構造物設計における材料のせん断強度の表現法について

西山竜朗¹・長谷川高士²・千原英司³

Expression of the Shear Strength of Materials in Structural Designs

Tatsuro Nishiyama¹, Takashi Hasegawa² and Eiji Chihara³

Abstract: Mohr's envelopes, which describe the shear strength of materials, are shown for structural designs, particularly the stability analyses of rockfill dams. Firstly, an effective method which has passed into oblivion is followed by a complete verification. This method provides a general analytic solution for Mohr's envelopes and is applicable to arbitrary functions which describe the results of triaxial tests. Then, the method is applied to a particular empirical criterion for rockfill materials which has been recommended over a long period of time. Suitable results are obtained from the application of such a method to a set of triaxial data for a particular rockfill material.

Keywords: Mohr's Envelope; Shear Strength; Triaxial Test; Rockfill Material; Structural Design

1 はじめに

土木構造物の設計においては、材料の強度として三軸圧縮試験の結果が参照されることが多い。試験から得られる Mohr の包絡線は材料によって直線、曲線のいずれともなり得るが、実用上は直線を用いて処理されることが多いようである。

Mohr の包絡線の解析については、古く Balmer (1952) によって有効な手法が示されている。Balmer は、実験から得られた Mohr の応力円に対する包絡線について、任意の関数を適用し得る方程式を導いた上で、例解として土の直線包絡線およびコンクリートの曲線包絡線を示している。一連の手法は実用上きわめて有効であり、過去に岩盤の破壊規準への適用例がある (Hoek and Brown, 1980; Sheorey, 1997) が、昨今では忘れ去られている感がある。

しかし、最近のフィルダム設計で用いられている修正震度法 (建設省河川局開発課, 1991) においては、安全率の算定における必要性から内部摩擦角の拘束圧依存性が重視されるようになり、曲線包絡線の適用が提案されるに至っている。内部摩擦角の拘束圧依存性への注目は Balmer が結論において予言した通りであり、したがってここで Balmer による手法を振り返って検討しておくことには十分な意味があると思われる。

本論文では、まず第 2 章に Mohr の包絡線を表記する上で基本となる Balmer が提示した方程式の誘導を、次いで第 3 章および第 4 章に Balmer による直線包絡線および曲線包絡線の具体例を示す。なお、Balmer の例解では数値の表示が lb-in 単位系によっているため、それらの数値は SI 単位系のものに改め、全過程を再計算した上で詳細に検討した結果を示す。また、説明不足と思われるこ

ろは著者らが補足し加筆している。

その後、第 5 章に、修正震度法に採用されているロックフィル材料の曲線包絡線 (松本・渡辺, 1987) について、Balmer による方程式との対応を示すとともに、ロックフィルダム築堤材料を想定した土砂混じりレキの大型三軸圧縮試験結果への適用例を示す。

2 Mohr の包絡線を表す方程式

本章では、Balmer によって提示された、Mohr の包絡線一般を表現する媒介変数方程式を示す。

2.1 媒介変数方程式の展開

破壊時の最大主応力が σ_1 、最小主応力が σ_3 であるとき、破壊時の応力を表す Mohr 円の中心の座標は $\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, 0\right)$ 、

半径 R は $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ である。したがって、垂直応力を σ 、せん断応力を τ として、Mohr 円を表す方程式が次のように与えられる。

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2 \quad (1)$$

式 (1) は σ_1 と σ_3 を固定することに 1 個の円を表す。ここで σ_1 と σ_3 を媒介変数と考え、さらに σ_1 が σ_3 に関して 1 階偏微分可能な関数となっているとき、関数の特性 (たとえば水野, 1979) から、式 (1) で表される曲線族の包絡線、すなわち Mohr の包絡線が次のように表される。

$$\sigma = \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1} \quad (2)$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1} \sqrt{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3}} \quad (3)$$

