地盤材料に対するマイクロメカニクスに基づく連続体モデル

Micromechanics-Based Continuum Model for Geological Material

吉田 秀典*・堀井 秀之**

Hidenori YOSHIDA and Hideyuki HORII

*正会員 博士 (工学) 東京大学助教授 大学院工学系研究科 社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷七丁目 3-1)

**正会員 Ph.D 東京大学教授 大学院工学系研究科 社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷七丁目 3-1)

Mechanical behaviors of geological material are governed by the existences and behaviors of microstructures such as joints or microcracks in rock mass. To find solutions to engineering problems such as design of a large scale cavern in jointed rock mass, the problems must be set as mathematical problems or boundary value problems in many cases. "Micromechanics-based Continuum (MBC) Modeling" provides a constitutive equations in the equivalent continuum problem by taking average of strain and stress over a representative volume element. This article introduces some examples of the application of the MBC modeling to geological materials and demonstrates how successfully the MBC modeling answers engineering requests.

Key Words : *Micromechanics, Continuum mechanics, Geological material*

1. はじめに

不連続面を多数有する材料の力学的挙動を明らかにすることは、材料力学分野における重要課題の一つである。例えば、岩盤という材料中には無数のジョイントが存在するが、こうした岩盤内に大規模地下空洞を掘削するような場合、岩盤挙動の支配的なメカニズムは地山応力解放により生ずるジョイントのせん断すべり・開口であることが知られている。しかしながら、岩盤に含まれるジョイントの数は膨大であり、個々のジョイントを個別に扱うことは到底不可能であるため、ジョイントを含む岩盤を等価な連続体に置き換えた解析が望まれる。大規模地下空洞掘削の予測に高い精度・確度が求められる場合、弾性定数の低減というような解析手法では信頼性を確保することは難しく、ジョイントの挙動を考慮に入れた岩盤の連続体理論が必要となる。

こうした材料内の不連続面の変形を考慮に入れて連続体理論を構築する手段として、マイクロメカニクス¹⁾²⁾という分野が注目されつつある。マイクロメカニクスとは、材料内のマイクロクラックや不均一介在物といった微視構造要素に着目して、材料の巨視的挙動の数学的記述を目的とした学問体系であり、材料を問わず多岐に渡って適用が可能であるという特徴を有する。本研究では、マイクロメカニクスを実際の工学的問題に適用することを試み、特に地盤材料に対するマイクロメカニクスに基づく連続体理論の提案を行なう。この理論は、材料の巨視的挙動の支配的メカニズムはマイクロクラックや不均一介在物といった微視構造要素の存在、あるいはその発生・成長であるという見地に立って、微視構造要素を含む材料の力学的挙動を捉えよう

とする連続体理論である。定式化にあたっては個々の微視構造要素をモデル化し、その挙動に基づき代表要素 (Representative Volume Element, R.V.E) 内において平均化操作を行うことにより、等価な連続体としての挙動、すなわち構成式が導かれる。詳しくは次章で述べることとする。この理論は、例えば、個々のジョイントの挙動に支配される不連続性岩盤の解析に適しているものと思われる。導かれた不連続性岩盤の構成式を有限要素解析コードなどに組み込むことにより、任意の岩盤構造物・荷重条件における岩盤挙動の解析が可能となろう。

本研究では、ジョイントを多数有する岩盤の工学的問題を取り上げ、それにマイクロメカニクスに基づく連続体理論 (Micromechanics-Based Continuum Model, 以降、MBC モデルと称する) を適用し、解析手法の特長や発展性、妥当性について検討・考察を行なう。

2. マイクロメカニクスに基づく連続体理論

岩盤はその中に多数存在するジョイントによって特徴づけられる。ジョイントを含む岩盤の力学的挙動はジョイントの力学的・幾何学的特性に強く依存することが知られている。したがって、岩盤の変形問題などを考えるにあたっては、ジョイントの挙動を考慮することが非常に重要である。しかしながら、岩盤に含まれるジョイントの数は膨大であり、個々のジョイントを個別に扱うことは到底不可能であるため、ジョイントを含む岩盤を等価連続体に置き換える手法が必要となる。そこで本研究では、微視構造物の力学的挙動を材料の巨視的挙動に反映できる手法として、マイクロ

図-1 微視構造を有する材料と等価連続体

メカニクスに基づく連続体理論を取り上げ、以降でその説明を行なう。

2.1 概略

マイクロメカニクスに基づく連続体モデル (MBC モデル) は、微視構造要素の存在あるいはその発生・成長に支配された材料に対する連続体理論であるが、対象となる微視構造はどのようなものであっても構わない。ここでは、図-1に示すような不連続面を含む材料を考える。ここで、岩盤中のジョイントに代表されるように不連続面の数は膨大であり、それぞれを個別に取り扱えないものと仮定する。この場合、どのようにしてこの不連続面を有する材料を等価な連続体に置き換え、問題を設定するかが課題となる。まず、材料の任意の点に着目し、その点を含む部分領域である代表要素 (Representative Volume Element, R.V.E) を考える。その領域は微視構造要素の寸法に比べて十分大きく、かつ物体の代表寸法に比べて十分小さいものとする。この代表要素における平均応力と平均ひずみの関係、すなわち巨視的な構成式を求め、この構成式が等価な連続体の一点における材料の挙動を与えるものとして連続体の解析を行う。代表要素における平均応力と平均ひずみの関係は、内在する不連続面の寸法、平均間隔、及び方向分布に依存し、材料は異方的な挙動を強く呈する。不連続面同士の相互干渉を考慮に入れて不連続面の挙動を算定し、その結果を基に代表要素内で平均操作を行うことにより、巨視的な平均応力と平均ひずみの関係 (構成式) が求まる。

