新しいしらす斜面の安定解析手法

A New Slope Stability Analysis for Shirasu Slope

酒匂一成*・山田満秀**・北村良介***

Kazunari SAKO, Mituhide YAMADA and Ryosuke KITAMURA

*学生会員 鹿児島大学大学院 理工学研究科 海洋土木工学専攻 (〒890-0065 鹿児島県鹿児島市郡元 1-21-40)

**正会員 工修 (株) ダイヤコンサルタント 仙台支店 (〒980-0011 仙台市青葉区上杉 3-4-48)

***正会員 工博 鹿児島大学教授 工学部 海洋土木工学科 (〒890-0065 鹿児島県鹿児島市郡元 1-21-40)

The inter-particle force due to meniscus at a contact point of soil particles is derived and then the relationship between suction and apparent cohesion is numerically obtained based on some probabilistic consideration on the soil particle size. A new slope stability analysis is proposed to analyze the stability of Shirasu slopes, in which Janbu method is applied to the slope failure caused by heavy rainfall. In the proposed stability analysis the change in apparent cohesion with the change in water content due to rainfall can be taken into account. The current safety factor can be calculated by a personal computer when the data on total amount and intensity of rainfalls are obtained in the real time.

Key Words : Shirasu, slope stability analysis, apparent cohesion, safety factor

1. はじめに

南九州地方の地盤は、様々な火山堆積物で覆われている。その中でもしらすは火砕流堆積物の非溶結部と定義されている有名な火山堆積物である。台風や梅雨の時に豪雨が生じると、しらすからなる斜面の崩壊が多発する。しらす斜面の崩壊のほとんどは、すべり厚さが数十 cm 程度の表層すべり型崩壊である。この型の崩壊の主な原因として、土中の含水比が増加することにより、サクシオンが低下し、粒子間に働く粒子間力が低下することによる見掛けの粘着成分の減少が挙げられる。しかし、含水比の変化に伴う見掛けの粘着成分の変化を定量的に評価する方法は、未だ確立されていない。よって、従来の斜面安定解析は、降雨時のしらす斜面の安定性の定量的評価には適用できない。豪雨時のしらす斜面の崩壊を予知するために有用な斜面安定解析手法を開発する必要がある¹⁾。

本研究では、雨水の浸透による見掛けの粘着成分の減少に着目し、新しい斜面安定解析手法を提案している。すなわち、粒子の接触点でのメニスカスによる粒子間力を計算し、いくらかの確率論的手法を加えることでサクシオンと見掛けの粘着成分との関係を定量的に得る。そして、Janbu 法を適用してしらす斜面の表層すべり型崩壊に対する安全率を求め、若干の考察を行っている。

2. 表層すべり型崩壊に対する安定解析

豪雨時にしらす斜面で生じる崩壊のほとんどが表層すべり型崩壊である。表層すべり型崩壊が生じる要因として挙げられるのが雨水の浸透による見掛けの粘着成分の低下である。雨水が浸透すると土中の含水比が増加し、サクシオンが低下する。サクシオンが低下するとせん断強度パラメータである見掛けの粘着成分が低下し、崩壊が生じる。そこで本研究では、しらす斜面における表層すべり型崩壊について見掛けの粘着成分に着目した。

表層すべり型崩壊は、傾斜角が 45~60 度の斜面で多く発生する。すべり面の深さは数十 cm から 1m 程度

図-1. 表層すべり型崩壊

である。すべり面の形態は、図-1 に示すように上下端で非円弧の形をなし、その間は直線的な形をしている。これまでの表層すべり型崩壊に対する解析は、斜面を直線の半無限斜面とし、斜面全体の滑動に対する力の釣り合いを考えた。しかし、実際の斜面の形は図-1 のようであり、斜面の全体で崩壊する場合もあるが、斜面内で局部的に崩壊する場合も多々ある。このことを考慮すると、表層すべり型崩壊の解析を行うには、斜面内の有限区間（特に法先、法尻）で起きる崩壊について考える必要がある。ここでは、斜面安定解析手法として Janbu 法を用いた。Janbu 法では安全率が次のように求められる²⁾。

$$F_j = \frac{\sum \{ [c \cdot b + (W - \Delta V - U \cdot \cos \alpha) \cdot \tan \phi] / m_j \}}{\sum \{ \Delta E + (W - \Delta V) \cdot \tan \alpha \}} \quad (1)$$

$$m_j = \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \tan \phi / F_j \quad (1)$$