¹愛媛大学農学部准教授, Associate Professor, Faculty of Agriculture, Ehime University, 3-5-7, Tarumi, Matsuyama 790-8566, Japan (Corresponding Author) E-mail: nishiyama@agr.ehime-u.ac.jp

²京都大学名誉教授, Professor Emeritus, Kyoto University, Kitashirakawa-oiwake-cho, Sakyo-ku, Kyoto 606-8502, Japan

³株式会社三祐コンサルタンツ九州支店取締役支店長, Branch Manager-Director, Kyushu Branch, Sanyu Consultants Incorporated, 4-30-1, Saikumachi, Kumamoto 860-0041, Japan

図 1: Mohr の応力円図 (Balmer, 1952; 表記を改変)

これらの媒介変数方程式が Mohr の包絡線一般を表現する基本となり、 σ_1 - σ_3 関係が代入されるごとに特定の材料の破壊規準を表す。

式 (1)~(3) による Mohr の応力円図を図 1 に示す。図 1 は、式 (2) および式 (3) に含まれる諸量の図解を与える。図 1 において $\triangle AHB$ の二辺の比 $\frac{HA}{BH} = \tan \alpha$ に注目すると、式 (2) と式 (3) から次の比を考えることができる。

$$\frac{\tau}{\sigma - \sigma_3} = \tan \alpha = \sqrt{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3}} \quad (4)$$

ここに、 α は破壊面が最大主応力面となす角すなわち破壊角を表す。また、図 1 の $\triangle AHD$ において

$$2\alpha = \phi + 90^\circ \quad (5)$$

が成り立つ。式 (4) と式 (5) から、Mohr の包絡線の傾き $\tan \phi$ が次式を満たすことがわかる。

$$\frac{d\tau}{d\sigma} = \tan \phi = \frac{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} - 1}{2\sqrt{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3}}} \quad (6)$$

ここに、 ϕ は内部摩擦角を表す。

2.2 特定の問題への適用

前節の方程式を特定の問題に用いるときには、次の二通りの手順が考えられる。

手順 I: まず σ - τ 関係を表す関数の形を定め、曲線近似法によりこの関数で σ - τ 関係を近似する。次いで、 σ - τ 関係を表す定数を用いて、 σ_1 - σ_3 関係を表記する。

手順 II: まず σ_1 - σ_3 関係を表す関数の形を定め、曲線近似法によりこの関数で σ_1 - σ_3 関係を近似する。次いで、 σ_1 - σ_3 関係を表す定数を用いて、 σ - τ 関係を表記する。

表 1: 土の三軸圧縮試験結果 (Balmer, 1952; 単位を改変)

側圧, σ_3 , kPa	軸圧, σ_1 , kPa
73.1	407.5
130.3	564.7
206.8	895.6
278.5	1,054.2
539.2	2,027.7

$n = 5$; 有効応力を表示。

ここに、 σ - τ 関係とはすなわち Mohr の包絡線であり、また σ_1 と σ_3 は三軸圧縮試験における測定値そのものである。いずれの手順においても、関数が試験結果を適切に表すこと、ならびに演算が十分に容易であることが必要である。

3 直線包絡線

本章では Balmer による直線包絡線の例解を示す。表 1 に示す土の三軸圧縮試験結果に対し、まず 3.1 節と 3.2 節において 2.2 節の手順 I による解を示し、次いで 3.3 節において手順 II による解に触れる。

3.1 包絡線を表す関数

まず、Mohr の包絡線が粘着力 c および内部摩擦角 ϕ を定数として

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (7)$$

で表されると仮定する。すなわち、以下では一例として式 (7) が成り立つ場合について、Mohr の包絡線一般を表す式 (2) および式 (3) を適用する。

ここで、式 (6) を $\sqrt{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3}}$ について解くと次式が得られる。

$$\sqrt{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3}} = \tan \phi + \sqrt{1 + \tan^2 \phi} \quad (8)$$