2.2 平均ひずみと平均応力

不連続面を有する材料の応力-ひずみ関係は、代表要素 (R.V.E) 内の応力とひずみに対して平均操作を行うことにより得られる。平均応力 \$\bar{\sigma}_{ij}\$ と平均ひずみ \$\bar{\epsilon}_{ij}\$ は

図-2 不連続面を有する材料

次式で定義される³⁾。

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV, \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_{ij} &= \frac{1}{V} \int_V \epsilon_{ij} dV = \frac{1}{V} \int_V \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) dV \\ &= \frac{1}{V} \int_S \frac{1}{2} (u_i n_j + u_j n_i) dS. \end{aligned} \quad (1b)$$

ここで、\$V\$ は代表要素の体積、\$S\$ は外側境界面、\$u_i\$ は変位ベクトルの成分、\$n_i\$ は \$S\$ における単位法線ベクトルの成分である。式 (1b) は、連続体の外側表面の変位を知っていればそれから平均ひずみが求められることを示している。尚、式 (1b) においては、ガウスの発散定理を用いることで、式を体積分から表面積分に書き換えている。ここで、図-2に示すような不連続面を有する材料を考える。不連続面の上面を \$\Omega^+\$、下面を \$\Omega^-\$ とし、不連続面における単位法線ベクトル \$\mathbf{n}\$ を図のようにとる。この時、代表要素内では平均応力 \$\bar{\sigma}_{ij}\$ は不連続面を除いた材料基質部の平均応力 \$\bar{\sigma}_{ij}^R\$ と同じであるが、不連続面を含む連続体部分の平均ひずみ \$\bar{\epsilon}_{ij}^R\$ は、平均ひずみ \$\bar{\epsilon}_{ij}\$ と異なることから、式 (1b) の誘導と同様にして次式が導かれる。

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_{ij}^R &= \frac{1}{V} \int_S \frac{1}{2} (u_i n_j + u_j n_i) dS \\ &\quad - \frac{1}{V} \int_{\Omega^+ + \Omega^-} \frac{1}{2} (u_i n_j + u_j n_i) dS, \end{aligned} \quad (2)$$

この時、\$\Omega^+\$、\$\Omega^-\$ が連続体部分からみれば外側境界であること、その単位法線ベクトルが内向きであることに注意する。さらに、式 (2) に式 (1b) を代入することで次式が得られる。

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \bar{\epsilon}_{ij}^R + \frac{1}{V} \int_{\Omega^+ + \Omega^-} \frac{1}{2} (u_i n_j + u_j n_i) dS. \quad (3)$$

さらに、\$\Omega^+\$、\$\Omega^-\$ 上で \$\mathbf{n}\$ が反対向きであることから、

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \bar{\epsilon}_{ij}^R + \frac{1}{V} \int_{\Omega} \frac{1}{2} ([u_i] n_j + [u_j] n_i) dS, \quad (4)$$

となる．ここで， $[u_i] = u_i^+ - u_i^-$ (u_i^+ , u_i^- は Ω^+ , Ω^- 上での変位成分) は不連続面における変位の不連続量(相対変位量)， Ω は Ω^+ をそれぞれ表し， n_i は Ω^+ に対する単位法線ベクトルとする．

さらに，複数の不連続面が存在することを考慮に入れるために式(4)を拡張して，

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = D_{ijkl}^R \bar{\sigma}_{kl} + \frac{1}{2V} \sum_m \int_{\Omega_m} ([u_i^{(m)}] n_j^{(m)} + [u_j^{(m)}] n_i^{(m)}) dS \quad (5)$$

を得る．ここで， D_{ijkl}^R は材料基質部のコンプライアンステンソル， Ω_m は代表要素 V 中の m 番目の不連続面， $n_i^{(m)}$ はその不連続面での単位法線ベクトル，そして $[u_i^{(m)}]$ はその不連続面での変位の不連続量(相対変位量)である．ここでは，材料基質部は均質な等方弾性体と見なせるものとし， $\bar{\varepsilon}_{ij}^R = D_{ijkl}^R \bar{\sigma}_{kl}$ を用いた．式(5)の右辺第一項は材料基質部の平均ひずみで $\bar{\varepsilon}_{ij}^R$ あり，第二項は不連続面の変形によるひずみ成分を表す．

