粒界の粘弾性挙動に基づく 応力解放時の岩石の損傷評価 *

松 木 浩 二¹ 及 川 寧 己²
坂 口 清 敏³ 木 崎 彰 久⁴

Estimation of Rock Damage Induced by Stress Relief Based on Viscoelastic Behavior of Grain Boundaries

by Koji MATSUKI^a, Yasuki OIKAWA^b, Kiyotoshi SAKAGUCHI^c and Akihisa KIZAKI^d

- a. Professor, Graduate School of Environmental Studies, Tohoku University, 6-6-20 Aramaki-aza-Aoba-ku, Sendai 980-8579 (Corresponding author, E-mail: matsuki@mail.kankyo.tohoku.ac.jp)
- b. National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, 16-1 Onogawa, Tsukuba 305-8569
- c. Associate professor, Graduate School of Environmental Studies, Tohoku University, 6-6-20 Aramaki-aza-Aoba-ku, Sendai 980-8579
- d. Assistant professor, Graduate School of Environmental Studies, Tohoku University, 6-6-20 Aramaki-aza-Aoba-ku, Sendai 980-8579

Based on the viscoelastic behavior of grain boundaries, we proposed a new mechanism for rock damage induced by stress relief. In this mechanism, the normal and shear stiffnesses of grain boundaries change with geological time so that the state of stress becomes more uniform, and elastic response of the grain boundaries during stress relief produces tensile residual stress that induces damages in rock. The residual stress was determined with finite element method for three specimen models of polycrystalline rock in a general state of compressive stress, and the degree of damage and the crack density were estimated according to the extended Coulomb criterion to compare the results with the assumptions in the differential strain curve analysis (DSCA) for determining rock stress. The damages are induced only for the grain boundaries having a normal direction that is not much deviated from the directions of the principal stresses with the maximum value. As a result, the maximum crack density increases with the maximum principal stress, while the intermediate crack density does not always increase with the intermediate principal stress and furthermore, the minimum crack density decreases with the minimum principal stress, which does not agree to the assumptions in DSCA. However, the directions of all the principal crack densities approximately coincide with those of the principal stresses for about half of all possible regime of compressive rock stress when the mean stress is large, since the principal crack densities are indirectly determined from the principal strains that are determined by the contribution of all intergranular cracks including those inclined from the principal stresses. Although the assumptions in DSCA are not supported by the mechanism proposed in this study, there is a stress region for which both the magnitudes and directions of the principal stresses can be accurately estimated from those of the principal crack densities and this region becomes wider as the mean stress increases with depth.

KEY WORDS: DSCA, Viscoelasticity, Damage, Crack Density, Stress Relief, Grain Boundary

1. 結 言

石油・天然ガス・地熱等のエネルギー開発、高レベル放射性廃棄物の地層処分、二酸化炭素の地下貯留など、地下の工学的利用が深部へ及ぶに伴い、地下構造物やき裂の設計のため、大深度に

おける応力状態を正確に評価する必要が生じてきた。このことから、従来からの水圧破砕法に加え、比較的簡便かつ低コストであるとされているボーリングコアを用いた地殻応力測定が多く現場で実施され、コアを用いる地殻応力測定法のなかでも、DSCA (Differential Strain Curve Analysis) は1個の試料を用いて3次元応力の比と方向を測定できる方法として注目されてきた¹⁻⁶⁾。DSCAでは、応力解放に伴って主応力と垂直な微小クラックが主応力の大きさに比例して発生するという仮定を基礎とし、静水圧試験により岩石試料のクラック密度分布を測定して地殻応力を評価する¹⁾。

実際、深度が増加するほど採取された岩石コア中のクラックによる空隙率が増加することが知られている^{7,8)}。また、DSCAは

*2011年8月23日受付 2011年12月16日受理
1. 正会員 工学博士 東北大学教授 大学院環境科学研究科
2. 正会員 (独)産業技術総合研究所 地圏資源環境研究部門
3. 正会員 博士 (工学) 東北大学准教授 大学院環境科学研究科
4. 正会員 博士 (環境科学) 東北大学助教 大学院環境科学研究科
[著者連絡先] FAX: 022-795-7380
E-mail: matsuki@mail.kankyo.tohoku.ac.jp
キーワード: DSCA, 粘弾性, 損傷, クラック密度, 応力解放, 粒界

これまで多くの現場に適用され、他の方法と比較した場合、調和的な結果のみならず矛盾した結果も報告されているが、殆どが最大主応力の方向のみや最大主応力の大きさのみなどの部分的な比較にとどまっている⁹⁾。これに対し、坂口ら¹⁰⁾は、釜石鉱山の石灰石に対し、円錐孔底ひずみ法と DSCA を含む様々なコア法の結果を系統的に比較し、DSCA の結果は、最大主応力の方向については円錐孔底ひずみ法の結果と調和的であるものの、中間および最小主応力の最大主応力に対する比は円錐孔のひずみ法よりもかなり大きくなることなどを明らかにしている。このように、多くの適用実績があるにもかかわらず、現状では、DSCA により信頼性の高い結果が得られるという結論には至っていない。

一方、応力解放に伴って微小き裂が発生するメカニズムに関する研究は少なく、Charles ら¹¹⁾の応力緩和モデルがある程度である。応力緩和モデルとは、現位置にあるき裂の圧縮応力集中が時間とともに緩和し、応力解放によって地殻応力と同じ大きさの等価な引張応力が作用するとき裂端に引張残留応力が生じ、これによってき裂が進展するというモデルである。多くの適用実績があるにもかかわらず依然として DSCA の信頼性が高くないのは、DSCA の基本原理に対する科学的理解が不十分であることに起因している。従って、応力解放に伴う岩石の損傷メカニズムに関する研究が重要である。さらに、ボーリングによって採取された岩石コアに微小クラックが生ずる他のメカニズムも考えられる。すなわち、応力解放される以前の地殻応力の主応力差が十分大きければ、それによって微小き裂が発生する可能性があり、この場合、最大主応力に平行なき裂が卓越する¹²⁾。従って、応力解放される前の岩石内の微小き裂分布には異方性があることになる。さらに、ボーリングによる応力解放時にコア下部に生ずる引張の応力集中によってコアが損傷する可能性があり、応力条件によっては、コアディスキング^{13,14)}、コアを斜めに横断するき裂 (petal fracture) やコアの中心を通るき裂 (center line fracture) などの巨視的なき裂が発生することが知られている¹⁵⁾。松木ら¹⁶⁾、Sakaguchi ら¹⁷⁾は、一般的な圧縮応力条件におけるコア下部の引張応力集中を解析し、コアの根元付近で引張の応力集中が最大になること、さらには、この最大引張応力によってコアに微小き裂が生じる場合、微小き裂は最小主応力にほぼ垂直に発生することなどを明らかにしている。彼らは、このことを実際に応力解放法が適用されたコアのクラック密度評価を行って実証している。これは、コア軸方向が最小主応力方向の場合にコアディスキングが生ずることと整合している。

本研究では、まず、応力解放に伴う岩石の損傷に関し、多結晶岩石中の粒界の粘弾性挙動に基づく新しいメカニズムを提案した。次に、この考え方を単一鉱物多結晶岩石モデルに適用し、有限要素解析により応力解放に伴う残留応力を評価した後、拡張 Coulomb 基準に従って粒界のみが破壊すると仮定して一般的な応力場における岩石の損傷度とクラック密度を評価し、与えた応力場とクラック密度を比較することにより、DSCA における基本仮定の妥当性とともな DSCA の適用性について検討した。

2. 応力解放に伴う多結晶岩石の損傷に関する基本仮定

本研究では、多結晶岩石について以下の基本的な仮定をした。

- 1) 岩石中の結晶粒子 (実質部) が等方かつ弾性的性質を有するのに対し、粒界は面内等方かつ線形粘弾性的性質を有する。
- 2) 地質学的な時間経過により粒界の応力集中が緩和し、岩石内 (従って、粒界上) の応力はより一様になる方向に変化する。
- 3) 応力解放によりまず粒界の弾性変位が解放され、この時粒界に生ずる残留応力により粒界が破壊する。

(a) Shear mode

(b) Normal mode

Fig.1 Viscoelastic models of grain boundary for (a) shear and (b) normal modes.

