摩擦円すいの楕円体近似を用いた把持安定性の高速評価

辻 徳生* 原田 研介* 金子 健二*

Fast Evaluation of Grasp Stability by Using Ellipsoidal Approximation of Friction Cone

Tokuo Tsuji*, Kensuke Harada* and Kenji Kaneko*

This paper presents a fast method of evaluating grasp stability when a multi-fingered hand grasps objects. Different from previous methods, we consider approximating the friction cone by using a few ellipsoids. By using this method, the total force/moment set applied to the grasped object can be obtained by a common set of multiple ellipsoids. This method is not conservative but effective since approximated force closure is tested by simply calculating the inequalities of quadratic form. Moreover, by using the ellipsoidal approximation, we propose an easy method of evaluating the grasp stability. We show that the grasp stability can be easily calculated by using simple equations. The effectiveness of the proposed method is verified by several numerical examples where we show that the proposed method has practical accuracy for real applications and evaluates the grasp stability much faster than conventional methods.

Key Words: Force Closure, Friction Cone, Multi-fingered Hand, Grasp Planning

1. 序 論

多指ハンドは、その自由度を利用して様々な対象物をシームレスに把持できる潜在能力を有している。日常生活のサポートを目的とするロボットは、様々な形状を把持する必要があるため、多指ハンドの利用が有効である。この際、ロボットは対象物を把持するために頭部などに搭載されたカメラを用いて対象物の位置・姿勢を計測する。そして、ロボットはこの位置・姿勢情報を用いて対象物を把持する動作をその場の状況に応じて計画する。

多指ハンドが対象物を把持する姿勢を計画する場合、指の可動範囲やアクチュエータ出力限界等様々な拘束の下で、指が対象物を落とさないように、対象物上と指表面上での接触点や接触力が決定されなくてはならない。この際に用いられる把持安定性の判定法の一つとして、force closure [1]~[3] が知られている。force closure は、任意の方向の外力・モーメントが対象物に加わっても、それを打ち消す合力・モーメントが指の接触力により発生できる状態のことをいう。これまで、force closure は、摩擦円すいを多角すいで近似し、この近似モデルに基づいて線形計画問題を解くことで判定されてきた。しかしながら、摩擦

Fig. 1 Approximation of friction cone

円すいを多角すいで近似した場合、多角すいの面数が少ないと計算時間が早くなる反面、近似が粗くなり、また、近似精度を上げようとする、それに従って計算時間が増加する問題を有している。このため、多指ハンドの把持計画は force closure の計算コストがボトルネックとなっていた [4]。

このような問題に対して、本研究では摩擦円すいを楕円体で近似し、この楕円体で近似されたモデルに基づいて、force closure

原稿受付 2009 年 7 月 28 日

*産業技術総合研究所知能システム研究部門

*Intelligent Systems Research Institute, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST)

■ 本論文は有用性で評価されました。

を近似的に判定する手法を提案する。従来の手法では摩擦円すいを近似した多角すいを摩擦円すいの内側に設定することにより、force closure の十分条件を与えるが、提案手法では十分条件を与えない。しかし、 m 個の接触点による把持では、たかだか 2^m 個の不等式で force closure を近似的に判定することができる。その近似精度は数値実験により検証する。まず、本論文では、各接触点での摩擦円すいを楕円体で近似し、この楕円体を用いて合力集合を定式化する。次に、本手法で定式化された合力集合と、楕円体の Minkowski 和 [5] との比較について考察し、有効性を確認する。次に、各接触点で摩擦円すいをより精密に近似するために、複数の楕円体の共通集合をとる手法を提案する。さらに、従来から多くの研究で用いられてきた、把持の安定指標 [6] が、摩擦円すいの楕円体近似モデルを用いることで効率的に計算できることを示す。最後に提案する手法の有効性を様々な数値例により検証し、実験結果についても紹介する。

