グローバル企業の参入・撤退に伴う地域経済リスクのマネジメント:

金融オプションを活用したヘッジ戦略の分析*

Managing Regional Economic Risks due to the Entry and Exit of Global Firms:
A Study on Hedging Strategies with Financial Options *

高橋啓**・赤松隆***

By Kei TAKAHASHI** and Takashi AKAMATSU***

1. はじめに

グローバル経済の進展にともない地方都市はかつて経験したことのないリスクに直面している。なかでも、大規模工場などの地方都市からの撤退は、そのような経済リスクの1つである。このような施設を立地させている企業は世界的規模で利潤を追求するグローバル企業と呼ばれる企業である。グローバル企業は、特定地域とは直接関係のない生産要素市場の動向や為替の変動などに代表されるグローバル・リスクの影響を受け、施設の立地・撤退の意思決定を行っていると考えられる。つまり、グローバル企業の立地・撤退という離散的な行動により、地方都市には直接影響を及ぼさないグローバル・リスクが増幅して伝わり、地方都市の厚生に多大な影響を及ぼしていると考えられる。

このような地方都市がこうむるリスクを理論的に扱った研究として赤松ら¹⁾の研究が挙げられる。しかしこのモデルでは、都市側がリスクをヘッジする手段は地代のみであり、他のリスク・ヘッジ手法は考えられていない。企業の参入・撤退行動の元凶であるグローバル・リスク因子は金融・資本市場で取引されている資産となんらかの相関がある。従って、ヘッジ手法として地代設定とともに、金融・資本市場で取引される資産を用いた手法が考えられる。

そこで本研究では、金融・資本市場を活用し、

企業の撤退リスクをヘッジする手法の提案を行う。赤松らのモデルと同様にグローバル企業と地主をプレーヤーとした完備動学オプションゲームの枠組みを用いる。具体的には、地方都市側のグローバル企業撤退によるリスクをヘッジするために地主（地方都市）が金融オプションを購入するものとする。

2. 金融オプションを用いたリスク・ヘッジ

(1) 状況設定

いま、ある地方都市にグローバル企業が参入を計画している。グローバル企業は、参入・撤退は各一度のみ可能であるとする。参入予定地は地主が所有しているため、グローバル企業は参入した後は地主に地代を支払わなくてはならない。グローバル企業は参入するまでは一定の利潤を得ているものとし、参入後は每期グローバル・リスク因子の値に応じた収入を得、地代を支払う。また、参入・撤退の際には固定費用が必要であるとする。このような状況下で、グローバル企業は、無限満期における期待利潤を最大とするように参入・撤退タイミングを決定する。

一方、地主は時々刻々得られる地代収入により消費を行い、効用を得る。グローバル企業が参入するまでは、一定の地代収入を得ているが、参入後は、グローバル企業からの地代を得るようになる。また、企業に撤退されるリスクをヘッジするために金融オプションを購入する。その購入費用は無期限満期の支払いとする。撤退後は一定の地代収入と金融オプションのペイオフを得る。地主はこのような条件下で無限満期における自己の期待効用を最大化するように、金融オプション購入数と地代を決定する。ただし、地主が地代を決定するのは企業参入時のみであり、以後変更は出来ないものとする。

*キーワード：計画手法論，地域計画，産業立地

**正員，情報科学修士，（株）企画開発

（東京都渋谷区恵比寿西2-3-3，

TEL03-5458-1811

E-MAIL takahashi@crp.co.jp)

***正員，工博，東北大学大学院情報科学研究科

（宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉06

TEL022-795-7503

E-MAIL akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp)

(2) 定式化

a) グローバル企業の行動

まず、グローバル企業の行動を説明する。グローバル企業は、参入前は A_b 、撤退後は A_a 、そして参入中は確定的利潤にグローバル・リスク因子の値を掛け合わせた、 $A_i = (PD - R)X$ を時々刻々利潤として得る。ここで PD は確定的収入であり、 R は参入中に地主に支払う地代である。また、グローバル・リスク因子 X は以下の幾何ブラウン運動に従うものとする。

$$dX = \mu X dt + \sigma X dz, \quad X(0) = X_0 \quad (1)$$

ここで μ はドリフト、 σ はボラティリティ、 dz はウィナー過程の独立増分である。いま参入時刻を T_N 、撤退時刻を T_X とすると、企業の期待利潤は以下のように表される。

$$J_G \equiv E_0 \left[\int_0^{T_N} A_b e^{-ru} du + \int_{T_N}^{T_X} A_i e^{-ru} du + \int_{T_X}^{\infty} A_a e^{-ru} du - I e^{-rT_N} - E e^{-rT_X} \right] \quad (2)$$