ここに、 F_j ：安全率， b ：スライス幅，
 W ：スライス自重， α ：斜面の傾斜角，
 V ：鉛直方向のスライス間力，
 ΔE ：スライス側面に働く間隙水圧のスライス間力，
 ΔU ：スライス底面に働く間隙水圧のスライス間力。

式(1)中に見掛けの粘着成分 c に、第3節で導く式(17)を適用することで降雨時の安全率の変化を知ることができる。

3. 粒子間力から見掛けの粘着成分の算定

3.1 モデル化

先に述べたように、斜面崩壊を起こす誘因の一つに雨水の浸透による見掛けの粘着成分 c の低下が挙げら

れる。見掛けの粘着成分 c に粒子間力 F_i が大きく関係していることは明らかであるので、ここでは粒子間力 F_i に基づく見掛けの粘着成分 c を算定し、サクシオン、含水比との関係について考察した。

図-2 に示すように粒子接点で間隙水によるメニスカスが形成され、粒子間力が生じる。表面張力やサクシオンの効果を考慮し、粒子間力は次式で表される。

$$F_i = 2 \cdot \pi \cdot r' \cdot T_s + \pi \cdot r'^2 \cdot s_u \quad (2)$$

ここに、 F_i ：粒子間力， T_s ：表面張力，
 s_u ：サクシオン（ $=u_a - u_w$ ），
 r' ：メニスカスの曲率半径。

式(2)において、右辺の第2項はサクシオンを含んでおり、粒子間力を求めるためには、含水比を得る必要がある。北村ら³⁾は、不飽和土の間隙水の浸透挙動に対して、数値力学モデルを提案した。図-3(a)は、2、3個の土粒子からなる土塊の一要素を示したものである。これを図-3(b)のように間隙部分を管径 D 、傾き θ の円管に、土粒子実質部分を円管以外の不透水の固体とに分けてモデル化した。このようにモデル化されたものを間隙モデルと称している。間隙モデルにより、巨視的に見ると複雑な形状をしている間隙を微視的な立場から物理的に意味のある量を用いてモデル化し、いくつかの力学的、確率論的手法を用いることによって、間隙比 e 、体積含水率 W_v やサクシオン s_u が次のように得られる。

$$e = \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{V_p}{V_e - V_p} \cdot Pd(D) \cdot Pc(\theta) d\theta dD \quad (3)$$

$$W_v = \frac{e(d)}{1+e}$$

$$= \frac{1}{1+e} \int_0^d \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{V_p}{V_e - V_p} \cdot Pd(D) \cdot Pc(\theta) d\theta dD \quad (4)$$

図-2. 2粒子モデル

図-3(a). 土塊の微小要素 図-3(b). モデル化された一要素

図-3. 間隙のモデル化

$$s_u = \gamma_w \cdot h_c = \frac{4 \cdot T_s \cdot \cos \beta}{d} \quad (5)$$

ここに、 e ：間隙比， V_p ：円管の体積
 V_e ：素体積全体の高さ，
 $Pd(D)$ ：管径 D の確率密度関数，
 $Pc(\theta)$ ：円管の傾き θ の確率密度関数，
 W_v ：体積含水率， s_u ：サクション，
 h_c ：水頭， T_s ：表面張力，
 β ：毛細管と水の接触角，
 γ_w ：水の単位体積重量，
 d ：間隙水を保持する円管の最大管径。

式(5)を式(2)に代入すると1接点当たりの粒子間力を得ることができる。

式(2)で得られた粒子間力 F_i は1接点当たりの力であるので、見掛けの粘着成分と関連づけるためには単位面積当たりの粒子接点数を得る必要がある。

図-4 は土粒子の形状が球であると仮定し、その球粒子が単位長さの立方体に堆積した様子を示したものである。この状態における単位体積当たりの粒子数 N_v と間隙比 e との関係は次式のようになる。

$$N_v = \frac{1}{1+e} \cdot \left(\frac{3}{4 \cdot \pi \cdot r^3} \right) \quad (6)$$