一般に岩盤のような材料の力学的応答は非線形であるため，式(5)を増分方程式に書き換えると，

$$\Delta \bar{\varepsilon}_{ij} = D_{ijkl}^R \Delta \bar{\sigma}_{kl} + \frac{1}{2V} \sum_m \int_{\Omega_m} (\Delta [u_i^{(m)}] n_j^{(m)} + \Delta [u_j^{(m)}] n_i^{(m)}) dS \quad (6)$$

となる．ここで相対変位増分 $\Delta [u_j]$ が平均応力増分 $\Delta \bar{\sigma}_{ij}$ の関数として与えられるならば，式(6)より不連続面を含む材料の構成式が，

$$\Delta \bar{\varepsilon}_{ij} = \bar{D}_{ijkl} \Delta \bar{\sigma}_{kl} \quad (7)$$

と得られる．ここで， $\bar{D}_{ijkl}$ は不連続面を含む材料の巨視的接線コンプライアンスである．

2.3 ジョイントの挙動のモデル化

岩盤にマイクロメカニクスに基づく連続体理論を適用する場合，微視構造要素は個々のジョイントである．代表要素において系に作用する平均応力増分に対する個々のジョイントの相対変位増分が求まれば，式(6)より巨視的な応力増分とひずみ増分の関係が得られる．本節ではジョイントを多数有する岩盤におけるジョイントの挙動のモデル化を行う．

(1) 平板載荷試験におけるジョイントの挙動

まず，平板載荷試験におけるジョイントの挙動のモデル化を行なう．平板載荷試験におけるジョイントの構成則として， $JRC-JCS$ ⁴⁾⁵⁾モデルを用いた．文献によれば，ジョイントに作用する法線方向の応力 σ_n^J (引張が正)とジョイントの開口量 $|u^J|$ (u^J は開口変位で負)の関係は次式で与えられる．

$$|u^J| = \frac{|\sigma_n^J| u^m}{u^m k_{ni} + |\sigma_n^J|} \quad (8)$$

ここで， k_{ni} はジョイントの法線方向の初期剛性， u^m はジョイントの最大開口量であり，それぞれ以下のよう

図-3 問題の重ね合わせ (その1)

に与えられる．

$$u^m = A + B(JRC) + C \left(\frac{JCS}{a^J} \right)^D \quad (9)$$

$$k_{ni} = -7.15 + 1.74JRC + 0.02 \left(\frac{JCS}{a^J} \right) \quad (10)$$

$$a^J = \frac{JRC}{5} \left(0.2 \frac{\sigma_c}{JCS} - 0.1 \right) \quad (11)$$

ここで， JRC はジョイントの粗度係数， JCS はジョイントの圧縮強度， a^J はジョイントの平均開口量， σ_c はジョイントの一軸圧縮強度， A , B , C 及び D は材料パラメータである．これらのパラメータの詳細については文献⁴⁾を参照頂きたい．式(8)より，ジョイントの法線方向の剛性は以下のように定義される．

$$k_n = \frac{\partial |\sigma_n^J|}{\partial u^J} = k_{ni} \left[1 - \frac{|\sigma_n^J|}{u^m k_{ni} + |\sigma_n^J|} \right]^{-2} \quad (12)$$

これより，ジョイントに作用する応力増分 $\Delta \sigma_n^J$ とジョイントの相対変位増分(開口変位増分) $\Delta [u_n^J]$ は次のように与えられる．

$$\Delta \sigma_n^J = k_n \Delta [u_n^J] \quad (13)$$

代表的な原位置試験の一つである平板載荷試験では，最も変形係数が小さくなるよう卓越するジョイントと直交する方向に載荷することが多い．そこで本研究では，一つのジョイントセットのみを考え，そのジョイントに直交する方向に載荷するものとし，ジョイントのせん断変形は考えないことにした．

しかし，上記のジョイントの構成方程式より直ちにジョイントの相対変位が求められるわけではない．それは，ジョイントに作用している応力が系(岩盤)全体の応力とは異なり，その大きさがジョイント自身の剛

性とジョイントを包含している系の剛性の比によって決まるからである．そこで本研究では，図-3に示すようにある一つのジョイントに着目し，そのジョイントを包含する系を等価な均一材料とみなす．元の問題 (a) をジョイントを含まない均一な問題 (b)，ジョイントをくり抜いた問題 (c)，そしてくり抜かれたジョイントの問題 (d) の3つに分ける．ここで，問題 (c) のスリットの平均相対変位増分 $\Delta[\bar{u}_n^S]$ とスリットに作用する平均応力増分 $\Delta\bar{\sigma}_n^J - \Delta\bar{\sigma}$ の関係は，岩盤の接線剛性 $\bar{E}_n$ を持つ等価な無限体中に一つのクラック (長さ $2a$) がある場合の解を用いることにより，以下のように表される．

$$\begin{aligned}\Delta[\bar{u}_n^S] &= \frac{1}{2a} \int_{-a}^a \Delta[u_n] dx \\ &= \frac{1}{2a} \frac{4}{\bar{E}_n} (\Delta\bar{\sigma}_n^J - \Delta\bar{\sigma}) \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx \\ &= \frac{\pi a}{\bar{E}_n} (\Delta\bar{\sigma}_n^J - \Delta\bar{\sigma}).\end{aligned}\quad (14)$$