ここで r は、割引率であり、安全利子率と等しいとする。また、 I は参入固定費用、 E は撤退固定費用をあらわす。

以上よりグローバル企業の行動は、

$$\max_{T_N, T_X} J_G, s.t. (1) \quad (3)$$

となる。このようなタイミングを求める問題は、リアル・オプション理論（例えば Dixit & Pindyck²⁾）により、最適参入・撤退時刻に対応した、最適参入閾値 X_N 、最適撤退閾値 X_X を求める問題へと帰着する。（詳しくは Harrison³⁾を参照。）

b) 地主の行動

地主は、グローバル企業参入前は B_b 、撤退後は B_a 、そして、参入中は自らがつける R という地代収入を時々刻々得る。また撤退後は地代収入に併せて金融オプションのペイオフを時々刻々得る。地主はこれらのキャッシュフローを消費に回し、効用を得るものとする。このフローの効用関数を $U(\cdot)$ としよう。地主は、グローバル企業が撤退することによる地代収入から得られる効用の減少を企業参入以後の時刻 T_0 において m 単位の金融オプションを購入することでヘッジしようとする。つまり、1 単位の土地と、 m 単位の金融オプションでポートフォリオを構築する。

ここで、地主がヘッジに用いる金融オプションは、企業撤退後単位時間当たり 1 のフローのペイオフを受け取るというオプションであり、時刻 t でのこのオプション価格を $\Xi(t)$ としよう。ただし、オプション購入支払い

は購入時刻以後、無限満期で均等に行うものとする。つまり単位時間あたり $rm\Xi(T_0)$ の支払いをすることになる。このようなオプション購入支払いスキームを用いることにより、地主に関するキャッシュの出入を全てフロー化し、定式化を簡便化できる。

以上より、地主の期待効用の総和は、これらのキャッシュフローを効用換算し、

$$J_L \equiv E_0 \left[\int_0^{T_0} F_{0,N} e^{-ru} du + \int_{T_N}^{T_0} F_{N,O} e^{-ru} du + \int_{T_0}^{T_X} F_{O,X} e^{-ru} du + \int_{T_X}^{\infty} F_{X,\infty} e^{-ru} du \right] \quad (4)$$

とあらわすことができる。ここで企業参入前、企業参入中・オプション購入前、企業参入中・オプション購入後、企業撤退後の各期間の効用は、それぞれ以下のように表される。

$$\begin{cases} F_{0,N} \equiv U(B_b) & 0 \leq t < T_N \\ F_{N,O} \equiv U(R) & T_N \leq t < T_0 \\ F_{O,X} \equiv U(R - rm\Xi(T_0)) & T_0 \leq t < T_X \\ F_{X,\infty} \equiv U(B_a - rm\Xi(T_0) + m) & t \geq T_X \end{cases} \quad (5)$$

従って、地主の行動は、

$$\max_{R, m, T_0} J_L, s.t. R \geq 0 \text{ and } (1) \quad (6)$$

となる。

(3) ゲームの均衡状態の定義

本研究では、完備完全情報の動学ゲームの枠組みで参入・撤退ゲームをモデル化する。まず、地主はグローバル企業の行動、すなわち自らが設定する地代により企業が参入（参入しないか）・撤退する（撤退しないか）か、を先読みできるものとする。すると、この仮定により、参入・撤退ゲームは、地主をグローバル企業の行動を先読みできるので先手、そしてグローバル企業を後手とした手番のゲームとなる。この仮定は赤松ら¹⁾と同様である。

