一軸引張応力下での岩石の構成方程式と 力学特性に関する検討*

羽 柴 公 博¹ 福 井 勝 則²

Study on Constitutive Equations and Mechanical Behaviors of Rock in Uniaxial Tension

by Kimihiro HASHIBA^{a*} and Katsunori FUKUI^a

a. Department of Systems Innovation, The University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku,
Tokyo, 113-8656, Japan (*Corresponding author, E-mail: hashiba@sys.t.u-tokyo.ac.jp)

To design underground structures and estimate their stability, it is essential to understand mechanical behaviors of rock and applicability of constitutive equations not only in compression but also in tension. In this study, the non-linear visco-elastic constitutive equations proposed by the authors in compression were applied to the behaviors in uniaxial tension. The deformation characteristics and mechanism in uniaxial compression and tension under dry and wet conditions were investigated by comparison of the mechanical properties and the constants in the equations. It was found that three non-linear visco-elastic constitutive equations can reproduce the stress-strain curves in uniaxial tension for Sanjome andesite in dry and wet, Kawazu tuff in dry and wet, and Inada granite in dry condition. Time-dependent behaviors of Sanjome andesite in dry condition such as loading-rate dependency and creep can be also reproduced with the same equations. Because the calculated results of unloading curves were not consistent with the testing ones, the new constitutive equation combining the previous ones was proposed. The testing results showed that strength degradation by water is larger in tension than in compression and that initial Young's modulus in tension is nearly equal to the slope of unloading curves in the pre-failure region in compression. Relationship of the constants in the constitutive equations under various testing conditions was discussed. The exponents representing the stress dependency of strain rate in transient creep were calculated with the constants in tension, and found to be consistent in the three constitutive equations under dry and wet conditions.

KEY WORDS: Rock, Uniaxial Tension, Constitutive Equation, Stress-Strain Curve, Time-Dependency, Creep

1. 緒 言

地下空洞が大規模な場合や複雑な形状を持つ場合、内圧を受けるような場合には、周辺岩盤に引張応力が生じる可能性がある¹⁾。また、東北地方太平洋沖地震を契機として、構造物基礎の耐震設計用地震動は大きくなる傾向にあり、従来のように岩盤の引張強度を保守的にゼロにすると十分な耐力を示すことが困難になってきた²⁾。このような岩盤構造物の設計や安定性評価においては、岩石の引張応力下での変形・破壊特性を把握し、適切な構成方程式による数値解析を行うことが重要である。岩石の変形・破壊や時間依存性挙動を再現するため、これまでに、線形粘弾性モデル³⁾、粘弾塑性モデル⁴⁻⁶⁾、破壊要素を組み込んだモデル⁷⁻⁹⁾など、種々の構成方程式が提案されてきた。しかしながら、構成方程式の妥当性や適用性は圧縮応力下で検討されることがほとんどであり、試験結果の少ない引張応力下での詳細な検討例はないのが現状である。

岩石の一軸引張試験結果は一軸圧縮試験結果に比べれば格段に少ないものの、徐々に蓄積されている。Hawkes et al.¹⁰⁾は、湿潤状態では気乾状態に比べて、岩石の一軸引張強度が低下することを報告した。Peng¹¹⁾は、載荷速度の増加とともに岩石の一軸引張強度が増加することを報告している。Fujii et al.¹²⁾は、花崗岩の一軸引張強度や破断面の粗さに異方性があることを示した。一軸圧縮応力下と一軸引張応力下の結果を比較した研究成果として、次のようなものがある。Okubo and Fukui¹³⁾は、6種類の岩石について、一軸圧縮試験と一軸引張試験での岩石の応力-歪曲線が似た形状であることを指摘した。秋ら¹⁴⁾は、一軸圧縮応力下と一軸引張応力下の三城目安山岩のクリープ歪の変化が似た傾向を示すことを報告した。一方、福井ら¹⁵⁾は、一軸圧縮試験とは違って一軸引張試験では、6種類の岩石で載荷開始から除荷曲線の傾きが徐々に減少していくことを指摘している。羽柴ら¹⁶⁾は、4種類の岩石について、一軸圧縮試験では気乾状態と湿潤状態とで応力-歪曲線の形状はあまり変わらないが、一軸引張試験では湿潤状態の方がピーク強度以前の非線形性が大きくなるなど変化が見られたとしている。大久保ら¹⁷⁾は、一軸圧縮試験と一軸引張試験では、ピーク強度以前における石炭の応力-歪曲線の形状が定性的にも異なっていることを指摘している。このように、精度が高まってきた最近の試験により、一軸圧縮応力下と一軸引張

*2014年1月31日受付 2014年4月2日受理

1. 正会員 工博 東京大学助教 工学系研究科システム創成学専攻

2. 正会員 工博 東京大学教授 工学系研究科システム創成学専攻

[著者連絡先] FAX: 03-3818-7492 (東大・システム創成)

E-mail: hashiba@sys.t.u-tokyo.ac.jp

キーワード: 岩石, 一軸引張, 構成方程式, 応力-歪曲線, 時間依存性, クリープ

Table 1 Constitutive equations and their exact solutions in the pre-failure region.