地質学的な時間経過に伴って、岩石内の粒界の応力が一様になる方向に変化して岩石の変形が収束状態に達し、ボーリング等によって応力解放されると瞬時に弾性変位が解放され、この時に岩石内に微小き裂が生ずると考えるわけである。なお、弾性変位の解放の後、非弾性変位の回復挙動が起るが、本研究ではこれには触れない。また、地質学的な時間経過に伴って岩石内の応力がより一様になる方向に変化するという考え方は、Yamamoto et al.¹⁸⁾ による DRA でも仮定されているが、彼らの仮定は概念的なものに留まっている。

粒界の面内等方性を仮定すると、粒界上の応力 (せん断応力 τ_1, τ_2 と垂直応力 σ_n) と変位 (せん断変位 δ_{s1}, δ_{s2} と垂直変位 δ_n) の関係は、粒界のせん断剛性 k_s と垂直剛性 k_n を用いて次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_s \delta_{s1} \\ k_s \delta_{s2} \\ k_n \delta_n \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 τ_1, τ_2 は粒界の定められた方向のせん断応力である。粒界の粘弾性モデルとしては、せん断および開口挙動とも、一般的に Fig. 1 の線形粘弾性モデルが仮定できる。本モデルは、1 個の直列な弾性要素 (ばね) と様々な時定数を有する Voigt 物体 (または Kelvin 物体) で構成される。1 個の直列な弾性要素は粒界の弾性的性質を与え、Voigt 物体の時定数を分布させることによって複雑な粘弾性挙動を表すことができる。このような粘弾性体に一定応力を十分な時間負荷すると、Fig. 1 の全てのダッシュボットの効果がなくなり、地下にある岩石粒界の力学的性質は直列に連結した弾性要素 ($k_{s0}, k_{s1}, \dots$ および $k_{n0}, k_{n1}, \dots$) のみで与えられる。従って、この時のせん断剛性と垂直剛性を、それぞれ、 k_s^∞ 、 k_n^∞ とおくと、これらは次式で表される。

$$\frac{1}{k_s^\infty} = \frac{1}{k_{s0}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{s2}} + \dots, \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{1}{k_n^\infty} = \frac{1}{k_{n0}} + \frac{1}{k_{n1}} + \frac{1}{k_{n2}} + \dots,$$

このような状態にある粒界の応力が解放されると、Fig. 1 で直列に配置されている弾性要素 (k_{s0} および k_{n0}) のみが作動して弾性変位が瞬時に解放される。従って、この時のせん断剛性と垂直剛性を、それぞれ、 k_s^R, k_n^R とおくと、これらは次式で与えられる。

$$k_s^R = k_{s0}, k_n^R = k_{n0} \dots\dots\dots (3)$$

従って、常に、 $k_s^\infty < k_s^R, k_n^\infty < k_n^R$ であり、地質学的な時間経過後の粒界の剛性は多数のばねが直列に加わることによって小さくな

Fig. 2 Conceptual diagram of residual stress induced by stress relief.

る。これは、時間経過とともに変形が進行することに対応している。

ここで、地質学的な時間経過に伴って粒界の剛性がどのように変化すれば応力場がより一様になるか考える。狩野¹⁹⁾は、一軸圧縮応力下での単一鉱物多結晶岩石の力学的性質に関する研究を行い、粒界上の応力は、 k_s が k_n より小さくなるほど一様な応力状態にある均一弾性体の応力と乖離し、逆に、 k_s が k_n に近くなるほど均一弾性体の応力に近づくことを明らかにしている。すなわち、粒界上の応力の一様性は、主として k_s/k_n の大きさに依存し、 k_s/k_n が1に近いほど応力は一様に近づくことがわかってい。このことから、Fig. 1で力学的挙動が与えられる粒界が地質学的な時間経過によって(2)式で与えられるせん断剛性 k_s^∞ と垂直剛性 k_n^∞ に変化する際、 k_s^∞/k_n^∞ が k_s^R/k_n^R より1に近づく方向に変化すれば、より一様な応力状態になることがわかる。ただし、すでに述べたように、 k_s^∞, k_n^∞ は、それぞれ、 k_s^R, k_n^R より小さい。このように、本研究では、粒界の粘弾性挙動に基づいて応力解放時の岩石の損傷を考えるが、無限の時間経過や瞬時の弾性変位回復を対象とすることにより、実質的には弾性的挙動のみを考えれば済む。なお、本研究では多結晶岩石を直接の対象としたが、粒子と膠結物質からなる堆積岩についても同様の考え方を導入できる。

3. 残留応力と損傷の評価法

3・1 残留応力の評価法

上記の基礎仮定のもとで、応力解放時に生ずる残留応力をFig. 2のように評価できる。すなわち、地質学的な時間経過に伴って粒界の剛性値が (k_s^∞, k_n^∞) になることによってより一様な応力状態(実質部は $\{\sigma_{ij}\}^\infty$ 、粒界は $[\tau_1, \tau_2, \sigma_n]^\infty$)にあった岩石の外部応力が解放され、その際の弾性変位の回復に伴う応力(実質部は $-\{\sigma_{ij}\}^R$ 、粒界は $-\{\tau_1, \tau_2, \sigma_n\}^R$)が剛性値 (k_s^R, k_n^R) のもとで生ずることにより、次式で与えられる残留応力(実質部は $\{\Delta\sigma_{ij}\}$ 、粒界は $[\Delta\tau_1, \Delta\tau_2, \Delta\sigma_n]$)が生ずる。ただし、 $[\]$ は縦ベクトル $\{ \}$ の転置を表す。

$$\begin{aligned} \{\Delta\sigma_{ij}\} &= \{\sigma_{ij}\}^\infty - \{\sigma_{ij}\}^R, \\ \begin{Bmatrix} \Delta\tau_1 \\ \Delta\tau_2 \\ \Delta\sigma_n \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix}^\infty - \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix}^R \end{aligned} \quad (4)$$

すでに述べたように、応力解放前と応力解放時の応力は岩石の弾性的挙動に基づいて求めることができるから、三つの主応力方向に単位応力が作用している場合について計算しておけば、任意の地殻応力のもとでの残留応力を求めることができる。すなわち、 σ_i 方向の単位圧縮応力による粒界上の応力を、応力解放前は $[\tau_1,$

Fig. 3 Extended Coulomb criterion for the fracture of grain boundary and estimation of the degree of damage (L/L_0).

$\tau_2, \sigma_n]^\infty$ 、応力解放時は $[\tau_1, \tau_2, \sigma_n]_i^R$ とおくと、任意の主応力 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ が作用している場合の残留応力は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \Delta\tau_1 \\ \Delta\tau_2 \\ \Delta\sigma_n \end{Bmatrix} &= \sigma_1 \left[\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix}_1^\infty - \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix}_1^R \right] + \sigma_2 \left[\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix}_2^\infty - \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix}_2^R \right] \\ &+ \sigma_3 \left[\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix}_3^\infty - \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma_n \end{Bmatrix}_3^R \right] \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

ただし、本研究全体を通じて、圧縮応力を正としている。 $\Delta\tau_1, \Delta\tau_2$ から合成せん断残留応力 $\Delta\tau$ が求められる。

$$\Delta\tau = \sqrt{(\Delta\tau_1)^2 + (\Delta\tau_2)^2} \dots \dots \dots (6)$$

本研究では、主応力方向に単位応力を加えた場合の結晶内と粒界上の応力を有限要素法により求めた。すなわち、後に述べる試料モデルについて、結晶は二次の4面体要素(節点数10)、粒界は二次の三角形ジョイント要素(節対数6)に分割し、剛体変位を防止するために互いに直交する3面の隅角部にある一つの節点の法線方向変位を拘束し、与える応力の方向に垂直な面に大きさ1の垂直表面力を与えた。有限要素解析法の詳細はMatsuki et al.²⁰⁾、狩野他¹⁹⁾を参照されたい。

3・2 粒界の損傷度の評価法

Fig. 3に模式的に示すように、粒界の破壊条件として拡張Coulomb基準を用いた²¹⁾。ただし、同図の応力は粒界の一軸引張強度 T_0 で基準化してある。引張側では圧裂引張試験を参照して、

$$\tau^2 + (\sigma_n + T_0)^2 = 4T_0^2 \dots \dots \dots (7)$$

で破壊条件を与え(Fig. 3中の半円)、圧縮側では、Coulombの破壊条件

$$\tau = c - \mu\sigma_n \dots \dots \dots (8)$$

を用いた。ただし、 c は粘着力、 μ は摩擦係数であり、(7)式、(8)式が滑らかに接続する条件として、 c, μ および T_0 には次の関係が必要である。

$$c = \left(2\sqrt{1 + \mu^2} - \mu \right) T_0 \dots \dots \dots (9)$$

従って、 T_0 と μ を与えれば c はこれから決まる。また、引張側と圧縮側の境界の応力 (τ_b, σ_{nb}) は次式で与えられる。

$$\tau_b = \frac{2}{\sqrt{1+\mu^2}} T_0, \sigma_{nb} = \left(\frac{2\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} - 1 \right) T_0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

このような破壊条件を使うと、粒界の応力を粒界の引張強度 T_0 で基準化できることから、粒界の引張強度を具体的に設定する必要はなく、地殻応力を粒界の引張強度 T_0 で基準化して与えればよい²¹⁾。なお、松木ら²¹⁾によると、単一鉱物多結晶岩石の一軸引張強度は粒界の引張強度より数 10% 大きい。

粒界の残留応力 ($\Delta\tau, \Delta\sigma_n$) がこれらの破壊条件を超えていれば破壊が生ずると考えられるが、破壊条件をどの程度超えているかを定量的に表すため、Fig. 3 に示すように、残留応力点から破壊条件式と直交する直線をひき、 σ_n 軸との交点からの距離を用いて損傷度を定義した。すなわち、 σ_n 軸との交点から残留応力点までの距離を L 、 σ_n 軸との交点から破壊条件式との交点までの距離を L_0 とおき、損傷度 s を次式で定義した。

$$s = \begin{cases} \frac{L}{L_0} & (L \geq L_0) \\ 0 & (L < L_0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