この完備動学ゲームにおける均衡は、サブゲーム完全な均衡により定義される。

本研究における参入・撤退ゲームは、

サブゲーム 1…地主が期待効用を最大化するように地代、オプション購入数、及びオプション購入時刻を決定する

サブゲーム 2…地主の地代を見てグローバル企業が期待利潤を最大化するように参入・撤退時刻を決定する

という 2 つのサブゲームから成る。いま地主の最適地代、最適オプション購入数、及び最適オプション購入時刻を

図1 本ゲームの構造

それぞれ R^* , m^* , T_O^* , グローバル企業の最適参入・撤退時刻をそれぞれ T_N^* , T_X^* と置くと, サブゲーム完全な均衡は以下のようにあらわすことができる.

$$[(R^*, m^*, T_O^*), (T_N^*(R), T_X^*(R))] \quad (7)$$

サブゲーム完全な均衡を求めるためには, 逆向き推論により, まず図-1 に示すサブゲーム 2 を地代 R の関数として解き, その後にサブゲーム 1 を解けばよい.

3. オプションゲームの解析

サブゲーム完全な均衡解を求めるためには, 逆向き推論により, まず地代 R の関数として企業の問題を解き, それを所与として地主の問題を解けばよい. 最初に地主がヘッジに用いる金融オプションの市場価格を求める. その後に均衡解を得るために企業の問題, 地主の問題を順番に解く.

(1) 金融オプションの市場価格

ヘッジに用いる金融オプションは, グローバル・リスク因子 X を原資産とし, グローバル企業参入後, 企業の行動より求められる撤退閾値 X_X に到達後ペイオフを得るというオプションである.

このオプション価格は, 無裁定条件を満たす必要がある. これは以下の常微分方程式を満たすことと等価である. (例えば Hull⁴⁾, Garman et al.⁵⁾)

$$r\Xi(X) = \hat{\mu}X \frac{d\Xi}{dX} + \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 \frac{d^2\Xi}{dX^2} \quad (8)$$

ただし, $\hat{\mu}$ はリスク中立測度の下でのドリフトであり,

$$\hat{\mu} < r \quad (9)$$

であると仮定する. 境界条件 $\Xi(T_X) = 1/r$, $\Xi(\infty) \rightarrow 0$ のもとでこの常微分方程式を解けば, 以下のオプション価格を解として得る.

$$\Xi(X) = 1/(X/X_X)^{\beta_+} \quad (10)$$

ただし $\beta_{\pm} = 1/2 - \hat{\mu}/\sigma^2 \pm \sqrt{(1/2 - \hat{\mu}/\sigma^2)^2 + 2r/\sigma^2}$ である. なお, このオプションは無限満期のアメリカン・プット・オプションの購入数を調整することにより, 容易に複製可能である.

(2) 企業のサブゲームの解析

グローバル企業の行動は, 式 (3) であらわすことができる. ただし, グローバル企業は, 参入し初めて撤退オプションを手に入れることができる. この問題を解くにはまず, 参入オプションを行使済みの状態で最適撤退タイミングを求める問題を解き, 最適撤退閾値を求める. 次にこの最適撤退閾値を所与のものとし, 最適参入閾値を求める必要がある. グローバル・リスク因子 X が市場で取引されている資産であるため, すでに企業が参入している時刻 t ($T_N \leq t < T_X$) におけるグローバル企業の期待利潤 $\Omega(t)$ は, リスク中立確率の下での期待値として以下のように表される.

$$\Omega(t) \equiv E_{Q_t} \left[\int_t^{T_X} (PD - R) X e^{-r(u-t)} du - E e^{-r(T_X-t)} + \int_{T_X}^{\infty} A_a e^{-r(u-t)} du \right] \quad (11)$$

ここで, Q はリスク中立測度を表す. 最適な撤退閾値を求めるために, 仮に撤退閾値 X_X を与件として, 式 (11) の期待値を計算すれば, 次式を得る:

$$\Omega(X_t) = \lambda X_t + \left\{ \frac{A_a}{r} - \lambda X_X - E \right\} \left(\frac{X}{X_X} \right)^{\beta_-} \quad (12)$$

ここで,

$$\lambda \equiv \frac{PD - R}{r - \hat{\mu}} \quad (13)$$

である. また, グローバル・リスク因子 X は幾何ブラウン運動に従うため, 撤退閾値は正でなくてはならない. 従って, 以下の条件が必要である.