式(8)を式(2)および式(3)に代入すると、次式が得られる。

$$\sigma = \frac{1}{2} \{ \sigma_1 (1 - \sin \phi) + \sigma_3 (1 + \sin \phi) \} \quad (9)$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos \phi \quad (10)$$

なお、図1においてMohr円の中心、半径 R および ΔAHD に注目すると、これらの関係が容易に確認される。

式(7)に式(9)と式(10)を代入して σ と τ を消去すると、式(7)に対応する σ_1 - σ_3 関係が次のように得られる。

$$\sigma_1 = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} + \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_3 \quad (11)$$

式(7)および式(9)~(11)はいずれも、Mohr-Coulombの破壊規準に関して一般に知られる式(たとえば石原, 1988)と一致する。

3.2 測定値の近似

最小二乗法(たとえばAng and Tang, 1977)によれば、式(7)における定数 $\tan \phi$ および c の最確値が次のように与えられる。

$$\tan \phi = \frac{n \sum \sigma \tau - \sum \sigma \sum \tau}{n \sum \sigma^2 - (\sum \sigma)^2} \quad (12)$$

$$c = \frac{\sum \tau - \tan \phi \sum \sigma}{n} \quad (13)$$

ただし、 n は試験個数、 $\sum$ は1から n までの総和を表す。

表1の試験結果は σ_1 と σ_3 の組合せとして与えられている。したがって、測定値をそのまま代入できるよう、 σ と τ で表記されている式(12)および式(13)を σ_1 と σ_3 による表記に直しておくと、便宜上都合がよい。

統計においてしばしば用いられる量である、平均値からの隔たり量を δ として、次のような表記が得られる。

$$n \sum \delta_{\sigma_1}^2 = n^2 \bar{s}_{\sigma_1}^2 = n \sum \sigma_1^2 - (\sum \sigma_1)^2 \quad (14)$$

$$n \sum \delta_{\sigma_3}^2 = n^2 \bar{s}_{\sigma_3}^2 = n \sum \sigma_3^2 - (\sum \sigma_3)^2 \quad (15)$$

$$n \sum \delta_{\sigma_1} \delta_{\sigma_3} = n \sum \sigma_1 \sigma_3 - \sum \sigma_1 \sum \sigma_3 \quad (16)$$

なお、 $\bar{s}$ は標準偏差を表し、 $\bar{s}$ および δ の下添字は統計の対象とする量を表す。これらの式は、元の測定値を平均値に関する量へと変換している。

さらに、これらの表記を用いて次の量を定義する。

$$a^2 = \frac{\sum \delta_{\sigma_1}^2}{\sum \delta_{\sigma_3}^2} \quad (17)$$

$$b^2 = \frac{\sum \delta_{\sigma_1} \delta_{\sigma_3}}{\sum \delta_{\sigma_3}^2} \quad (18)$$

ここに、値が異なる複数個の σ_3 の測定値が得られているならば両式右辺の分母の値は正である。したがって $a^2 \geq 0$ であり、また σ_3 の増加に対して σ_1 が減少しないならば $b^2 \geq 0$ である。このとき a 、 b が各々 a^2 、 b^2 の正の平方根として得られ、以下本章ではこれらの条件が満たされているものとする。なお、 σ_3 の増加に対して σ_1 の増加がより小さくないならば、さらに $a^2 \geq 1$ および $b^2 \geq 1$ 、すなわち $a \geq 1$ および $b \geq 1$ が成り立つ。

図2: 土の破壊規準 (Balmer, 1952; 表記を改変)