すなわち、粒界上のある点の損傷度 s は、残留応力 ($\Delta\tau, \Delta\sigma_n$) が破壊条件上か破壊条件を超えていれば 1 以上、それ以外は破壊しないので 0 とする。

後に述べるように、上記の考え方を単一鉱物多結晶岩石モデルに適用して粒界の損傷を考えるが、すでに述べたように、主応力方向に単位応力を加えた場合の有限要素解析では、粒界を 2 次の三角形ジョイント要素 (6 節点对) に分割した。一つのジョイント要素内で残留応力が分布しているため、損傷度も節点により異なる。そこで、一つの粒界の平均的な損傷度を次のように求めた。すなわち、三角形ジョイント要素を 16 個の同じ三角形に分割し、最も近い三角形を各節点に帰属させて面積による重みつき平均を求めた。こうすると、頂点の節点 (節点对番号 1 ~ 3) の面積は全面積の 1/12、中間節点 (節点对番号 4 ~ 6) は全面積の 1/4 を占めることになる。従って、粒界の平均損傷度 $\bar{s}$ は次式で与えられる。

$$\bar{s} = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{A} \left(\frac{s_{k1} + s_{k2} + s_{k3}}{12} + \frac{s_{k4} + s_{k5} + s_{k6}}{4} \right) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 k は当該粒界を構成する要素番号、 s_{ki} は要素 k の節点 i における損傷度、 A_k は要素 k の面積、 A は粒界の全面積であり、 N は当該粒界を構成する要素数である。全ての粒界について平均損傷度を求めれば、粒界の法線方向のステレオ投影図に損傷度の等高線を描く等により¹⁷⁾、与えた応力条件でどの方向の粒界がどの程度破壊するかを定量的に検討することができる。ただし、厳密には、残留応力による破壊をき裂間の相互干渉を考慮した逐次破壊過程としてとらえるべきであるが、本研究では、簡単のためにこの影響を無視した。

3・3 岩石のクラック密度の評価法

DSCA では、主クラック密度の大きさと方向を求める。本研究でも、それに類似する考え方で、クラック密度の主値の方向と大きさを求めた。松木他¹⁶⁾ および Sakaguchi et al.¹⁷⁾ では、岩石中に円盤状き裂を仮定し、 m 番目の円盤状き裂のクラック密度 ρ_m を次式で定義している。

$$\rho_m = \frac{a_m^3}{V_0} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 a_m はクラックの半径、 V_0 は岩石の体積である。ここで、岩石に x, y, z 軸を設定し、 m 番目のクラックの法線方向を z 軸か

らの傾斜角 ϕ_m と x 軸からの方位角 θ_m で表わすと、 M 個の円盤状き裂を有する岩石の静水圧下におけるひずみは、クラックが全て開いている場合、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_x / (\beta^I p) &= 1 + \kappa \sum_{m=1}^M \rho_m \sin^2 \phi_m \cos^2 \theta_m, \\ \varepsilon_y / (\beta^I p) &= 1 + \kappa \sum_{m=1}^M \rho_m \sin^2 \phi_m \sin^2 \theta_m, \\ \varepsilon_z / (\beta^I p) &= 1 + \kappa \sum_{m=1}^M \rho_m \cos^2 \phi_m, \\ e_{xy} / (\beta^I p) &= 0.5 \kappa \sum_{m=1}^M \rho_m \sin^2 \phi_m \sin 2\theta_m, \\ e_{yz} / (\beta^I p) &= 0.5 \kappa \sum_{m=1}^M \rho_m \sin 2\phi_m \sin \theta_m, \\ e_{zx} / (\beta^I p) &= 0.5 \kappa \sum_{m=1}^M \rho_m \sin 2\phi_m \cos \theta_m. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 β^I は岩石実質部の固有線圧縮率、 p は加えた静水圧、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ は垂直ひずみ、 e_{xy}, e_{yz}, e_{zx} はテンソルせん断ひずみであり、簡単のためクラック間の相互干渉は無視している。また、(14) 式中の κ は岩石実質部のポアソン比 ν の関数であり、次式で与えられる。

$$\kappa = \frac{8(1-\nu^2)}{3(1-2\nu)} \quad \dots\dots\dots (15)$$

クラックが開いた状態を考えていることから、上式は静水圧試験における有効線圧縮率 (ε - p 曲線の初期勾配) を与える。

上記の考え方を単一鉱物多結晶岩石に適用するため、まず、残留応力によって破壊した粒界の面積を求める。すなわち、粒界を構成する全要素 (要素数 N) について、次式で破壊面積 A_f を求める。

$$A_f = \sum_{k=1}^N A_k \left(\frac{\delta_{k1} + \delta_{k2} + \delta_{k3}}{12} + \frac{\delta_{k4} + \delta_{k5} + \delta_{k6}}{4} \right) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 k は当該粒界を構成する要素番号、 A_k は要素 k の面積、 δ_{ki} は要素 k の節点 i が破壊しているかどうかを示す指標で、その節点が破壊していれば ($s \geq 1$) 1、破壊していなければ ($s < 1$) 0 である。

このようにして粒界の破壊面積 A_f が求められれば、この等価円半径が $(A_f/\pi)^{1/2}$ で与えられるから、(13) 式を参照して m 番目の粒界のクラック密度 ρ_m を次式で近似できる。

$$\rho_m = \frac{(A_f/\pi)^{3/2}}{V_0} \quad \dots\dots\dots (17)$$

このように、クラック密度は粒界が破壊して開口しているかどうかだけが問題で、損傷度 (どの程度破壊しているか) は圧力-ひずみ曲線の実線性に影響を与えるだけである。

残留応力によって生ずる全ての粒界のクラック密度が求められれば、(14) 式から小さな静水圧でのひずみテンソルが求められ、これから主ひずみ ε_i ($i = 1, 3$) の方向と大きさが求められる。主ひずみ ε_i は主クラック密度 ρ_i と次式の関係にあるから^{16, 17)}

$$\varepsilon_i / (\beta^I p) = 1 + \kappa \rho_i \quad \dots\dots\dots (18)$$

主ひずみの大きさから主クラック密度 ρ_i が求められ、主ひずみの方向から主クラック密度の方向が求められる。

Fig.4 Stereograms of three specimen models of monomineral polycrystalline rock.

Fig.5 Stereographic projection of the normal directions of the grain boundaries in Model 1.

4. 試料モデルと解析条件

4・1 試料モデル

試料モデルは、筆者らが開発した単一鉱物多結晶岩石試験片の生成コードを用いて作成した。詳細については狩野他¹⁹⁾を参照されたい。結晶核間の最小距離 $l_{\min}$ を設定して結晶核をランダムに発生させ、結晶が同時に等速度で成長した場合に異なる結晶が会合してできる面を粒界として多結晶体を作成した後、所定の大きさに試験片を切り出す方法である。生成される結晶は凸多角形（頂点3～10個）の面を有する凸多面体（面4～19）であり、従って、粒界は凸多角形になる。本研究では、 $l_{\min}$ を2 cmとし、異なる乱数を用いて一辺が10 cmの立方体試料を3個作成した。Fig. 4はこれらの試料モデル表面の粒界構造のステレオグラムを示しており、Model 1、Model 2およびModel 3と呼ぶ。なお、同図には本研究で用いた座標軸も示した。Table 1に各モデルの結晶粒子数、粒界数および全ての粒界が破壊したと仮定して得られる最大クラック密度ならびに有限要素解析における節点数、固体要素数および粒界を表すジョイント要素数を示す。結晶数は168～178、粒界数は799～836であり、最大クラック密度は得られた3方向の主クラック密度の平均値で、大きさは0.47～0.48であった。Fig. 5はModel 1の粒界の法線方向分布のステレオ投影図（等面積）である。粒界の方向がほぼランダムであることがわ

Table 1 The numbers of crystal and grain boundary and the maximum crack density in three models and the numbers of node, solid element and joint element in the FEM models.

Model	Crystal	Grain boundary	Maximum crack density	Node	Solid element	Joint element
1	178	836	0.472	12635	3875	2352
2	176	825	0.481	12593	3845	2325
3	168	799	0.475	12112	3730	2261

Table 2 Mechanical properties of crystal, grain boundary and specimen.