2. Force closure

2.1 概要

多指ハンドが物体を安定して把持するためには、任意方向の外力・モーメントとつりあう力・モーメントを接触力により発生できなければならない。すなわち、それぞれの接触点の接触力の合力・モーメントのなす集合が原点を内包するという条件を満たさなければならない。これは、force closure という条件で知られている。対象物に発生可能な合力・モーメントのなす空間は、各指で発生可能な接触力のすべての組み合わせの和を計算することにより得られる。すなわち、各指の接触力がなす空間の和を計算することにより得られる。

対象物と指との接触は、摩擦あり点接触を仮定する。 i 番目の接触力を $\mathbf{f}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ ($i = 1, \dots, m$) とし、その接触位置を $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ とする。ただし、接触位置 $\mathbf{p}_i$ は対象物の重心を原点とし、接触力 $\mathbf{f}_i$ は、対象物の座標系と軸方向が同一の座標系で表現されているとする。 $\mathbf{f}_i$ によって物体に発生するスケールつきレンチ (力・モーメント) $\mathbf{w}_i \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ を以下の式のように定義する。

$$\mathbf{w}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \gamma \mathbf{p}_i \times \mathbf{f}_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし、 γ は、力に対するモーメントのスケール変換を表し、軸に依存しないものとしてスカラーとし、 $\gamma > 0$ である。

接触力によるレンチの集合を把持レンチ空間 (GWS: grasp wrench space) と呼ぶ。Ferrari ら [6] は、2 種類の把持レンチ空間を提案した。一つめは、接触力のすべての組み合わせの和を計算し、 L_∞ ノルムの把持レンチ空間 (W_{L_∞}) を生成する。この把持レンチ空間は、各指の接触力のレンチ空間の Minkowski 和に相当する。もう一つの手法は、各指の接触力の凸包を計算することにより、 L_1 ノルムの把持レンチ空間 (W_{L_1}) を計算する。

把持レンチ空間 W_{L_∞} と W_{L_1} は以下のように表現される。

$$W_{L_\infty} = \{\oplus_{i=1}^m \mathbf{w}_i | \mathbf{w}_i \in \hat{W}_i\} \quad (2)$$

$$W_{L_1} = \text{ConvexHull}(\{\cup_{i=1}^m \mathbf{w}_i | \mathbf{w}_i \in \hat{W}_i\}) \quad (3)$$

ここで、 $\oplus$ は Minkowski 和であり、 $\hat{W}_i$ は、 i 目の接触点におけるレンチの集合である。 $W_{L_1} \subseteq W_{L_\infty}$ であり、 W_{L_1} が原点を内包するとき W_{L_∞} も原点を内包し、その把持は force closure であると呼ばれる。force closure かどうかをテストするためには、 W_{L_1} は計算時間が短く有効である。しかし、原点を内包するかどうかのテストだけではなく、指先が出力可能な合レンチの範囲を求めるには W_{L_∞} を計算する必要がある。

各指先で対象物に発生可能な接触力は摩擦円すいで表現されるため、 W_{L_∞} を生成する際は円すいの Minkowski 和を計算すればよい。しかし、円すいを用いて計算しようとする、複雑な非線形方程式を解かなくてはならないため、これまで、法線円すいは凸多角すいにより近似されてきた (Fig. 1 (a))。多角すいは面の数を増やすことにより摩擦円すいを比較的正確に近似することが可能であるが、面の数を増やし精度を上げようすると、計算コストが飛躍的に増大する。接触点の数を m 、多角すいの面数を n とすると、計算量は $O(n^m)$ である。この、 W_{L_∞} の計算コストの削減が重要な研究課題となっている。以後、特に指定がない場合は、把持レンチ空間は L_∞ ノルムの把持レンチ空間をさす。

本論文では、把持レンチ空間を高速に計算する手法を提案する。生成された把持レンチ空間は、force closure の十分条件を満たすものではないが、 m 個の接触点による把持では、たかだか 2^m 個の不等式で force closure を近似的に判定でき、把持安定性の評価値も容易に算出できる。さらに、提案手法の大きな利点として、最も単純化した処理では、不等式の一つを満たすかどうかを調べるだけで、force closure を近似的に判定できる。

