リスク態度を考慮した準動的配分モデル*

A Semi-Dynamic Assignment Model Considering Drivers' Responses to Travel Time Uncertainty*

小松良幸**・中山晶一朗***・高山純一****

By Yosiyuki KOMATSU**・Shoichiro NAKAYAMA***・Jun-ichi TAKAYAMA****

1. はじめに

道路整備に関する財政状況が厳しさを増すなか、質の高い社会資本整備や効率的かつ透明性の高い行政サービスの提供が求められている。そこで、実務レベルにおいても、経験的要素による影響が少なく、計算者が誰でもあっても解が一つに定まる利用者均衡配分モデルが利用されつつある。しかし、現在の実務で利用されている利用者均衡配分モデルの多くは日単位によるものであり、時間帯ごとに異なる交通流の変化やピーク時の道路区間混雑の時間的変化を予測することは困難である。

また、ピーク時における交通の多くは通勤や業務目的のトリップであり、到着時刻制約のある場合が多く、確実に時間内に到着することが求められる。つまり、日々変化する交通量や旅行時間のばらつきがどれほどであるのかを考慮に入れた行動を行っている可能性がある。したがって、時間帯別の旅行時間および交通量の変動を正確に表現することが重要であるといえる。さらに、ITS（高度道路交通システム）や VICS（道路交通情報通信システム）を用いた情報提供などの交通施策の効果分析のためには、道路ネットワーク上で時々刻々と変化する様々な不確実性を計測・評価することが必要であり、そのために不確実性を考慮することができる配分モデルは有効であると考えられる。

交通流の時間変化やピーク時の道路区間混雑の時間的変化を実ネットワークで比較的簡便に予測するために、従来から時間帯別交通量配分モデルの提案が行われている。既存の時間帯別交通量配分モデルは、次の時間帯に影響を及ぼす交通量(残留交通量)の表現方法によって、OD修正法、リンク修正法、待ち行列の3つに分類することが可能であろう。

*キーワード：交通ネットワーク分析

**正員、大町建設事務所

***正員、博(工)、金沢大学環境デザイン学系

(金沢市角間町 Tel: 076-234-4614,

E-mail: snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp)

****フェロー、工博、金沢大学環境デザイン学系

(金沢市角間町 Tel: 076-234-4613,

E-mail: takayama@t.kanazawa-u.ac.jp)

藤田ら¹⁾や宮城・牧村²⁾が提案した OD 修正法は、経路上の各リンクにおける残留交通を平均化し、OD 単位で修正を行う方法である。OD 交通量単位での残留交通量の修正を行うことによって、各リンクでの渋滞を厳密に表現できないという限界はあるが、Beckmann 型の需要変動型均衡モデルとして定式化を行うことが可能であるため、実務や他の配分モデルへの拡張等の観点からは、実用的な方法である。また、藤田ら¹⁾は OD 修正法と同時にリンク修正法も提案している。リンク修正法とは、リンク交通量単位で残留交通量の修正を行っているが、修正後の等時間原則を満たすことが難しいという問題点があった。そこで、藤田ら³⁾は均衡リンク法を作成した。均衡リンク法は、修正後も等時間原則が満たされるように変分不等式による定式化を行って、リンク修正法を改良したものである。同時に藤田ら³⁾は、渋滞を考慮したリンクコスト関数を設定し、均衡リンク修正法によりリンクでの渋滞表現を試みている。赤松ら⁴⁾や菊地ら⁵⁾、Lam et al.⁶⁾は、待ち行列台数が明示的な内生変数として表現できるモデルを提案し、変分不等式問題を用いて定式化を行っている。このモデルは、固定需要問題の場合、Frank-Wolfe 法を用いた通常の利用者均衡問題におけるコスト関数を多少修正するだけで実行可能であるという利点も挙げられる。しかし、以上の研究では、解の一意性が検討されていないため、現在実務レベルで用いられている静的配分のように計算者が誰でもあっても解が一つに定まるモデルが望まれる。そこで、中山⁷⁾は、残留交通量によって、混雑の時空間移動を記述でき、解が唯一となるリンクベースで計算することが可能な準動的配分モデルの提案を行っている。

従来の道路ネットワークにおける不確実性を考慮した配分では、交通量、旅行時間、交通容量の3つに対して各要素が有する不確実性を考慮したモデルが提案されている。

交通量の不確実性を考慮した配分モデルの多くは、道路利用者の行動による影響を考慮したものが多く、Clark と Watling⁸⁾は、交通需要の確率分布がポアソン分布に従うと仮定した交通量配分モデルの提案を行っている。また、中山ら⁹⁾、¹⁰⁾は交通需要の確率分布が正規分布に従うと仮定した交通量配分モデル⁹⁾や交通需要の確率分布

がガンマ分布や二項分布に従うと仮定し同時に確率的な経路選択を行うことができる確率的ネットワーク均衡モデルの提案を行っている。

旅行時間の不確実性を考慮した配分モデルでは、自由旅行時間の不確実性を考慮したモデルと、道路利用者の交通行動によって生じる旅行時間の不確実性をセーフティマージンとして考慮したモデルがある。自由旅行時間に関する研究として、Mirchandani et al.¹¹⁾は、リンクの走行時間関数としてBPR関数を採用し、その自由走行時間が確率的に変動した場合の確率的利用者均衡について分析を行っている。また、棟方ら¹²⁾も自由旅行時間が幾何Brown運動に従うとした場合の動的システム最適配分モデルの提案を行っている。これに対して、道路利用者の交通行動によって生じる旅行時間の不確実性に関する研究として、Shao et al.¹³⁾は交通需要が正規分布に従って確率変動し、それに伴い旅行時間も正規分布に従って変動すると仮定した配分モデルの提案を行っている。飯田・内田¹⁴⁾は、リスク分析の枠組みで旅行時間変動リスクのマネジメント問題を整理し、従来の配分問題を拡張したリスク配分問題を示すとともに、数値計算例を通じリスク配分の特性を示している。