式(9)および式(10)を式(12)に代入したものを a および b を用いて表記し、それを $\sin \phi$ について解くと次式が得られる。

$$\sin \phi = \frac{a-1}{a+1} \quad (19)$$

上式からさらに、 $\tan \phi$ が主応力で表記された次式が得られる。

$$\tan \phi = \frac{a-1}{2\sqrt{a}} \quad (20)$$

式(9)、式(10)および式(20)を式(13)に代入すると、 c の主応力による表記が次のように得られる。

$$c = \frac{\sum \sigma_1 - a \sum \sigma_3}{2n\sqrt{a}} \quad (21)$$

手順Iに従い、Mohrの包絡線を表す過程で得られた定数を用いて、主応力の関係を表記しておく。 a を用いて式(11)を表記すると、次のようになる。

$$\sigma_1 = 2c\sqrt{a} + a\sigma_3 \quad (22)$$

式(22)は、式(7)に最小二乗法を適用して得られた解である。式(22)は三軸圧縮試験における破壊時の軸圧-側圧関係を表し、図示すると後掲の図3に類似した図が得られる。ただし、Mohrの包絡線が直線である場合は、図3の曲線が直線となる。

図2はMohrの包絡線として式(7)を適用した結果であり、定数の値の算定は本節の手順によった。図中の直線は表1の測定値に関するMohr円の包絡線を十分に近似しており、前節冒頭における仮定は妥当であったことがわかる。

Balmerは、近似直線を定めた後には、近似直線の確からしさを評価するための信頼限界を算出しておくことが望ましいと述べている。ここでは誘導の過程については割愛し、結果のみを次に示しておく。

$$s_{\tau/\sigma}^2 = \frac{a-b^2}{2(n-2)} \left\{ \bar{s}_{\sigma_3}^2 + \frac{(a+1)^2 \delta_{\sigma}^2}{2a(a+b^2)} \right\} \quad (23)$$

ここに、 $s_{\tau/\sigma}^2$ は推定せん断強度 τ' の標準誤差を表し、平均との差がその大きさ以下である値域は、考慮すべき起こり得る全事象に対する68%の確率を与える。標本の大きさが大きい場合には、値域を標準誤差の2倍にすると対応する確率が95%に、3倍では99%となる。ただし、標本数が30未満の場合には、その確率は若干減少する。物性試験を取り扱う場合には標準誤差の2倍を信頼限界とすることが多く、図2には信頼限界 $2s_{\tau/\sigma}^2$ を合わせて示している。

3.3 近似の手順による解の相違

前節における近似では手順Ⅰを用いたが、最初に表1の σ_1 - σ_3 関係が式(11)で表されることを仮定し手順Ⅱによることとした場合には、最小二乗法を式(7)ではなく式(11)に適用して測定値を近似することとなり、結果として式(22)とは若干異なる次式が得られる。

$$\sigma_1 = 2cb + b^2\sigma_3 \quad (24)$$

ここに、 b は式(18)で定義された量である。式(24)は式(11)を最小二乗法で解いた結果であり、式(9)と式(10)を参照して変形すると、式(7)中の $\tan\phi$ および c は次のようになる。

$$\tan\phi = \frac{b^2 - 1}{2b} \quad (25)$$

$$c = \frac{\sum\sigma_1 - b^2\sum\sigma_3}{2nb} \quad (26)$$

近似の手順による解の相違は、最小二乗法により最小化した量が異なるために生じる。既述したが、実際の問題へ適用する際には、より適切な、所望量をより容易に算定する手順を選択する。

式(24)の標準誤差 s_{σ_1/σ_3}^2 は、式(7)の標準誤差である式(23)に類似して、次のように与えられる。

$$s_{\sigma_1/\sigma_3}^2 = \frac{a^2 - b^4}{n-2} (\bar{s}_{\sigma_3}^2 + \delta_{\sigma_3}^2) \quad (27)$$

4 曲線包絡線

本章ではBalmerによる曲線包絡線の例解を示す。表2に示すコンクリートの三軸圧縮試験結果に対し、手順Ⅱによる解を示す。

4.1 包絡線を表す関数

まず、軸圧と側圧の関係が、 a 、 b および c を定数として

$$\sigma_3 = b\sigma_1^c + a \quad (28)$$

で表されると仮定する。すなわち、以下では一例として式(28)が成り立つ場合について、Mohrの包絡線一般を表す式(2)および式(3)を適用する。なお、式(28)中の定数は、本章以外において同じ文字で表された量と無関係である。