	Constitutive equation			Initial value	Exact solution in the pre-failure region	
	Stress-strain	Pre-failure	Post-failure		Constant stress rate ($\dot{\sigma}^* = C_s^* t$)	Creep ($\dot{\sigma}^* = \sigma_{cr}^*$)
A	$\varepsilon^* = \lambda^* \sigma^*$	$\frac{d\lambda^*}{dt} = a_1 (\lambda^* - 1)^{-m_1} (\sigma^*)^{n_1} + a_3 (\lambda^*)^{m_3} (\sigma^*)^{n_3}$		$\lambda^* = 1$	$\lambda^* - 1$ or $\lambda_1^* - 1$ $= \left(a_1 \frac{m_1 + 1}{n + 1} \right)^{\frac{1}{m_1 + 1}} \left\{ \frac{\sigma^*}{(C_s^*)^{\frac{1}{n+1}}} \right\}^{\frac{n+1}{m_1 + 1}}$	$\lambda^* - 1$ or $\lambda_1^* - 1$ $= a_1^{\frac{1}{m_1 + 1}} (m_1 + 1)^{\frac{1}{m_1 + 1}} (\sigma_{cr}^*)^{\frac{n}{m_1 + 1}} t^{\frac{1}{m_1 + 1}}$ $\frac{d\lambda^*}{dt}$ or $\frac{d\lambda_1^*}{dt}$ $= a_1^{\frac{1}{m_1 + 1}} (m_1 + 1)^{\frac{m_1}{m_1 + 1}} (\sigma_{cr}^*)^{\frac{n}{m_1 + 1}} t^{\frac{m_1}{m_1 + 1}}$
B	$\varepsilon^* = \lambda^* \sigma^*$ $\lambda^* = \lambda_1^* + \lambda_3^* - 1$	$\frac{d\lambda_1^*}{dt} = a_1 (\lambda_1^* - 1)^{-m_1} (\sigma^*)^{n_1}$	$\frac{d\lambda_3^*}{dt} = a_3 (\lambda_3^*)^{m_3} (\sigma^*)^{n_3}$	$\lambda_1^* = 1$ $\lambda_3^* = 1$	$\lambda_1^* - 1$ $= \left(\frac{a_1}{C_s^*} \frac{m_1 + 1}{n + 1} \right)^{\frac{1}{m_1 + 1}} (\sigma^*)^{\frac{n+1}{m_1 + 1}}$	$\frac{d\lambda_1^*}{dt}$ or $\frac{d\lambda_3^*}{dt}$ $= a_1^{\frac{1}{m_1 + 1}} (m_1 + 1)^{\frac{m_1}{m_1 + 1}} (\sigma_{cr}^*)^{\frac{n}{m_1 + 1}} t^{\frac{m_1}{m_1 + 1}}$
C	$\varepsilon^* = \varepsilon_v^* + \lambda^* \sigma^*$ $\lambda^* = \lambda_3^*$	$\frac{d\varepsilon_v^*}{dt} = a_1 (\varepsilon_v^*)^{-m_1} (\sigma^*)^{n_1}$		$\varepsilon_v^* = 0$ $\lambda_3^* = \lambda_0^*$	$\varepsilon_v^* = \left(a_1 \frac{m_1 + 1}{n + 1} \right)^{\frac{1}{m_1 + 1}} \left\{ \frac{\sigma^*}{(C_s^*)^{\frac{1}{n+1}}} \right\}^{\frac{n+1}{m_1 + 1}}$	$\varepsilon_v^* = a_1^{\frac{1}{m_1 + 1}} (m_1 + 1)^{\frac{1}{m_1 + 1}} (\sigma_{cr}^*)^{\frac{n}{m_1 + 1}} t^{\frac{1}{m_1 + 1}}$
D	$\varepsilon^* = \varepsilon_v^* + \sigma^*$	$\frac{d\varepsilon_v^*}{dt} = a_1 (\varepsilon_v^*)^{-m_1} (\sigma^*)^{n_1} + a_3 (\varepsilon_v^*)^{m_3} (\sigma^*)^{n_3}$		$\varepsilon_v^* = 0$	$= \left(\frac{a_1}{C_s^*} \frac{m_1 + 1}{n + 1} \right)^{\frac{1}{m_1 + 1}} (\sigma^*)^{\frac{n+1}{m_1 + 1}}$	$\frac{d\varepsilon_v^*}{dt} = a_1^{\frac{1}{m_1 + 1}} (m_1 + 1)^{\frac{m_1}{m_1 + 1}} (\sigma_{cr}^*)^{\frac{n}{m_1 + 1}} t^{\frac{m_1}{m_1 + 1}}$

References: A²⁰⁾, B¹⁷⁾, C²¹⁾, D¹⁸⁾ $\sigma^* = \sigma / \sigma_f$, $\varepsilon^* = \varepsilon E / \sigma_f$, $\varepsilon_v^* = \varepsilon_v E / \sigma_f$, $\lambda^* = \lambda E$, $\lambda_0^* = \lambda_0 E$, $\lambda_1^* = \lambda_1 E$, $\lambda_3^* = \lambda_3 E$, $C_s^* = C_s / \sigma_f$, $\sigma_{cr}^* = \sigma_{cr} / \sigma_f$ t: time, σ : stress, ε : strain, E : Young's modulus, λ : compliance, σ_f : strength, C_s : stress-rate, σ_{cr} : creep stress

応力下と異なる変形特性を示すことがわかってきた。

本研究では、一軸引張応力下での過去の試験結果を用いて、非線形粘弾性構成方程式の適用性と変形・破壊特性に関する検討を行った。まず、これまでに著者らが所属する研究室で提案され、圧縮応力下で詳細な検討が行われてきた非線形粘弾性構成方程式¹⁷⁻²¹⁾を整理した。これらの式が、一軸引張応力下での応力-歪曲線、载荷速度依存性やクリープなどの時間依存性挙動などへ適用できるかどうかを検討した。次いで、物性値や構成方程式の定数の比較を通して、一軸引張応力下と一軸圧縮応力下、気乾状態と湿潤状態での変形・破壊特性の相違について考察した。さらに、構成方程式の精密化についての案を述べた。

2. 構成方程式

2・1 これまでに提案された式の比較

検討に用いた構成方程式を Table 1 にまとめて示した。いずれの式でも、応力 σ は強度 σ_f で、コンプライアンス λ はヤング率 E の逆数で、歪 ε と非弾性歪 ε_v は σ_f / E で正規化した。 n は岩石の時間依存性の程度、すなわち、強度の载荷速度依存性やクリープ寿命の応力依存性などを表す定数であり²²⁾、岩石では 10 ~ 100 の範囲内に入っていることが多い²³⁾。なお、羽柴ら²⁴⁾の検討結果を参考にして、各構成方程式の第 1 項と第 2 項の n は等しいとした。 a と m の添え字 1 はピーク強度以前や一次クリープにおいて、添え字 3 はピーク強度以降や三次クリープにおいて支配的な定数であることを意味する。 a_1 と a_3 は一種の時定数であり、これが変わっても現象の遅速が変わるだけである。

式 A は大久保ら¹⁹⁾が提案した構成方程式 ($d\lambda^*/dt = a_3 (\lambda^*)^{m_3} (\sigma^*)^{n_3}$) に、ピーク強度以前の挙動や一次クリープを表す項を追加した式²⁰⁾である。式 A は 1 つのパネを表しており、パネ定数の逆数に相当するコンプライアンス λ (= 歪/応力) が徐々に増加し、パネ定数は減少していく。大久保ら¹⁷⁾が提案した式 B は、直列に並んだ 2 つのパネに相当するコンプライアンス λ_1 および λ_3 がそれぞれ独立に増加していくことを表している。式 C はコン