交通容量の不確実性を考慮した配分モデルに関する研究として、Lo et al.^{15),16)}は、日々の交通行動により交通容量自体も確率変動することを考慮した配分モデルの提案¹⁵⁾を行っている。また、交通容量の変化に基づく旅行時間変動をセーフティマージンとして考慮したリスク回避型の交通行動を把握できるモデルの提案¹⁶⁾も行っている。

既存の時間帯別交通配分モデルは、交通量や旅行時間の不確実性を考慮せず、確定的に取り扱っている。また、従来の道路ネットワークにおける不確実性を考慮した配分モデルは、様々な要素における不確実性を考慮したモデルが提案されている。しかし、そのほとんどのモデルが静的な配分を拡張したものである。

そこで、本研究では、旅行時間に関する不確実性を考慮に入れた実効旅行時間を用いたリスク態度を考慮した準動的配分モデルの提案を行う。本研究で提案したモデルによって、旅行時間の不確実性を考慮することによる交通流の変化の把握および不確実性を考慮したことによるネットワークの信頼性の変化を把握することが可能となる。

本稿の構成は以下の通りである。まず、第2章では、交通需要および旅行時間に関する不確実性の表現方法について説明する。次に、第3章では、中山⁷⁾の提案したモデルを拡張し、旅行時間の不確実性を考慮することのできる準動的配分モデルの定式化を行う。第4章では、提案したモデルを実際の道路ネットワークである金沢市ネットワークへ適用した際の結果を示す。最後に、第5章

では、本研究のまとめと今後の課題について述べる。

2. 不確実性の表現

(1) 交通需要の不確実性の表現

本研究では、旅行時間が変動する原因は交通需要が変動することと仮定し、中山らが提案した確率的交通均衡モデル⁹⁾の考え方と同様にOD交通量の分布が正規分布に従う交通量であるものとして計算を行う。

まず、道路利用者がトリップを行う確率は一定と考えると、あるノードから発生するトリップ数は二項分布に従うことになる。二項分布はその平均が大きい場合、正規分布で近似することが出来るため、トリップ数の確率分布は正規分布に従うと仮定する。また、均衡状態において、道路利用者は時間帯別に各々が利用する各ノードから目的地ノード n までに通過するリンクを定めるとする。さらに、実際のネットワークでは、対象とするリンク交通量と対象リンクの周辺におけるリンク交通量との間には相関関係があるが、実際のネットワークへ適用やモデルの簡便化、計算量を削減するために「目的地ノード別のリンク交通量間で独立である」ことも仮定する。

以上の説明から時間帯 t において目的地をノード n とするノード i とノード j との間のリンク(リンク ij)への流入交通量の確率変数 X_{ijn} (以降、大文字で表される変数は確率変数を意味することとする)は、独立な正規分布 $N[E[X_{ijn}], Var[X_{ijn}]]$ に従うことになる。ここで、 $E[X_{ijn}]$ 、 $Var[X_{ijn}]$ は目的地をノード n とするリンク ij 間流入交通量の期待値および分散で、 $N[E[X_{ijn}], Var[X_{ijn}]]$ は $E[X_{ijn}]$ 、 $Var[X_{ijn}]$ を平均及び分散として持つ正規分布である。本研究では、交通量の不確実性の度合いの大きさを表現するために分散を用いている。したがって、本来ならば確率分布を仮定している各リンクの交通量について期待値及び分散を与件とする必要がある。そこで、期待値についてはセンサスやパーソントリップ調査のデータを用いることになる。しかし、分散については値そのものが分からないことがほとんどである。そこで、リンク交通量の期待値に比例して分散が決定されると仮定し、分散の値を設定する。したがって、目的地をノード n とするリンク ij 間の交通量の分散を以下の式によって表現する。

$$Var[X_{ijn}] = \eta E[X_{ijn}] \quad (1)$$

ここで、 η は、正のパラメータである。

上記の仮定によって、目的地をノード n とするリンク ij 間への流入交通量の確率変数 X_{ijn} は独立な正規分布に従うことになる。また、トリップの発生が各人で独立に行われると仮定しているため、OD交通量はODごとに独立であり、目的地をノード n とするリンク ij 間への流入

交通量の和として表現されるリンク ij 間のリンク流入交通量の確率変数 X_{ijt} は正規分布の再生性(独立な正規変数の和は正規変数となる)から正規分布に従うことになり、式(4)のように表現することが出来る。

$$E[X_{ijt}] = \sum_n E[X_{ijnt}] \quad (2)$$

$$Var[X_{ijt}] = \sum_n Var[X_{ijnt}] = \eta \sum_n E[X_{ijnt}] \quad (3)$$

$$X_{ijt} \sim N \left[\sum_n E[X_{ijnt}] \eta \sum_n E[X_{ijnt}] \right] \quad (4)$$

(2) 旅行時間の不確実性の表現

本研究では、リスク態度を考慮した配分を行うためにリンク旅行時間のばらつき(不確実性)を考慮に入れたリンクコスト関数を用いている。そこで、リンク旅行時間の期待値および不確実性を表現することが必要となる。ここで、本研究では、各リンクに関する旅行時間の不確実性として、分散を用いることとする。リンク ij 間の旅行時間の期待値 $E[H_{ijt}]$ は、BPR 関数を用いて以下のよう表現する。

$$E[H_{ijt}] = t_{ij0} (1 + \alpha E[X_{ijt}^\beta] / c_{ij}^\beta) \quad (5)$$

ここで、 t_{ij0} はリンク ij の自由旅行時間であり、 c_{ij} はリンク ij の交通容量である。式(5)の計算を行うためには、 $E[X_{ijt}^\beta]$ を計算しなければならない。そこで、 $E[X_{ijt}^\beta]$ を計算するために積率母関数¹⁷⁾を用いた結果を式(6)に示す。なお、本研究では、BPR 関数のパラメータを $\alpha=0.15$ 、 $\beta=4$ としている。

$$E[H_{ijt}] = t_{ij0} \left(1 + 0.15 \left(3\eta E[X_{ijt}]^2 + 6\eta E[X_{ijt}]^3 + E[X_{ijt}]^4 \right) / c_{ij}^4 \right) \quad (6)$$