表2の離散的な測定値を扱うために、式(28)の導関数を有限増分量によって近似すると、次式が得られる。

$$\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_3} = \frac{1}{bc\sigma_1^{c-1}} \quad (29)$$

式(2)と式(3)に式(28)を代入し、さらに $\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_3}$ の代わりに $\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_3}$ を用いることとして式(29)を代入すると、 σ_3 が消去され、次のように σ_1 を媒介変数とするMohrの包絡線の方程式が得られる。

$$\sigma = \frac{b(c+1)\sigma_1^c}{1+bc\sigma_1^{c-1}} + a \quad (30)$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - a - b\sigma_1^c}{1+bc\sigma_1^{c-1}} \sqrt{bc\sigma_1^{c-1}} \quad (31)$$

これらの式は、 σ_1 - σ_3 関係が式(28)に従う場合のMohrの包絡線を表す。

表2: コンクリートの三軸圧縮試験結果 (Balmer, 1952; 単位を改変)

側圧, σ_3 , kPa	軸圧 σ_1 , kPa
0	23,856
0	24,200
0	25,855
6,895	68,602
6,895	69,636
6,895	76,186
17,237	110,039
17,237	118,865
17,237	122,174
34,474	168,093
34,474	174,022
34,474	176,573
51,710	222,561
51,710	224,491
51,710	228,766
68,947	267,790
68,947	272,754
68,947	280,545
103,421	359,972
103,421	365,902
103,421	374,382
137,894	450,224
137,894	465,599
137,894	468,219
172,368	512,000
172,368	538,821
172,368	543,096

$n = 27$; 増分については $n = 24$.

4.2 測定値の近似

任意の定数 a 、 b および c の値は、測定値に対して最小二乗法を適用することにより定められる。その算定過程を二段階に分けると、前章の直線包絡線の場合と概ね同じようにこれらの値を定めることができる。

まず、 c の最確値を求める。式(29)両辺の対数をとると次式が得られる。

$$\log \frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_3} = -\log(bc) - (c-1)\log\sigma_1 \quad (32)$$

なお、本論文中的対数表記は、すべて常用対数を表す。 $\log \frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_3}$ と $\log\sigma_1$ を変数、 $\log(bc)$ と $(c-1)$ を任意の定数と考えれば、式(32)は線形として取り扱うことができ、式(12)に類似した次式が得られる。

$$-(c-1) = \frac{n\sum\log\sigma_1\log\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_3} - \sum\log\sigma_1\sum\log\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_3}}{n\sum(\log\sigma_1)^2 - (\sum\log\sigma_1)^2} \quad (33)$$

次いで、 a と b の最確値を求める。 c が既知となったことにより式(28)を σ_1^c と σ_3 の線形関係とみなし、直線包絡線の場合と同様に最小二乗推定値を算定する。式(12)および式(13)に類似して、 b および a が次のように与え

図 3: コンクリートの三軸圧縮試験結果 (Balmer, 1952; 単位を改変)

図 4: コンクリートの破壊規準 (Balmer, 1952; 表記を改変)

られる。

$$b = \frac{n \sum \sigma_1^c \sigma_3 - \sum \sigma_1^c \sum \sigma_3}{n \sum (\sigma_1^c)^2 - (\sum \sigma_1^c)^2} \quad (34)$$

$$a = \frac{\sum \sigma_3 - b \sum \sigma_1^c}{n} \quad (35)$$

表 2 の測定値に対して式 (33)~(35) を適用すると $a = -2,939$, $b = 0.00240$, $c = 1.373$ が得られ, これらの算定結果を図示すると図 3 および図 4 のようになる。