ここで変位の適合条件 $\Delta[\bar{u}_n^S] = \Delta[\bar{u}_n^J]$ を考慮すると，式 (13) と式 (14) より，

$$\frac{\pi a}{\bar{E}_n} (\Delta\bar{\sigma}_n^J - \Delta\bar{\sigma}) = \frac{1}{k_n} \Delta\bar{\sigma}_n^J. \quad (15)$$

が導かれる．尚，ジョイントを3次元的に取り扱う場合は，例えば，penny shape を有するクラックの解を用いればよい³⁾．以上より，ジョイントに作用する平均応力増分 $\Delta\bar{\sigma}_n^J$ ，及びジョイントの平均相対変位増分 $\Delta[\bar{u}_n^J]$ は系に作用する平均応力増分 $\Delta\bar{\sigma}$ の関数として，以下のように表される．

$$\begin{aligned}\Delta\bar{\sigma}_n^J &= \frac{k_n / \frac{\bar{E}_n}{\pi a}}{1 + k_n / \frac{\bar{E}_n}{\pi a}} \Delta\bar{\sigma}, \\ \Delta[\bar{u}_n^J] &= \frac{1 / \frac{\bar{E}_n}{\pi a}}{1 + k_n / \frac{\bar{E}_n}{\pi a}} \Delta\bar{\sigma}.\end{aligned}\quad (16)$$

式 (16) を式 (6) に代入することにより，平均応力増分と平均ひずみ増分の関係が以下のように得られる．

$$\Delta\bar{\epsilon}_n = \frac{1}{E} \left(1 + \pi \frac{a}{d} \frac{\bar{E}_n}{k_n} \frac{k_n / \frac{\bar{E}_n}{\pi a}}{1 + k_n / \frac{\bar{E}_n}{\pi a}} \right) \Delta\bar{\sigma} = \frac{1}{\bar{E}_n} \Delta\bar{\sigma}. \quad (17)$$

ここで， E は基質岩盤の弾性定数， d はジョイントの平均間隔である．式 (17) を $\bar{E}_n$ について解くことにより，ジョイントを含む岩盤の法線方向の接線剛性 $\bar{E}_n$ が得られる．このように，未知の平均剛性を持つ等価材料中に一つの微視構造要素を考え，平均剛性が満たすべき方程式 (Consistency 式，式 (17)) を導く．この平均剛性を求める方法は Self-Consistent 法と呼ばれている．

(2) 掘削時のジョイントの挙動

次に，本小節では掘削 (応力解放) 時のジョイントの挙動のモデル化を行なう．ジョイントを多数含む不連続性岩盤において空洞掘削が行われる場合，地山応力解放により生ずるジョイントのせん断すべり・開口が岩盤挙動の支配的メカニズムである．しかも，岩盤中でジョイントは局所的に見れば平坦であるが，巨視的に

図-4 起伏を有するジョイント

は少なからず起伏を有しており，空洞掘削時には，ある場所ではせん断すべりを起こし，別の場所では開口するというような複雑な挙動を起こすものと思われる．そこで本研究では，図-4のように起伏を有するジョイントを考える．ジョイントの変形は一方の面におけるせん断すべりにより生じ，この場合，他方の面は開口するものとした．また，ジョイントは以下のようなすべり条件を満足した時にせん断すべりを生ずるものとする．

$$|\bar{\sigma}_s^{J'}| = -\bar{\sigma}_n^{J'} \tan \phi, \quad \bar{\sigma}_n^{J'} < 0. \quad (18)$$

ここで， ϕ はジョイント面の摩擦角， $\bar{\sigma}_n^{J'}$ ， $\bar{\sigma}_s^{J'}$ は起伏を有するジョイントのせん断面に作用する法線方向及び接線方向の局所的な平均応力である．さらにジョイントの一方の面でせん断すべりが生じた場合，他方の面ではジョイント面の開口が起こるためトラクションフリーになるものとした．こうした仮定より，巨視的なジョイントに作用する法線方向・接線方向の平均応力増分 $\Delta\bar{\sigma}_n^J$ ・ $\Delta\bar{\sigma}_s^J$ は，ジョイントのせん断面に作用する平均応力増分を用いて次のように表される．

$$\Delta\bar{\sigma}_n^J = \frac{1}{2} (\Delta\bar{\sigma}_s^{J'} \tan \alpha + \Delta\bar{\sigma}_n^{J'}), \quad (19a)$$

$$\Delta\bar{\sigma}_s^J = \frac{1}{2} (\Delta\bar{\sigma}_s^{J'} - \Delta\bar{\sigma}_n^{J'} \tan \alpha). \quad (19b)$$

ここで， α は図-4に示すような起伏角度である．

さらに，せん断すべりを起こしている間，すべりを生じているジョイント面における応力増分は以下の条件を満たすものと仮定する．

$$\Delta\bar{\sigma}_s^{J'} = \begin{cases} -\Delta\bar{\sigma}_n^{J'} \tan \phi & \alpha > 0 \\ \Delta\bar{\sigma}_n^{J'} \tan \phi & \alpha < 0 \end{cases}. \quad (20)$$

