p の値を選ぶためには, 過剰曝露のどの程度の割合が曝露状態において許容され, さらにこの曝露状態が適合とみなされるか, という問いに答える必要がある. γ はなされる決定において望まれる信頼水準を表す. γ の値を選ぶためには, 正しくない決定をしたときの結果がどの程度の悪影響を及ぼすか, について知る必要がある.

2 つのパラメータ p と γ を選ぶためには, 次のような多くの因子を考慮する必要がある⁹⁾.

- (1) 有害物は急性影響を示すか慢性影響を示すか
- (2) 健康影響の重大性 (発がん性, 致死性等)
- (3) 曝露-反応関係における曝露濃度基準値付近の傾き

Table 2. A classification scheme for evaluating daily exposure average (8-h TWA).

$K \geq K_I$	Class I	Probability of $X_p \leq \text{STD}$: 100% or more
$K = K_I$	Level I	Probability of $X_p \leq \text{STD}$: 100%
$K_{II} \leq K < K_I$	Class II	Probability of $X_p \leq \text{STD}$: 50-100%
$K = K_{II}$	Level II	Probability of $X_p \leq \text{STD}$: 50%
$K_{III} \leq K < K_{II}$	Class III	Probability of $X_p \geq \text{STD}$: 50-100%
$K = K_{III}$	Level III	Probability of $X_p \geq \text{STD}$: 100%
$K < K_{III}$	Class IV	Probability of $X_p \geq \text{STD}$: more than 100%

$K = (\log \text{STD} - \log m_g) / \log s_g$. STD : See Fig. 1. m_g : Sample geometric mean. s_g : Sample geometric standard deviation. K_I : Refer to Lieberman (1958). K_{II} : See Table 1. K_{III} : Refer to Tuggle (1982). X_p : See Fig. 1. γ : Confidence level.

Fig.2. OTL decision criteria. Refer to Table 2 for abbreviations.

2) 同一の労働者について少なくとも3日以上の独立した曝露濃度を測定する。

3) 得られた測定値と適用されるSTDを対数変換し, $\log m_g$ と $\log s_g$ を計算することにより統計量 K を求める。

4) p , γ , n の値より3つのOTL係数 K_I , K_{II} , K_{III} を求め, 統計量 K を K_I , K_{II} , K_{III} と比較して曝露状態を評価する (Table 2)。

(1) K が K_I より大きいとき (曝露区分I): X_p がSTDより小さい確率は100%より大きい。良好な曝露状態であると考えられる。

(2) K は K_I より小さいが K_{II} より大きいとき (曝露区分II): X_p がSTDより小さい確率は50~100%である。容易に改善される問題箇所を捜して改善する, あるいは作業改善を行うことにより, 曝露区分Iとなるように努力すべきである。

(3) K は K_{II} より小さいが K_{III} より大きいとき (曝露区分III): X_p がSTDより大きい確率は50~100%である。早急に高濃度曝露の原因を調査し, 曝露状態を改善すべきである。

(4) K が K_{III} より小さいとき (曝露区分IV): X_p がSTDより大きい確率は100%より大きい。不適合な曝露状態であり, 早急に高濃度曝露状態を改善すべきである。

5. OTL 変法使用の実例

ある n -ヘキサン曝露労働者について, n -ヘキサン曝露濃度を5日間測定したところ, 次の様な結果が得られた。22.7, 28.6, 9.5, 19.8, 17.1 (ppm)。ゆえに, $\log m_g$ と $\log s_g$ はそれぞれ1.264と0.1797となる。STDとして, 日本産業衛生学会の許容濃度: 40 ppm¹³⁾を用いると, $K=1.881$ が得られる。

仮に, $p=\gamma=0.95$ を採用すれば, $n=5$ より, $K_I=4.202^{10)}$, $K_{II}=1.779$ (Table 1), $K_{III}=0.817^{12)}$ が得られる。したがって, $K_{II} < K < K_I$ となるので, この労働者の曝露状態は曝露区分IIに区分される。

