岩石の強度に対して応力状態が影響する メカニズムを明らかにするための三次元弱面モデル*

藤井 義明¹ 児玉 淳一² 福田 大祐³

3-D Weakness Plane Model to Clarify the Mechanisms of Influences of Stress States on Rock Strengths

by Yoshiaki FUJII^a, Jun-ichi KODAMA^a and Daisuke FUKUDA^a

a. Rock Mechanics Laboratory, Hokkaido University, 060-8628, JAPAN
(* Corresponding author, E-mail: fujii6299@frontier.hokudai.ac.jp)

The 3-D weakness plane model was developed to clarify the mechanisms of influences of various stress states on the strength of rocks. The model assumes numerous planes of weakness whose directions are uniformly distributed in a rock; each plane slips or opens based on the Coulomb criterion with a tension cut-off; and the rock is regarded as failed when the ratio of the failed plane number to that of all planes reaches a certain value. The equal strength parameters were assigned to all planes and no complicated statistical functions are used. The model was applied to true triaxial compression, uniaxial tension, Brazilian and extension tests. The model was very simple but the effects of a stress state, namely, nonlinear increase of peak stress with small intermediate principal stress and nonlinear decrease with large intermediate principal stress in true triaxial tests, larger tensile strength by Brazilian tests than uniaxial tensile tests and the bilinear nature of peak stress in extension tests, were simulated very well. Distributions of stress and failed planes on the Schmidt net increased the understanding of the mechanism of the stress state effects on rock strength.

KEY WORDS: Rock, Strength, Stress State, Weakness Plane Model

1. はじめに

真三軸圧縮下での岩石強度は、中間主応力の増加に伴い、最初は増加するが、中間主応力が最大主応力に近づくにつれやや減少することがよく知られている（たとえば、You, 2009¹⁾）。しかしながら、そのメカニズムはいまだはっきりと説明されているとはいえない。小出ら（1986）²⁾は3つの主応力により岩石の真三軸強度を表すことのできる Griffith 理論に基づいた確率的モデルを開発した。このモデルは複雑であり、また、圧裂引張試験・伸張試験など、他の応力状態での岩石強度への応用は示されていない。一方、三軸伸張試験結果の解釈を目的とした二次元モデルが藤井・上原（2006）³⁾により開発されており、伸張試験における岩石強度に対する封圧の影響がシミュレートされている。本研究では、特定の岩石に対する特定の試験で得られた破壊条件を精密に表すのではなく、種々の応力条件が岩石強度に影響を及ぼすある程度一般的なメカニズムを明らかにすることを目的として、藤井・上原（2006）³⁾の二次元モデルを三次元に拡張して、三次元弱面モデルと呼び、真三軸試験・一軸引張・圧裂引張・伸張試験に応用する。

2. 三次元弱面モデル

本モデルでは、岩石中に配向せずに分布する弱面を考える（Fig. 1）。各弱面はテンションカットオフを有するクーロンの破壊条件に基づいて、滑ったり開いたり（両者を合わせて弱面の破壊と呼ぶ）する。粘着力 C 、摩擦角 ϕ 、引張強度 T_0 は全ての弱面について等しい値を用い、破壊した弱面の割合が一定値に達したとき、岩石が破壊したものとみなす。破壊判定は、有限枚の弱面の存在を仮定して個々の弱面について行うこととした。弱面数と計算精度との関係については詳しく考察していないが、正確な計算結果を得るために十分と思われる 20000π 枚の弱面の存在を仮定した。

シュミットネット（Fig. 2a）上では、通常よくステレオ投影で用いられるウルフネットと違って、どの方向でも面積が正しく表示される。したがって、配向していない弱面の法線方向はシュミットネット上で等間隔になるように取ればよい。 x 軸から y 軸へ測った方位角 ϕ と z 軸から水平面へ測った天頂角 θ は

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\theta = 2 \sin^{-1} \frac{r}{2} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

*2013年1月31日受付 2013年3月8日受理
1. 正会員 北海道大学大学院 工学研究院 環境循環システム部門 教授
2. 正会員 北海道大学大学院 工学研究院 環境循環システム部門 准教授
3. 正会員 北海道大学大学院 工学研究院 環境循環システム部門 助教
[著者連絡先] E-mail: fujii6299@frontier.hokudai.ac.jp
キーワード: 岩石, 強度, 応力状態, 弱面モデル

Fig. 1 Randomly oriented planes of weakness.