$$rE < A_a \quad (14)$$

$$R < PD \quad (15)$$

そして式(11)で示された期待利潤を最大化するような, 最適な参入閾値は, 利潤最大化の一階条件;

$$\frac{\partial \Omega}{\partial X_X} = 0 \quad (16)$$

より最適撤退閾値 X_X は以下のように地代 R の関数として求められる.

$$X_X(R) = \frac{\beta_-}{\beta_- - 1} \frac{r - \hat{\mu}}{r} \frac{A_a - rE}{PD - R} \quad (17)$$

次に, 第二段階として撤退閾値 X_X を所与のものとし, 撤退閾値を求めた手法と同様に, 時刻 0 でのグローバル企業の利潤を求める. 第一段階で定義した, $\Omega(t)$ を用い, 時刻 0 でのグローバル企業の期待利潤を以下のように表すことができる.

$$J_G = E_{Q_0} \left[\int_0^{T_N} A_b e^{-ru} du + \{ \Omega(T_N) - I \} e^{-rT_N} \right] \quad (18)$$

式(18)を撤退閾値の場合と同様に期待値演算を行うと、式(19)を得る。ただし、ここでは、企業が時刻 0 において参入することが考えられるため、企業が待つて参入する場合 ($X_0 \leq X_N$)、即参入する場合 ($X_0 > X_N$)、2 とおりの場合分けが必要である。

$$J_G = \begin{cases} \frac{A_b}{r} + \left[\lambda X_N - \left(\frac{A_b}{r} + I \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{1-\beta_-} \left(\frac{A_a}{r} - E \right) \left(\frac{X_N}{X_X} \right)^{\beta_-} \right] \left(\frac{X_0}{X_N} \right)^{\beta_-} & X_0 \leq X_N \\ \lambda X_0 - I + \frac{1}{1-\beta_-} \left(\frac{A_a}{r} - E \right) \left(\frac{X_0}{X_X} \right)^{\beta_-} & X_0 > X_N \end{cases} \quad (19)$$

第一段階と同様に、企業が待つて参入する場合の期待利潤の一階条件より、最適参入閾値 X_N は以下の方程式を満たす。

$$M_1 X_N^{\beta_-} + M_2(R) X_N + M_3(R) = 0 \quad (20)$$

ここで、

$$M_1 = \frac{\beta_+ - \beta_-}{1 - \beta_-} \left(\frac{A_a}{r} - E \right) \quad (21a)$$

$$M_2 = (\beta_+ - 1) \lambda X_X^{\beta_-} \quad (21b)$$

$$M_3(R) = -\beta_+ \left(\frac{A_b}{r} + I \right) X_X^{\beta_-} \quad (21c)$$

である。ただし、上式は最適参入閾値 X_N について非線形であるため、解析的に解を得ることはできず、数値的に求める。

以上のようにして、グローバル企業の行動は地代 R の関数として求められる。

(3) 地主のサブゲームの解析

地主の行動を具体的に解析するために、効用関数を以下の相対的リスク回避度一定 (CRRA 型) の効用関数とする。

$$U(x) \equiv x^\gamma / \gamma \quad (22)$$

ただし、 $1-\gamma$ はリスク回避度をあらわし、 $0 < \gamma < 1$ のパラメータである。

地主の期待効用は企業の行動と同様に参入前、撤退後二段階に分け、それぞれ地代 R 、オプション購入数 m そしてオプション購入時刻 t_0 に対するオプション購入閾値 X_0 の関数として求められる。ただし、表-1 に示すように、グローバル・リスクの初期値 X_0 及びオプション購入閾値 X_0 の値により、4 つに場合分けされ、期待値演算される。

まず、最適地代 R^* は地主の期待効用最大化の一階条

表-1 地主の期待効用 (J^L) の場合分け

時刻 0 で企業は参入しない場合: $X_N > X_0$	
$X_X \leq X_0 \leq X_N$	撤退時に必ずオプションを保有
$X_0 > X_N$	撤退時にオプションを保有しているとは限らない
時刻 0 で企業が参入する場合: $X_N \leq X_0$	
$X_X \leq X_0 \leq X_N$	撤退時に必ずオプションを保有
$X_0 > X_N$	撤退時にオプションを保有しているとは限らない