6. OTL 変法の特徴

曝露状態が各曝露区分に入る確率は p , γ , n , f の関数となり, 曝露分布 (母集団) の幾何標準偏差には依存しない。詳細は付録4に示す。以下においては, p と γ の値は0.95と固定して各曝露区分に入る確率を計算し, OTL 変法の特徴を調べた。

Fig.3とFig.4は, それぞれ n を3と10に固定して f を変化させたとき, 各曝露区分の確率がいかに変わるかを示したものである。Fig.3とFig.4に示されている通り, n の値に関わらず f が0.05に等しいとき, 曝露区分Iの確率 (以下 $\text{Pr}\{\text{Class I}\}$ と表す) と $\text{Pr}\{\text{Class}$

Fig. 3. OTL operating characteristics. Refer to Table 2 for abbreviations. n : Sample size.

Fig. 4. OTL operating characteristics.

IV} は 0.05 となり、 $\text{Pr}\{\text{Classes I+II}\}$ は 0.50 となる。Fig. 3 と Fig. 4 を比較すると、 n が 3 から 10 と測定日数が増加すれば、 f が 0.05 より小さいとき $\text{Pr}\{\text{Class I}\}$, $\text{Pr}\{\text{Classes I+II}\}$, $\text{Pr}\{\text{Classes I+II+III}\}$ はともに高くなり、逆に、 f が 0.05 より大きいとき $\text{Pr}\{\text{Class IV}\}$, $\text{Pr}\{\text{Classes IV+III}\}$, $\text{Pr}\{\text{Classes IV+III+II}\}$ はともに高くなる。すなわち、 n の増加につれて、 f が $(1-p)$ より小さいとき、評価がよくなる確率は高くなり、逆に、 f が $(1-p)$ より大きいとき、評価が悪くなる確率が高くなる。このことは、測定日数の増加により、評価がより正しくなることを表している。

つぎに、今回導入した曝露水準 II の有用性について調べた。Fig. 5 と Fig. 6 は、それぞれ f を 0.0010 と 0.2500 に固定して n を変化させたとき、各曝露区分の確率がい

Fig. 5. OTL operating characteristics. Refer to Table 2 for abbreviations. f : Fraction of exposures above STD.

Fig. 6. OTL operating characteristics.

かに変わるかを示している。Fig. 5 においては、 f が 0.0010 であるので、すべての曝露の 0.1% が STD を超えている曝露状態を、 $(1-p)$ が 0.05、すなわち曝露の 5% が STD を超えているかどうか評価していることになる。 $\text{Pr}\{\text{Class I}\}$ は、 n が 3 で 15~16% と低いが、 n が増加すると急激に高くなり、 n が 20 では 94~95% となった。しかしながら、 $\text{Pr}\{\text{Classes I+II}\}$ は n が 3 ですでに 89~90% と高い値が得られている。Fig. 6 においては、 $\text{Pr}\{\text{Class IV}\}$ は、 n が 3 で 43% であるが、 n が増加すると急速に高くなり、 n が 20 では 95% となる。一方、 $\text{Pr}\{\text{Classes IV+III}\}$ は、 n が 3 ですでに 83~84% と高い値が得られている。したがってこのように、 f の値が $(1-p)$ に比べてきわめて小さいか、あるいは

Fig. 7. OTL operating characteristics.

きわめて大きい場合には、測定日数 n が小さいときに、曝露水準 II が有用であることが分かる。

Fig. 7 と Fig. 8 は、それぞれ f を 0.0100 と 0.1000 に固定して n を変化させたとき、各曝露区分の確率がいかに変わるかを示している。Fig. 7 においては、 $\Pr\{\text{Class I}\}$ は n が 3 で 10% 以下、 n が 20 においても 50% 以下と低い。しかしながら、 $\Pr\{\text{Classes I+II}\}$ は n が 3 で 73%、 n が 20 で 97% と高くなる。Fig. 8 においては、 $\Pr\{\text{Class IV}\}$ は n が 3 で 13~14%、 n が 20 においても 33~34% と低い。ところが、 $\Pr\{\text{Classes IV+III}\}$ は n が 3 で 63~64%、 n が 20 で 85~86% と高くなる。このように f の値が $(1-p)$ と比べてわずかに小さいか、あるいはわずかに大きい場合には、 n の値に関わらず ($n \leq 20$) 曝露水準 II は有用であるといえる。