Crystal		Grain boundary				Specimen						
Young's modulus E_c (GPa)	Poisson's ratio ν_c	Case	Stiffness (10^6 MPa/m)			Young's modulus E_{eff} (GPa) (SD*)			Poisson's ratio ν_{eff} (SD*)			
			k_s	k_n	k_s/k_n	M1*	M2*	M3*	M1*	M2*	M3*	
100	0.2	During stress relief (R)	2.5	5	0.5	49.3 (0.9)	49.3 (0.6)	49.2 (0.5)	0.159 (0.010)	0.160 (0.001)	0.163 (0.007)	
		Before stress relief (∞)	A0	2.1	3	0.7	40.2 (0.7)	-	-	0.118 (0.010)	-	-
			A	1.4	2	0.7	30.9 (0.5)	31.0 (0.4)	31.0 (0.3)	0.105 (0.009)	0.105 (0.002)	0.109 (0.007)
			A2	0.7	1	0.7	18.3 (0.3)	-	-	0.088 (0.009)	-	-
			B	1.6	2	0.8	32.1 (0.5)	32.2 (0.5)	32.2 (0.3)	0.089 (0.011)	0.090 (0.003)	0.094 (0.007)
			C	1.8	2	0.9	33.1 (0.5)	33.3 (0.5)	33.3 (0.3)	0.076 (0.010)	0.077 (0.003)	0.080 (0.007)
			D	2	2	1	34.2 (0.5)	34.2 (0.5)	34.2 (0.3)	0.063 (0.010)	0.065 (0.004)	0.068 (0.007)

*SD: Standard deviation, M1: Model 1, M2: Model 2, M3: Model 3

かる。これは他のモデルでも同じである。

試料モデルの力学的性質としては、結晶のヤング率(E_c)を100 GPa、ポアソン比(ν_c)を0.2、応力解放時の粒界のせん断剛性(k_s^R)を 2.5×10^6 MPa/m、垂直剛性(k_n^R)を 5×10^6 MPa/m一定とし、地質学的な時間経過後の粒界のせん断剛性(k_s^∞)と垂直剛性(k_n^∞)を、Table 2に示すように、6通り（ケースA、B、C、D、A0、A2と呼ぶ）に変化させた。すなわち、 k_s^∞ と k_n^∞ としては、それぞれ、 k_s^R 、 k_n^R より小さな値でその比(k_s^∞/k_n^∞)が応力解放時の粒界の剛性の比(k_s^R/k_n^R)0.5より大きな値として、 $k_n^\infty = 2 \times 10^6$ MPa/mで k_s^∞/k_n^∞ の値を0.7, 0.8, 0.9, 1と変えた場合（それぞれ、ケースA、B、C、D）および $k_s^\infty/k_n^\infty = 0.7$ で k_n^∞ の値を 3×10^6 MPa/m、 1×10^6 MPa/mとした場合（それぞれ、ケースA0、A2）について解析した。前者は地質学的な時間経過後の粒界の剛性比の影響を、後者は同じ剛性比で垂直剛性の大きさの影響を検討するためである。なお、拡張Coulomb基準における摩擦係数 μ は1.0であり、ケースA0、A2はModel 1についてのみ計算した。

Table 2には、これらの場合の試料モデル全体の有効ヤング率(E_{eff})と有効ポアソン比(ν_{eff})の平均値と標準偏差(SD)も示した。ただし、有効ヤング率は与えた単位垂直表面力とその面の平均変位から、有効ポアソン比は表面力を与えた面の平均変位に対するそれと垂直な面の平均変位の比の平均値から求めた。すでに述べたように、3つの方向に単位応力を与えたので、同表には

Fig. 6 Stress conditions for which the damage and the crack density are analyzed.

3 方向について求めた値の平均と標準偏差を示した。応力解放時の有効ヤング率は約 49 GPa, 有効ポアソン比は約 0.16 であり, これはいわゆる硬岩の弾性的性質の典型的な値の範囲にある。地質学的な時間経過後の有効ヤング率は応力解放時の有効ヤング率より小さく, ケース A から D へと k_s^∞/k_n^∞ が大きくなるに伴って応力解放時の値の 62.7%~69.4% へ若干増加し, 最も大きな有効ヤング率は, ケース A0 ($k_s^\infty/k_n^\infty = 0.7$ で $k_n^\infty = 3 \times 10^6$ MPa/m) の 81.5%, 最も小さな有効ヤング率は, ケース A2 ($k_s^\infty/k_n^\infty = 0.7$ で $k_n^\infty = 1 \times 10^6$ MPa/m) の 37.1% である。一方, 地質学的な時間経過後の有効ポアソン比はいずれの場合も応力解放時の値より小さい。これは, 有効ポアソン比が主としてせん断剛性と垂直剛性の比 (k_s/k_n) に依存し, k_s/k_n が 1 に近づくほど横方向変位が小さくなるためである¹⁹⁾。

4・2 応力条件と解析対象

本研究では, 一般的な応力条件を考慮するため, Fig. 6 の白丸で示される応力条件について主たる解析を行った。まず, 最大主応力 (σ_1), 中間主応力 (σ_2), 最小主応力 (σ_3) の方向を, それぞれ, z 軸, y 軸, x 軸方向 (Fig. 4 参照) としたが, このことで一般性が失われることはない。次に, 主応力を平均応力 (σ_m) で無次元化すると, 全ての圧縮応力場は, Fig. 6 に示す $\sigma_2/\sigma_m - \sigma_1/\sigma_m$ 平面内の三角形領域内に収まる¹³⁾。同図に示すように, この三角形領域の辺上の応力は, 二軸圧縮条件 ($\sigma_3 = 0$), 封圧三軸圧縮条件 ($\sigma_2 = \sigma_3$) および封圧下の伸長条件 (triaxial extension) ($\sigma_1 = \sigma_2$) に対応し, 三角形領域の頂点は, 一軸圧縮条件, 二軸静水圧条件および三軸静水圧条件に対応する。なお, 三角形領域の内部は真の三軸圧縮条件にある。本研究では, この三角形領域を 64 個の相似な三角形に分割しその 45 個の頂点の応力について解析を行い, この三角形領域内でのクラック密度などの等高線分布を求めた。ただし, 深さに伴って平均応力 (σ_m) が増加することを考慮するため, $\sigma_m/T_0 = 5, 10, 15, 20, 30, 40$ の場合について解析した。ただし, T_0 は粒界の引張強度である。また, 図中の黒四角の応力条件 ($(\sigma_1/\sigma_m, \sigma_2/\sigma_m, \sigma_3/\sigma_m) = (1.5, 0.75, 0.75), (1.5, 1, 0.5), (1.25, 1.25, 0.5)$) については損傷度の解析を行った。なお, σ_3/σ_m の大きさは図中に直接現れないが, $\sigma_3 = 0$ の直線 (二軸圧縮条件) に平行な三角形領域内の実線が σ_3/σ_m の等高線であり, $\sigma_3 = 0$ の条件に垂直な方向 (図中の矢印) に σ_3/σ_m が増加する。なお, σ_1/σ_m と σ_2/σ_m の等高線は, それぞれ, σ_2/σ_m 軸と σ_1/σ_m 軸に平行

Fig. 7 Stresses on the grain boundaries when unit compressive stress is applied in the z -axis to the specimens (a) before stress relief and (b) during stress relief, and (c) the residual stresses after the stress relief for Model 1 and case A.

な直線群であることは自明であろう。

5. 解析結果と考察

5・1 単位応力を加えた場合の粒界の応力と残留応力

Fig. 7 は, Model 1 について, 単位圧縮応力 ($\sigma_z/T_0 = 1$) を z 軸方向に加えた場合の粒界の応力を, (a) 応力解放前のケース A ($k_s^\infty/k_n^\infty = 0.7$) と (b) 応力解放時 ($k_s^R/k_n^R = 0.5$) について示したもので, (c) はこの場合の残留応力である。ただし, 応力は粒界の引張強度 T_0 で基準化しており, 図中の半円は, 次式で与えられる均一弾性体の場合の垂直応力 (σ_n) とせん断応力 (τ) の関係を示している。

$$\tau/T_0 = \frac{\sin(2\phi)}{2}, \sigma_n/T_0 = \frac{1+\cos(2\phi)}{2} \dots\dots\dots (19)$$

ただし, ϕ はその面の法線方向の z 軸からの傾斜角である。応力解放前の剛性比が応力解放時の剛性比に比べて大きいため, 応力解放前 (a) の方が均一弾性体の応力に近く, 応力解放時 (b) の垂直応力は応力解放前に比べて圧縮側および引張側とも大きくなり, せん断応力がやや小さくなっている。応力解放前の応力から応力解放時の応力を引いた分が残留応力となるから, Fig. 7 (c) に示すように, 粒界には圧縮と同程度の引張の残留垂直応力が生ずる。従って, この引張の残留垂直応力によって主たる損傷が生ずる。ただし, 引張の残留垂直応力は法線方向が応力の解放方向 (Fig. 7 の場合, z 軸方向) に近い粒界で生じ, 圧縮の残留垂直応力は法線方向が応力の解放方向から 90° 傾いている方向 (Fig. 7 の場合, y 軸や x 軸) に近い粒界で生じる。なお, 均一弾性体の場合, 解放応力に垂直な面 ((19) 式の $\phi = 0^\circ$) の応力は $\sigma_n/T_0 = 1$, $\tau/T_0 = 0$, 解放応力に平行な面 ((19) 式の $\phi = 90^\circ$) の応力は 0 である。また, ケース B, C, D と応力解放前の剛性比が大きくなるに伴って均一弾性体の応力に近づくため, 生ずる残留引張応力

Fig.8 Contour maps of the degree of damage in the stereographic projection of the normal direction of grain boundary for (a) Model 1, (b) Model 2 and (c) Model 3 with $(\sigma_1/T_0, \sigma_2/T_0, \sigma_3/T_0) = (30, 20, 10)$ and for Model 1 with $(\sigma_1/T_0, \sigma_2/T_0, \sigma_3/T_0) =$ (d) (15, 10, 5), (e) (25, 25, 10) and (f) (30, 15, 15).