Fig. 3 Simulated failure ratio using the 3-D weakness plane model.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \dots \dots \dots (3)$$

である。

与えられた主応力による各弱面の直応力とせん断応力は法線方向から計算できる。直応力と各弱面上の最大せん断応力をクーロンの破壊条件と比較する。引張とずれの条件が同時に満たされた際は引張破壊を優先させる。破壊条件を満たす弱面の数を弱面全体の数で除して破壊割合 (*FR*) とする。破壊割合がある値 (*FRC*) に達すると岩石が破壊したとみなす。ここで、*FRC* は岩石の不均質性を表す指標であり、*FRC* が小さい場合、つまり、ごく少数の弱面が破壊条件を満たせば供試体全体の破壊に至る場合は、岩石がガラスのように均質なことを表していると思われ、ぜい性的な破壊が予想される。*FRC* が大きい場合、つまり、多数の弱面が破壊条件を満たさないと岩石の破壊には至らない場合は、岩石が不均質なことを表していると考えられ、延性的な破壊が予想される。

三次元弱面モデルによる計算の例として一軸圧縮試験をシミュレートしてみる。粘着力は 10 MPa とした。軸応力が増加するにつれ破壊割合は増加する (Fig. 3)。摩擦角が増加するにつれ、破壊割合増加開始時の軸応力は増加し、また、破壊割合の増加する傾きは減少している。シュミットネット上では、軸応力が増加するにつれ、載荷軸と 30 度程度の傾きを持つ、ずれた弱面の分布方向範囲が増えていることが見て取れる (Fig. 4)。

3. 真三軸圧縮試験

中間主応力を増加させると、最初のうちはピーク応力が増加するが、やがて減少するという、典型的な真三軸挙動がみられた (Fig. 5a)。なお、この結果は、 $T_0 = 1$ (MPa)、 $C = 10$ (MPa)、 $\phi = 30^\circ$ 、 $FRC = 0.1$ とした場合であり、以降、この組み合わせによる計算結果をベースケースと呼ぶ。摩擦角を大きくすると中間主応力の影響は著しく大きくなった (Fig. 5b)。*FRC* を大きくすると通常 ($\sigma_2 = \sigma_3$) の三軸強度は変わらないが、 $\sigma_2 > \sigma_3$ の場合の強度は大きくなった (Fig. 5c)。

これら、各パラメーターの影響を踏まえ調整すると、たとえば、Takahashi & Koide (1989)⁴⁾ の夕張頁岩に関する真三軸試験結果を

Fig. 2 (a) Schmidt net projection method on a sectional view and (b) randomly distributed normal of weakness planes on Schmidt net.

Table 1 に示すパラメーターを使って再現した例 (Fig. 6) のように、実際の実験結果を概ね再現することができる。

弱面上の最大せん断応力を、弱面がずれるために必要なせん断応力の大きさと正規化してシュミットネット上に示す (Fig. 7)。通常の三軸試験の応力状態では、ずれた弱面の法線方向 (赤い部分) はシュミットネット上でドーナツ状にみえる (Fig. 7a)。中間主応力が最小主応力と軸応力の中間程度の場合、ほぼ中間主応力方向に法線を有する弱面の正規化されたせん断力が小さくなっている (Fig. 7b)。これは、中間主応力方向の直応力が増加したためであり、最大主応力と中間主応力による弱面のせん断ずれを抑制し、最小主応力と軸応力の中間程度より小さい中間主応力の増加に伴う強度増加の原因となる。

中間主応力が大きくなると、正規化されたせん断力の大きい領域は、最小主応力方向を軸とするドーナツ状となる (Fig. 7c)。これは、中間主応力と最小主応力による弱面のせん断ずれが生じることを示し、最小主応力と軸応力の中間程度より大きい中間主応力の増加に伴う強度低下の原因である。

4. 一軸引張と圧裂引張

FRC 以外をベースケースに設定し、一軸引張の場合、最大・中間主応力を 0、圧裂引張の場合は、中間主応力を 0、最大主応力を引張応力 (最小主応力) の -3 倍に保って破壊割合が *FRC* を満たすまで最小主応力の絶対値を増加させた。*FRC* の増加に伴い両引張強度は弱面の引張強度 (1 MPa) から増加し、増加割合は圧裂引張の場合のほうが大きい (Fig. 8a)。なお、5 ~ 15 MPa の範囲の粘着力、20 ~ 40° の範囲の摩擦角は強度に影響しないことを確認している。圧裂引張では、圧縮の最大主応力のために、引張応力の大きい方位の面積が小さく (Fig. 9)。これが、今回のシミュレーションで圧裂引張強度の方が大きくなった原因である。