ここでジョイントのすべりを生じている面における変位成分は，せん断方向のすべりのみを生じ，法線方向には変位を生じないものとする．これはジョイント面のアスペリティの存在による局所的なダイレイテーションが，本研究でモデル化したようなジョイントの巨視的な起伏によるダイレイテーションに比べて小さく，無視できるからである．これより，ジョイントの相対変位増分の法線・接線方向成分 ($\Delta[\bar{u}_n^J]$ ， $\Delta[\bar{u}_s^J]$) とすべり面に対する法線・接線方向成分 ($\Delta[\bar{u}_n^{J'}]$ ， $\Delta[\bar{u}_s^{J'}]$) の関係

は以下のように表される。

$$\Delta [\bar{u}_n^J] = \Delta [\bar{u}_s^J] \sin \alpha, \quad (21a)$$

$$\Delta [\bar{u}_s^J] = \Delta [\bar{u}_n^J] \cos \alpha, \quad (21b)$$

$$\Delta [\bar{u}_n^J] = 0. \quad (21c)$$

式(18)から式(21c)はジョイントの挙動を規定する関係式であるが、依然としてジョイントの相対変位は未定であり、応力の関数として記述するに至っていない。実際のジョイントは岩盤に包含されており、その変位は包含する岩盤に拘束に応じてある値に収束することとなる。ジョイントがせん断すべりに対して包含している岩盤は抵抗し、さらに、それにとまうダイレイテーションに対しても拘束しようとする。その結果、ジョイントに対して垂直方向の拘束は大きくなる。

このような状況におけるジョイントの相対変位量を算定することが課題となるが、ジョイントを包含する岩盤(系)の剛性は、そこに内在するジョイントにより低減するため、ジョイントの相対変位算定にあたっては、その効果、すなわちジョイント間の相互干渉の効果を考慮に入れなくてはならない。Cai と Horii⁶⁾⁷⁾はジョイントのピーク前の変形を対象に、ジョイントを多数有する岩盤の構成式を導いている。彼らの研究においては、包含する岩盤の拘束効果を考慮するため、系の剛性という概念を導入し、ジョイントに作用する応力を算定している。本研究においても、この概念に基づき、ジョイントに作用する応力を算定の試みる。本小節において前小節と同様、図-5(a)に示すようなある一つのジョイントだけに着目し、そのジョイントを包含する系を等価な均一材料とみなす。ここで、無限遠方に平均応力増分 $\Delta \bar{\sigma}$ が、そしてジョイント上には $\Delta \bar{\sigma}^J$ が作用しているものと仮定する。この問題(a)をジョイントを含まない均一な問題(b)、ジョイントをくり抜いたスリット問題(c)、そしてくり抜かれたジョイントの問題(d)の3つに分ける。ここで問題(c)におけるスリットの相対変位増分の平均値 $\Delta [\bar{u}^S]$ とスリットに作用する平均応力増分 $\Delta \bar{\sigma}^J - \Delta \bar{\sigma}$ の関係は、系の剛性を用いて以下のように与えられる。

$$\Delta \bar{\sigma}_n - \Delta \bar{\sigma}_n^J = \bar{K}_n \Delta [\bar{u}_n^S], \quad (22a)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_s - \Delta \bar{\sigma}_s^J = \bar{K}_s \Delta [\bar{u}_s^S]. \quad (22b)$$

ここで、 $\bar{K}_n$ 及び $\bar{K}_s$ はそれぞれ法線方向及び接線方向の系の剛性であり、

$$\bar{K}_n = \frac{\bar{E}}{\lambda_n^0 \bar{L}_n^J / 2}, \quad \bar{K}_s = \frac{\bar{G}}{\lambda_s^0 \bar{L}_s^J / 2}, \quad (23)$$

と定義される。ここで、 $\bar{E}$ はジョイント面に対して垂直方向の等価接線剛性、 $\bar{G}$ は岩盤の等価接線せん断剛性であり、また、 $\bar{L}_n^J$ 及び $\bar{L}_s^J$ はそれぞれ垂直方向のおよびせん断方向の等価接線剛性を評価する際に用いられるジョイントの有効寸法である。せん断方向に対しては、法線方向に対するよりもジョイントの連結性が高

図-5 問題の重ね合わせ

いことが考えられるので、両者は異なる値を用いて構わないが、後述の解析では、簡単の為に両者の差を無視して、 $\bar{L}^J = \bar{L}_n^J = \bar{L}_s^J$ とした。式(22a)、式(22b)及び式(23)は無限弾性体中に存在するクラックの解より導かれる。 λ_n^0 、及び λ_s^0 はジョイントの形状に関する係数で、ジョイントを円形と仮定すれば、 $\lambda_n^0 = \frac{16(1-\nu^2)}{3\pi}$ 、 $\lambda_s^0 = \frac{16(1-\nu)}{3\pi(2-\nu)}$ (ν はポアソン比)であり、2次元問題では $\lambda_n^0 = \pi$ 、 $\lambda_s^0 = \frac{\pi}{2(1+\nu)}$ となる。