2.2 従来研究

force closure は、機構学の分野において Reuleaux [1] によって導入された概念であり、Ohwovoriole [2] によってロボティクスの分野に導入され、Salisbury ら [3] によって把握する対象物が外力・モーメントに対抗する概念として、ロボットハンドの分野に導入された。Mishra ら [7]、Nguyen ら [8] はロボットハンドによる force closure の構成法に関して議論した。特に Nguyen のアプローチは後に多くの研究者 [9]~[12] によって拡張がなされた。Kerr ら [13]、中村ら [14]、Ferrari ら [6] は、force closure が実現されている状態での最適把持についてに関して議論した。これらをまとめる文献として、force closure の解説が中村 [15] によって行われており、また、Latombe [16] や Murray ら [17] の著書によっても解説されている。force closure を含むロボットハンドの初期の研究の概要が文献 [18] [19] に、また force closure に関する近年までの研究の概要が文献 [12] [20] において紹介されている。

linear matrix inequality (LMI) 法 [21]~[23] は、force closure 判定を実行する高速な手法である。LMI 法は、摩擦条件を満たす解を高速に算出する。しかし、これらの手法は、最適解の一つを得るのみであり W_{L_∞} に基づく把持安定性を評価していない。LMI 法から派生したいくつかの手法として、レイトラッシングによるもの [24] [25]、ヒューリスティックなアプローチをとるもの [26] がある。これらの手法は、 L_1 ノルムの把持安定性の評価しか用いていない。

Borst [27] は、逐次的に W_{L_∞} の部分空間を拡張する手法を

提案した. 把持安定度の最も低い方向に対して, $W_{L\infty}$ の部分空間を拡張する手続きを収束するまで繰り返す. これは, 従来の $W_{L\infty}$ 空間全体を求める手法よりもかなり高速である. しかし, リアルタイムで把持計画を実行するには, より高速な手法が望まれる.

3. 楕円体を用いた把持安定性の評価

3.1 楕円体による合レンチ空間計算

Fig. 1 (b) に示すように, 摩擦円すいを楕円体で近似する手法を提案する. 本節では, 各接触力を楕円体で近似し, その合レンチ空間を計算する手法について述べる. 各楕円体の方程式がどのように決定されるかについては 3.2 節で詳細を述べる. 本節では接触面の法線方向に楕円体の中心があり, 法線方向に楕円体の軸があることを楕円体の条件とする.

対象物の i 番目の接触点 $\mathbf{p}_i$ に加わる接触力 $\mathbf{f}_i$ ($i = 1, \dots, m$) を考える. i 番目の楕円体の各軸の長さ a, b, c に対し, $\mathbf{S}_i = \text{diag}[1/a^2 \ 1/b^2 \ 1/c^2] \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ とし, 単位法線ベクトル $\mathbf{n}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, 互いに直交する単位接線ベクトル $\mathbf{t}_{i1} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, $\mathbf{t}_{i2} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ に対し, $\mathbf{U}_i = [\mathbf{t}_{i1} \ \mathbf{t}_{i2} \ \mathbf{n}_i] \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ とする. 楕円体の中心は $g_i \mathbf{n}_i$ であり接触面の法線方向で原点との距離が g_i の位置とする. このとき, i 番目の楕円体は次式のように表現される.

$$(\mathbf{f}_i - g_i \mathbf{n}_i)^t \mathbf{U}_i \mathbf{S}_i \mathbf{U}_i^t (\mathbf{f}_i - g_i \mathbf{n}_i) \leq 1 \quad (4)$$

接触点に関してこの方程式の和をとると,

$$\sum_{i=1}^m (\mathbf{f}_i - g_i \mathbf{n}_i)^t \mathbf{U}_i \mathbf{S}_i \mathbf{U}_i^t (\mathbf{f}_i - g_i \mathbf{n}_i) = (\mathbf{F} - \mathbf{N})^T \mathbf{T} (\mathbf{F} - \mathbf{N}) \leq m \quad (5)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= [\mathbf{f}_1^t \ \dots \ \mathbf{f}_m^t]^t \in \mathbb{R}^{3m \times 1}, \\ \mathbf{N} &= [g_1 \mathbf{n}_1^t \ \dots \ g_m \mathbf{n}_m^t]^t \in \mathbb{R}^{3m \times 1}, \\ \mathbf{T} &= \text{block diag}[\mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1 \mathbf{U}_1^t \ \dots \ \mathbf{U}_m \mathbf{S}_m \mathbf{U}_m^t] \in \mathbb{R}^{3m \times 3m} \end{aligned}$$