本研究では、 $E[X_{ijt}]^4$ と $E[X_{ijt}^4]$ の意味合いは異なったものになる。 $E[X_{ijt}]^4$ は式(7)に示すようなリンク ij 間のリンク流入交通量の期待値 $E[X_{ijt}]$ の積であり、 $E[X_{ijt}^4]$ は式(8)に示すような積率母関数である。

$$E[X_{ijt}]^4 = E[X_{ijt}] \times E[X_{ijt}] \times E[X_{ijt}] \times E[X_{ijt}] \quad (7)$$

$$E[X_{ijt}^4] = 3(\eta E[X_{ijt}]^2 + 6(E[X_{ijt}]^2)(\eta E[X_{ijt}]) + 6(E[X_{ijt}])^4) \quad (8)$$

次に、リンク旅行時間の分散 $Var[H_{ijt}]$ は以下の式によって算定する¹¹⁾。

$$Var[H_{ijt}] = E[H_{ijt}^2] - (E[H_{ijt}])^2 \quad (9)$$

3. 準動的配分モデルの定式化

(1) 準動的配分モデルの位置づけ

交通ネットワーク分析において、どのようなモデルや手法を用いるかは目的や入手可能なデータ、求められる精度などにより異なってくる。そこで、本研究のような準動的配分モデルの利用に適した場面を明らかにするために、静的配分モデル・準動的配分モデル・動的配分モデル・交通流(ミクロ)シミュレーションの各アプローチの特徴との比較を行う。ここでは、詳細性(再現できる交通流の詳細さ)、計算負荷量(計算量および計算時間の大きさ)、モデルの透明性の観点から比較を行うこととする。

まず、詳細性については、詳細な OD データ(秒および分単位の OD データ)が存在しているのであれば、現実再現性という点で交通流シミュレーションが最適であるといえるが、詳細な OD データが入手できない場合には、準動的配分モデルが適している。しかし、既存の準動的配分モデル^{1),2),3)}では、残留交通量は OD 単位での修正であり、リンク毎の交通流を適切に表現できていない、その点、本研究で提案するモデルは、残留交通量をリンク単位で修正することが可能となる。

次に、計算負荷量については、確立した効率的な計算アルゴリズムが存在している静的配分モデルや既存の準動的配分モデルが最適である。これに対して、本研究で提案したモデルは、静的配分モデルや既存の準動的配分モデルのような効率的な計算アルゴリズムが存在しないため、計算時間がかかってしまうという問題点がある。

また、モデルの透明性については、誰が計算を行っても解が同様になることやブラックボックスが少ないという観点からは、本モデルは静的配分モデルや従来の準動的配分モデルと同様の水準であり、様々なパラメータを利用する交通流シミュレーションよりも透明性が高いといえる。

以上より、本研究で提案するモデルは、詳細な OD データを入手できない場合におけるモデルの詳細性を向上させたモデルである。しかし、計算負荷量が従来の準動的配分モデルよりも劣るという短所がある。最後に当然のことであるが、各モデルや手法には長所と短所があるため、状況に応じてこれらのモデルや手法を使い分けが必要であることが重要である。

(2) 実効旅行時間の表現

本研究では、リスク態度を考慮した配分を行うためにリンク旅行時間の不確実性を考慮に入れたリンクコスト関数として式(10)に示すような実効旅行時間^{10), 14)} v_{ijt} を用いている。実効旅行時間とは、到着時刻に制約がある場合において道路利用者が認識している旅行時間であり、所要時間の期待値のみではなく、その不確実性(ばらつき)も考慮に入れた旅行時間である。つまり、到着制約

のある道路利用者が遅刻を回避するために、所要時間の不確実性を考慮して出発時刻を決めることを考慮したものである。

$$v_{ijt} = E[H_{ijt}] + \gamma \cdot Var[H_{ijt}] \quad (10)$$

ここで、 γ はリスク態度を示すパラメータ($\gamma > 0$ ならばリスク回避、 $\gamma = 0$ ならばリスク中立、 $\gamma < 0$ ならばリスク選好)である。なお、通常実効旅行時間^{10), 14)}では、旅行時間の不確実性として標準偏差が用いられているが、本モデルでは、計算の簡略化のために、分散を用いている。

(3) 定式化に必要な仮定

リスク態度を考慮した準動的配分モデルの定式化に当たり、必要となる仮定は、以下の通りである。

1. 任意の時間帯を一定の長さの複数の時間帯に分割できる。
2. 時間帯内では、各状態は一定(一樣)であり、期待旅行時間および実効旅行時間も一定である。
3. 時間帯にリンクを通過できなかったリンク流入交通量は次の時間帯に残留する。
4. リンクに流入した期待リンク交通量は流入した時間帯またはその次の時間帯に当該リンクから流出する。
5. 実効旅行時間および期待旅行時間の表現方法はそのリンクの期待流入交通量の関数を用いる。
6. リンクコスト関数は(狭義)単調である。
7. リンク上の期待残留交通量は次の時間帯では、そのリンクの終点ノードからの期待発生交通量として扱う。
8. フロー保存条件式は期待値によって成立する。

なお、仮定8については、本来であればフロー保存条件は常に成立しているもので、確率変数による表記にしなければならないが、本研究では、モデルの定式化上、期待値を用いることになる。

本研究では期待残留交通量は各リンク上に存在した状態で次の時間帯へ移行することを考えているが、仮定5より、期待流入交通量のみが旅行時間算定に影響するため、流入した後の期待残留交通量を陽に扱う必要性がないことになる。さらに、仮定4から、リンク上の期待残留交通量は流入した次の時間帯内でそのリンクを必ず流出することになるため、そのリンクの終点ノードからの期待発生交通量として取り扱うことができる。

(4) 残留交通量の表現

本研究では、残留交通量として藤田ら^{1), 3)}や宮城ら²⁾が提案している旅行時間に基づいた算定方法を用いる。したがって、残留交通量の期待値 $E[Y_{ijt}]$ は、実際にリンク ij 間に残留する交通量であるので、ドライバーの認知