もケース A, B, C, D の順に大きい。また、同図は一軸方向のみに単位圧縮応力を負荷した場合であり、すでに述べたように、与えられた応力条件における残留応力は三軸方向の重ね合わせで得られることから一軸方向のみの場合より複雑である。特に、最大主応力の解放に伴って生ずる圧縮の残留応力は、中間・最小主応力の解放に伴って引張の残留応力が生ずる粒界面に加えられるため、中間・最小主応力の解放に伴って生ずる引張の残留応力を打ち消す役割を果たす。

5・2 損傷度の例および三つのモデルの比較

Fig. 8 (a), (b), (c) は、主応力が $\sigma_1/T_0 = 30$, $\sigma_2/T_0 = 20$, $\sigma_3/T_0 = 10$ でケース A の場合の損傷度を三つのモデル ((a) Model 1, (b) Model 2, (c) Model 3) について比較したものである。ただし、き裂の法線方向のステレオ投影図に損傷度の等高線を描いた。なお、粒界全体が破壊していれば損傷度は 1 以上であり、損傷度が 1 の等高線が粒界破壊の目安を与える。いずれのモデルとも、損傷は最大主応力方向である z 軸方向を中心にして中間主応力方向である y 軸方向に広がっていることが分かる。三つのモデルの分布形状は細部で異なるものの本質的には同じと見なせることから、モデルによる差は小さいと言える。ただし、モデル間で差が生ずるのはそれぞれのモデルの粒界構造が異なるためである。Fig. 8 (d), (e), (f) は、Model 1, ケース A について、主応力 $(\sigma_1/T_0, \sigma_2/T_0, \sigma_3/T_0)$ が (d) (15, 10, 5), (e) (25, 25, 10), (f) (30, 15, 15) の場合の損傷度の等高線例である。主応力比が同じで主応力が小さくなる (Fig. 8 (a) から Fig. 8 (d)) と、損傷度は全体として減少するが、最大主応力方向である z 軸方向を中心にして中間主応力方向である y 軸方向に広がっている傾向は同じである。また、 $\sigma_1 = \sigma_2$ の場合 (Fig. 8 (e)) は、応力の対称性を反映して yz 面を中心に帯状に広がる損傷度分布を示し、 $\sigma_2 = \sigma_3$ の場合 (Fig. 8 (f)) は z 軸を中心にはほぼ同心円上の損傷分布を示す。しかし、いずれの場合も、損傷は主として主応力の最大値 ($\sigma_1 = \sigma_2$ の場合は σ_2 も含む) の方向を中心にして生じており、その他の軸方向 (Fig. 8 (a) ~ (d) 及び (f) では y 軸と x 軸方向, Fig. 8 (e) では x 軸方向) 近傍には明瞭な損傷は認められない。これは、次のようなことによる。

Fig.9 Comparison of the principal crack densities (ρ_i) between Models 1, 2 and 3 for case A and $\sigma_m/T_0 = 20$.

すなわち、 $\sigma_1 > \sigma_2$ の場合、Fig. 7 の項で述べたように、 σ_1 方向 (Fig. 8 では z 軸方向) については、法線方向が z 軸に近い粒界で σ_1 の解放により大きな引張の垂直応力が生じて破壊するが、法線方向が y 軸方向に近い粒界では、 σ_2 により生ずる引張の垂直応力が σ_1 により生ずる大きな圧縮の垂直応力によって打ち消され、また、法線方向が x 軸方向に近い粒界では、 σ_3 により生ずる引張の垂直応力が σ_1 と σ_2 により生ずる大きな圧縮の垂直応力によって打ち消されるためである。

Fig. 9 は、 $\sigma_m/T_0 = 20$, ケース A の場合で Fig. 6 の白丸で示した 45 個の応力条件について、Model 1 と他の二つのモデルの主クラック密度 ($\rho_i, i = 1, 3$) の大きさを比較したものである。Model 2 の結果が Model 1 よりやや大きく、Model 3 の結果が Model 1 よりやや小さいが、三つのモデルの主クラック密度の差は全てのケースの場合で ± 0.025 の範囲に収まっており、クラック密度についてもモデルによる差が小さいことがわかる。このことから、以後、Model 1 の結果のみを示すが、他のモデルでも同様なことが成立する。

Fig.10 Relations between the principal crack densities and the principal stresses ((a) ρ_1 versus σ_1 , (b) ρ_2 versus σ_2 and (c) ρ_3 versus σ_3) for Model 1 and case A.

5・3 主クラック密度と主応力の関係

Model 1 のケース A について得られた主応力とそれに対応する主クラック密度の関係 ($\sigma_i/T_0 - \rho_i$ 関係, $i=1, 3$) を Fig. 10 に示す。ただし, 本研究で用いた全ての σ_m/T_0 の値 (5, 10, 15, 20, 30 および 40) について示した。Fig. 10 (a) をみると, 最大主クラック密度 (ρ_1) は σ_1 とともにほぼ単調に増加しているが, σ_m が大きいほど ρ_1 は σ_1 が大きい方向へシフトしている。従って, ρ_1 は σ_1 のみに依存しているわけではなく, 同じ σ_1 でも σ_m が大きいほど ρ_1 は小さい。それぞれの σ_m における最小の ρ_1 は三軸静水圧条件 ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_m$) で得られることから, ρ_1 は主として静水圧との差応力により生じている。ただし, Fig. 10 における各 σ_m での最小の ρ_1 の値からわかるように, 三軸静水圧条件でも σ_m が大きくなると岩石に損傷が生じる。例えば Model 1 でケース A の場合, σ_m/T_0 が 5, 10, 15 では損傷は全く生じないのに対し, σ_m/T_0 が 20 になると僅かな損傷 (2.7×10^{-4}) が生じ, 以後は σ_m/T_0 が大きくなるほどクラック密度が大きくなる。ケース D ではより小さな $\sigma_m/T_0 = 15$ で損傷が生じ始める。静水圧条件で粒界が損傷するのは, 残留引張応力の方が残留圧縮応力より大きいためである (Fig. 7 (c))。また, σ_1 が大きくなると $\sigma_m/T_0 - \rho_1$ 関係が非線形になり, ρ_1 が飽和する傾向が認められる。Fig. 10 (a) に, Model 1 で全ての粒界が破壊した場合の最大クラック密度 ($\rho_{\max}$) を示したが, $\rho_{\max}$ に近づくにつれてクラック密度が増加しにくくなるのがわかる。これは, Fig. 8 に示した損傷度の等高線例からわかるように, 最小主応力方向 (x 軸方向) に法線方向を有する粒界が大きな応力の場合でも損傷しにくいためである。上記で述べた傾向は, 他のケースの場合も同様であった。

Fig. 10 (b) をみると, $\sigma_1/T_0 - \rho_1$ 関係とは異なり, 中間主クラック密度 (ρ_2) は σ_2 とともに最初は減少し, $\sigma_2 = \sigma_m$ 付近から増加に転じる傾向にあり, バラツキも大きい。また, σ_m が大きいほど ρ_2 が大きくなる傾向がある。Fig. 6 からわかるように, $\sigma_2 < \sigma_m$ の区間では σ_2 とともに σ_1 が減少し, $\sigma_2 > \sigma_m$ の区間では σ_2 とともに σ_1 が増加する傾向にあることから, 中間主クラック密度 (ρ_2) は σ_2 のみならず σ_1 にも依存していることがわかる。ここでは示さないが, ρ_2 と $\sigma_1 + \sigma_2$ の関係をみると, バラツキが大きく σ_m にも依存しているものの, $\sigma_1 + \sigma_2$ とともに ρ_2 がほぼ単調増加する関係が得られる。Fig. 10 (c) をみると, バラツキが大きいものの, 最小主クラック密度 (ρ_3) は σ_3 とともにほぼ単調に減少し, $\sigma_2/T_0 - \rho_2$ 関係と同様に, σ_m が大きいほど ρ_3 が大きくなる傾向がある。このことは, ρ_3 と σ_3 には正の相関がなく, ρ_3 が他の主応力に依存していることを示している。ここでは示さないが, 実際, ρ_3 と σ_1 の関係をみると, σ_m にも依存しているものの,

σ_1 とともに ρ_3 がほぼ単調増加する関係が得られる。これらの傾向は他のケースの場合も同様であった。

このように, ρ_1 は σ_1 とともにほぼ単調に増加するものの σ_1 と比例関係にないこと, さらに, ρ_2 が σ_2 とともに増加するのは $\sigma_2 > \sigma_m$ の場合のみであること, さらには, ρ_3 は σ_3 とともに減少することなどから, 主クラック密度の主応力依存性は単純ではなく, また, 本研究で用いた粒界の粘弾性挙動に基づく応力解放時の岩石の損傷メカニズムでは, 主応力に比例して損傷が生ずるという DSCA の基本仮定は成立しないことがわかる。