必要であれば, 式 (28) を二つの変数 σ_3 と σ_1^c に関し て線形と考えることにより, 直線包絡線の場合と同様に, 式 (28) で表される曲線に対する信頼限界を算定することができる。略記のため $\sigma_1^c = z$ とすると, 推定された σ_3 の標準誤差は次のようになる。

$$s_{\sigma_1^c/\sigma_3}^2 = \frac{1}{n-2} \left\{ \frac{\bar{s}_{\sigma_3}^2}{\bar{s}_z^2} - \frac{(\sum \delta_{\sigma_3} \delta_z)^2}{n^2 \bar{s}_z^4} \right\} (\bar{s}_z^2 + \delta_z^2) \quad (36)$$

5 ロックフィル材料の曲線包絡線

本章では, 著者らによるロックフィル材料への曲線包絡線の適用例を示す。

5.1 包絡線を表す関数

de Mello (1977) は, ロックフィル材料について, 内部摩擦角の拘束圧依存性に注目して曲線包絡線を示し, その曲線包絡線を用いてダム堤体の安定計算を行い, 深部のすべりについて直線包絡線を用いた場合と異なる安全率が算定されたことを報告している。Charles and Watts (1980) は, de Mello が示した曲線包絡線を次のように表記した。

$$\tau = A \sigma^b \quad (37)$$

ここに, A および b は任意の定数を表す。なお, 定数 b について, 本章以外において同じ文字で表された量とは無関係である。

de Mello が示した曲線包絡線採用の必要性を鑑み, 松本・渡辺 (1987) は, 三軸圧縮試験結果である σ_1 - σ_3 関係を表す経験則を次のように示した。

$$\sigma_1 = n_0 \sigma_3^m \quad (38)$$

ここに, m および n_0 は任意の定数である。なお, 松本・渡辺は, 両主応力を大気圧で正規化することにより m および n_0 の値が単位系に依存しないよう配慮しているが, ここでは表記簡略化のため上式を用いることとする。

式 (38) から次式が成り立つ。

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} = m n_0 \sigma_3^{m-1} \quad (39)$$

式 (38) および式 (39) を式 (2) および式 (3) に代入すると, 次の式が得られる。

$$\sigma = \frac{(m+1)n_0 \sigma_3^m}{m n_0 \sigma_3^{m-1} + 1} \quad (40)$$

$$\tau = \frac{n_0 \sigma_3^m - \sigma_3}{m n_0 \sigma_3^{m-1} + 1} \sqrt{m n_0 \sigma_3^{m-1}} \quad (41)$$

これらの式は実質的に, Balmer による誘導とは別に松本・渡辺によって導かれたものと同じである。 σ_3 の値を上式に代入することにより, 各測定値に対応する破壊面上の垂直応力 σ およびせん断応力 τ が得られる。

以上では手順 II を採用したことになるが, 曲線包絡線については一般に σ - τ 関係を表す陽関数の誘導が困難である。しかし, 安定計算においては一般に, 仮定されたすべり面上で算定された垂直応力に対応するせん断強度の値が必要とされるため, σ - τ 関係が陽関数として表されていることが強く望まれる。そこで, 松本・渡辺は, 式 (40) および式 (41) から得られた σ および τ の値に対してさらに式 (37) による近似を適用して A と b の値を定め, せん断強度を垂直応力の陽関数として表した。

5.2 ロックフィルダム築堤材料への適用

表 3 の左側 2 列に, ロックフィルダム築堤材料を想定した材料に対する大型三軸圧縮試験の結果を示す。なお, これらの測定値は, 最大粒径 63 mm の土砂混じりレキについて, 直径 300 mm 円柱供試体に対する圧密排水試験から得られた。

式 (38) および式 (37) による近似の際には, 各々の式について両辺の対数をとった次の式を用いればよい。

$$\log \sigma_1 = \log n_0 + m \log \sigma_3 \quad (42)$$

$$\log \tau = \log A + b \log \sigma \quad (43)$$

表 3: ロックフィル材料の三軸圧縮試験結果

側圧 σ_3 , kPa	軸圧 σ_1 , kPa	内部摩擦角 ϕ , 度
49	315.56	43.6
98	573.30	41.3
294	1,462.16	37.9
490	2,228.52	36.3
686	2,945.88	35.3
882	3,626.98	34.5
1,176	4,850.02	33.7

$n = 7$; 有効応力を表示.