プライアンス可変型構成方程式に、ピーク強度以前で非弾性歪が増加する項を付け加えた式²¹⁾である。式 D は、大久保・西松¹⁸⁾が提案した非弾性歪が徐々に増加する式から、ピーク強度以前と以降を表す 2 項を取り出したものである。いずれの式でも、ピーク強度以前で式中の第 1 項が支配的な場合は、応力速度一定と応力一定 (クリープ) のもとで解析解を求めることができる。解析解を Table 1 の右側に示したが、式の形が類似しているので解析解も似た形となり、式 A と式 B、式 C と式 D の解は統一的に表現できる。

大久保ら²⁵⁾は、三城目安山岩について一軸圧縮応力下と一軸引張応力下で式 A の定数を求めたが、両応力下で異なる値が得られたとしている。その後、羽柴ら²⁴⁾は一軸圧縮応力下において式 A と式 C の適用性について検討した。その結果、三城目安山岩は式 C、稲田花崗岩は式 A と式 C で、応力-歪曲線、強度の载荷速度依存性、クリープなどをうまく再現できることがわかった。大久保ら²¹⁾は多孔質岩石の一軸圧縮強度試験結果を用いて検討し、気乾状態と湿潤状態でのヤング率の違いが式 C で再現できることを示した。大久保ら¹⁷⁾は石炭の試験結果を用いて検討し、一軸引張応力下での応力-歪曲線が式 A、式 B、式 C のいずれの式でも再現できることを示した。一方、一軸圧縮応力下での石炭の応力-歪曲線は、式 A、式 B、式 C で $a_1=0$ とした式で再現できた。

これまでの研究では未解決で、本研究で解明を目指す課題は次の 3 点である。①応力-歪曲線や時間依存性挙動を再現する際に、一軸圧縮応力下では岩種に応じて適切な構成方程式を選定する必要があったが、一軸引張応力下ではどうか。②最近になって湿潤状態で一軸引張試験が行われるようになったが¹⁶⁾、本研究で検討する構成方程式の適用性について気乾状態との違いはあるか。③一軸引張応力下と一軸圧縮応力下、気乾状態と湿潤状態とで、変形・破壊特性やその機構にどのような相違があるか。なお Table 1 に示した 4 つの構成方程式のうち、式 D ではピーク強度以降で応力が急激に減少するような場合をうまく再現できなかつ

Table 2 Mechanical properties of rocks in uniaxial tension. The values were obtained under the strain-rate or loading-rate (C in Eq. 1) of 10^{-6} /s.

Reference	Rock	Testing condition	Uniaxial tensile strength (MPa)	Initial Young's modulus (GPa)
Hashiba et al. ¹⁶⁾	Sanjome andesite	Air-dried	4.3	14
		Water-saturated	1.8	7.6
	Kawazu tuff	Air-dried	3.4	9.6
		Water-saturated	1.6	5.2
Fukui et al. ¹⁵⁾	Inada granite	Air-dried	8.6	32
Fukui et al. ²⁸⁾	Sanjome andesite	Air-dried	6.2	18
Chu et al. ¹⁴⁾	Sanjome andesite	Air-dried	3.8	7.8*

* Tangential Young's modulus.

たので、式 A、式 B、式 C の 3 つの式を用いて検討を行った。

2・2 定数の値の取得

羽柴ら¹⁶⁾では、三城目安山岩、河津凝灰岩、稲田花崗岩、本小松安山岩の気乾状態と湿潤状態での一軸引張試験結果を報告した。このうちの三城目安山岩と河津凝灰岩の結果から構成方程式の定数を求めた。なお稲田花崗岩では試験機剛性の影響が懸念されたため、剛性の大きい試験機で実施された福井ら¹⁵⁾の結果を用いることにした。本小松安山岩は時間依存性の程度を表す定数 n の値が不明であったため採用を見送った。

羽柴ら¹⁶⁾は、直径 25 mm、高さ 50 mm の円柱形試験片をエポキシ樹脂系の接着剤により試験機の載荷盤に接着してから、一定の歪速度 10^{-6} /s で一軸引張試験を行った。試験には容量 10 kN のサーボ試験機を用いた。気乾状態の試験では、整形後 1 ヶ月以上、温度と湿度が管理された試験室内で乾燥させた試験片を使用した。湿潤状態の試験では、一度乾燥させた試験片を、デシケータ内で 1 日程度真空脱気した後にイオン交換水で飽和させてから使用し、接着・試験とも水中で行った。三城目安山岩では、2 つのブロック A と B から作製した流理面に対するコア抜き方向が異なる試験片を用いたが、構成方程式の定数の値はブロック間で大きな違いは見られなかったため、ここではブロック A の結果を採用することにした。試験で得られた三城目安山岩と河津凝灰岩の一軸引張強度と初期ヤング率の平均値を Table 2 に示した。

福井ら¹⁵⁾は、直径 25 mm、高さ 50 mm の円柱形試験片をエポキシ樹脂系の接着剤により試験機の載荷盤に接着してから、次式で表される応力帰還制御²⁶⁾により一軸引張試験を行った。

$$\varepsilon - \alpha \frac{\sigma}{E} = Ct \quad \dots\dots\dots (1)$$

α を 0.45、載荷速度 C を 10^{-6} /s とし、応力が 0.5 MPa 程度変化すると 0.5 MPa 程度の除荷を行った。試験は容量 500 kN のサーボ試験機を用いて気乾状態で実施した。試験で得られた稲田花崗岩の一軸引張強度と初期ヤング率は Table 2 に示すとおりである。

いずれの構成方程式でも求めるべき定数の数は多いが、すべての定数が一意的に求まるので、湿潤状態での三城目安山岩を例にして、その求め方をまとめておく。応力、歪、コンプライアンスの正規化に使用した強度と初期ヤング率は歪速度 10^{-6} /s での値を用いた。結果は次章で述べるが、一軸引張試験の数値計算によると、いずれの構成方程式でも強度は歪速度の $1/(n+1)$ 乗に比例した。Okubo et al.²⁷⁾ に種々の岩石の n がまとめられているので、その値を参考にして決定した。

m_1 を求めるには Table 1 に示した定応力速度での解析解が有用であるが、一軸引張試験¹⁶⁾は定歪速度で行われた。強度試験において、応力-歪曲線が直線であれば定応力速度と定歪速度の結果は一致するが、直線からずれ始めると両者に差が出てくる。しかしながら、数値計算によると、ピーク強度以前に限れば定応力速度と定歪速度の差は小さく、定数の値を変える必要はなかった。そこで、定応力速度での解析解を用いて、定歪速度での試験結果から m_1 を求めた。ピーク強度以前での応力-歪曲線の直線からのずれがコンプライアンスの増加によると考えて、5 本の試験片での湿潤状態における σ^* と λ^*-1 の関係を示したのが Fig. 1 (a) である。また、直線からのずれが非弾性歪の増加によると考えて、 σ^* と ε_v^* の関係を示したのが Fig. 1 (b) である。なお、横軸の $\log \sigma^* = -0.2$ は $\sigma^* \approx 0.6$ に相当する。Table 1 に示したように、式 A と式 B では Fig. 1 (a) での傾きが $(n+1)/(m_1+1)$ に相当し、式 C では Fig. 1 (b) での傾きが $(n+1)/(m_1+1)$ に相当するので、図中に太線で示した近似直線の傾きから m_1 の値を求めた。