時間である実効旅行時間ではなく、リンク ij を通過するのに要した実際の旅行時間(リンク ij 間の期待旅行時間 $E[H_{ijt}]$)を用いて算定されることになる。

$$E[Y_{ijt}] = E[X_{ijt}] \cdot E[H_{ijt}] / \lambda \quad (11)$$

ここで、 λ は時間帯の幅である。

(5) 均衡条件の定式化

本研究では、仮定4から、時間帯 t にリンク ij へ流入した期待流入交通量は、時間帯 t もしくは時間帯 $t+1$ にリンク ij を通過することになる。また、仮定2から時間帯 t における道路利用者は一様であることを仮定しているので、時間帯 t に道路上に存在する道路利用者が考慮する認識最小実効旅行時間は時間帯内に目的地へ到着する道路利用者と残留交通量となる道路利用者共に同じ値のものとなるはずである。したがって、時間帯 t に道路上に存在する道路利用者が考慮する認識最小実効旅行時間は、時間帯 t におけるリンク ij の終点ノード j からの最小実効旅行時間は w_{jnt} ではなく、時間帯 t にリンク ij 上に存在する道路利用者が認識する最小実効旅行時間 v_{ijnt} となる。すなわち、期待流出交通量が経験する最小実効旅行時間 w_{jnt} と期待残留交通量が経験する最小実効旅行時間 w_{jnt+1} を内分化した値が、時間帯 t にリンク ij 上に存在する道路利用者が認識する認識最小実効旅行時間 v_{ijnt} となる。認識最小実効旅行時間 v_{ijnt} を式で表すと式(12)となる。

$$\begin{aligned} v_{ijnt} &= \frac{E[Z_{ijnt}]}{E[X_{ijnt}]} w_{jnt} + \frac{E[X_{ijnt}] - E[Z_{ijnt}]}{E[X_{ijnt}]} w_{jnt+1} \\ &= \frac{E[Z_{ijnt}]}{E[X_{ijnt}]} w_{jnt} + \frac{E[X_{ijnt}] - E[Z_{ijnt}]}{E[X_{ijnt}]} w_{jnt+1} \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $E[Z_{ijnt}]$ は、目的地を n とするリンク ij 間期待流出交通量であり、 $E[X_{ijnt}]$ は目的地を n とするリンク ij 間期待流入交通量、 $E[Z_{ijnt}]$ はリンク ij 間の期待流出交通量である。また、桑原・赤松¹⁸⁾が示すように、様々な目的地を持つ交通が混在しているリンクにおいて、FIFO 条件が成立するためには、各目的地の流入率と流出率は等しくなければならないので、任意のリンク ij においては以下の式が成立することになる。

$$\frac{E[Z_{ijnt}]}{E[X_{ijnt}]} = \frac{E[Z_{ijnt}]}{E[X_{ijnt}]} \quad (13)$$

したがって、式(13)から式(12)の右辺となる二つの式が成立することになる。ここで、実際のネットワークにおいては、「各目的地別の流入率と流出率が等しい」という仮定は必ずしも成立してはいないと考えられる。この仮定の成立の程度により、解の推計精度が変化することもあると考えられる。よって、実ネットワークにおける各目

的地別の流入率と流出率の成立の程度と推計精度の関係を検証し、目的地別の流入率と流出率の変化を考慮することのできる準動的配分モデルを構築していくことが今後の課題である。

上記の認識最小実効旅行時間 v_{ijnt} を用いた均衡状態は以下ようになる。

「リンク ij の実効旅行時間 v_{ijnt} と時間帯 t にリンク ij 上に存在する道路利用者が認識するリンク終点ノード j から目的地 n までの認識最小実効旅行時間 v_{ijnt} の和がリンク起点ノード i から目的地 n までの最小実効旅行時間 w_{int} と等しい場合リンク ij を選択する。」

この均衡状態に基づいて均衡条件の定式化を行うと、式(14)となる。

$$\begin{cases} w_{int} = v_{ijnt} + v_{ijnt} & \text{if } E[X_{ijnt}] \geq 0 \\ w_{int} \leq v_{ijnt} + v_{ijnt} & \text{if } E[X_{ijnt}] = 0 \end{cases} \quad (14)$$

(6) フロー保存条件の定式化

配分を行うためには、フロー保存条件も成立しなければならない。本研究では、仮定 8 より、フロー保存条件は期待値によって表現することになる。したがって、フロー保存条件は以下のように考えることとする。

「目的地ノード n を除く全ノードについて、ノードへ流入する目的地ノード別期待交通量とノードから流出する目的地ノード別期待交通量は等しくなければならない。」

また、本研究では、仮定 7 より期待残留交通量は、リンクの終点ノードからの発生交通量の一部に含まれることになる。したがって、ノード i に関する時間帯 t における目的地 n への発生交通量の期待値 $E[Q_{int}]$ は以下の式によって表現される。

$$E[Q_{int}] = E[D_{int}] + \sum_k (E[Y_{kint-1}]) \quad (15)$$

ここで、 $E[D_{int}]$ は、時間帯 t における OD ペア in 間の交通量の期待値である。

フロー保存条件は式(15)を考慮して定式化を行うと、式(16)となる。

$$\sum_k E[Z_{kint}] + E[Q_{int}] = \sum_j E[X_{ijnt}] \quad (16)$$

(7) 相補性問題による定式化

3章4節および3章5節において定式化を行った均衡条件およびフロー保存条件は、式(17)、式(18)に示すような相補性問題として定式化することが出来る。

$$\begin{aligned} E[X_{ijnt}] (v_{ijnt} + v_{ijnt} - w_{int}) &= 0 \\ E[X_{ijnt}] &\geq 0, v_{ijnt} + v_{ijnt} - w_{int} \geq 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} w_{int} \left(\sum_j E[X_{ijnt}] - \sum_k E[Z_{kint}] - E[Q_{int}] \right) &= 0 \\ w_{int} &\geq 0, \sum_j E[X_{ijnt}] - \sum_k E[Z_{kint}] - E[Q_{int}] \geq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\forall (i, j) \in A_n, n \in B, t \in T$$