図 5: 軸圧-側圧関係

図 6: 破壊面上の垂直応力-せん断応力関係

式 (42) については $\log \sigma_1$ と $\log \sigma_3$ を変数, $\log n_0$ と m を定数と考えることにより, 式 (43) については $\log \tau$ と $\log \sigma$ を変数, $\log A$ と b を定数と考えることにより, 線形の最小二乗法を適用することができる.

式 (42) による近似の結果 ($m = 0.851$, $n_0 = 11.537$) を図 5 に, 式 (43) による近似の結果 ($A = 1.802$, $b = 0.885$) を図 6 に, Mohr の包絡線を図 7 に示す.

ここに, 内部摩擦角 ϕ が次のように与えられる.

$$\tan \phi = \frac{d\tau}{d\sigma} = bA\sigma^{b-1} \quad (44)$$

表 3 の右側 1 列に, 式 (44) から得られた ϕ の値を示す. これらの値から, ここで採用された曲線包絡線が ϕ の拘束圧依存性を表現していることがわかる.

図 7: ロックフィル材料の破壊規準

6 おわりに

Balmer は, 直線, 曲線のいずれをも表し得る一般性を持つ包絡線を示した上で, 第 3 章に示した例のように直線で十分に近似される場合には, 便宜のため直線包絡線を用いるべきとの見解を述べている. ロックフィル材料についても, 建設省河川局開発課 (1991) は式 (37) で表される曲線包絡線とともに粘着力の有無 2 通りの直線包絡線を示し, いずれか適切なものを採用するよう指針を与えている.

しかし, ごく最近においても, 山口ら (2007) が内部摩擦角の拘束圧依存性に対する考慮の必要性を鑑み, 設計上の必要から垂直応力域を分割して直線包絡線を用いた検討を行っている. したがって, ロックフィル材料の強度評価は, 曲線包絡線による評価が望ましい場合に相当すると考えられる.

引用文献

- [1] Ang, A.H.-S. and Tang, W.H. (1977): 土木・建築のための確率・統計の基礎, 伊藤 學・亀田弘行 訳, 丸善, 412 p.
- [2] Balmer, G. (1952): A general analytic solution for Mohr's envelope, *Proceedings, American Society for Testing Materials*, 52, pp.1260-1271.
- [3] Charles, J.A. and Watts, K.S. (1980): The influence of confining pressure on the shear strength of compacted rockfill, *Géotechnique*, 30(4), pp.353-367.
- [4] de Mello, V.F.B. (1977): Reflections on design decisions of practical significance to embankment dams, *Géotechnique*, 27(3), pp.279-355.
- [5] 石原研而 (1988): 土質力学, 丸善, 297 p.
- [6] Hoek, E. and Brown, E.T. (1980): Empirical strength criterion for rock masses, *Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 106(GT9), pp.1013-1035.
- [7] 建設省河川局開発課 監修 (1991): フィルダムの耐震設計指針 (案), 国土開発技術研究センター, 95 p.
- [8] 松本徳久・渡辺和夫 (1987): ロック材のせん断強度, 土と基礎, 35(12), pp.49-54.
- [9] 水野克彦 編 (1979): 新講 解析学, 第 2 版, 学術図書出版社, 312 p.
- [10] Sheorey, P.R. (1997): *Empirical Rock Failure Criteria*, A.A. Balkema, 176 p.
- [11] 山口嘉一・佐藤弘行・中村洋祐・林 直良・倉橋 宏 (2007): 低拘束圧条件下におけるロック材料強度の評価, ダム技術, 249, pp.22-37.

この論文の公開の質疑または討議は2008年12月31日まで受付けます.