Fig. 2 (a) には、他の定数の値を一定にして、 a_1/a_3 を 0.01, 1, 100 に変化させたときの式 B による計算結果を示した。なお a_1 と a_3 の値は、繰り返し計算により一軸引張強度が 1 になるように決めた。また、他の定数の値を一定にして、 m_3 だけを 12, 17, 22 に変化させたときの計算結果を Fig. 2 (b) に示した。図より、 a_1/a_3 はピーク強度以前だけでなくピーク強度以降の応力-歪曲線の形状にも影響をおよぼすことがわかる。一方で、 m_3 を変化させたときの影響はピーク強度以降だけに見られた。そこで、ピーク強度以前の応力-歪曲線の形状が試験結果に合うように a_1/a_3 を決めた後に、ピーク強度以降の応力-歪曲線の形状が合うように m_3 を決めた。なお、 a_1/a_3 と m_3 の決め方は式 B だけでなく式 A や式 C でもほぼ同様であった。

このようにして求めた各構成方程式の定数の値を Table 3 に示した。数値計算は正規化した応力、歪、コンプライアンスを用いて行い、試験結果と比較する際には、強度や初期ヤング率を用いて単位を持つ値に変換した。

3. 一軸引張応力下での試験結果と計算結果

3・1 応力-歪曲線

羽柴ら¹⁶⁾の気乾状態における三城目安山岩の一軸引張試験結果 (1 条件あたり 5 本) と式 B での計算結果を Fig. 3 に示した。図 (a) のように試験結果は試験片ごとに大きくばらついたが、正規化すると図 (b) のようにばらつきは小さくなった。図 (b) で計算結果が試験での平均的な曲線となるように定数を求めたとこ

Fig.1 Results of uniaxial tension tests with Sanjome andesite in wet condition. Thin lines and a solid line indicate the testing results¹⁶⁾ and their linear approximation to calculate the value of m_1 , respectively.

Fig.2 Calculated stress-strain curves with changing the values of the constants in the constitutive equation B. The values of the other constants are the ones for Sanjome andesite in wet condition under uniaxial tension.

Table 3 Values of the constants in the constitutive equations. UT: Uniaxial tension. UC: Uniaxial compression²⁴⁾.

Constitutive equation	Constant	Sanjome andesite			Kawazu tuff		Inada granite	
		Dry		Wet	Dry	Wet	Dry	
		UT	UC	UT	UT	UT	UT	UC
A	a_1 [1/s]	3.3×10^{-10}		9.5×10^{-4}	4.0×10^{-16}	4.3×10^{-8}	5.4×10^{-11}	1.4×10^{-10}
	a_3 [1/s]	3.3×10^{-7}		9.5×10^{-10}	4.0×10^{-10}	4.3×10^{-10}	5.4×10^{-12}	1.0×10^{-4}
	m_1	11		9	22	16	26	4.5
	m_3	36		22	62	35	47	70
	n	38		30	60	42	47	50
B	a_1 [1/s]	7.6×10^{-11}		7.5×10^{-4}	6.7×10^{-15}	6.6×10^{-8}	1.1×10^{-11}	
	a_3 [1/s]	7.6×10^{-4}		7.5×10^{-4}	6.7×10^{-4}	6.6×10^{-4}	1.1×10^{-3}	
	m_1	11		9	22	16	26	
	m_3	33		17	60	31	36	
	n	38		30	60	42	47	
C	a_1 [1/s]	7.5×10^{-9}	1.0×10^{-14}	1.8×10^{-3}	6.6×10^{-13}	1.9×10^{-6}	9.1×10^{-9}	1.0×10^{-38}
	a_3 [1/s]	7.5×10^{-4}	4.0×10^7	5.7×10^{-4}	6.6×10^{-4}	6.0×10^{-4}	9.1×10^{-4}	6.0×10^{-1}
	m_1	8	36	6	16	11	17	36
	m_3	35	40	19	62	34	45	70
	n	38	40	30	60	42	47	50
	λ_0^*	1	1/1.9	1	1	1	1	1/1.1
A or B	$n/(m_1+1)+1$	4.2		4.0	3.6	3.5	2.7	10
C	$n/(m_1+1)$	4.2	1.1	4.3	3.5	3.5	2.6	1.4

Fig.3 Stress-strain curves of Sanjome andesite in dry condition under uiaxial tension. Thin lines and a thick line indicate the testing results¹⁶⁾ and calculated one with the constitutive equation B, respectively.

Fig.4 Stress-strain curves of Sanjome andesite in wet condition under uiaxial tension. Thin lines and a thick line indicate the testing results¹⁶⁾ and calculated one with the constitutive equation B, respectively.

ろ、ピーク強度以降で σ^* が 0.2 より小さくなり、き裂の進展よりもき裂面間でのすべりが支配的になる残留強度を示す部分を除いて、計算により試験結果をほぼ再現できた。計算結果を Table 2 に示した強度と初期ヤング率を用いて、単位を持つ値に変換したのが図 (a) の太線である。図 (a) では、計算結果は試験結果の平均的な曲線となっている。なお図 (b) から推測できるように、定数の値はそのまま強度と初期ヤング率を変えることで、計算結果を各試験片の応力-歪曲線にほぼ合わせることができた。Fig. 4 には湿潤状態での結果を示した。気乾状態に比べると強度は顕著に小さくなり、ピーク強度までに生じる歪が大きくなっているのがわかる。図 (a) の試験結果は試験片ごとにばらついたが、正規化すると図 (b) のようにピーク強度以前の 5 本の応力-歪曲線がほぼ重なった。ピーク強度以降では、正規化した後も試験片ごとのばらつきが大きかった。図 (b) で計算結果が試験での平均的な曲線となるように定数を求めたので、図 (a) でも計算結果は試験結果の平均的な曲線となった。なお、強度、初期ヤング率、 m_3 の値を変えることで、計算結果を各試験片の応力-歪曲線にほぼ合わせることができた。