σ_m が与えられた場合, 主クラック密度は σ_1/σ_m , σ_2/σ_m , σ_3/σ_m のうちの二つに依存する。他の一つはこれらの量の和が 3 になることから決まるからである (例えば, $\sigma_3/\sigma_m = 3 - \sigma_1/\sigma_m - \sigma_2/\sigma_m$)。このような主クラック密度の 2 元の変数依存性をみるため, $\sigma_2/\sigma_m - \sigma_1/\sigma_m$ 平面上の三角形領域 (Fig. 6 参照) に主クラック密度の等高線を描いて検討した。Fig. 11 は, Model 1, ケース A で $\sigma_m/T_0 = 20$ の場合の例である。図中には, 主クラック密度が最大 (Max) と最小 (Min) になる応力条件も示した。最大主クラック密度 (ρ_1) は σ_1/σ_m の増加とともに増加し, 三軸静水圧条件 ($\sigma_2/\sigma_m, \sigma_1/\sigma_m = (1, 1)$) で最小, 一軸圧縮条件 ($\sigma_2/\sigma_m, \sigma_1/\sigma_m = (0, 3)$) で最大になっている。すなわち, ρ_1 の等高線分布は σ_1 の等高線分布 (σ_2/σ_m 軸に平行) と類似している。中間主クラック密度 (ρ_2) は, 大略, $\sigma_2/\sigma_m < 1$ で σ_2/σ_m の増加とともに減少し, $\sigma_2/\sigma_m > 1$ で σ_2/σ_m の増加とともに増加に転じ, 二軸静水圧条件 ($\sigma_2/\sigma_m, \sigma_1/\sigma_m = (1.5, 1.5)$) で最大, 三軸静水圧条件で最小になっている。すなわち, ρ_2 の等高線分布は σ_1/σ_m 軸に平行な σ_2 の等高線分布とはかなり異なり, $\sigma_2/\sigma_m < 1$ では σ_1 の等高線分布に類似し, $\sigma_2/\sigma_m > 1$ で等高線の方向が回転して σ_2 の等高線分布に近づいてゆくものの依然として σ_1/σ_m 軸方向から傾いている。また, 最小主クラック密度 (ρ_3) は, 量的には異なるものの, 変化傾向は ρ_1 と同様であり, σ_1/σ_m の増加とともに増加し, 三軸静水圧条件で最小, 一軸圧縮条件で最大になっている。これらの変化傾向は, いずれの σ_m/T_0 でも同様であるが, すでに述べたように, σ_m/T_0 が大きいほどクラック密度も大きくなり, σ_m/T_0 が小さい場合, 三軸静水圧条件を中心に損傷を生じない領域が現れる。また, σ_m/T_0 が小さい場合, ρ_2 の最大値は一軸圧縮条件に現れる。なお, 応力解放前の剛性比 (k_s^∞/k_n^∞) が大きくなる (ケース B, C, D) と全体的に主クラック密度が大きくなるものの, 最大・最小値が現れる応力条件や変化傾向はケース A ($k_s^\infty/k_n^\infty = 0.7$) と類似している。

主クラック密度に及ぼす応力解放前の垂直剛性 (k_n^∞) の大きさの影響を検討するため, Model 1, $\sigma_m/T_0 = 20$ の場合について, ケース A0 ($k_n^\infty = 3 \times 10^6$ MPa/m) と A2 ($k_n^\infty = 1 \times 10^6$ MPa/m) の最大主ク

Fig.11 Contour maps of the principal crack densities (a) ρ_1 , (b) ρ_2 and (c) ρ_3 for Model 1, case A and $\sigma_m/T_0 = 20$.

Fig.12 Comparison of the maximum principal crack density in case A with those in cases A0 and A2 for Model 1 and $\sigma_m/T_0 = 20$.

Fig.13 Directions of the principal crack densities when they coincide (left) and do not coincide (right) with those of the principal stresses for Model 1, case A and $\sigma_m/T_0 = 5, 10, 15, 20, 30$ and 40 .

ラック密度 (ρ_1) をケース A ($k_n^\infty = 2 \times 10^6$ MPa/m) と比較した結果を Fig. 12 に示す。これらのケースの k_s/k_n^∞ は全て 0.7 である。ケース A0 では、大きな ρ_1 でケース A よりもやや大きく、小さな ρ_1 でケース A よりもやや小さい。ケース A2 では、逆に、大きな ρ_1 でケース A よりもやや小さく、小さな ρ_1 でケース A よりもやや大きい。しかし、ケース A とケース A0, A2 の差は殆どの応力条件で ± 0.025 の範囲に収まっており、モデル間で生ずる差 (Fig. 9) と同程度である。従って、クラック密度は主として剛性比 (k_s/k_n^∞) の影響を受け、垂直剛性 (k_n^∞) が及ぼす影響は比較的小さいと言える。

5・4 主クラック密度の方向

主クラック密度の方向が主応力の方向とどの程度一致するかを定量的に表すため、ステレオネット上で対応する主応力の方向との距離の二乗和の平方根で与えられる方向誤差 Δd を次式で計算した。

$$\Delta d = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left\{ (x_{si} - x_{pi})^2 + (y_{si} - y_{pi})^2 \right\}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ただし、 x_{si} , y_{si} は主応力方向のステレオネット上での座標、 x_{pi} , y_{pi} は主クラック密度方向のステレオネット上での座標である。本研究では、 Δd が 0.3 以内にある場合を主クラック密度の方向と主応力の方向が一致すると見なして、主クラック密度の方向と主応力の方向が一致する場合と一致しない場合に分類した。一つの方角だけに注目すると、この 0.3 という値はそれぞれの主軸のなす角が約 24.5° の場合に相当するが、信頼性が高いといわれる

応力解放法を同一現場に適用した場合でもこの程度のばらつきがみられる¹⁰⁾ ことから、この値を採用した。また、Fig. 6 の応力領域の中で、封圧三軸圧縮条件 ($\sigma_2 = \sigma_3$) や封圧下の伸長条件 ($\sigma_1 = \sigma_2$) では、そもそも一部または全部の主応力の方向が定義できないため、主応力方向が定義できない方向については評価対象から除外した。

Fig. 13 は、Model 1, ケース A の場合について、主クラック密度の方向と主応力の方向が一致する場合 (左図) と一致しない場合 (右図) の主クラック密度の方向を全ての σ_m/T_0 (5 ~ 40) について示した例である。すでに述べたように、z 軸が σ_1 方向、y 軸が σ_2 方向、x 軸が σ_3 方向である。主クラック密度の方向と主応力の方向が一致する場合 (左図)、誤差は中間主クラック密度 (ρ_2) と最小主クラック密度 (ρ_3) の方位誤差によって生じており、最大主クラック密度 (ρ_1) の方向はほぼ σ_1 の方向と一致し、また、 ρ_2 と ρ_3 についても、傾斜角は、それぞれ、 σ_2 と σ_3 の傾斜角とほぼ一致している。一方、主クラック密度方向と主応力方向が一致しない場合 (右図) は、 ρ_2 と ρ_3 の方位がそれぞれ σ_2 と σ_3 の方位から大幅にずれているものの、 ρ_1 の方向は σ_1 の方向とほぼ一致し、 ρ_2 と ρ_3 の傾斜角も、それぞれ、 σ_2 と σ_3 の傾斜角とほぼ一致している。これらの結果は、他のケースでも同様であった。

主クラック密度の方向と主応力の方向が一致する応力条件を図示するため、 $\sigma_2/\sigma_m - \sigma_1/\sigma_m$ 平面上の三角形領域に方向誤差 $\Delta d = 0.3$ の等高線を描いて検討した。ただし、 $\sigma_2 = \sigma_3$ や $\sigma_1 = \sigma_2$ の場合は、その点に最も近い真三軸応力条件 ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) の点で

Fig.14 Stress regions where all the directions of the principal crack densities coincide with those of the principal stresses for Model 1, case A and $\sigma_m/T_0 = 5, 10, 15, 20, 30$ and 40 . The hatched area indicates the stress region for $\sigma_m/T_0 = 20$.

主クラック密度の方向と主応力の方向が一致する場合は一致すると見なし、そうでない場合は一致しないと見なし。Model 1, ケース A についての結果を Fig. 14 に示す。ただし、図中の短い矢印は主クラック密度と主応力の方向が一致する方向を示している。全ての σ_m/T_0 (5 ~ 40) について示してあるため図がやや煩雑になっているが (後出の Fig. 16 参照), 等高線が 2 本ある場合は挟まれた領域内で主クラック密度方向と主応力方向が一致しており, 等高線が 1 本しかない場合は, その等高線から σ_2/σ_m が大きくなる方向の領域内で主クラック密度方向と主応力方向が一致している。なお, $\sigma_m/T_0 = 20$ (細い実線) については, 主クラック密度方向と主応力方向が一致する領域をハッチングで示した。 σ_m/T_0 の大きさにより主クラック密度方向と主応力方向が一致する領域がやや異なるが, σ_m/T_0 の増加とともに一定の領域に収束する傾向があり, 主クラック密度方向と主応力方向が一致する領域は, 大略, 二軸圧縮条件 ($\sigma_3 = 0$) の辺の midpoint と三軸静水圧条件を結ぶ線の右側であり, これは, $\sigma_1/\sigma_m \geq -5 (\sigma_2/\sigma_m) + 6$ の領域である。この領域は全領域の半分を占める。このことは他のケースでもほぼ同様であった。