件；

$$\frac{\partial J_L}{\partial R} = 0 \quad (23)$$

より求める。ただし、解析的に求めることは不可能であるため、数値的に求める。

次に最適オプション購入数 m^* は、地代と同様に一階条件；

$$\frac{\partial J_L}{\partial m} = 0 \quad (24)$$

より求めると、4 つ全ての場合において以下のように求まる。

$$m^*(R) = R - B_a \quad (25)$$

注目すべきことに、式(25)は最適金融オプション購入数 m^* が地主のリスク回避度に拠らないことを示している。

最後に式(25)を期待効用の式に代入し、オプション購入閾値 X_0 についての一階条件；

$$\frac{\partial J_L}{\partial X_0} = 0 \quad (26)$$

より、 $X_0^* = X_N$ 即ち、最適金融オプション購入時刻は企業参入時であることも示される。

式(25)で求めたように、地主の最適戦略は、企業参入時に自らがつける参入中の地代 R と撤退後の地代 B^a の差を埋めるようにオプションを購入するという戦略である。実は、この効用最大化行動の結果である最適オプション購入数 m^* は完全ヘッジを行った場合の結果と一致している。ただし、ここで言う完全ヘッジとは 1 単位の土地と m_p 単位のオプションでポートフォリオを構築し、両者を用い完全にポートフォリオ価値の変動を打ち消すことをいう。土地とオプションのポートフォリオを企業参入中のある時刻 t での土地の価値を V_L 、オプション 1 単位の価値を V_O としよう。ここで、この土地とオプションで構成されるポートフォリオの価値の変動が全くない、すなわち、

$$\frac{\partial V_L}{\partial X} + m_p \frac{\partial V_O}{\partial X} = 0 \quad (27)$$

を満たす完全ヘッジ構成オプション数 m_p を求めると、

表-2 数値実験に用いたパラメータ

パラメータ	値	パラメータ	値
$\mu = \hat{\mu}$	0.0	A_b	20.0
r	0.04	A_a	20.0
B_b	20.0	PD	50.0
γ	0.5	I	20.0

$$m_p = R - B_a = m^* \quad (28)$$

が導かれる。つまり、時々刻々のポートフォリオ構成を変化させなくとも、 m^* 単位のオプションと 1 単位の土地で完全ヘッジが達成されている。本稿で採用しているオプションを用いれば、時々刻々の取引を行わなくとも、企業参入時に参入中と撤退後の地代の差を埋めるようにオプションを購入し、企業撤退時に行使すれば最適なヘッジを行うことが出来る。

4. 厚生面から見たリスク・ヘッジ戦略の比較

本章では、地主が現実的に取りうる 3 つの戦略：(I) オプションを用いた場合、(II) オプションを用いない場合、(III) 撤退に対しペナルティを課す契約を結んだ場合を比較し、どの戦略が地主にとって最も期待効用が高いのかを示す。また、企業にとって最も期待利潤が高い戦略についても考える。ただし、戦略(III)については、簡便化のため、一度参入したら撤退出来ない場合を想定し、比較を行う。これは、撤退に対するペナルティが非常に巨額で、事実上撤退出来ない場合に相当する。

最適戦略は、ボラティリティ σ 、グローバル・リスク初期値 $X(0)$ により大きく異なることが、数値実験よりわかっている。そこでボラティリティ・グローバル・リスク平面上で地主、企業にとって最適な戦略がどう異なってくるのかを示す。なお、その他のパラメータは以下の表-2 に示す値を用い、数値実験を行っている。

地主にとって最適な戦略、企業にとって最も望ましい戦略、それぞれ企業が撤退することによる地主の地代収入の減少が大きい場合 ($B_a = 10$)、地代収入の減少が小さい場合 ($B_a = 20$) を考える。

(1) 地主にとって最適な戦略

地主が選べる戦略は、(I) オプションを用いた場合、(II) オプションを用いない場合、(III) 一度参入したら撤退出来ない場合の 3 つである。ただし、地主にとって戦略 (I) が戦略 (II) に比べ地主にとって良い戦略であることは $m^* > 0$ つまり、オプションを用いた場合のオプション購入数が 0 ではないことから自明であるため、戦略 (I)、戦略 (III) の比較のみを行う。