3 つの構成方程式での計算結果を比較するため、三城目安山岩の気乾状態と湿潤状態での計算結果を Fig. 5 に示した。いずれの水分条件下でも、ピーク強度以前は 3 本の応力-歪曲線がほぼ

重なったが、ピーク強度以降では式 B の傾きがやや急になった。この原因は大久保ら¹⁷⁾でも述べられているが、式 B が直列につながれた 2 つのパネを表しているからである。すなわち、正のパネ定数 k_1 を持つパネ (ピーク強度以前を表す項) に負のパネ定数 k_2 を持つパネ (ピーク強度以降を表す項) をつなげると合成パネ定数 k_3 は $k_1 k_2 / (k_1 + k_2)$ となり、 $|k_2|$ よりも $|k_3|$ の方が大きくなるためである。ただし、式による計算結果の違いは試験結果のばらつきに比べると小さかった。

河津凝灰岩の一軸引張試験結果と式 B での計算結果を Fig. 6 に示した。気乾状態ではピーク強度以前からピーク強度以降で応力が 1 MPa 程度に低下するまで、湿潤状態ではピーク強度以前からピーク強度以降で応力がかなり小さくなるまで、計算結果と試験結果は重なるほどの一致を見せた。河津凝灰岩でも 5 本の試験片での結果が得られているが、三城目安山岩とほぼ同様に、正規化によりピーク強度以前の応力-歪曲線のばらつきは小さくなった。三城目安山岩と同様に、3 つの構成方程式による計算結果の差は小さかった。

福井ら¹⁵⁾の気乾状態での稲田花崗岩の一軸引張試験結果と計算結果を Fig. 7 に示した。前章で述べたように試験では载荷と除荷を繰り返したが、計算では除荷はせず、式 (1) で C を一定とした場合の応力-歪曲線を求めた。図 (a) よりわかるように、除荷

Fig.5 Calculated stress-strain curves with the constitutive equation A (solid line), B (broken line) and C (chain line). The values of the constants are the ones for Sanjome andesite in uniaxial tension.

Fig.6 Stress-strain curves of Kawazu tuff in uniaxial tension. Thin lines and thick lines indicate the testing results¹⁶⁾ and calculated ones with the constitutive equation B, respectively. The results in dry and wet conditions are shown with solid and broken lines, respectively.

(a) Stress-strain curves. Thin and thick lines indicate the testing result and calculated one with the constitutive equation B, respectively.

(b) Relation between stress σ and slope of unloading curves $1/\lambda$. A thin line and ● indicate the testing result. Calculated results with the constitutive equation A, B, C and Eq. 2 are shown with thick solid, thick broken, thick chain and thin dotted lines, respectively.

Fig.7 Results of uniaxial tension tests with Inada granite in dry condition. In the test a specimen was loaded and unloaded repeatedly¹⁵⁾. In the calculation a specimen was loaded with the constant rate.

の部分を除いて、試験開始からピーク強度以降で応力がかなり小さくなるまでの応力-歪曲線をうまく再現できた。なおここでは式Bでの結果を示したが、式Aや式Cでもほぼ同様であった。図(b)には、応力 σ と除荷曲線の傾き $1/\lambda$ の関係を示した。計算では除荷はしなかったが $1/\lambda$ は求まるので、3つの構成方程式での結果を示した。試験では $1/\lambda$ は試験開始から徐々に減少していき、ピーク強度で初期値の70%程度となった。その後は、若干上に凸の曲線を描きながら $1/\lambda$ は減少し0に近づいた。実際の試験ではコンプライアンスの増加($1/\lambda$ の減少)とともに非弾性歪の増加も生じる。式Aと式Bによる計算結果はほぼ重なり、両者ともコンプライアンスの増加だけを考慮しているので、ピーク強度以前から以降まで $1/\lambda$ は試験結果よりも小さくなった。式Cは、ピーク強度以前では非弾性歪の増加が支配的なので、 $1/\lambda$ の変化はほとんどなく試験結果から乖離している。ピーク強度以降では $1/\lambda$ と σ の関係は直線的であった。なお、福井ら¹⁵⁾の三城目安山岩の試験結果についても計算結果と比較したが、稲田花崗岩とほぼ同様の傾向が見られた。

3・2 载荷速度依存性とクリープ

福井ら²⁸⁾は福井ら¹⁵⁾と同じ容量500 kNのサーボ試験機を用

いて、気乾状態のもと三城目安山岩の一軸引張試験を行った。試験には式(1)の応力帰還制御を用い、载荷速度 C は 10^{-7} 、 10^{-6} 、 10^{-5} 、 10^{-4} /sとした。 $C=10^{-6}$ /sでの一軸引張強度と初期ヤング率の平均値はTable 2に示すとおりである。Fig. 8(a)には、各载荷速度での試験で得られた平均的な応力-歪曲線を示した。またFig. 8(b)には、Table 3に示した三城目安山岩の定数を用いて式Bで計算した結果を示した。Fig. 3(a)と同様に、ピーク強度以降で応力が小さくなって残留強度を示す部分を除いて、計算と試験での応力-歪曲線は良く似た形状であり、羽柴ら¹⁶⁾とは異なるブロックでの試験結果をうまく再現できた。Fig. 8(c)に示したように、試験では同じ载荷速度のもとでも試験片ごとに強度はばらついたが、载荷速度が増加すると強度も増加する傾向が見られた。この両対数グラフ上での直線の傾きが $1/(n+1)$ であり、計算結果は試験結果をうまく再現できた。なおここでは式Bでの結果を示したが、式Aや式Cでもほぼ同様の結果であった。

秋ら¹⁴⁾は気乾状態で三城目安山岩の一軸引張クリープ試験を行った。用いた試料の一軸引張強度と50%接線ヤング率をTable 2に示した。クリープ試験は有効長60 mm、直径30 mmのドックボーン型の試験片を用いて、重錘で式試験機により行った。

Fig.8 Results of uniaxial tension tests with Sanjome andesite in dry condition under the four loading-rate 10^{-7} , 10^{-6} , 10^{-5} and 10^{-4} /s. Testing results are from Fukui et al.²⁸⁾. Calculation was conducted with the constitutive equation B.

Fig.9 Results of uniaxial tension creep tests with Sanjome andesite in dry condition. Testing results are from Chu et al.¹⁴⁾. Calculation was conducted with the constitutive equation B.