このように, 全ての主クラック密度方向が主応力方向と一致する領域内の応力条件に対しては, 本研究で提案するメカニズムにより, 主応力に垂直な方向に微小き裂が発生し, その量は主応力に比例しないまでも主応力が大きいほど大きいという DSCA の基本仮定に近い仮定が検証されているように見える。明らかに, この基本仮定が成立すれば主クラック密度の方向が主応力の方向を与えるが, 逆に, 主クラック密度の方向が主応力の方向を与えるからといって, 主応力に垂直な方向に微小き裂が発生し, その量は主応力が大きいほど大きいという考え方が検証されたわけではない。実際, $\sigma_2/T_0 - \rho_2$ 関係 (Fig. 10 (b), Fig. 11 (b)) や $\sigma_3/T_0 - \rho_3$ 関係 (Fig. 10 (c), Fig. 11 (c)) の項で述べたように, σ_2 の増加とともに ρ_2 が減少する場合があります, σ_3 についてはその増加とともに ρ_3 は逆に減少している。ただし, $\sigma_1/T_0 - \rho_1$ 関係 (Fig. 10 (a), Fig. 11 (a)) の項で述べたように, ρ_1 だけは σ_1 の増加とともに増加し, Fig. 8 で示したように, ρ_1 は σ_1 方向と垂直な粒界の損傷で生じている。従って, 最大主応力と最大主クラック密度についてだけは, 主応力に垂直な方向に微小き裂が発生し, その量は主応力が大きいほど大きいということを本研究で提案する粒界の粘弾性挙動に基づく岩石の損傷メカニズムから説明することができ

Fig.15 Contour maps of (a) $(\rho_2/\rho_1) - (\sigma_2/\sigma_1)$: A and $\sigma_m/T_0 = 20$. The shaded areas indicate those with the difference within ± 0.2 .

る。しかし, 岩石の損傷度の等高線の項 (Fig. 8) で述べたように, 岩石の損傷は主応力の最大値の方向を中心に生じており, その他の軸方向近傍には明瞭な損傷は認められない。これは, すでに述べたように, 最大値を与える主応力方向以外の主応力方向は, 主応力の最大値によって生ずる大きな圧縮の垂直応力によって引張の垂直応力が打ち消されるためである。ここで, 主クラック密度は (14) 式から得られるひずみ成分の主値から評価される。(14) 式からわかるように, ある方向のひずみはそれと平行な法線方向を有するき裂のみで決まるわけではなく, 傾いたき裂を含む全てのき裂からの寄与の総和で決まる。従って, 本研究で得られる ρ_1 以外の主クラック密度 (ρ_2, ρ_3) は, σ_1 によって生じた σ_1 方向から傾いたき裂の総和効果によって生じていると考えられる。このように, DSCA で評価される主クラック密度は, 静水圧試験で生ずるひずみテンソルから評価するため, 必ずしも主クラック密度の方向に垂直なクラックの量を表すわけではないことに注意を要する。

5・5 主クラック密度比と主応力比の差

DSCA では, すでに述べたように, 主クラック密度の比が主応力の比を与える ($\rho_2/\rho_1 = \sigma_2/\sigma_1, \rho_3/\rho_1 = \sigma_3/\sigma_1$) とされている。そこで, このことが成立する応力領域を求めるため, $\sigma_2/\sigma_m - \sigma_1/\sigma_m$ 平面上の三角形領域について, 主クラック密度比と主応力比の差 ($\rho_2/\rho_1 - \sigma_2/\sigma_1, \rho_3/\rho_1 - \sigma_3/\sigma_1$) の等高線を描いた。Model 1, ケース A, $\sigma_m/T_0 = 20$ についての結果を Fig. 15 に示す。(a) が ($\rho_2/\rho_1 - \sigma_2/\sigma_1$), (b) が ($\rho_3/\rho_1 - \sigma_3/\sigma_1$) の結果である。図中の薄墨部は, これらの値が ± 0.2 の範囲にある場合で, 本研究では, 主クラック密度比と主応力比の差がこの範囲にある場合を主クラック密度比と主応力比が一致すると見なし。($\rho_2/\rho_1 - \sigma_2/\sigma_1$) をみると, 一軸圧縮条件から σ_2/σ_m が増加するに伴って ($\rho_2/\rho_1 - \sigma_2/\sigma_1$) が減少し, 三軸静水圧条件の方向に近づくとき大きな負の値になる (過小評価) のに対し, 二軸静水圧条件に近づくときこの差が増加に転じ, 結果として, 主クラック密度比と主応力比が一致する領域が二つに分かれる傾向がある。これらの二つの領域間にある ρ_2/ρ_1 と σ_2/σ_1 が一致しない領域は, 後に述べるように, σ_m/T_0 の増加とともに小さくなる。すでに述べたように, ρ_1 は σ_1 とともに増加する傾向にあるから, ($\rho_2/\rho_1 - \sigma_2/\sigma_1$) の傾向は, 主として ρ_2 と σ_2 の関係に支配されている。すでに述べたように, $\sigma_2/\sigma_m > 1$ の区間では, σ_2 の増加とともに ρ_2 が増加する傾向にある。従って, $\sigma_2/\sigma_m > 1$ の区間では,

Fig.16 Contour lines at which the directions of the principal crack densities and the ratios of ρ_2/ρ_1 and ρ_3/ρ_1 approximately coincide with the directions of the principal stresses and the ratios of σ_2/σ_1 and σ_3/σ_1 , respectively, for Model 1, case A and $\sigma_m/T_0 =$ (a) 5, (b) 10, (c) 15, (d) 20, (e) 30 and (f) 40. The hatched areas indicate those of $(\rho_2/\rho_1 - \sigma_2/\sigma_1)$ within ± 0.2 and the shaded areas indicate those of both $(\rho_2/\rho_1 - \sigma_2/\sigma_1)$ and $(\rho_3/\rho_1 - \sigma_3/\sigma_1)$ within ± 0.2 for both within the region where the directions of the principal crack densities approximately coincide with those of the principal stresses.

ρ_2/ρ_1 と σ_2/σ_1 の増減傾向が一致する。一方、 $\sigma_2/\sigma_m < 1$ の区間では、 σ_2 の増加とともに ρ_2 が減少する傾向にあるから、 ρ_2/ρ_1 と σ_2/σ_1 が一致するとは直接期待できない。しかし、Fig. 15 (a) からわかるように、 σ_2 が小さい間は ρ_2/ρ_1 の値は σ_2/σ_1 より大きい、 ρ_2/ρ_1 は、 σ_2 の増加とともに減少し、 $\sigma_2/\sigma_m = 1$ に近づくと σ_2/σ_1 よりかなり小さくなる。したがって、その途中で ρ_2/ρ_1 と σ_2/σ_1 が一致する領域が現れるわけである。

一方、Fig. 15 (b) に示した $(\rho_3/\rho_1 - \sigma_3/\sigma_1)$ をみると、二軸応力条件 ($\sigma_3 = 0$) から σ_3/σ_m が増加するに伴って $(\rho_3/\rho_1 - \sigma_3/\sigma_1)$ が減少し、三軸静水圧条件で大きな負の値になる。これは、 σ_3/σ_m とともに ρ_3 が減少するためである (Fig. 10 (c), Fig. 11 (c) 参照)。しかし、この場合でも、 $\sigma_3 = 0$ の近傍で σ_3/σ_1 より大きい ρ_3/ρ_1 が σ_3/σ_m の増加に伴って減少し、三軸静水圧条件で大きな過小評価になる間に ρ_3/ρ_1 と σ_3/σ_1 が一致する領域が現れる。

このように、本研究で提案するメカニズムからは、 ρ_2 と ρ_3 については、応力解放に伴って主応力の大きさに比例して微小き裂が発生するという DSCA の基本仮定は全く成立しないにもかかわらず、 ρ_2/ρ_1 と σ_2/σ_1 が一致する応力領域と ρ_3/ρ_1 と σ_3/σ_1 が一致する応力領域が現れることがわかる。

5・6 DSCA により地殻応力を正確に評価できる応力領域

地殻応力を正確に評価するためには、地殻応力の大きさと方向の両方を正確に評価する必要がある。そこで、これまでに述べた結果から、 $\sigma_2/\sigma_m - \sigma_1/\sigma_m$ 平面上の三角形領域について、地殻応力の大きさの比と方向の両方が正確に評価できる領域を求めた。た