図-2 $B_a = 10$ の場合 $X(0) = 2.0$ における地代

図-3 $B_a = 20$ の場合 $X(0) = 2.0$ における地代

図-4 地主にとって最適な戦略 ($B_b = 10$)

図-5 地主にとって最適な戦略 ($B_a = 20$)

最初に、解析的には解が得ることができない地代 R の戦略について述べる。ボラティリティ σ の変化に対する地主がつける地代 R の変化について、地主の地代収入の減少が大きい場合($B_a = 10$)、地代収入の減少が小さい場合($B_a = 20$)それぞれについて図-2、-3に示す。

まず、図-2、3における戦略(Ⅰ)オプションを用いた場合における[1]、戦略(Ⅲ)一度参入したら撤退出来ない場合における[1]、それぞれ領域では、企業は即参入する。この領域においては、地主はなるべく地代を下げ、企業の参入を促す。戦略(Ⅲ)では企業の撤退がないため、地主は安心して地代を下げ、戦略(Ⅰ)に比べ地代が低くなる。

一方、図-2、3における戦略(Ⅰ)オプションを用いた場合における[2]、戦略(Ⅲ)一度参入したら撤退出来ない場合における[2]、それぞれ領域では、企業は待つて参入する。この領域においては、地主は地代を上げ、企業をなるべく低い地代では参入させないようにする。この地主の行動は以下のようなメカニズムで生起する。戦略(Ⅰ)では企業が参入後に撤退する可能性があり、その場合は地主の地代収入が大きく減少してしまう。また、本モデルでは企業の参入・撤退は1回のみであり、完全に不可逆である。そのため、企業が参入する場合には、相応の高い参入中の地代を地主は必要とする。

これに対し、戦略(Ⅲ)では企業の撤退がないため、地主は安心して、ボラティリティの増加に伴う地代の上昇は緩やかである。ただし、地代収入の減少が小さい場合($B_a = 20$)には、オプションを用いた場合でも撤退リスクが小さくなるため、戦略(Ⅰ)においても安心して地代を下げ、両者の地代の差はほぼなくなる。

次に、図-4.5にボラティリティ-グローバル・リスク因子初期値平面上($\sigma - X_0$)での地主にとっての最適戦略を示す。図4に示すように、地主の地代収入の減少が大きい場合には地主にとっての最適戦略は常に、戦略(Ⅲ)一度参入したら撤退出来ない場合であることがわかる。一方、図-5に示すように、企業が撤退することによる地主の地代収入の減少が小さい場合には戦略(Ⅰ)オプションを用いた場合の領域が現れる。この撤退後の地代収入の減少の大小による最適戦略の変化は、以下のメカニズムで生起していると考えられる。

戦略(Ⅲ)一度参入したら撤退出来ない場合の期待地代収入の減少においては、撤退出来ないことにより、企業がグローバル・リスクの低下による利潤フローの減少を恐れ、参入確率が下がる。すると、参入確率の減少により、参入前の地代 B_0 に比べ高い参入中の地代 R を稼げる機会を地主は失い、地主の期待地代収入は減少する。つまり、戦略(Ⅲ)と、戦略(Ⅰ)オプションを用いた場合のオプション購入費用との大小関係により、最適な戦略

は決定されることが考えられる。

まず、一度参入したら撤退出来ない場合の、地主の期待地代収入の減少について詳しく説明する。一度参入したら撤退出来ない場合では、企業は1度参入したら撤退しないため、撤退後の地代は地主・企業の行動とは無関係であり、期待地代収入の減少はその他のパラメータにのみ依存する。これは、図-2、3において一度参入したら撤退出来ない場合の地主がつける地代曲線が同じであることから確認できる。

一方、オプション購入費用はオプション購入数に当然比例する。撤退による地代収入の減少が小さい場合には、式(25)で示されるオプション購入数は少なくなり、オプション購入費用も少なくて済む。以上より撤退による地代収入の減少幅が大きいほど、戦略(Ⅲ)一度参入したら撤退出来ない場合に比べ、戦略(Ⅰ)オプションを用いた場合は相対的に有利になることがわかる。