前小節と同様、ジョイントとスリットにおける両者の相対変位増分量の平均値は等しいという変位の適合条件より、以下の関係を得る。

$$\Delta [\bar{u}_n^S] = \Delta [\bar{u}_n^J], \quad \Delta [\bar{u}_s^S] = \Delta [\bar{u}_s^J]. \quad (24)$$

ここで、 $\Delta [\bar{u}_n^J]$ 、 $\Delta [\bar{u}_s^J]$ はそれぞれジョイントにおける法線方向、接線方向の相対変位増分の平均値である。

式(19a)・(19b)・(20)・(21a)・(21b)・(21c)・(22a)・(22b)・(24)を連成する事により、ジョイントのすべり面上の相対変位増分の平均値($\Delta [\bar{u}_s^J]$)が平均応力増分($\Delta \bar{\sigma}_n^J$ 、 $\Delta \bar{\sigma}_s^J$)の関数として求められることとなる。

しかしながら、この段階においても $\bar{E}$ 、 $\bar{G}$ は未知であり、ジョイントを含む岩盤の構成式を完結するためにはこれらを定める必要がある。これらは基質岩盤の剛性とは異なり、卓越ジョイントの存在によりその値は低減する。そこで、どのようにして $\bar{E}$ 、 $\bar{G}$ を与えるかが問題となるが、本研究ではまず、ジョイントの相対変位増分算定にあたってジョイントが基質岩盤中にあるものとし、式(23)中の $\bar{E}$ 、 $\bar{G}$ を全て基質岩盤の弾性定数 E 、せん断弾性定数 G に置き換えて計算を行い、巨視的接線コンプライアンステンソルを求める。次に、この求められた巨視的接線コンプライアンステンソルを持った等価な岩盤中にジョイントがあるものとして、各ジョイントセットに対する $\bar{E}$ 、 $\bar{G}$ を計算し、最終的な巨視的接線コンプライアンステンソルを求める。

図-6 $\bar{E}/E$ の分布図 (荷重 0.9kN)

図-7 $\bar{E}/E$ の分布図 (荷重 1.5kN)

図-8 $\bar{E}/E$ の分布図 (荷重 3.0kN)

図-9 荷重と A^*/A の関係

3. 解析結果および考察

3.1 平板載荷試験の解析

2.2節で導いた圧縮下におけるジョイントの構成モデルを有限要素解析プログラムに組み込んだ。この解析コードにおいては水平方向にジョイントを配する岩盤の載荷時の挙動を解析するものであるが、処女単調載荷のみを対象とした。したがって繰り返し荷重に対処するためには、さらにジョイント挙動のモデルが必要である。解析例としては平板載荷試験を取り上げた。本解析では、2次元平面ひずみ状態を考え、左右対称問題であることから半分の領域(高さ6m, 幅6m, 基礎幅0.3m)について有限要素解析を行なった。解析対象岩盤には新鮮な粘板岩を想定し、そのパラメーターとして、基質岩石の弾性定数 $E=66,000$ MPa, ジョイントの半長 $a=0.1$ m, 1m, ジョイントの平均間隔 $d=0.1$ m, 1m のそれぞれ2ケース, ジョイントの粗度係数 $JRC=4$,

ジョイントの圧縮強度 $JCS=175$ MPa, ジョイントの一軸圧縮強度 $\sigma^c=175$ MPa とした。まず、図-6～図-8に異なる荷重 ((a)0.9kN, (b)1.5kN, (c)3.0kN) における $\bar{E}/E$ の分布図を示した。図は、荷重が増加するに伴いジョイントが締まって、岩盤が硬くなる領域が広がっていくことを示している。各荷重レベルで平板載荷試験の荷重 ($P = \sigma A$, 基礎面積 A)—沈下量関係より岩盤の等価な接線剛性 (E_t) が求められるが、同じ荷重レベル ($P = \sigma^* A^*$) を等分布に作用させた時に、この接線剛性と等しい値を与える場合の作用面積 A^* と基礎面積 A の比を図-9に示した。例えば、ジョイント半長 (a)=1 m, ジョイントの平均間隔 (d)=1m の場合、等分布で面積 A^* に荷重 1kN を作用させた時に得られる等価な接線剛性と、平板載荷試験においてその約 $\frac{1}{3}$ 倍の基礎面積 A に同じ荷重レベルを作用して得られる接線剛性は等しい。この場合、平板載荷試験より得られる接線剛性は基礎の約3倍の範囲の平均的な接線剛性であることを意味している。また、図-9はジョイント長、平均間隔の異なる3つのケースについて、荷重と

図-10 ジョイントの密度分布

表-1 節理特性

傾斜	左落ち 80 度	右落ち 70 度
有効寸法 (L^J)	1.0~10.0 m	1.0~10.0 m
平均間隔 (d)	1.0 m	0.67 m
摩擦角度 (ϕ)	30~40°	30~40°
起伏角度 (α)	10°	10°