7. まとめ

有害物の職業性曝露を評価するために、対数正分布分する曝露濃度 (8-h TWA) の上限値と基準値を比較する方法を考案した。本法は、片側許容限界 (OTL) に基づいて 2 つの OTL 係数を用いた Tuggle の評価法に、信頼水準が 50% の第 3 の OTL 係数 (曝露水準 II) を導入したものである。

曝露状態は 3 つの曝露水準により 4 つの曝露区分に分けられる。曝露区分 I は信頼水準 γ 以上で曝露濃度上限値 (X_p) が基準値 (STD) より小さいことを示す。曝露区分 II は X_p が STD より小さい確率が 50~100% であることを示す。曝露区分 III は X_p が STD より大きい確率が 50~100% であることを示す。曝露区分 IV は信頼水準 γ 以上で X_p が STD より大きいことを示す。

また、測定日数が 3~20 日について本法の特徴を調べ

Fig. 8. OTL operating characteristics.

た。過剰曝露の割合 (f) が $(1-p)$ に比べてきわめて大きい、あるいはきわめて小さい場合は、測定日数が少ないときに、曝露水準 II の有用性が明らかとなった。一方、 f が $(1-p)$ に比べてわずかに大きい、あるいはわずかに小さい場合は、測定日数に関わらず曝露水準 II は有用であることが分かった。

変動する曝露濃度を規制する方法としては、今回報告した上限値以外に、算術平均値、あるいは幾何平均と幾何標準偏差を規制する方法が提案されているが、一般的に確立された方法は存在しない。今後、有害物の生体影響に関する研究が進むことにより、それぞれの方法が成立する条件が明らかになっていくことが期待される。

記号リスト

STD: 曝露濃度基準

f : STD より大きい曝露濃度の割合 (母集団)

p : STD より低いことが望まれる曝露の割合

X_p : 曝露濃度 X の 100 $p\%$ 上限値

γ : なされる決定において望まれる信頼水準

n : 測定日数

c_i : i 日目の曝露濃度測定値

m_g : 曝露濃度の標本幾何平均

s_g : 曝露濃度の標本幾何標準偏差

K : $(\log \text{STD} - \log m_g) / \log s_g$ で定義される統計量

K_I : 適合かどうかを検定する場合に用いられる片側許容限界係数

K_{II} : 不適合かどうかを検定する場合に用いられる片側許容限界係数

K_{II} : 50% の信頼水準で X_p と STD との大小関係を比較する場合に用いられる片側許容限界係数

$Pr\{\text{Class}\}$ ：曝露状態が曝露区分・に区分される確率

本稿の要旨は第61回日本産業衛生学会に発表した。

文 献

- 1) Leidel NA, Busch KA. Statistical methods for the determination of noncompliance with occupational health standards (DHEW/NIOSH Pub. No.75-159). Washington DC: Government Printing Office, 1975.
- 2) 熊谷信二, 松永一朗, 田淵武夫, ほか. 産業有害物の個人曝露量の評価（その2）鉛曝露労働者の個人曝露濃度の日間変動と1日測定値の評価の試み. 産業医学 1988; 30: 186-195.
- 3) 熊谷信二, 松永一朗, 杉本寛治, ほか. 産業有害物の個人曝露量の評価（その3）鉛曝露労働者の個人曝露濃度（8-h TWA）の日間分布. 産業医学 1989; 31: 216-226.
- 4) Saltzman BE. Lognormal model for health risk assessment of fluctuating concentrations. Am Ind Hyg Assoc J 1987; 48: 140-149.
- 5) Rappaport SM. Smoothing of exposure variability at the receptor: implications for health standards. Ann Occup Hyg 1985; 29: 201-214.
- 6) Koizumi A, Sekiguchi T, Konno M, et al. Evaluation of the time weighted average of air contam-

inants with special references to concentration fluctuation and biological half time. Am Ind Hyg Assoc J 1980; 41: 693-699.