ここで、 A_n は、始点が n 以外リンクに関する始点終点ノードペアであり、 T は時間帯の集合、 B は目的地ノードの集合である。

(8) 本モデルの特徴

本研究の準動的配分モデルの特徴は以下の通りである。

式(12)で定義された v_{ijnt} を用いた均衡条件の定式化(式(14))は、残留交通量は残留後は次の時間帯で走行するため、その部分の旅行時間は次の時間帯での旅行時間を用いて、また、残留しない交通量はその時間帯での旅行時間を用いて、最小期待旅行時間の経路を選択していることを意味する。ここでは、それらを陽には区別して配分せず、それぞれの存在割合により内分された旅行時間を扱っている。つまり、残留する場合としない場合の平均的な旅行時間であり、この平均的な旅行時間について均衡が成立している。

このように次以降の時間帯の旅行時間を加味して均衡配分されているため、本モデルでは、全時間帯を同時に扱う必要があり、計算上の負荷が問題となる可能性がある。よって、一日を非常に多くの時間帯に分割することには適していない。

中山⁷⁾に証明が記載されている通り、解の唯一性が保証されている。したがって、同じ条件下で、収束させれば、解は同じになる。また、時間帯の変わり目で残留交通量が優先されるなどは行われておらず、FIFO 原則は必ずしも成立しているとは限らない。そもそも、上述の通り、実際の計算上、時間帯の長さはそれほど短いものにはできないため、待ち行列の伸延等詳細な交通現象の記述には適しておらず、ピーク時間や朝昼夕夜間など大きく特性が異なる交通の流れのそれぞれをマクロ的に記述することを目的にしている。

4. 実ネットワークへの適用

(1) 計算アルゴリズム

3章6節において相補性問題として定式化された準動的配分モデルを実際の道路ネットワークへ適用するために利用した計算アルゴリズムについて説明する。

まず、3章において定式化された相補性問題をメリット関数による最適化問題へ書き換えることを行う。相補性問題による式(17)および(18)を式(19)および式(20)に示すような関数に書き換える。

$$\phi_{jnt}(E[\mathbf{X}], \mathbf{w}) =$$

$$E[X_{jnt}] + v_{jit} + v_{jnt} - w_{int} - \sqrt{(E[X_{jnt}])^2 + (v_{jit} + v_{jnt} - w_{int})^2} \quad (19)$$

$$g_{int}(E[\mathbf{X}], \mathbf{w}) = w_{int} + \sum_j E[X_{jnt}] - \sum_k E[Z_{knt}] - \bar{Q}_{int}$$

$$- \sqrt{(w_{int})^2 + \left(\sum_j E[X_{jnt}] - \sum_k E[Z_{knt}] - \bar{Q}_{int} \right)^2} \quad (20)$$

式(19)および式(20)で示される非線形連立方程式を式(21)で示すメリット関数に書き換える。

$$L(E[\mathbf{X}], \mathbf{w}) =$$

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_n \sum_t \left[(g_{int}(E[\mathbf{X}], \mathbf{w}))^2 + \sum_j (\phi_{jnt}(E[\mathbf{X}], \mathbf{w}))^2 \right] \quad (21)$$

このメリット関数の最小解が求める均衡となる。また、メリット関数 $L(E[\mathbf{X}], \mathbf{w})$ が0となることが、式(17)、(18)に示した相補性問題の解と等価になる¹⁹⁾。よって、実ネットワークの配分においてメリット関数の解が0となることにより、準動的な仮定が実配分においても成立していることとなる。

次に、式(21)で示されたメリット関数の解を得るために、以下に示す共役勾配法による計算アルゴリズムを用いる。

ステップ0：初期値を与え、最急降下方向 $\mathbf{d}_0$ の計算を行う。 $k=0$ とする。

$$\mathbf{d}_0 = -\nabla L(E[\mathbf{X}_k], \mathbf{w}_k) \quad (22)$$

ステップ1：「黄金分割法」を用いて探索方向のステップ幅 α を求める

ステップ2：解の変更を行う。

$$E[\mathbf{X}_{k+1}] = E[\mathbf{X}_k] + \alpha \mathbf{d}_k \quad (23)$$

ステップ3：収束判定を行う。

$$D^{(k)} = \max |E[\mathbf{X}_{k+1}] - E[\mathbf{X}_k]| < \varepsilon \quad (24)$$

ε ：閾値

もしくは

$$k > K \quad (25)$$

K ：計算回数の上限

満足していないときはステップ4へ

ステップ4：パラメータ β の計算を行う。

$$\beta =$$

$$\frac{\nabla L(E[\mathbf{X}_k], \mathbf{w}_k)^T (\nabla L(E[\mathbf{X}_k], \mathbf{w}_k) - \nabla L(E[\mathbf{X}_{k-1}], \mathbf{w}_{k-1}))}{\mathbf{d}_{k-1}^T (\nabla L(E[\mathbf{X}_k], \mathbf{w}_k) - \nabla L(E[\mathbf{X}_{k-1}], \mathbf{w}_{k-1}))} \quad (26)$$

ステップ5：探索方向を以下の式により更新する。

$$\mathbf{d}_{k+1} = -\nabla L(E[\mathbf{X}_{k+1}], \mathbf{w}_{k+1}) + \beta \mathbf{d}_k \quad (27)$$

ステップ6： $k=k+1$ としてステップ1へいく

ここで、配分計算における残留交通量の扱いについて説明する。仮定7に従い、期待残留交通量 $E[Z_{knt}]$ は式(18)のように次の時間帯の発生交通量の一部として扱っている。したがって、経路選択も次の時間帯で新たに推

計されることとなる。

(2) 対象ネットワークの概要

図-1は配分計算を行う金沢市道路ネットワークを表したものである。このネットワークは金沢都市圏の主要幹線道路と補助幹線にほぼ対応しているものであり、ノード数が272、リンク数は964である。また、全ノードがセントロイドを兼ねることとする。