ここに、 N_v ：単位体積当たりの粒子数，
 e ：間隙比，
 r ：土粒子半径。

図-4. 立方体に堆積した球粒子

本研究では、図-5 に示すようにせん断すべり面は曲面であると考えた。その曲面が半球面の集合であると仮定すると、仮想せん断すべり面上の単位面積当たりの粒子数 N_p は、次式のようになる。

$$N_p = N_v \cdot 2 \cdot r = \frac{1}{1+e} \cdot \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot r^2} \quad (7)$$

ここに、 N_p ：単位面積当たりの粒子数

単位面積当たりの粒子接点数を求めるために、1粒子当たりの粒子接点数について考える必要がある。1粒子当たりの粒子接点数を求めるために、1粒子当たりの粒子接点数と間隙比との関係を経験的に導き出した Field の経験式⁴⁾を用いた。その式を次式に示し、図-6 に間隙比と1粒子当たりの粒子接点数の関係を示す。

$$Ca = \frac{12}{1+e} \quad (8)$$

ここに、 Ca ：1粒子当たりの接点数

図-5. 仮想せん断面

図-6. 間隙比と1粒子当たりの粒子接点数の関係

式(7)、(8)から仮想せん断面での単位面積当たりの粒子接点数が次式のように得られる。

$$Nc = \frac{Ca}{2} \cdot Np \quad (9)$$

ここに、 Nc ：単位面積当たりの粒子接点数

図-7 は、仮想せん断面上の1つの粒子を取り出し、その半球を示したものである。図-7 で色付けされた帯状部分に存在する粒子接点数 dN は次式のようになる。

$$dN = Nc \cdot D(\eta) \cdot ds \quad (10)$$

ここに、 η ：接触角、 ds ：帯状部分の面積

$D(\eta)$ ：接点角 η 時の帯状部分における接触点の確率密度関数

式(10)中の $D(\eta)$ の具体的な関数として、接触点数が接触角 $\eta = \pi/2$ の時に最大で、 $\eta = 0$ の時に最小であるとし、その変化が線形であると仮定することで、接触点の確率密度関数 $D(\eta)$ が次式のように表される。

$$D(\eta) = \frac{\eta}{\pi/2 - 1} \quad (11)$$

図-7 において、接触点において水平方向と鉛直方向の力の釣り合いを考えると、次式が導かれる。

$$\vec{H}' = \vec{H} + \sum (\vec{F}_i \cdot \cos \eta) \quad (12)$$

$$\vec{V}' = \vec{V} + \sum (\vec{F}_i \cdot \sin \eta) \quad (13)$$

図-7. 仮想せん断面上の1粒子における力の釣り合い

ここに、 $\vec{H}'$ ：接点角 η の時の帯状部分に作用する水平方向の合力、

$\vec{V}'$ ：接点角 η の時の帯状部分に作用する鉛直方向の合力、

$\vec{H}$ ：ある1粒子すべての接点に作用している力の平均的な合力の水平成分、

$\vec{V}$ ：ある1粒子すべての接点に作用している力の平均的な合力の鉛直成分、

$\vec{F}_i$ ：粒子接触面に垂直に働く粒子間力。

式(12)、(13)の比をとると、次式が得られる。

$$\frac{\vec{H}'}{\vec{V}'} = \frac{\vec{H} + \sum (\vec{F}_i \cdot \cos \eta)}{\vec{V} + \sum (\vec{F}_i \cdot \sin \eta)} = \tan \delta \quad (14)$$

ここに、 δ ：粒子間の平均的摩擦角

式(14)で表される力の釣り合いを単位面積当たりの力の釣り合いに置き換えると、次式が得られる。

$$\tau = \sum (\vec{F}_i \cdot \sin \eta) / S \cdot \tan \delta - \sum (\vec{F}_i \cdot \cos \eta) / S + \sigma \cdot \tan \delta \quad (15)$$

ここに、 τ ：せん断応力、
 σ ：垂直応力、
 S ：せん断すべり面の面積。

式(15)をモール・クーロンの破壊基準式と対応させると、次のようになる。

$$\phi = \delta \quad (16)$$

$$c = \sum (\vec{F}_i \cdot \sin \eta) / S \cdot \tan \phi - \sum (\vec{F}_i \cdot \cos \eta) / S \quad (17)$$