である. 式 (4) が成り立つならば, 式 (5) が成り立つが, 式 (5) が成り立っても, 式 (4) が常に成り立たないことに注意する必要がある. この式から合レンチが満たす式を導く. まず, 各指の接触力と合レンチ $\mathbf{w}$ の関係は, 以下のとおりである.

$$\mathbf{w} - \mathbf{GN} = \mathbf{G}(\mathbf{F} - \mathbf{N}) \quad (6)$$

ここで,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \dots & \mathbf{I} \\ \gamma \mathbf{p}_1 \times & \dots & \gamma \mathbf{p}_m \times \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 3m}$$

である. 式 (5) を考慮して, $\mathbf{G}$ の加重擬似逆行列 $\mathbf{G}^\# \in \mathbb{R}^{3m \times 6}$ を定義する.

$$\mathbf{G}^\# = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G}^T)^{-1} \quad (7)$$

$\mathbf{G}^\#$ は, 任意の $\mathbf{F}$ に対する $\mathbf{F}^T \mathbf{T} \mathbf{F}$ の最小解を与える. つまり, 以下の変換式は, 式 (5) の $(\mathbf{F} - \mathbf{N})^T \mathbf{T} (\mathbf{F} - \mathbf{N})$ の値を最小化する.

Fig. 2 Minkowski sum of two ellipses and its approximation

$$\mathbf{F} - \mathbf{N} = \mathbf{G}^\# (\mathbf{w} - \mathbf{GN}) \quad (8)$$

$\mathbf{G}$ の加重擬似逆行列の一般解に関しては, 付録 A で検証する. 式 (5) と式 (8) から,

$$\begin{aligned} (\mathbf{F} - \mathbf{N})^T \mathbf{T} (\mathbf{F} - \mathbf{N}) &= (\mathbf{w} - \mathbf{GN})^T (\mathbf{G}^\#)^T \mathbf{T} \mathbf{G}^\# (\mathbf{w} - \mathbf{GN}) \end{aligned} \quad (9)$$

である. ここで, 式 (9) 右辺に含まれる数式 $(\mathbf{G}^\#)^T \mathbf{T} \mathbf{G}^\#$ は以下のように置き換えることができる.

$$\begin{aligned} (\mathbf{G}^\#)^T \mathbf{T} \mathbf{G}^\# &= (\mathbf{G} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{G} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G}^T)^{-1} \\ &= (\mathbf{G} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G}^T)^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

つまり, 式 (9) に式 (10) を代入し, 次の関係が導かれる.

$$(\mathbf{w} - \mathbf{GN})^T (\mathbf{G} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G}^T)^{-1} (\mathbf{w} - \mathbf{GN}) \leq m \quad (11)$$

このように, 合レンチ $\mathbf{w}$ に対する不等式を導出できた. 式 (11) は楕円体の式であり, 式 (11) が成立する $\mathbf{w}$ は, 式 (5) が成立する $\mathbf{F}$ に変換できる. しかし, 式 (5) が成立しても, 式 (4) が必ずしも成立するわけではない. そこで, 式 (11) と式 (4) の関係を明らかにする. Fig. 2 は, 二つの楕円と, その Minkowski 和, さらに二つの楕円を式 (4) とした場合の式 (11) による楕円を図示したものである. 楕円演算に関する文献 [5] において, 加重擬似逆行列 $\mathbf{G}^\#$ を用いて生成された式 (11) は, Minkowski 和を包含し外接する楕円体であることが証明されており, それは図からも確認できる. したがって, 式 (11) は, 式 (4) の楕円体の Minkowski 和を包含し, 式 (4) の必要条件であり, 十分条件ではない. 精度は楕円体の形状配置に依存し, Fig. 2 (a) のように楕円の径の長さの比率が 1 に近い場合は精度良く近似することができるが, (b) のように細長い楕円体が直交している場合は Minkowski 和よりも大きな範囲を含み近似精度が下がる. 以上のように, 式 (11) は式 (4) に対する十分条件ではないが, $\mathbf{w}$ に関する式 (11) の不等式を調べるだけで, 高速かつ代数的な計算で把持安定性を近似的に評価することができる.