(2) 企業にとって最も望ましい戦略

地主の場合は企業の場合とは異なり、オプションを用いることにより期待効用が増加するのは自明である。しかし企業の場合はそうではない。なぜなら、企業は地主の戦略を直接左右することが出来ない。また、企業の期待利潤は企業に影響を及ぼす地主の戦略変数、すなわち地代にのみ直接的に左右されるからである。ここで、企業の期待利潤は、均衡地代の増加に対し単調減少であるため、各戦略において地主がつける参入中の地代 R について詳しくみる必要がある。

まず企業が撤退することによる地主の地代収入の減少が大きい場合($B_a = 10$)について、ボラティリティと参入中の地代の関係($\sigma - R$)をみる。

企業がただちに参入する領域①では、戦略(Ⅱ)オプションを用いない場合の地代が一番安くなる。これは、撤退オプションの売り手である地主が企業に撤退オプションを行使されるのを恐れ、地代を下げ、なるべく撤退させないようにするからである。戦略(Ⅰ)オプションを用いる場合では、戦略(Ⅱ)オプションを用いない場合に比べ、参入中と撤退後の収入に差がなくなる。そのため企業の撤退を恐れなくなり、戦略(Ⅱ)に比べ、安心して地代を上げる。従って、この領域では戦略(Ⅱ)オプションを用いない場合の地代が最も低くなり、企業にとって最適な戦略になる。この領域①が、図-6における左上の戦略(Ⅱ)の領域に対応する。

一方、領域②では、逆に戦略(Ⅲ)一度参入したら撤退出来ない場合の地代が一番低くなる。これは、ボラティリティが大きくなると撤退確率が上昇し、地主は低い地代で企業を参入させないように地代を上げるからである。戦略(Ⅱ)オプションを用いない場合では、企業に撤退オプションがあるために、(Ⅲ)一度参入したら撤退出来ない

図6 企業にとって最も望ましい戦略 ($B_a = 10$)

図7 企業にとって最も望ましい戦略 ($B_a = 20$)

い場合に比べ参入しやすい。そのため戦略(II) オプションを用いない場合では企業に参入しないように、戦略(III)と比べさらに地代を上げる。従って、領域②では戦略(III)が企業にとって最善となる地主の戦略であり、この領域が図3における戦略(III)の領域に対応する。

この地代変化の大まかな性質は地代収入の減少が小さい場合 ($B_a = 20$) も同様である。ただし地代収入の減少が小さいために、撤退をあまり恐れなくなり、ボラティリティが大きい場合の戦略(II) オプションを用いない場合、(III) 一度参入したら撤退出来ない場合の優劣が変化する。具体的には、図7に示すように、②は②と③に別れ、③では、地代が逆転してしまう。両者が一致した場合、撤退オプションがある戦略(II)の方が企業の期待利潤が高くなるため、③では戦略(II) オプションを用いない場合が企業にとり最善となる地主の戦略になる。

また、②、③の境界線③側にある狭小な領域[3]においては、戦略(I)、(II)の地代は同一であり、戦略(III)の地代との差が小さいため、撤退オプションがある戦略(I)、(II)が無差別で企業にとって最善となる地主の戦略となる。なお、この戦略(I)、(II)が無差別となる領域[3]は数値実験により、表2のパラメ

ータの下では、企業撤退後の地代 B_a が 19.3 以上の場合のみ生起することが確かめられている。この領域[3]の生起条件は、戦略(III)の地代と戦略(I)、(II)の地代が撤退を恐れないことにより近づき、なおかつ、戦略(I)、(II)の地代が同一であることが必要である。この条件を満たすのが、戦略(I)、(II)では、企業が即参入し、戦略(III)では待つ参入する領域であると考えられる。

5. まとめ

本研究では、金融オプションを用いた地域経済リスクのヘッジ手法を考えた。その結果、大きく分け以下の2つのことが分かった。まず、オプションを用いたリスク戦略については、地主の期待効用最大化の結果が完全ヘッジ戦略に一致し、最適オプション購入時刻が企業参入時であることが示された。