OD交通量の期待値は、平成7年に行われた第3回金沢都市圏パーソントリップ調査の付帯調査として行われた「自動車通勤実態調査」^[2]における平日の朝6時～朝10時までのデータを元に設定した。これは、自動車利用者が出発地点から目的地まで移動する際に利用した経路(通過リンクの順番)および出発時間、到着時間を調査したデータである。したがって、これらのデータを集計することで、本研究で利用した各出発時間対別のODデータや時間帯別の観測リンク交通量を作成した。その結果、ODペア数は、6時～7時(6時台)が404、7時～8時(7時台)が2840、8時～9時(8時台)が1773、9時～10時(9時台)が3359となった。なお、時間帯の幅は60分に設定した。交通量の分散に寄与するパラメータ η は、平成17年における金沢市主要交差点(85箇所)での流入交通量データ(流入部数237)のうち正規性が確認された平日(休日、祝日を除く)のみの交通量データ^[3]を基に推計した結果、 $\eta=2.58(R=0.85)$ であったので、これを用いることとする。また、旅行時間関数(BPR関数)での自由旅行時間 t_{ij0} および交通容量 c_{ij} は制限速度、車線数や車線幅をもとに設定した。

図-1 金沢市道路ネットワーク図

(3) 現況再現性

リスク態度パラメータ $\gamma=0$ (リスク中立)における配分

結果として得られた期待リンク交通量およびリンク交通量の分散について実測データと比較を行いモデルの現状再現性を検証する。

期待リンク交通量の再現性を確認する。再現性の検討を行うために全時間帯の配分結果を集計した推計リンク交通量と観測リンク交通量の比較(図-2)を行う。なお、観測リンク交通量は、平成7年に行われた第3回金沢都市圏パーソントリップ調査の付帯調査として行われた「自動車通勤実態調査」における平日の朝6時～朝10時までのデータを元に計算した値である。

図-2 リンク交通量の散布図

図-2の配分結果から、リンク交通量の期待値に関する現状再現性は高いといえる。

次に、リンク交通量の分散についての再現性を確認する。再現性の検討を行うために分散パラメータ η の推計を行った交差点流入部データと配分結果として得られたリンク交通量の分散を比較する(図-3)。なお、配分に用いたODデータとリンク交通量の分散パラメータを求めるために用いた交差点流入部データは観測を行った年に差があるので、配分結果と交差点流入部交通量の比較を行い、大きな差が存在しない時間帯⁴⁾となった7・8時台の結果についてのみ比較を行う。また、図-3横軸の「観測リンク交通量の分散」は交差点流入部データにおける平日(休日、祝日を除く)のみの年間時間交通量から得られた分散値を利用している。

図-3の結果から、リンク交通量の分散に関する再現性はそれほど高くはなく、課題が残る結果となった。これは、正規分布に従うリンク交通量の期待値と分散の関係式を本研究では簡略化のために、式(1)に示したような線形式を取り入れたことが原因であると考えられる。

図-3 リンク交通量の分散の散布図

次に、OD間の旅行時間を利用して均衡の成立の程度を確認する。本研究では、式(12)で定義された u_{jnt} を用いた均衡条件の定式化(式(14))が満足することによって、均衡が成立したこととなる。本来であれば、全時間帯(6時台から9時台)においてOD交通量が存在するODペアを用いて確認を行うべきであるのだが、そのようなODペアがなかったため、6時台から8時台のすべての時間帯においてOD交通量が存在している3つのODペアの結果(表-1～表-3)を用いることとする。なお、各表内に記述してある「通過ノード」とは、起点ノードから発生したOD交通量が初めに通過するノードを意味している。

表-1 OD間旅行時間の比較

起点ノード	10	10	10	10	10
通過ノード	9	8	11	25	
終点ノード	121	121	121	121	121
時間帯1	13.89	12.51	12.56	12.61	12.60
時間帯2	26.14	20.76	20.68	20.55	20.67
時間帯3	18.11	15.45	15.38	15.34	15.35

表-2 OD間旅行時間の比較

起点ノード	138	138	138	138
通過ノード	139	137	118	
終点ノード	143	143	143	143
時間帯1	6.68	8.06	8.65	6.67
時間帯2	6.36	9.19	11.55	6.37
時間帯3	6.07	8.97	10.57	6.06

表-3 OD間旅行時間の比較

起点ノード	140	140	140	140
通過ノード	139	141	120	
終点ノード	106	106	106	106
時間帯1	9.95	13.67	9.93	10.00
時間帯2	14.24	21.84	14.16	14.26
時間帯3	10.47	11.78	10.54	10.56

各表においてODペア間で利用されている通過ノード番号は、表-1では、8、11、25、表-2では、139、表-3では、139、120であった。この結果より、OD間の旅行時間には、0.1分程度の誤差が生じていることが明らかとなった。これは、実際の交通流において、本研究で提案した準動的な仮定が必ずしも成立していないために生じたものであると考えられる。したがって、実際の交通流において、どの程度準動的な仮定が成立しているのかを検証していくことが今後の課題である。

(4) リスク態度パラメータ γ による変化

次に、リスク態度パラメータ γ の変化によるリンク交通量の期待値およびリンク旅行時間の分散に関する変化を示す。また、総旅行時間の変化も同時に示す。なお、リスク態度パラメータ γ の変化はリスク回避($\gamma > 0$)についてのみ行うこととする。

リスク態度の考慮によるリンク交通量の期待値の比較を行う。ここでは、紙面の都合上、リスク態度パラメータ $\gamma=4.0$ の結果(図4)とリスク態度パラメータの変化による相関係数および回帰係数の変化のみを表-1に示す。

図4 リンク交通量の分散の散佈図($\gamma=4$ の結果)

表-4 リスク態度の変化による期待リンク交通量の変化

	$\gamma=0.0$	$\gamma=0.5$	$\gamma=1.0$	$\gamma=2.0$	$\gamma=4.0$
相関係数	0.944	0.944	0.944	0.945	0.945
回帰係数	1.016	1.017	1.017	1.022	1.025

表-1の結果から、リスク態度を考慮したことによる期待リンク交通量全体の解は大きく変化していないことがわかる。これは、本研究では、旅行時間の分散を実効旅行時に組み込んでいるのだが、後述するリンク旅行時間の分散の変化に示すように分散の値は 0.5分^2 以下の小さな値となるものがほとんどであるので、リスク態度を大きな値に設定しても実行旅行時間は差ほど変化しないためである。