表-2 PS 工の特性

弾性係数	長さ	公称断面積	設計荷重
196 GPa	15 m	8.336 cm ²	約 235 kN

A^*/A を示しているが、同じ荷重の下ではジョイント長が長いほど、あるいはジョイントの平均間隔が小さいほど、作用面積 A^* /基礎面積 A は大きい。

尚、本研究は実際の平板載荷試験をシミュレートするものではなく、平板載荷試験の結果に対する一つの解釈法を提案するもので、不連続面のモデル化にあたっては、その幾何学的パラメータを単純化して用いた。実際の平板載荷試験のシミュレートを行なう際には、こうした不連続面の幾何学的パラメータも解析パラメータとして入力できるようにすることで対処できる。

3.2 地下空洞掘削の解析

(1) 解析概要

2.3 節で導いた応力解放時におけるジョイントの構成モデルを有限要素解析コードに組み込み、その解析対象として、地下発電所空洞の掘削問題を取り上げた。提案する手法の妥当性を示すために実際の地下空洞掘削の解析を行い、解析結果と掘削時の計測結果を比較することとした。本稿では、東京電力が建設中の葛野川地下発電所を解析例として取り上げた。葛野川地下発電所は、幅 34 m、高さ 54 m、長さ 210 m のほぼ卵型の空洞であり、総掘削量は 26 万 m² に及ぶ。発電所空

洞は土被りが約 450 m~500 m の地下に位置している。

発電所地点の地質については、ボーリングを含めた調査坑における調査や空洞ならびに周辺トンネルの切羽観察が行われており、これらより図-10に示すような節理密度分布図が得られている。掘削による空洞側壁のはらみ出しなどに関しては、走向が発電所長軸と直交するジョイント (例えば北落ち急傾斜) の影響は小さいものと考え、本解析ではその走向が発電所長軸と平行である 2つのジョイントセット (解析断面に対して左落ち 80 度および右落ち 70 度) を解析で考慮する卓越ジョイントセットとした。

ジョイントの平均間隔については、地質調査などの報告を基に決定した。ジョイントの有効寸法と起伏角度に関しては、特に参考資料がないので、解析では空洞規模などを考慮に入れて、妥当と思われる範囲で変化させて解析を行なった。これらジョイントの物性パラメータをまとめて表-1に示す。

本解析では、卓越するジョイントを取り除いた、連続体として取り扱われる基質岩盤の弾性係数の決定に際しては、大規模地下空洞掘削に先行して建設されるアクセストンネルの内空変位の計測結果を利用する解析パラメータの同定方法⁸⁾を用いた。文献⁸⁾では、東京電力葛野川地下発電所本坑建設に先行するトンネル掘削時に計測された内空変位の結果より、種々の解析パラメータの同定を行なっており、卓越ジョイントを除いた、連続体として扱われる基質岩盤の弾性係数を 9.8 GPa~39.2 GPa の間で同定している。そこで本解析では、この範囲で解析を行った。ただし、本論文では紙面の都合上、実挙動を比較的良く再現できている弾性係数 (19.6 GPa) のみの結果を示した。

現場で計測された初期地圧は、 $\sigma_1=14.2$ MPa (N 17° E, 68° 下向き)、 $\sigma_2=12.0$ MPa (N191° W, 20° 下向き)、 $\sigma_3=9.4$ MPa (N 97° W, 9° 下向き) であった。解析は 2 次元平面ひずみ解析であるため、これらの結果を発電所横断面内の応力、 $\sigma_v=12.3$ MPa、 $\sigma_h=11.1$ MPa、 $\tau_{vh}=-0.3$ MPa に変換して用いた。

空洞の支保工としては NATM 工法に基づき、PS 工、ロックボルト、吹付けコンクリートが採用されている。本解析では、PS 工のみを考慮に入れた。解析における PS 工の導入方法及びその解析パラメータはすべて実際の施工にしたがい、その特性を表-2に示す。

(2) 解析結果

現場では空洞掘削を、アーチ部が 3 段階、ベンチ部が 17 段階の計 20 段階で行っている。本解析でもこの掘削手順に沿った解析ができるように有限要素メッシュを作成し、20 の掘削解析ステップを設けた。図-11の中心に空洞が位置し、破線で区切られた領域が掘削 (解析) の 1 ステップである。尚、各掘削段階とその次の掘削段階の間で PS アンカーの打設ステップも設け、2 次元平面ひずみの条件下で解析を行なった。

図-11 岩盤変位計の設置図

図-12 壁面変位量 (RD01)

まず、現場で計測された地下発電所空洞の壁面変位量と解析から求まるそれとの比較を行った。尚、比較を行った位置は、図-11に示される岩盤変位計設置位置 (RD01～RD15) である。RD の後に続く数字は岩盤変位計に付けられた機器番号を意味している。それぞれの計測位置における壁面変位の経時変化量を図-12～図-18に示した。尚、図中の横軸は掘削開始からの日数を表している。ここでは計器番号 RD11 を除いて、解析結果は計測結果と良い合致を示してゐる。