次に、オプションを用いる場合と用いない場合、一度参入したら撤退出来ない場合の3つの戦略を比較し、以下のことがわかった。

まず、企業が撤退することによる地主の地代収入の減少が小さく、企業が待つ参入する場合には、地主にとってオプションを利用するのが最適な場合が存在することがわかった。つまり、企業が都市に与える影響が小さく、即参入しない場合には、地方都市にとり、オプションを用いることは有益である。

次にオプションを用いることにより、企業が一度参入したら撤退出来ない場合と比較し、やや意外なことに、撤退による地代収入減少が小さい場合の一部を除きパレート改善しないことがわかった。このパレート改善する範囲は、企業参入前の地代と企業撤退後の地代がほぼ変わらない領域でのみ生起している。従って、一般的には企業の撤退による地方都市の厚生が参入前と比べ減少すると考えるのが妥当であるため、オプションを用いることによりパレート改善できる機会は少ないといえる。

オプションを用いることにより撤退リスクを完備リスク化しているにもかかわらず、企業が一度参入したら撤退出来ない場合と比較し、パレート改善しない理由として地代が不完全競争下で決定されている点があげられる。本モデルでは地代が特定の企業と地主とのゲームによって決定される。そのため、完全競争下で最も社会的に良くない戦略であるはずの企業が一度参入したら撤退出来ない場合が最適な戦略になってしまう。もし複数の都市、企業の競争下となれば、より完全競争市場に近づくため、金融オプションは有効なヘッジ手法となるだろう。

複数主体競争下、税収・雇用を考慮した地方都市の厚生の厳密化といった、より一般化された状況下での金融・資本市場を用いたリスク・ヘッジ手法の提案については、追って報告したい。

参考文献

- 1) 赤松隆, 棟方章晴, 大庭靖史: グローバル企業の参入・撤退に伴う地域経済リスクに関する研究, 土木学会論文集, mimeo.
- 2) A.K. Dixit, R.S. Pindyck: *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.
- 3) J.M.Harrison: *Brownian Motion and Stochastic Flow Systems*, John Wiley & Sons, 1985.
- 4) J.C.Hull: *Options, Futures, and Other Derivatives Fifth Edition*, Prentice Hall, 2003.
- 5) Garman, Mark, Steven Kohlhagen : Foreign currency option values, *Journal of International Money and Finance*, vol.2, pp.231-237, 1983.
- 6) P. Wilmott: *Paul Wilmott on Quantitative Finance*, John Wiley & Sons, 2000.
- 7) S.R.Grenadier: The Strategic Exercise of Options: Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets, *The Journal of Finance*, Vol. 51, No.5, pp.1653-1679, 1996.
- 8) S.R.Grenadier: Option Exercise Games: An Application to the Equilibrium Investment Strategies of Firms, *The Review of Financial Studies*, Vol. 15, No.3, pp.691-721, 2002.

グローバル企業の参入・撤退に伴う地域経済リスクのマネジメント:

金融オプションを活用したヘッジ戦略の分析*

高橋啓**・赤松隆***

本稿では、金融オプションを用いてグローバル企業の参入・撤退リスクをヘッジする戦略について分析を行った。この結果、期待効用最大化の結果得られる地主の最適ヘッジ戦略は、完全ヘッジ戦略に一致することが示された。また、1)金融オプションを用いた場合、2)撤退に対しペナルティを課す場合、3)何も用いなかった場合、の3つの戦略を比較した場合、金融オプションを用いた場合が必ずしも最適な戦略ではないことが明らかになった。さらに、金融オプションを用いてほとんどパレート改善は達成されないことも明らかになった。

Managing Regional Economic Risks due to the Entry and Exit of Global Firms:

A Study on Hedging Strategies with Financial Options *

By Kei TAKAHASHI** and Takashi AKAMATSU ***

This paper studies financial hedging strategies against regional economic risks due to the entry and exit of global firms. It is shown that the landowner's optimal hedging strategy based on utility maximization agrees with a dynamic portfolio replicating strategy. Comparing three hedging strategies, 1) using financial options, 2) setting penalties for firm's exit behavior, and 3) laissez-faire, we disclose that using financial options is not necessarily the best strategy for the landowner. Furthermore, we show that using financial options cannot achieve Pareto improvement.