ここで、 ϕ ：内部摩擦角、
 c ：見掛けの粘着成分。

式(2)、(10)、(11)、(17)を用いることによって、見掛けの粘着成分が次式のように得られる。

$$c = \left\{ \tan \phi \cdot \int_0^\pi (\overline{F}_i \cdot \sin \eta) dN - \int_0^\pi (\overline{F}_i \cdot \cos \eta) dN \right\} / S$$

$$= \frac{\pi}{\pi - 2} \cdot \overline{F}_i \cdot Nc \cdot \tan \phi \tag{18}$$

3.2 数値計算

しらすに対応する土質材料を想定し数値計算を行った。想定した材料の土質パラメータを表-1 に示す。計算の結果として、間隙水を保持する円管の最大管径 d を介して水分保持特性が式 (4)、(5)、サクシヨン-見掛けの粘着成分の関係が式 (5)、(18) から得られる。

数値計算によって得られた水分保持特性を図-8 に示す。図-8 から雨水が浸透することにより、土中の含水比が増えサクシヨンが低下していくことがわかる。飽和する含水比 25%付近では、サクシヨンがゼロになろうとする傾向が見られる。

表-1. 入力パラメータ

土粒子の密度 (g/cm ³)	2.37
水の表面張力 (N/m)	7.355E-02
土粒子の半径 (cm)	0.012
内部摩擦角 (°)	35.0
素体積高さ (cm)	0.002
管径の平均 (cm)	0.0012
管径の標準偏差 (cm)	0.0008
円管の傾き θ の p. d. fの最低高さ	0.159

図-8. 水分保持特性

図-9 は、サクシヨンとサクシヨンの効果による見掛けの粘着成分の減少量を表している。この図では、計算で得られた含水比約 0.0%の時のサクシヨン 340kPa を基準として、サクシヨンの変化に対する見掛けの粘着成分の変化を表している。雨水が浸透することによりサクシヨンが減少していくことで見掛けの粘着成分が減少していくことが図より見て取れる。特に、サクシヨンが約 80kPa の付近から、サクシヨンの低下に対して見掛けの粘着成分が急激に減少していることがわかる。

せん断試験で得られる見掛けの粘着成分は、サクシヨンの効果によるものの他に土粒子同士のかみ合わせ、セメンテーションによるものを含んでいる。そこで、せん断試験で得られた見掛けの粘着成分がサクシヨンの変化によってどのように変化するかについて考える。例えば、含水比が約 0.0%で、サクシヨンが 340kPa という土質材料をせん断し、得られた見掛けの粘着成分が約 8.0kPa であったと想定すると、図-10 が得られる。図-10 から、雨水が浸透し、サクシヨンが低下することで見掛けの粘着成分が減少していく様子がわかる。

図-9. サクシヨンと見掛けの粘着成分の減少量の関係

図-10. サクシヨンと見掛けの粘着成分の関係

これらの結果は、しらす斜面での表層すべり型崩壊の誘因である雨水の浸透による見掛けの粘着成分の減少を定量的に表すことができることを示している。

4. 結果と考察

しらす斜面を想定する。土質パラメータは表-1 の値を用い、しらす斜面は表-2 に示す形状等を想定する。計算結果を図-11 に示す。図-11 は見掛けの粘着成分と安全率との関係を示している。この図から、雨水が浸透し見掛けの粘着成分が低下することにより安全率が減少していく様子がわかる。すべり面の深さが30cmと50cmの時の安全率を比較すると、50cmの方が安全率が小さいことが見て取れる。また、すべり厚さが浅い方ほど見掛けの粘着成分の変化量に対する安全率の変化の割合が大きくなっていることがわかる。このことから比較的浅い所で生じる表層すべり型崩壊において見掛けの粘着成分が重要なパラメータになっていることがわかる。

表-2. 入力パラメータ

斜面の傾斜角 (°)	50.0
すべり長さ (m)	20.0
すべり土塊の分割数	5.0
スライス幅 (m)	1.0
A, C部分の長さ (m)	4.0
B部分の長さ (m)	12.0
すべり厚さ (cm)	30.0, 50.0
地下水	無し
内部摩擦角 (°)	35.0