一軸引張強度 T_U の弱面の引張強度に対する比は、(0, 1) を通る *FRC* の二次関数で

$$\frac{T_U}{T_0} = 1.000 + 1.657FRC + 5.93FRC^2 \quad \dots \dots \dots (5)$$

(相関係数 0.9995)、圧裂引張強度 T_1 の一軸引張強度に対する比 (Fig. 8b) は、(0, 1) を通る *FRC* の五次関数で

$$\frac{T_1}{T_U} = 1.000 + 5.62FRC - 122.6FRC^2 + 1497FRC^3 - 6730FRC^4 + 11690FRC^5 \quad \dots \dots \dots (6)$$

(相関係数 0.99996) と近似できた。したがって、圧裂引張強度の一軸引張強度に対する比から式 (6) を用いて *FRC* を求め、得られた *FRC* を式 (5) に代入し、一軸引張強度の値を用いて弱面の

Fig.4 Directions of slipped planes in a simulated uniaxial compression test using the weakness plane model on the Schmidt net for $\phi = 30^\circ$. Axial stress is oriented in the direction normal to the diagram. “S” (red areas) shows direction of slipped weakness planes.

Fig.5 Simulated peak stress in true triaxial tests using the 3-D weakness plane model.

Table 1 Parameters used to simulate true triaxial test for Yuubari shale by Takahashi & Koide (1989)⁴⁾.

T_0	1 MPa
FRC	0.1
ϕ	16°
C	12.125 MPa

Fig.6 Example of simulation for true triaxial compression of Yuubari shale by Takahashi & Koide (1989)

Fig.7 Shear stress value on planes of weakness normalized by the required shear stress for failure plotted on the Schmidt net. “S” denotes slipped weakness planes.

引張強度を求めると、実験結果を再現できる。たとえば、Table 2 に示すパラメーターを用いると、藤井・上原 (2006)³⁾ に示されている一軸引張強度と圧裂引張強度を三次元弱面モデルによって再現できる。

実験でしばしば一軸引張強度よりも圧裂引張強度の方が大きい値が得られる原因としては、上記、圧縮の最大主応力のために引張応力の大きい方位の面積が限られること以外にも、圧裂引張強

度の評価式で与えられる大きさの引張応力は供試体全体に発生するのではなく、中央部にしか発生しない (Fujii et al., 1998⁵⁾)、岩石変形の非線形性により、実際に生じる応力は弾性解よりも小さい等の理由が挙げられる。

5. 伸 張 試 験

伸張試験は封圧とそれより小さい軸応力が与えられる試験で、

(a) Tensile strength values
(b) Ratio of indirect tensile strength T_I to uniaxial tensile strength T_U

Fig.8 Simulated tensile strengths from uniaxial and Brazilian tests.

(a) Uniaxial tension
(b) Brazilian test
Fig.9 Simulated tensile stress value in MPa on the Schmidt net for the uniaxial tension (a) and Brazilian tests (b).

(a) Effects of ϕ
(b) Effect of C/T_0
(c) Effects of FRC
Fig.10 Simulated minimum principal stress at failure in extension tests.

(a) A in Fig. 7a
(b) B in Fig. 7a
(c) C in Fig. 7a
Fig.11 Failure mode of weakness planes on the Schmidt net. O and S denote the opening and slip, respectively.

Fig.12 Example of simulation for the extension test result in Fujii & Uehara (2006)³. EXT: extension test, BR: Brazilian test, UC: uniaxial compression test, exp: experiment, simu: simulation.

Brace (1964)⁶, Mogi (1967)⁷, 谷 (1996)⁸, 及川・山口 (2000)⁹, Ramsey & Chester (2004)¹⁰, 藤井・上原 (2006)³, Takahashi et al. (2009)¹¹ など多くの研究例があるものの、封圧が小さく軸応力が引張になる場合の実験例は少なく、また、三軸引張下の強度は明らかになっていない。

ベースケースでの結果では、他のパラメータに関わらず弱面の引張強度 (1 MPa) に一致する三軸引張強度から始まり、低封圧

下では封圧の増加とともに引張強度が増加する (Fig. 10, 領域 I)。この領域では弱面は全て引張で破壊し (Fig. 11a, Fig. 10 中の A), 引張強度の増加は封圧による引張応力の抑制である。ある程度以上大きい封圧で引張強度は減少する (領域 II)。この領域では弱面のずれがみられるようになる (Fig. 11b, Fig. 10 中の B)。さらに封圧が大きくなると最小主応力が圧縮になり、弱面の破壊はずれだけになる (領域 III, Fig. 11c, Fig. 10 中の C)。明らかになっていない三軸引張強度については実験との比較のしようがないが、領域 III の計算結果はよく知られた実験結果の傾向と類似しており、領域 I, II の挙動は藤井・上原 (2006)³ の実験結果 (Fig. 12) と類似している。

領域 II, III におけるピーク応力の傾きは摩擦角が小さくなると大きくなる (Fig. 10a)。領域 I と II の交点は粘着力の引張応力に対する比を大きくすると右下方に移動する (Fig. 10b)。ピーク応力-封圧線図は FRC を大きくすると時計回りに回転する (Fig. 10c)。これらの特徴を踏まえてパラメータを調整することによって実際の試験結果もある程度シミュレートすることができる。たとえば、藤井・上原 (2006)³ の長さ 180 mm の支筋溶結凝灰岩供試体に関する伸張試験結果 (Fig. 12) から Table 3 に示すバ

Table 2 Indirect tensile strength (T_I), uniaxial tensile strength (T_U) in Fujii & Uehara (2006)³⁾ and parameters to simulate the strengths.