次に、リスク態度を考慮したことによるリンク旅行時間の分散の変化を比較する。比較の方法は、旅行時間の分散が大きなリンクを抽出し、その変化を把握することによって行う。なお、紙面の都合上、比較は、 $\gamma=0.0$ と $\gamma=4.0$ のみについて行い、さらに、時間帯は7時台の結果を示す。

図-5および図-6より、リンク交通量の期待値とは異なり、リスク態度パラメータの増加によって、旅行時間の分散の大きなリンクが減少していることが分かる。これより、交通量のわずかな変化であってもリンク旅行時間の分散は大きく変化していることが明らかとなった。これは、リスク態度を考慮することによって、旅行時間の不確実性が小さな(交通容量の大きな)リンクを通過する

傾向が強くなり、旅行時間の不確実性が大きな(交通容量の小さな)リンクの旅行時間の分散が減少したためである。

図-5 リスク態度パラメータ $\gamma=0$ の結果

図-6 リスク態度パラメータ $\gamma=4$ の結果

最後に、リスク態度パラメータの変化による総旅行時間の変化について述べる。総旅行時間の検討を行うために全時間帯の総旅行時間を集計した結果(図-7)について説明する。

図-7 総旅行時間の変化

図-7より、リスク態度パラメータ γ の増加に伴い、総旅行時間が徐々に減少し、 $\gamma=2\sim4$ の間ではさほど変化していないことが分かる。これは、旅行時間の分散と同様に、リスク態度を考慮することによって、旅行時間の不確実性が小さなリンクを通過する傾向が強くなり、交通容量の大きなリンクが選択されるようになった。したがって、交通容量の小さなリンクの旅行時間が減少し、総旅行時間が減少したと考えられる。また、総旅行時間の減少には限界があることも明らかとなった。これは、本研究で提案したモデルの特性上、交通容量が大きなリンクは旅行時間変動が小さくなる傾向があり、リスク態度が大きくなるにしたがって、旅行時間変動の小さなリンクを選択するようになる。したがって、交通容量の大きなリンクに交通量が集中するためにネットワーク全体の総所要時間が低下するようになったと考えられる。なお、このような結果が生じたのは、金沢市ネットワーク自体が有する特性である可能性も考えられるので、ほかの都市において本モデルを適用し、総旅行時間の変化を検証することが今後の課題である。

5. まとめ

本研究では、旅行時間に関する不確実性を考慮に入れた実効旅行時間を用いたリスク態度を考慮した準動的配分モデルの定式化を行った。その上で、金沢都市圏のネットワークへ本研究で提案したモデルを適用した。その結果、交通量の期待値や分散の再現性から本研究で提案したモデルの適用可能性を示した。また、リスク態度パラメータの変化による交通量や旅行時間の分散、総旅行時間の変化を捉えることによって、本研究で提案したモデルの重要性を示した。提案したモデルを利用することによって、旅行時間の不確実性を考慮することによる交通流の変化の把握および不確実性を考慮したことによるネットワークの信頼性の変化を把握することが可能になると期待できる。

今後の課題を整理すると以下の通りになる。

- 1) 本研究では、計算の簡便化および計算時間の短縮を目的にリンク交通量間の相関関係は無いものとして定式化を行ったが、実際にはリンク間の相関関係が存在している。したがって、今後は、リンク間における相関関係を考慮した準動的配分モデルの提案を行う必要がある。
- 2) 本研究では、リンク交通量が正規分布に従うと仮定し、さらに、リンク交通量の分散は期待値に比例するものとして定式化を行ったが、配分結果として得られたリンク交通量の分散の再現性に関する精度には課題が残る結果となった。そこで、リンク交通量の期待値および分散、確率分布形に関するより詳細な検

証を行う必要がある。

- 3) 本研究では、平成17年の交差点観測データより、精度には問題があるが、交通量の分散に関する検討を行うことができた。しかし、本研究の特徴の一つである、旅行時間のばらつきについては、検証するデータが得られなかった。そこで、今後は、旅行時間のばらつきに関する検証を行う必要性がある。
- 4) 本研究では、実際の道路利用者がどの程度旅行時間のばらつきを考慮しているのかが不明であったので、リスク態度パラメータを複数パターン設定して配分計算を行った。そこで、実際にどの程度道路利用者は旅行時間のばらつきを考慮しているのかという点に関する調査(リスク態度パラメータ γ の正確な値の推計)を行う必要性がある。
- 5) 本研究では、実ネットワークにおいて、「各目的地別の流入率と流出率が等しい」という仮定に基づいて配分計算を行っている。しかし、実ネットワークにおいてどの程度「各目的地別の流入率と流出率が等しい」のであるのかについては不明である。したがって、実ネットワークにおける「各目的地別の流入率と流出率が等しい」という仮定の成立の程度を検証する必要がある。
- 6) リスク態度を考慮することによって本研究で配分計算の対象とした金沢都市ネットワークでの総旅行時間は減少する傾向にあることが明らかとなった。しかし、このような結果が生じたのは、金沢市ネットワーク自体が有する特性である可能性も考えられる。よって、ほかの都市ネットワークにおいて本モデルを適用し、総旅行時間の変化を検証する必要がある。

補注

- [1] 実際に積率母関数を用いてリンク旅行時間の分散を表現すると、下記ようになる。なお、BPR関数のパラメータは、 $\alpha=0.15$ 、 $\beta=4$ である。

$$0.15^2 t_{ij0}^2 \left\{ \frac{96\eta^4 (E[x_{ji}])^4 + 384\eta^3 (E[x_{ji}])^3 + 168\eta^2 (E[x_{ji}])^2 + 16\eta (E[x_{ji}])}{c_{ij}^8} \right\}$$