図-11. 見掛けの粘着成分-安全率の関係

次に表-3 に示すようなしらす斜面を想定し、地下水の有無が安全率に与える影響について検討する。図-12 に計算結果を示す。図-12 では、地下水がすべり土塊内に存在しない場合と存在する場合について検討を行った。ここに、すべり土塊内に存在しない場合とは、図-1 ですべり面の最下端に地下水位があり、地下水がすべり土塊内に存在する場合とは、地下水位線がすべり面の最下端から 2m 上方にあるとした。この図より地下水が存在している方が、すべり厚さに関係なく危険度が増していることがわかる。

すべり厚さ 50cm、斜面長さ 20m、地下水無しで、斜面の傾斜角を 40°, 50°, 60° と変化させた時の安全率への影響を検討した結果が図-13 である。この図から角度が大きくなれば安全率が小さくなることがわかる。

図-14 は地下水無しで、すべり厚さ 50cm、すべり長さ 20m、傾斜角 50° での非円弧部分 (図-1 の A, C) の長さを 1 としてときの対する平面すべり部分 (図-1 の B) の長さの違いによる影響を考えた。図よりすべり長さが同じである場合、平面すべり部分の長さの大きい方が危険であると言える。

表-3. 入力パラメータ

斜面の傾斜角 (°)	30.0
すべり長さ (m)	20.0
すべり土塊の分割数	5.0
スライス幅 (m)	1.0
A, C部分の長さ (m)	4.0
B部分の長さ (m)	12.0
表層土厚 (cm)	50.0, 100.0
内部摩擦角 (°)	35.0

図-12. 見掛けの粘着成分-安全率の関係

図-13. 見掛けの粘着成分-安全率の関係

図-14. 見掛けの粘着成分-安全率の関係

図-15. 見掛けの粘着成分-安全率の関係

図-15 は地下水無しで、すべり厚さ 50cm、傾斜角 50°、非円弧部分(図-1のA,C)と平面すべり部分(図-1のB)の長さの比を 1:3:1 に固定し、すべり長さを 15m、20m、30m とした場合である。図よりすべり長さを変えても非円弧部分と平面すべり部分の比が同じであれば、ほとんど安全率には影響がないと言える。このことからすべり長さよりも非円弧部分に対する平面すべり部分の長さが重要であると言える。しらす斜面に危険を及ぼす素因について検討した結果、表層すべり型崩壊においては見掛けの粘着成分、地下水の存在、斜面の傾斜角や非円弧部分の長さに対する平面すべり部分の長さの比が斜面の危険度に大きな影響を与えていると言える。

5. まとめ

本研究では、豪雨時のしらす斜面における表層すべり型崩壊を予測するために有用な斜面安定解析手法を提案し、若干の考察を行った。しらす斜面での表層すべり型崩壊の誘因の 1 つである雨水の浸透による見掛けの粘着成分の減少量をサクシオン、含水比と関連づけ、定量的に評価する手法を提案した。地下水の存在、斜面の傾斜角や非円弧部分の長さに対する平面すべり部分との長さの比の影響を調べるためのパラメトリックな計算を行い、定量的な考察を加えた。

今後は、モデル土槽での斜面崩壊試験、実斜面での崩壊事例との比較による計算手法の妥当性の検証を行っていきたい。

謝意：本研究は科研費基盤(B),(C)（代表：北村）の援助を受けた。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 山田満秀, 北村良介：土木学会第 51 回年次学術講演会概要集第 3 部 (A)、pp. 428~429、1996.
- 2) 地盤工学会編：斜面安定解析入門、pp. 52~65、1996.
- 3) Kitamura, R, Fukuhara, S, Uemura, K, Kisanuki, G, and Seyama, M : A numerical model for seepage through unsaturated soil, Soils and Foundations, Vol. 38, No. 4, pp. 261-265, 1998.
- 4) Field, W. G : Towards the Statistical Deformation of a Granular Mass, Proc. 4th A. and N. Z. Conf. SMFE, pp. 143-148, 1963.

(2000 年 4 月 21 日受付)