Rock type	T_I (MPa)	T_U (MPa)	T_I/T_U	FRC	T_0 (MPa)
Shirahama sandstone #1	3.50	2.46	1.423	0.1248	1.894
Shirahama sandstone #2	3.71	2.71	1.369	0.1165	2.127
Shikotsu welded tuff	1.273	0.438	2.91	0.238	0.253

Table 3 Parameters used to simulate extension tests for Shikotsu welded tuff. FRC and T_0 are already shown in Table 2.

ϕ	18°
C	0.92 MPa

ラメーターが求められた。なお、 FRC と弱面の引張強度は既に本文 4. で圧裂引張強度と一軸圧縮強度の比較から求めたもの (Table 2) を用いた。圧裂引張強度の再現値が実験結果とやや異なっている (Fig. 12) のは、摩擦角が 18 度となり、式 (5)、式 (6) の適用範囲を若干外れているためである。また、同じパラメーターを用いて再現した一軸圧縮強度の再現精度も良くなく、以上は改善が望まれるものの、伸張試験の最大応力に対する封圧の影響は概ね再現できた (Fig. 12)。

6. 結 言

岩石強度に対する種々の応力状態の影響をシミュレートするための三次元弱面モデルを開発した。このモデルでは配向しない無数の弱面が、テンションカットオフを有するクーロンの破壊条件に則ってずれ、または、引張によって破壊する。破壊した弱面の割合がある値に達したとき、岩石が破壊したとみなす。全ての弱面に等しい強度パラメーターが与えられ、複雑な確率密度関数も

用いていないにもかかわらず、実験結果が得られている岩石強度に対する応力状態の影響をよくシミュレートでき、弱面の応力や破壊のシュミットネット上での分布により、岩石強度に対して応力状態が影響するメカニズムを簡明に説明することができた。特に、弱面の破壊条件における破壊包絡線が直線であり、当然ながら中間主応力の影響も含まれていないにも関わらず、真三軸圧縮試験において中間主応力が強度に非線形に影響するメカニズムを、載荷面における摩擦の影響を考慮したり、複雑な確率関数を用いたりせずに、簡明に説明できたことは大きな成果と考えられる。

このモデルは、応力状態が岩石強度に影響する一般的なメカニズムの解明を目的として開発したものであるが、弱面の破壊条件として Hoek & Brown の破壊条件などの非線形な破壊条件を用いる、ずれと引張に異なった重みをつけて破壊割合を算出する、弱面を配向させる、などにより、特定の実験結果を精密にシミュレートすることも可能と思われる。

References

- 1) M. You: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **46** (2009), 115-127.
- 2) H. Koide, M. Takahashi, S. Kinoshita, Y. Ishijima and A. Nakamura: J. Mat. Sci. Japan, **35** (1986 in Japanese), 14-19.
- 3) Y. Fujii and Y. Uehara: Journal of MMIJ, **122** (2006 in Japanese), 330-337.
- 4) M. Takahashi and H. Koide: Rock at Great Depth (Rotterdam:Balkema, 1989), Vol.1, pp. 19-26.
- 5) Y. Fujii, T. Kiyama, Y. Ishijima and J. Kodama, J.: Pure and Applied Geophysics, **152** (1998), 551-577.
- 6) W. F. Brace: State of Stress in the Earth's Crust, (New York: American Elsevier, 1964), pp. 111-180.
- 7) K. Mogi: J. Geophys. Res., **72** (1967), 5117-5131.
- 8) K. Tani: Proc. 27th Symp. Rock Mech. Japan, (1996 in Japanese), pp. 226-230.
- 9) Y. Oikawa and T. Yamaguchi: Proc. MMIJ Annual Meeting (2000 in Japanese), Vol. I, pp. 175-176.
- 10) J. M. Ramsey and F. M. Chester, Nature, **428** (2004), 63-66.
- 11) T. Takahashi, M. Takahashi, T. Kiyama and T. Takemura: Rock Engineering in Difficult Conditions - Soft Rocks and Karst (Leiden: CRC Press/Balkema, 2009), pp. 381-386.