クリープ歪は試験片側面に貼られた2枚の歪ゲージで測定した。試験片の形状や用いた試験装置、ヤング率の取得方法などが前述までの一軸引張試験とは異なっているが、一軸引張クリープ試験の実施例は少なく貴重なデータであるので、計算結果と比較を行うことにした。3通りのクリープ応力レベル(強度に対するクリープ応力の割合)での試験結果と、Table 3に示した三城目安山岩の定数を用いて式Bで計算した結果をFig. 9に示した。図(a)からわかるように、初期クリープ歪速度(縦軸切片)や、クリープ歪速度がほぼ直線的に減少していく様子(一次クリープ)、クリープ応力レベルの増加とともにクリープ歪速度の最小値が小さくなる傾向などは、試験結果と計算結果は定性的には一致した。なお、ここでは式Bでの結果を示したが、式Aや式Cでもほぼ同様の結果であった。Table 1の解析解に示したように、一次クリープでの歪速度の応力依存性を表す冪指数($d\varepsilon/dt \propto \sigma^p$ の p)は式Aと式Bは $n/(m_1+1)+1$ となり、式Cでは $n/(m_1+1)$ となる。この冪指数の値を計算してTable 3に示したが、三城目安山岩は構成方程式に関わらず一軸引張応力下・気乾状態では4.2であった。湿潤状態や他の岩石でも冪指数の値を算出したところ、同じ岩石で

は構成方程式や水分条件によらずほぼ一定値であった。

図(a)よりわかるように、クリープ歪速度が最小値をとった後(三次クリープ)のグラフの傾きは試験結果よりも計算結果の方が緩やかであった。そのため図(b)のように、計算結果は試験結果の範囲内におさまったものの、計算でのクリープ寿命は試験での幾何平均値(図中の破線)よりもやや大きくなった。なおここでは式Bでの結果を示したが、式Aや式Cでもほぼ同様の結果であった。構成方程式の定数の取得に用いた羽柴ら¹⁶⁾の試験では、曲げが生じにくい剛な載荷盤が用いられた。一方、秋ら¹⁴⁾が用いたクリープ試験機では載荷盤がビンジョイントで固定されていたので、曲げ剛性が小さかったと考えられる。そのため、き裂が生じた後に進展しやすくなり、三次クリープでの曲線の傾きが大きくなった可能性がある。

4. 変形・破壊特性におよぼす水分と載荷条件の影響

4・1 強度とヤング率

大久保ら²⁹⁾に掲載されている、水分による一軸圧縮強度の低下率((気乾状態-湿潤状態)/気乾状態×100)は、三城目安山

岩で 21 ~ 23%, 河津凝灰岩で 34% であった。一方, Table 2 に示したように一軸引張強度の低下率は, 三城目安山岩で 58%, 河津凝灰岩で 53% と, 一軸圧縮強度の低下率の 1.5 ~ 2.5 倍であった。なお, 本稿での検討には用いなかったが, 稲田花崗岩の強度の低下率は一軸圧縮応力下で 3.3%, 一軸引張応力下で 7.6% との報告があり^{16, 29)}, 後者は前者の 2.3 倍であった。すなわち, 安山岩, 凝灰岩, 花崗岩と岩種は異なっているが, 水分による一軸引張強度の低下率は一軸圧縮強度の低下率の 2 倍前後であった。岩石は不均質なため機構は単純ではないが, 一軸引張応力下では一軸圧縮応力下と比べて, 開口形 (モード I) のき裂進展が生じやすいと考えられ, き裂先端へ水が供給されやすく水分の影響が大きくなった可能性がある。なお, 一軸圧縮応力下と三軸圧縮応力下での水分の影響に関して, Kranz³⁰⁾ はほぼ同様の考察を行っている。

羽柴ら²⁴⁾ は三城目安山岩の気乾状態での一軸圧縮試験結果を整理し, ピーク強度以前での除荷曲線の傾きが 50% 接線ヤング率の 1.9 倍程度になることを指摘している。三城目安山岩の 50% 接線ヤング率はブロックや試験者によって違いが大きい, 10 GPa 程度のことが多い^{24, 29)}。これを 1.9 倍すると除荷曲線の傾きは 19 GPa 程度となる。これは, Table 2 に示した気乾状態における一軸引張応力下での初期ヤング率 14 GPa や 18 GPa に近い値であった。稲田花崗岩の場合に同じ計算をしてみると, 50% 接線ヤング率が 30 GPa 程度で, その 1.1 倍の 33 GPa 程度がピーク強度以前での除荷曲線の傾きとなる²⁴⁾。これは, Table 2 に示した気乾状態における一軸引張応力下での初期ヤング率 32 GPa と近い値であった。

一軸圧縮応力下のピーク強度以前では, 除荷曲線の傾きで表される弾性的な変形に, 空隙の閉鎖などの非弾性的な変形が加わって, 応力-歪曲線の傾きが小さくなることが考えられる。一方, 一軸引張応力下の載荷開始直後は, 空隙の閉鎖やき裂の進展が少なく, 弾性的な変形が生じると考えられる。その結果, 一軸圧縮応力下での除荷曲線の傾きと一軸引張応力下での初期ヤング率が近い値になった可能性がある。多孔質な堆積岩での結果ではあるが, 大久保ら²¹⁾ は一軸圧縮応力下において, 気乾状態と湿潤状態とでピーク強度以前の除荷曲線の傾きはほぼ等しく, ヤング率の差は非弾性歪の差であることを指摘した。一軸引張応力下では湿潤状態での初期ヤング率が気乾状態よりも小さかったが, この原因として, 低い応力レベルから非弾性的な変形が生じていることが考えられる。荷重に比べて変位を正確に測定することは難しく, 一軸圧縮応力下と一軸引張応力下でのヤング率の関係についての議論も長年続けられており³¹⁾, 今後もデータを蓄積して検討していく必要がある。

大久保ら²⁹⁾ に掲載されている, 一軸圧縮応力下での水分による 50% 接線ヤング率の低下率は, 三城目安山岩で 4.6 ~ 8.2%, 河津凝灰岩で 20% であった。一方, Table 2 に示したように一軸引張応力下での初期ヤング率の低下率は, 三城目安山岩と河津凝灰岩ともに 45% 程度であった。強度の低下率と違ってヤング率の低下率に関しては, 一定の傾向は見られなかった。