だし、すでに述べたように、地殻応力の大きさの比については主クラック密度比との差が ± 0.2 以内の場合を、また、地殻応力の方向については方向誤差 Δd (20 式) が 0.3 以内の場合を便宜上正確に評価できる場合と呼ぶ。Fig. 16 は、Model 1, ケース A について、主応力方向が正確に評価できる領域 (太い実線)、 σ_2/σ_1 が正確に評価できる領域 (一点鎖線) および σ_3/σ_1 が正確に評価できる領域 (細い実線) を重ね合わせたものである。(a), (b), (c), (d), (e), (f) は、それぞれ、 σ_m/T_0 が 5, 10, 15, 20, 30, 40 の場合である。主応力方向が正確に評価できる領域内で、 σ_2/σ_1 は正確に評価できるが σ_3/σ_1 は正確に評価できない領域を斜線で、 σ_2/σ_1 と σ_3/σ_1 が両方とも正確に評価できる領域を薄墨色で表した。図中の矢印は、それぞれの量が正確に評価できる領域の方向を示している。 σ_m/T_0 が 5, 10 の場合は、全てを正確に評価できる領域が小さいが、 $\sigma_m/T_0 = 15$ になると、全てを正確に評価できる領域が二つ現れ、 σ_m/T_0 がさらに大きくなるに伴って、 σ_2/σ_1 を正確に評価できる領域が拡大するため、全てを正確に評価できる領域も拡大し、その両側に、主応力方向と σ_2/σ_1 は正確に評価できるが σ_3/σ_1 は正確に評価できない領域が現れて拡大する。このように、DSCA で地殻応力を正確に評価できる領域は、粒界の引張強度に対する平均応力の比が大きいほど拡大し、この比が十分な大きさになると、全領域の約半分を占める主応力方向が正確に評価できる領域内の多くの点で、少なくとも σ_2/σ_1 を正確に評価できるようになる。ただし、 σ_3/σ_1 も正確に評価できる領域はさらに σ_2/σ_1 を正確に評価できる領域の約半分の領域に限られ

Fig.17 Contour lines at which the directions of the principal crack densities and the ratios of ρ_2/ρ_1 and ρ_3/ρ_1 approximately coincide with the directions of the principal stresses and the ratios of σ_2/σ_1 and σ_3/σ_1 , respectively, for Model 1, $\sigma_m/T_0 = 20$ and cases (a0) A0, (a) A, (a2) A2, (b) B, (c) C and (d) D. The hatched areas indicate those of $(\rho_2/\rho_1 - \sigma_2/\sigma_1)$ within ± 0.2 and the shaded areas indicate those of both $(\rho_2/\rho_1 - \sigma_2/\sigma_1)$ and $(\rho_3/\rho_1 - \sigma_3/\sigma_1)$ within ± 0.2 for both within the region where the directions of the principal crack densities approximately coincide with those of the principal stresses.

る。このように、DSCAによる地殻応力評価は深いほど正確に評価できる応力条件が広がるが、浅い場合は主応力比を正確に評価することは困難であると言える。

地殻応力を評価できる領域に及ぼす応力解放前の粒界の剛性の影響を知るために、Fig. 17に、Model 1, $\sigma_m/T_0 = 20$ の場合について、(a0) ケース A0, (a) ケース A (再掲), (a2) ケース A2, (b) ケース B, (c) ケース C, (d) ケース Dの結果を示した。同じ剛性比の場合 (A0, A, A2), 垂直剛性が小さい (A2) ほど地殻応力を正確に評価できる領域が拡大し、同じ垂直剛性の場合 (A, B, C, D), 剛性比が大きい (D) ほど地殻応力を正確に評価できる領域が広がっている。従って、地殻応力を正確に評価できる応力領域は岩石 (粒界) の性質にも影響を受ける。

以上述べたように、本研究で提案する粒界の粘弾性挙動に基づく応力解放時の岩石の損傷メカニズムからは、DSCAで地殻応力を評価できる場合と評価できない場合があることがわかる。これは、これまでの適用実績において、他の方法と一致する結果が得られたり得られなかったりしている事実⁹⁾と整合している。また、これまでの適用実績をみると、最大主応力の方向は例えば水圧破壊法の結果と整合的であるという報告が多い⁹⁾が、すでに述べたように、DSCAでは、 $\sigma_1 = \sigma_2$ の場合を除けば殆どの場合で最大主応力の方向を正しく評価できることと整合している。しかし、すでに述べたように、岩石に損傷を生じさせるメカニズムは一つではない。本研究で提案した損傷メカニズムから得られる結果を

現場での測定結果と対比することにより、他のメカニズムが実際にどの程度寄与しているかを知ることができるが、これは稿をあらためて報告したい。

6. 結 言

本研究では、粒界の粘弾性挙動に基づく応力解放時の岩石の新しい損傷メカニズムを提案し、一般的圧縮応力場にある単一鉱物多結晶岩石の応力が解放された場合に生ずる損傷度やクラック密度を拡張 Coulomb 基準に基づいて解析し、DSCAの基本仮定が成立するかどうかとともにDSCAの適用性について検討した。応力解放前の粒界の剛性値として幾つかのケースについて検討したが、全てのケースについて共通して得られた主な知見は以下のとおりである。

- 1) 岩石の損傷は主応力の最大値方向に法線方向を有する粒界を中心に生じ、その他の主応力方向に法線方向を有する粒界の損傷は極めて小さい。これは、最大値ではない主応力の解放に伴って生ずる残留引張応力が主応力の最大値の解放に伴って生ずる残留圧縮応力によって打ち消されるためである。
- 2) 最大クラック密度 (ρ_1) は最大主応力 (σ_1) とともに増加するが、 σ_1 に比例するわけではなく、平均応力 (σ_m) が大きいほど ρ_1 は小さくなる。中間クラック密度 (ρ_2) は中間主応力 (σ_2) とともに単調に増加することではなく、大略、 $\sigma_2/\sigma_m < 1$ では σ_2 とともに減少し、 $\sigma_2/\sigma_m > 1$ では σ_2 とともに増加する。また、最小

クラック密度 (ρ_3) は最小主応力 (σ_3) とともに減少する。従って、 ρ_1 が σ_1 方向に法線方向を有する粒界の破壊を中心に生じ、 σ_1 が大きいほど ρ_1 が大きくなることについては DSCA の基本仮定に近い仮定が成立するが、 σ_2 や σ_3 によってその方向に法線方向を有する粒界が損傷して ρ_2 や ρ_3 が生ずるという DSCA の基本仮定は全く成立しない。

- 3) クラック密度の主値の方向は、 σ_m が大きくなると、大略、全圧縮領域の半分を占める $\sigma_1/\sigma_m \geq -5 (\sigma_2/\sigma_m) + 6$ の領域で主応力の方向とほぼ一致する。また、殆どの応力条件で ρ_1 の方向は σ_1 の方向とほぼ一致する。このように、地下深部になるほど DSCA により主応力方向を正確に評価できるようになるが、これは、 σ_1 により σ_1 方向に法線方向を有する粒界を中心に生じた損傷が静水圧下のひずみに及ぼす総和効果の結果である。
- 4) 上記の結論にもかかわらず、DSCA によって主応力比がある程度正確に評価できる応力領域が存在する。地下浅部ではこの応力領域は限られた狭い範囲にあるが、地下深部で σ_m が大きくなると、大略、主応力方向が正確に評価できる上記 3) で述べた $\sigma_1/\sigma_m \geq -5 (\sigma_2/\sigma_m) + 6$ の領域内で σ_2/σ_1 がある程度正確に評価でき、その領域のさらに約半分の領域では σ_3/σ_1 もある程度正確に評価できる。

謝辞 本研究の一部は平成 23 年度科学研究費（挑戦的萌芽研究）（課題番号：23656557）によった。記して謝意を表する。

References

- 1) F. G. Strickland and N. Ren: Proc. 21st U.S. Sym. on Rock Mech., (1980), pp.523-532.
- 2) N. Ren et al.: Proc. 5th Int. Cong. on Rock Mech., (Melbourne, 1983), pp.F117-127.
- 3) T. N. Dey et al.: Proc. Int. Sym. on Rock Stress Measurement, (Stockholm, 1988), pp.351-357.
- 4) Y. Oikawa et al.: Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., **30** (1993), 1023-1026.
- 5) Y. Fujiwara et al.: Proc. Int. Sym. on Rock Stress, (Kumamoto, 1997), pp.171-175.
- 6) H. Ito et al.: Proc. Int. Sym. on Rock Stress, (Kumamoto, 1997), pp.355-358.
- 7) S. R. Carlson and H. F. Wang: J. Geophys. Res., **91** (1986), 10421-10428.
- 8) I. L. Meglis et al.: Tectonophysics, **186** (1991), 163-173.
- 9) K. Matsuki: Proc. Workshop on Stress Measurement, (Morioka, 1989), pp.92-104.
- 10) K. Sakaguchi et al.: Journal of MMIJ, **115** (1999), 517-524.
- 11) P. Charlez et al.: Proc. Int. Sym. on Rock stress Measurement, (Stockholm, 1986), pp.341-350.
- 12) W. F. Brace: *State of Stress in the Earth's Crust*, (W. R. Judd ed., Elsevier, New York, 1964), 111-174.
- 13) N. Kaga et al.: Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., **40** (2003), 653-665.
- 14) K. Matsuki et al.: Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., **41** (2004), 1167-1190.
- 15) L. Yongyi and D. R. Schmitt: J. Geophys. Res., **103** (1998), 3225-3219.
- 16) K. Matsuki et al.: Journal of MMIJ, **116** (2000), 972-978.
- 17) K. Sakaguchi et al.: Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., **39** (2002), 367-380.
- 18) K. Yamamoto et al.: Tohoku Geophys. J., (1990), 127-147.
- 19) Y. Karino et al.: Journal of MMIJ, **126** (2010), 490-496.
- 20) K. Matsuki et al.: Journal of MMIJ, **126** (2010), 668-678.
- 21) K. Matsuki et al.: Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., **46** (2009), 31-50.