3.2 楕円体を用いた摩擦円すい近似

単一の楕円体で各指の摩擦円すいを正確に近似するのは困難である. そこで, 各指の摩擦円すいを二つの楕円体の共通部分として定義する (Fig. 3). 一つの楕円体は, 側面に接する楕円

Fig. 3 Ellipsoid and friction cone

体 E'_1 であり、もう一つの楕円体は円すいの底面に接する楕円体 E'_2 である。 $f_{\max}$ は最大接触力、 μ は摩擦係数とし、接触点に依存しないものとして、それぞれの楕円体を次式のように定義する。

$$(\mathbf{f}_i - \hat{\mathbf{g}}_1 \mathbf{n}_i)^t \mathbf{U}_i \hat{\mathbf{S}}_1 \mathbf{U}_i^t (\mathbf{f}_i - \hat{\mathbf{g}}_1 \mathbf{n}_i) \leq 1 \quad (12)$$

$$(\mathbf{f}_i - \hat{\mathbf{g}}_2 \mathbf{n}_i)^t \mathbf{U}_i \hat{\mathbf{S}}_2 \mathbf{U}_i^t (\mathbf{f}_i - \hat{\mathbf{g}}_2 \mathbf{n}_i) \leq 1 \quad (13)$$

ただし、 $\hat{\mathbf{g}}_1 = \mathbf{f}_{\max}$, $\hat{\mathbf{g}}_2 = \mathbf{f}_{\max}/2$,

$$\hat{\mathbf{S}}_1 = \text{diag} \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{\mu f_{\max}} \right)^2, \left(\frac{\sqrt{2}}{\mu f_{\max}} \right)^2, \left(\frac{\sqrt{2}}{f_{\max}} \right)^2 \right],$$

$$\hat{\mathbf{S}}_2 = \text{diag} \left[\left(\frac{1}{f_{\max}} \right)^2, \left(\frac{1}{f_{\max}} \right)^2, \left(\frac{2}{f_{\max}} \right)^2 \right]$$

である。 Fig. 3 に楕円体の断面図を図示する。指先の接触力が一定以上であると仮定すると、接触力の空間は台形状であり、 E'_1 と E'_2 の共通部分は摩擦円すいの精度のよい近似となっていることが分かる。

各接触点に対して接触力の楕円体 E'_1 , E'_2 のいずれか一つを用いて合レンチ楕円体を定義する。ここで、 i 番目の接触点に対し $e_i = 1$ のとき楕円 E'_1 , $e_i = 2$ のとき楕円 E'_2 を選択し、その組み合わせを $(e_1, \dots, e_m)$ として表現する。選択した楕円の組 $(e_1, \dots, e_m)$ に対し、合レンチ楕円体の $\mathbf{T}$, $\mathbf{N}$ は以下のとおりである。

$$\mathbf{T}_{e_1 \dots e_m} = \text{block diag}[\mathbf{U}_1 \hat{\mathbf{S}}_{e_1} \mathbf{U}_1^t \dots \mathbf{U}_m \hat{\mathbf{S}}_{e_m} \mathbf{U}_m^t] \quad (14)$$

$$\mathbf{N}_{e_1 \dots e_m} = [\hat{\mathbf{g}}_{e_1} \mathbf{n}_1^t \dots \hat{\mathbf{g}}_{e_m} \mathbf{n}_m^t]^t \quad (15)$$