次に、全断面掘削時の岩盤変位量の計測値と解析結果の比較を行った。この場合も、比較を行った位置は図-11に示される岩盤変位計設置位置 (RD01～RD15) である。それぞれの計測位置における岩盤変位量を図-19～図-25に示した。尚、岩盤変位のゼロクリアポイントは RD01 が壁面から 15 m の深部の箇所であり、その他は 20 m である。この場合も壁面変位の経時変化と同様、計器番号 RD11 を除いて、解析結果は計測結果を再現出来ている。計器番号 RD11 で変位が合致しない理由としては、局所的に地質構造が異なっている

図-13 壁面変位量 (RD04)

図-14 壁面変位量 (RD05)

図-15 壁面変位量 (RD10)

ることなどが挙げられる。本解析では、解析全領域において同じ地質パラメータ (基質岩盤の弾性係数・ポアソン比、ジョイントの各種パラメータ) を用いているため、局所的に地質が異なることに起因する岩盤挙動の再現は不可能である。事前にそうした箇所が判明して解析に反映出来たとすれば、RD11 においても挙動を再現できる可能性があるが、実際の施工ではそうした箇所の同定および物性パラメータの取得は困難であろう。本解析では平均的な地質情報を用いたに過ぎないが、解析はほぼ現実の岩盤挙動を再現できている。

図-16 壁面変位量 (RD11)

図-17 壁面変位量 (RD14)

図-18 壁面変位量 (RD15)

図-19 岩盤変位量 (RD01)

図-20 岩盤変位量 (RD04)

図-21 岩盤変位量 (RD05)

4. まとめ

本研究では、不連続面(ジョイント)を多数有する岩盤の構成式をマイクロメカニクスに基づいて導き、それを有限要素解析プログラムに組み込むことにより、任意の岩盤構造物に対する連続体解析手法を開発した。こうして構築されたマイクロメカニクスに基づく連続体理論を実際の工学的問題に適用することを試みた。

まず、岩盤の平板載荷試験問題を取り上げ、解析を行った。一般に、平板載荷試験から得られる岩盤の変

位応答パラメーターは弾性定数と変形係数の2つに過ぎず、設計・施工に用いる際にこれらをどう解釈するかという問題が存在するが、本研究で行なった解析などを通して、平板載荷試験における不連続性岩盤の挙動とジョイントの関係が明確になったものと思われる。

次に、掘削時における岩盤の挙動を捉えるという目的で、地下発電所の空洞掘削解析を行い、計測結果と解析結果の比較を行った。比較項目である岩盤の壁面変位量と地中変位量において、解析結果は計測結果と良好な一致をみた。ただし本研究では、全解析領域で

図-22 岩盤変位量 (RD10)

図-23 岩盤変位量 (RD11)

図-24 岩盤変位量 (RD14)

同じ地質条件を用いて解析しているため、その平均値から大きく外れるような地質状況に起因する岩盤挙動までは再現が困難である。しかしながら、実際の地下空洞掘削において掘削以前に局所的な地質状況を得ることは不可能であり、本手法を実際の地下空洞の設計・施工に用いる際には、情報化施工などと組み合わせることにより合理的な設計・施工が可能となるであろう。

以上より、マイクロメカニクスに基づく連続体理論は地盤材料、特にジョイントを多数有する岩盤に対しても有効であることが示された。今後は、解析条件の

図-25 岩盤変位量 (RD15)

異なる問題にも適用可能かどうか、さらに岩盤以外の地盤材料にも適用範囲が広げられる可能性があるかどうかなどについて研究を進めて行く必要があろう。

謝辞： 本研究をまとめるにあたり、東京電力(株)より葛野川発電所建設における各種データを提供して頂きました。また、東電設計(株)には種々の御協力を頂きました。ここに謝意を表します。

付記： 本研究の一部は、文部省科学研究費(奨励研究課題番号 09750561, 研究代表者：吉田秀典)の助成を得て行なった。

参考文献

- 1) Mura, Toshio.: *Micromechanics of Defects in Solids*, Kluwer Academic Publishers, 1982.
- 2) Nemat-Nasser, S. and Hori, Muneo.: *Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*, North-Holland, 1993.
- 3) Horii, H. and Nemat-Nasser, S.: Overall Moduli of Solids with Microcracks: Load-Induced Anisotropy, *J. Mech. Phys. Solids*, 31, pp.155-171, 1983.
- 4) Bandis, S.C., Lumsden, A.C. and Barton, N.R.: Fundamental of Rock Joint Deformation, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol.23, No.6, pp.249-268, 1983.
- 5) Barton, N., Bandis, S. and Bakhtar, K.: Strength, Deformation and Conductivity Coupling of Rock Joints, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol.22, No.3, pp.121-140, 1985.
- 6) Cai, M. and Horii, H.: A constitutive Model of Highly Jointed Rock Masses, *Mechanics of Materials*, 13, pp.217-246, 1992.
- 7) Cai, M. and Horii, H.: A Constitutive Model and FEM Analysis of Jointed Rock Masses, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol.30, No.4, pp.351-359, 1993.
- 8) 日比野繁信, 吉田秀典, 堀井秀之, 工藤奎吾: トンネル掘削時の計測結果を用いた MBC 解析における解析パラメータの同定方法, 第 28 回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp.63-67, 1997.

(1998 年 4 月 25 日 受付)