- 7) Rappaport SM, Selvin S.A method for evaluating the mean exposure from a lognormal distribution. Am Ind Hyg Assoc J 1987; 48: 374-379.
- 8) Tuggle RM. Assessment of occupational exposure using one-sided tolerance limits. Am Ind Hyg Assoc J 1982; 43: 338-346.
- 9) 松永一朗, 熊谷信二, 杉本寛治. 産業有害物の個人曝露量の評価（その1）日間変動を考慮した個人曝露濃度の評価法. 産業医学 1988; 30: 179-185.
- 10) Lieberman GJ. Tables for one-sided statistical tolerance limits. Ind Qual Control April, 1958: 7-9.
- 11) Resnikoff GJ, Lieberman GJ. Tables of the non-central t -distribution. Stanford CA: Stanford University Press, 1957.
- 12) Johnson NL, Welch BL. Applications of the non-central t -distribution. Biometrika 1940; 31: 362-389.
- 13) 日本産業衛生学会. 許容濃度等の勧告（1988）. 産業医学 1988; 30: 311-329.
- 14) Resnikoff GJ. Tables to facilitate the computation of percentage points of the non-central t -distribution. Ann Math Statist 1962; 33: 580-586.

付 録 1

曝露水準Ⅱの誘導

曝露濃度 X （母集団）は幾何平均 μ_g , 幾何標準偏差 σ_g の対数正規型に分布するので, 100 $p\%$ 上限値 X_p は次式で表される.

$$\log \mu_g + z_p \log \sigma_g = \log X_p \quad (1)$$

ここで, z_p は標準正規分布の上側 100 $p\%$ 点である.

測定日数を n , 標本幾何平均を m_g , 標本幾何標準偏差を s_g とおくと

$$t = \left\{ \frac{\log \mu_g - \log m_g}{\log \sigma_g / \sqrt{n}} + \delta \right\} / \frac{\log s_g}{\log \sigma_g} \quad (2)$$

は, 自由度 $(n-1)$, 非心度 δ の非心 t 分布に従う. よって, 50% の確率で

$$t(n-1, \delta) \leq t_{0.50}(n-1, \delta) \quad (3)$$

が成り立つ. ここで, $t_{0.50}(n-1, \delta)$ は自由度 $n-1$, 非心度 δ の非心 t 分布の 50% 点である.

$$\text{つぎに, } \delta = z_p \sqrt{n}$$

とおくと, (1), (2), (3) より

$$\log X_p \leq \log m_g + (t_{0.50}(n-1, z_p \sqrt{n}) / \sqrt{n}) \log s_g$$

よって

$$\log \text{STD} = \log m_g + (t_{0.50}(n-1, z_p \sqrt{n}) / \sqrt{n}) \log s_g \quad (4)$$

が成立すれば, $\log X_p \leq \log \text{STD}$ が成り立つ. ここで, $K_{II} = t_{0.50}(n-1, z_p \sqrt{n}) / \sqrt{n}$

とおけば, (4)式は $K = K_{II}$ となる.

したがって, (4)式すなわち $K = K_{II}$ は, 50% の確率で $X_p \leq \text{STD}$ が成立するための十分条件である.

同様に, $K = K_{II}$ は 50% の確率で $X_p \geq \text{STD}$ が成立するための十分条件であることを示すことができる.

付 録 2

OTL 係数 K_{II}

付録1より, K_{II} の値を得るためには, 自由度 $n-1$, 非心度 $z_p \sqrt{n}$ の非心 t 分布における 50% 点を求める必要がある. Resnikoff & Lieberman の表¹¹⁾を使って非心 t 分布の 50% 点を求め, その値を用いて得た K_{II} の値を Table 1 に示した. ただし, $p=0.95$ については 6 点ラグランジ内挿法を用いた. $p=0.95$ で $n=3, 4$ のときの K_{II} の値については, 6 点ラグランジ内挿法と 2 点直線内挿法から, 有効数字以内で同一の結果がえられた. 一方, $n \geq 5$ で $p=0.90, 0.95, 0.99$ に対しては, 今回用いたのとは別の Resnikoff の表¹⁴⁾を使って $t_{0.50}$ を求めることが可能であり, その値より K_{II} を計算したところ, Table 1 の値と全く同一か, または小数点以下 3 桁