4・2 構成方程式の定数

Fig. 3 と Fig. 4 で示したように, 三城目安山岩では気乾状態と湿潤状態のいずれにおいても, 5 本の正規化した応力-歪曲線がピーク強度以前ではほぼ重なった。すなわち, ピーク強度以前の応力-歪曲線の形状を決める m_1 や a_1/a_3 は, 試験片ごとのばらつきが小さかった。一方, ピーク強度以前に比べれば, ピーク強度以降の応力-歪曲線は正規化した後も試験片ごとのばらつきが大きく, 計算結果を各試験片の結果に合わせるには m_3 を変化さ

せる必要があった。ピーク強度以前では多くのき裂が進展し, ピーク強度以降ではき裂の進展が局所化するためと考えられる³²⁾。なお羽柴ら¹⁶⁾ では, ピーク強度以前では気乾状態よりも湿潤状態の方がより多くのき裂が進展するとして, 応力-歪曲線の非線形性の違いを説明している。有限要素解析などの数値シミュレーションにおいては, 要素ごとに m_3 の値をばらつかせることなどが必要であろう。

Table 3 に示したように, 一軸引張応力下において気乾状態と湿潤状態では構成方程式の定数の値が変化した, 同じ岩石では一次クリープでの歪速度の応力依存性を表す冪指数はほぼ一致した。この冪指数は構成方程式による違いもほとんどなかった。冪指数がどのような値になるかは粘弾性の機構を知るうえできわめて重要であり, 例えば, 拡散クリープでは 1, 転位クリープでは 3 となる³³⁾。Kirby³⁴⁾ がまとめた岩石の結果は概ね 2 ~ 5 の間に入っているが, これは高温高拘束圧下での結果であり, 本研究のような常温大気圧下や引張応力下での結果ではないので, 今後も試験結果を蓄積して検討していく必要がある。

羽柴ら²⁴⁾ は, 三城目安山岩と稲田花崗岩の一軸圧縮試験結果から構成方程式の定数の値を求めた。三城目安山岩は式 C, 稲田花崗岩は式 A と式 C で強度試験とクリープ試験の結果が再現できたので, それらの定数の値を Table 3 に示した。なお, 一軸圧縮応力下での応力, 歪, コンプライアンスの正規化では, 一軸圧縮強度と 50% 接線ヤング率を用いた。一軸圧縮応力下でも, 一次クリープでの歪速度の応力依存性を表す冪指数を求めて Table 3 に示したが, 一軸圧縮応力下での値は一軸引張応力下での値と異なるだけでなく, 稲田花崗岩では構成方程式間でも大きな差が見られた。構成方程式では一軸圧縮応力下におけるき裂の閉鎖を考慮していないためと考えられるが, この差は大きいので, 今後の試験結果の蓄積により検証が可能になると考える。

m_3 の値は試験片ごとのばらつきが大きかったが, Table 3 からわかるように, 一軸圧縮応力下と一軸引張応力下, 気乾状態と湿潤状態の違いによらず, “式 B の m_3 式 C の m_3 式 A の m_3 ” という関係が見られた。ばらつきの大きい m_3 を求めるには多くの試験片での吟味が必要になるが, この関係が一般的に成り立つのであれば, 定数取得の際の一つの目安になると考える。

一軸圧縮応力下と一軸引張応力下, 気乾状態と湿潤状態の強度やヤング率, 構成方程式の定数の間に, いくつかの関係性が見られた。これらの関係性は, 機構の解明に役立つだけでなく, 本研究で検討した構成方程式を適用する際の物性値や定数の取得において, 時間や手間の節約につながるであろう。

5. 構成方程式の精密化に関する検討

Table 1 に示した式 A ~ C の 3 種類の構成方程式の適用性を検討したところ, いずれの式でも, 三城目安山岩 (気乾と湿潤), 河津凝灰岩 (気乾と湿潤), 稲田花崗岩 (気乾) の一軸引張応力下での応力-歪曲線をほぼ再現することができた。さらに三城目安山岩に関しては, 気乾状態での一軸引張試験結果から求めた定数の値を用いて, 異なるブロックの一軸引張強度の載荷速度依存性やクリープ寿命, 一次クリープもほぼ再現できた。しかしながら, Fig. 7 (b) に示したように, 稲田花崗岩を用いた載荷と除荷を繰り返した一軸引張試験については, 試験結果と計算結果に差が見られた。これは, 試験ではコンプライアンスと非弾性歪の両方が増加するのに対して, 構成方程式ではそのいずれか一方だけを考慮しているためである。そのため, 通常の強度試験やクリープ試験のように, 変位が単調に変化していく場合はよいが, 変位が増加したり減少したりするような場合には問題が生じる。そこで,

Fig. 7 の試験結果を再現するため、構成方程式の精密化について検討してみる。

構成方程式 B と C を組み合わせると次の一連の式となる。

$$\begin{aligned}\varepsilon^* &= \varepsilon_v^* + \lambda^* \sigma^* \\ \lambda^* &= \lambda_1^* + \lambda_3^* - 1 \\ \frac{d\lambda_1^*}{dt} &= a_{1b} (\lambda_1^* - 1)^{-m_{1b}} (\sigma^*)^n \dots\dots\dots (2) \\ \frac{d\varepsilon_v^*}{dt} &= a_{1c} (\varepsilon_v^*)^{-m_{1c}} (\sigma^*)^n \\ \frac{d\lambda_3^*}{dt} &= a_{3b} (\lambda_3^*)^{m_{3b}} (\sigma^*)^n\end{aligned}$$

添え字 b と c は、それぞれ、構成方程式 B と C の定数の値を参考にしたことを表している。定数が多くなり、それぞれの値を一意的に決めるのは困難になったが、 a_{1b} , a_{1c} , a_{3b} は一種の時定数であり、これが変わっても現象の遅速が変わるだけなので、これらの値だけを、Table 3 に示した値から以下のように変化させて計算を行ってみた。なお、その他の定数の値は Table 3 と同じとした。

$$\begin{aligned}a_{1b} &= 1.1 \times 10^{-15} \\ a_{1c} &= 9.1 \times 10^{-15} \\ a_{3b} &= 1.1 \times 10^{-2}\end{aligned}$$

計算結果を Fig. 7 (b) に細い点線で示したが、他の 3 式に比べると、試験開始からピーク強度付近までは試験結果をよりうまく再現できた。ピーク強度以降は計算結果と試験結果に差があるが、これは計算でコンプライアンスの変化だけを考慮しているためである。この部分の再現性を向上させるためには、Table 3 の構成方程式 D の第 2 項などを組み合わせる必要があろう。なお、応力-歪曲線は Fig. 7 (a) の太線とほとんど変わらなかった。