このとき、合レンチ楕円体 $W'_{e_1 \dots e_m}$ は、

$$W'_{e_1 \dots e_m} = \{ \mathbf{w} | (\mathbf{w} - \mathbf{GN}_{e_1 \dots e_m})^T (\mathbf{GT}_{e_1 \dots e_m}^{-1} \mathbf{G}^T)^{-1} (\mathbf{w} - \mathbf{GN}_{e_1 \dots e_m}) \leq m \} \quad (16)$$

これを $(e_1, \dots, e_m)$ が取りうるすべての組に対し計算すると、接触点 m 個に対し、 2^m 個の組が存在する。楕円体による把持レンチ空間 W' は、 $W'_{e_1 \dots e_m}$ の共有部分として求まる。

$$W' = \bigcap_{(e_1, \dots, e_m)} W'_{e_1 \dots e_m} \quad (17)$$

Fig. 4 は、2 点で接触している際の例を二次元で示したものである。 (e_1, e_2) は、 $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)$ の 4 パターンあり、それぞれ Fig. 4 の (a), (b), (c), (d) が対応する。 (e_1, e_2)

Fig. 4 Common set of ellipse

のパターンによって、各接触点ごとに E'_1 , E'_2 が選択され、右の合レンチ楕円体が計算される。すべての楕円に含まれる領域 Fig. 4 (e) が、求める楕円体による把持レンチ空間 W' となる。

楕円体一つで各摩擦円すいを近似する場合は、摩擦係数の条件を満たしている E'_1 を用いる。この場合、最大接触力の条件を満たさないため合レンチ空間が摩擦円すいによる空間よりも大きくなるが、摩擦条件に関する近似評価をすることは可能である。

3.3 把持安定性の数値評価

Ferrari ら [6] によって、原点を中心とする把持レンチ空間に内包される球の半径の最大値と最大接触力などの比率を把持安定性の評価値とする手法が提案されている (Fig. 5 (a))。つまり、原点と把持レンチ空間の境界との距離を接触力によって正規化して評価している。本論文では、最大接触力がアプリケーションにより与えられるとして、正規化せずに評価値とする。これにより、物体にかかる外力や物体の加速度に対する安定性を評価できる。すなわち、原点と境界楕円体との距離を把持安定性の評価値とする。ここで、境界楕円体はレンチ空間の六次元の楕円体であるため、正確な距離を算出しようとすると、六次元以上の方程式を解かなくてはならない。これは代数的に解けないため、二つの近似距離計算法を併用する。

合レンチ空間の境界を示す楕円体 E_0 を以下の式で表現する。

Fig. 5 Approximation distance

$$(\mathbf{w} - \mathbf{c})^T \mathbf{A} (\mathbf{w} - \mathbf{c}) = m \quad (18)$$

ここで, $\mathbf{c} = \mathbf{G}\mathbf{N}$, $\mathbf{A} = (\mathbf{G}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{G}^T)^{-1}$ である.

この楕円体と同じ中心を持ち, 原点 $\mathbf{o} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ を通る相似楕円体 E_1 は $\mathbf{w} = \mathbf{o}$ を満たすので以下のとおりである (Fig. 5 (b)).

$$(\mathbf{w} - \mathbf{c})^T \mathbf{A} (\mathbf{w} - \mathbf{c}) = \mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{c} \quad (19)$$

この相似楕円体 E_1 上で原点における法線ベクトル $\mathbf{n}'_1$ は, 以下のとおりである.

$$\mathbf{n}'_1 = \mathbf{A} \mathbf{c} \quad (20)$$

原点と楕円体 E_0 の $\mathbf{n}'_1$ 方向での距離を d_1 とすると, $d_1 \mathbf{n}'_1$ は楕円体 E_0 上にあるため, 以下の関係が成り立つ.

$$(d_1 \mathbf{n}'_1 - \mathbf{c})^T \mathbf{A} (d_1 \mathbf{n}'_1 - \mathbf{c}) = m \quad (21)$$

$\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$ より $\mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{n}'_1 = \mathbf{n}'_1{}^T \mathbf{A} \mathbf{c}$ であり,

$$(\mathbf{n}'_1{}^T \mathbf{A} \mathbf{n}'_1) d_1^2 - 2(\mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{n}'_1) d_1 + (\mathbf{c}^T \mathbf{A} \mathbf{c} - m) = 0 \quad (22)$$

である. つまり d_1 に関する二次方程式である. この二次方程式の二つの解のうち, 小さいほうの値を距離とする.