目が1だけ異なる結果が得られた。

付 録 3

曝露区分の統計学的意味

曝露区分Ⅱについて例示する。

測定値が曝露区分Ⅱにあれば、

$$(\log \text{STD} - \log m_g) / \log s_g = K \quad (5)$$

$$K_{II} \leq K \leq K_I \quad (6)$$

が成立する。

ところで、 $K_{II} = t_{0.50}(n-1, z_p\sqrt{n}) / \sqrt{n}$

$$K_I = t_r(n-1, z_p\sqrt{n}) / \sqrt{n}$$

$$\text{なので } K = t_\alpha(n-1, z_p\sqrt{n}) / \sqrt{n} \quad (7)$$

を満たす α が存在する ($t_{0.50} \leq t_\alpha \leq t_r$)。

ゆえに、100 α % の確率で次式が成り立つ。

$$t(n-1, z_p\sqrt{n}) \leq t_\alpha(n-1, z_p\sqrt{n})$$

よって、(1)、(2)を用いると

$$\log X_p - \log m_g \leq (t_\alpha(n-1, z_p\sqrt{n}) / \sqrt{n}) \log s_g$$

したがって、(5)、(7)より $\log X_p \leq \log \text{STD}$

すなわち、(6)式は 100 α % ($0.50 \leq \alpha \leq r$) の確率で $X_p \leq \text{STD}$ が成り立つための十分条件である。

付 録 4

OTL 変法の特徴

まず $\Pr\{K \leq K_I\}$ を求める。{ } 内は

$$\log m_g + K_I \log s_g \geq \log \text{STD} \quad (8)$$

母集団における過剰曝露の割合 f が既知とすれば、

$$\log \text{STD} = \log \mu_g + z_{1-f} \log \sigma_g \quad (9)$$

(8)、(9)より

$$\log m_g + K_I \log s_g \geq \log \mu_g + z_{1-f} \log \sigma_g \quad (10)$$

(10)式が成立する確率を求めることになる。

ところで、自由度 $n-1$ 、非心度 δ の非心 t 分布において次式が成り立つ。

$$\Pr\{t(n-1, \delta) \leq t_\beta(n-1, \delta)\} = \beta$$

{ } 内を(2)を用いて変形すれば

$$\begin{aligned} \log m_g + (t_\beta(n-1, \delta) / \sqrt{n}) \log s_g \\ \geq \log \mu_g + (\delta / \sqrt{n}) \log \sigma_g \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{よって、 } t_\beta(n-1, \delta) / \sqrt{n} = K_I \quad (12)$$

$$\delta / \sqrt{n} = z_{1-f} \quad (13)$$

が成り立てば、(10)と(11)は同等となり、(10)が成立する確率は β となる。

したがって、

$$\begin{aligned} \Pr\{K \leq K_I\} &= \beta \\ &= \Pr\{t(n-1, \delta) \leq t_\beta(n-1, \delta)\} \\ &= \Pr\{t(n-1, z_{1-f}\sqrt{n}) \leq K_I\sqrt{n}\} \end{aligned} \quad ((12), (13) \text{より})$$

同様にして

$$\Pr\{K \leq K_{II}\} = \Pr\{t(n-1, z_{1-f}\sqrt{n}) \leq K_{II}\sqrt{n}\}$$

$$\Pr\{K \leq K_{III}\} = \Pr\{t(n-1, z_{1-f}\sqrt{n}) \leq K_{III}\sqrt{n}\}$$

Figures 3-8 における $\Pr\{K \leq K_I\}$ 、 $\Pr\{K \leq K_{II}\}$ 、 $\Pr\{K \leq K_{III}\}$ の値は、 n 、 f 、 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} の値と、Resnikoff & Lieberman の表¹¹⁾を用いて計算した。

著者への通信先：松永一朗，〒537 大阪市東成区中道 1-3-69 大阪府立公衆衛生研究所労働衛生部
Reprint requests to Department of Occupational Health, Osaka Prefectural Institute of Public Health, 1-3-69, Nakamichi, Higashinari-ku, Osaka, 537 Japan (I. Matsunaga)