6. 結 言

これまでに提案された 3 つの構成方程式を用いて、一軸引張応力下での適用性について検討した。2・1 では本研究で解明を目指す課題を 3 つ挙げたが、①および②の成果として、いずれの構成方程式でも三城目安山岩（気乾と湿潤）、河津凝灰岩（気乾と湿潤）、稲田花崗岩（気乾）の応力-歪曲線をほぼ再現することができ、特にピーク強度以前の再現性が良いことがわかった。三城目安山岩に関しては、気乾状態での時間依存性挙動への適用性についても検討したところ、いずれの構成方程式でも一軸引張試験で得られた定数の値をそのまま用いて、異なるブロックでの強度の載荷速度依存性やクリープ寿命、一次クリープをほぼ再現できた。強度試験やクリープ試験のように、変位が単調に変化する場合は、一軸引張応力下における本研究で検討した 3 つの構成方程式の適用性の違いは小さいといえる。応力-歪曲線の再現性に比べると、載荷と除荷を繰り返したときの除荷曲線の傾きの変化に関しては、計算結果と試験結果の違いが大きかったので、構成方程式の精密化に関する案を示した。本稿で検討した構成方程式を組み合わせることで、変位が増加・減少する場合の室内試験結果も再現できることを示したが、定数の数が増えるので、より精

密な試験結果を蓄積し、それらの値の取得方法を今後検討する必要がある。課題として挙げた③の成果として、一軸圧縮応力下と一軸引張応力下、気乾状態と湿潤状態で、物性値や構成方程式の定数を比較し、それらの間のいくつかの関係性を示した。今回の検討に用いた岩種は 3 種類であったので、今後はデータを蓄積して、本稿で示した関係性が他の岩種や条件にもあてはまるかどうかを検討する必要がある。

岩石の一軸圧縮応力下での試験結果が蓄積されてきたが、載荷と除荷時の応力-歪曲線、載荷速度依存性、クリープ、一般化応力緩和、水分の影響などのデータが揃っているのは三城目安山岩などごく少数である。三軸圧縮応力下や一軸引張応力下では、さらにデータが限られる。特に湿潤状態での一軸引張試験は、最近になって精度良く実施できるようになったため、除荷時の応力-歪曲線や載荷速度依存性など、構成方程式を検討するうえでの基本的なデータもほとんど得られていない。そのため本稿でも、湿潤状態での一軸引張試験に関しては、応力-歪曲線の再現性を確認するとどまった。試験結果を蓄積し、圧縮応力下と引張応力下での変形・破壊機構の相違を検討したり、構成方程式の妥当性を検証したりすることが今後の課題である。

References

- 1) R. S. Read: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **41** (2004), 1251-1275.
- 2) 岡田哲実, 納谷朋広, 谷和夫: 第 48 回地盤工学研究発表会 (2013), pp. 601-602.
- 3) X. T. Feng, B. R. Chen, C. Yang, H. Zhou, X. Ding: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **43** (2006), 789-801.
- 4) A. A. Fakhimi, C. Fairhurst: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **31** (1994), 117-126.
- 5) P. A. Nawrocki, Z. Mróz: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **35** (1998), 991-1000.
- 6) M. C. Weng, L. S. Tsai, Y. M. Hsieh, F. S. Jeng: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **47** (2010), 1263-1273.
- 7) P. K. Kaiser, N. R. Morgenstern: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **18** (1981), 153-165.
- 8) K. J. Chang, T. W. Yang: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. **19** (1982), 123-133.
- 9) H. Zhou, Y. Jia, J. F. Shao: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **45** (2008), 1237-1251.
- 10) I. Hawkes, M. Mellor, S. Garipety: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **10** (1973), 493-507.
- 11) S. S. Peng: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **12** (1975), 125-127.
- 12) Y. Fujii, T. Takemura, M. Takahashi, W. Lin: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **44** (2007), 98-107.
- 13) S. Okubo, K. Fukui: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **33** (1996), 549-556.
- 14) S. Chu, S. Okubo, K. Fukui: Journal of MMIJ, **111** (1995), 31-36.
- 15) K. Fukui, S. Okubo, T. Shimizu: Journal of MMIJ, **114** (1998), 925-930.
- 16) K. Hashiba, S. Okubo, K. Fukui: Journal of MMIJ, **127** (2011), 675-681.
- 17) S. Okubo, K. Hashiba, K. Fukui, Q. Qi: Journal of MMIJ, **129** (2013), 569-576.
- 18) S. Okubo, Y. Nishimatsu: Journal of MMIJ, **102** (1986), 395-400.
- 19) S. Okubo, C. He, Y. Nishimatsu: Journal of MMIJ, **103** (1987), 177-181.
- 20) S. Okubo, K. Fukui, K. Hashiba: Journal of MMIJ, **118** (2002), 737-744.
- 21) S. Okubo, X. Gao, K. Fukui: Journal of MMIJ, **121** (2005), 583-589.
- 22) O. Sano, I. Ito, M. Terada: JGR, **86** (1981), 9299-9311.
- 23) K. Hashiba, K. Fukui: Journal of MMIJ, **129** (2013), 553-558.
- 24) K. Hashiba, S. Okubo, K. Fukui: Journal of MMIJ, **126** (2010), 560-568.
- 25) S. Okubo, K. Fukui, K. Hashiba: Journal of MMIJ, **119** (2003), 541-546.
- 26) S. Okubo, Y. Nishimatsu: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., **22** (1985), 323-330.
- 27) S. Okubo, K. Hashiba, K. Fukui: Int. J. Rock Mech. Min. Sci., **58** (2013), 180-185.
- 28) K. Fukui, S. Okubo, K. Iwano: Doboku Gakkai Ronbunshu, **729** (2003), 59-71.
- 29) S. Okubo, Y. Nishimatsu, C. He, S. Chu: Zairyo, **41** (1992), 403-409.
- 30) R. L. Kranz: JGR, **85** (1980), 1854-1866.
- 31) T. Horibe, R. Kobayashi: Journal of MMIJ, **74** (1958), 2-6.
- 32) H. Cho, S. Okubo, K. Fukui: Journal of MMIJ, **111** (1995), 907-912.
- 33) S. Okubo: Journal of MMIJ, **107** (1991), 245-252.
- 34) S. H. Kirby: Reviews of Geophysics and Space Physics, **21** (1983), 1458-1487.