- [2] 本研究で扱う「自動車通勤実態調査」とは、通勤時における自動車利用者がどのようなリンクを利用したのかを調査したデータである。したがって、このデータから得られるデータは、「自動車通勤トリップ」のみである。よって、「業務トリップ」が多くなる9時台のODデータ数は少ないことになる。
- [3] 平成17年における金沢市主要交差点流入部(85箇所、流入部数237)での交通量(1年間分の時間交通量)データのうち、Kolmogorov-Smirnov検定を利用して有意水準5%以上のデータのみを抽出し利用した。なお、本研究で正規性が確認されたデータのみを利用した理由は、2章にあるように、モデルの定式化に当たり、交通量の不確実性の表現

方法として、リンク交通量が正規分布に従うことを仮定しているからである。

[4]配分に利用したOD交通量は平成7年のデータであり、交差点流入部交通量は、平成17年のデータであるため、両者の間には10年間の差が生じている。そのため、交通流に大きな変動があることが予想されるので、推計リンク交通量となる配分結果と観測リンク交通量となる交差点流入部交通量の相関関係を先に、データ間に差が無いことを確認した結果、7時台および8時台においては良好な結果(7時台: $R=0.90$, 8時台: $R=0.87$)が得られたので、これらを合わせた結果を用いた。

参考文献

- 1) 藤田素弘, 松井寛, 溝上章志: 時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究, 土木学会論文集, No.389/IV-8, pp.111-119, 1988
- 2) 宮城俊彦, 牧村和彦: 時間帯別交通配分手法に関する研究, 交通工学, Vol.26, No.2, pp.17-28, 1991
- 3) 藤田素弘, 山本幸司, 松井寛: 渋滞を考慮した時間帯別交通量配分モデルの開発, 土木学会論文集, No.407/IV-11, pp.129-138, 1989
- 4) 赤松隆, 牧野幸雄, 高橋栄行: 待ち行列の進展と時間帯別OD需要を生じた準動的な交通均衡配分, 土木計画学研究・論文集, No.15, pp.553-545, 1998
- 5) 菊地志郎・赤松隆: リンクの流入・流出交通量を内生化した時間帯別交通均衡配分に関する基礎的研究, 土木計画学研究・論文集, No.24, No.3, pp.577-585, 2007
- 6) William H. K. Lam, Member, ASCE, and Yanping Zhang: Capacity-constrained traffic assignment in networks with residual queues, Journal of Transportation Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 2, pp. 121-128, 2000.
- 7) 中山晶一郎: 混雑の時空間移動を考慮した準動的配分モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, 2008.
- 8) Stephen Clark, David Watling: Modelling network travel time reliability under stochastic demand, Transportation Research Part B, vol.39, pp.119-140, 2005
- 9) 中山晶一郎, 高山純一, 長尾一輝, 所俊宏: 現実道路ネットワークの時間信頼性評価のための確率的交通均衡モデルおよびそれを用いた情報提供効果分析, 土木学会論文集 D, Vol. 62, No.4, pp.526-536, 2006
- 10) 中山晶一郎, 高山純一: 交通需要と経路選択の確率変動を考慮した確率的交通ネットワーク均衡モデル, 土木学会論文集 D, Vol. 62, No.4, pp.537-547, 2006
- 11) Mirchandani, P. and H. Soroush: Generalized Traffic Equilibrium with Probabilistic Travel Times and Perceptions, Transportation Science, Vol. 21(3), pp. 133-152, 1987.
- 12) 棟方章晴, 赤松隆: 旅行時間の不確実性を考慮した動的システム最適配分問題の解法, 第30回土木計画学研究・講演集, Vol.30, on CD-ROM, 2004
- 13) Hu Shao, William H. K. Lam, Mei Lam Tam: A Reliability-Based Stochastic Traffic Assignment Model for Network with Multiple User Classes under Uncertainty in Demand, NETWORKS & SPATIAL ECONOMICS, Vol.6, pp.173-204, 2006
- 14) 飯田恭敬, 内田敬: リスク対応行動を考慮した道路網経路配分, 土木学会論文集, No.464/IV-19, pp.63-72, 1993
- 15) Hong K. Lo, Yeou-Koung Tung: Network with degradable links: capacity analysis and design, Transportation Research, Part B 37, pp.345-363, 2003
- 16) Hong K. Lo, X.W. Luo, Barbara W.Y. Siu: Degradable transport network: Travel time budget of travelers with heterogeneous risk aversion, Transportation Research Part B, Vol.40, pp.792-806, 2006
- 17) 亀田弘行・池淵周一・春名攻: 新体系土木工学 2 確率・統計解析, 技報堂, 1981
- 18) 桑原雅夫・赤松隆: 多起点多終点 OD における渋滞延伸を考慮したリアクティブ動的利用者最適交通量配分, 土木学会論文集, No.555/IV-34, pp.91-102, 1997
- 19) 福島雅夫: 非線形最適化の基礎, 朝倉書店, 東京, 2001.

リスク態度を考慮した準動的配分モデル*

小松良幸**・中山晶一郎***・高山純一****

本論文では、OD交通量が確率変動することにより、交通量が正規分布に従って変動すると仮定し、混雑の時空間移動を考慮することができる準動的配分モデルの確率化を行う。この際、道路利用者の旅行時間に関する不確実性を考慮に入れた実効旅行時間を用いたリスク態度を考慮する。そして、この確率的な準動的配分モデルを相補性問題として定式化すると共に、共役勾配法を用いた計算アルゴリズムを示す。次に、提案したモデルを実際の道路ネットワークである金沢市ネットワークへ適用することにより、モデルの現状再現性や現実ネットワークへの適用可能性などを検討する。

A Semi-Dynamic Assignment Model Considering Drivers' Responses to Travel Time Uncertainty*

By Yosiyuki KOMATSU**・Shoichiro NAKAYAMA***・Jun-ichi TAKAYAMA****

In this paper, we assume that network flow is normally distributed due to stochastic travel demands, and develop a stochastic model of semi-dynamic assignment that is able to consider congestion's time-space movement. Also, drivers' risk attitude to uncertain travel time is incorporated using the efficient travel time. We formulate the stochastic model of semi-dynamic assignment as a non-linear complementarity problem, and propose an algorithm with the conjugate gradient method. Further, the model is applied to Kanazawa road network and examine the validity of the model and applicability to a real-world network.