E_0 と同じ中心と焦点を持ち原点を通る楕円体の近似式を E_2 とする (Fig. 5 (c)). $\mathbf{A}$ の固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6$ とすると, $\mathbf{A}$ は以下のように分解できる.

$$\mathbf{A} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T \quad (23)$$

ここで, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_6)$, $\mathbf{V}$ は $\mathbf{A}$ の固有ベクトルにより構成される. E_0 と同じ焦点を持つ楕円体はパラメータ s により以下の式のように表現される.

$$(\mathbf{w} - \mathbf{c})^T \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}' \mathbf{V}^T (\mathbf{w} - \mathbf{c}) = m \quad (24)$$

ここで,

$$\mathbf{\Lambda}' = \text{diag} \left(\frac{1}{\frac{1}{\lambda_1} - s}, \frac{1}{\frac{1}{\lambda_2} - s}, \dots, \frac{1}{\frac{1}{\lambda_6} - s} \right).$$

この楕円体が原点を通るとすると,

$$\mathbf{c}^T \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}' \mathbf{V}^T \mathbf{c} = m \quad (25)$$

が成り立つ. この式は, 分母を払うと s に関する六次方程式になる. これは代数的に解けないため, この式を三次方程式により近似する. 固有値の大きさによって, $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_6$ であるとし, 近似式を $\mathbf{\Lambda}''$ 用いて以下のように定義する.

$$\mathbf{c}^T \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}'' \mathbf{V}^T \mathbf{c} = m \quad (26)$$

ここで,

$$\mathbf{\Lambda}'' = \text{diag} \left(\frac{1}{\frac{1}{\lambda_1} - s}, \frac{1}{\frac{1}{\lambda_2} - s}, \frac{1}{\frac{1}{\lambda_3} - s}, \frac{1}{\frac{1}{\lambda_4} - s}, \frac{1}{\frac{1}{\lambda_5} - s}, \frac{1}{\frac{1}{\lambda_6} - s} \right)$$

である. 分母を払うと s に関する三次方程式となり, その三つの解のうち実数で最小の解を $\mathbf{\Lambda}''$ に代入する. この $\mathbf{\Lambda}''$ を用いて式 (24) の近似式 E_2 は,

$$(\mathbf{w} - \mathbf{c})^T \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}'' \mathbf{V}^T (\mathbf{w} - \mathbf{c}) = m \quad (27)$$

E_1 と同様に, E_2 の原点上での法線を求め, 法線方向での原点と楕円体 E_0 の距離 d_2 を計算する. この相似楕円体 E_2 上で原点における法線ベクトル $\mathbf{n}'_2$ は, 以下のとおりである.

$$\mathbf{n}'_2 = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}'' \mathbf{V}^T \mathbf{c} \quad (28)$$

原点と楕円体 E_0 の $\mathbf{n}'_2$ 方向での距離を d_2 とすると, $d_2 \mathbf{n}'_2$ は楕円体 E_0 上にあるため, 以下の関係が成り立つ.

$$(d_2 \mathbf{n}'_2 - \mathbf{c})^T \mathbf{A} (d_2 \mathbf{n}'_2 - \mathbf{c}) = m \quad (29)$$

この d_2 に関する二次方程式の解の小さいほうを距離とする.

六次元の楕円体と原点との近似距離計算法として二つの手法を提案した. d_1 と d_2 の精度は, 各径の長さの比率すなわち固有値の比率に依存する. 相似楕円体を用いた d_1 は, オリジナルの楕円体が球に近いほど正確な距離が計算できる. しかし, 各径の長さの比率が大きいくほど, $\mathbf{n}'_1$ の向きと最短方向とが必ずしも一致しなくなり精度が悪くなる. 一方, 焦点を共有する楕円体は, 原理的には各径の長さの比率に依存せず精度がよい. しかし, d_2 は, 導出過程において六次方程式から三次方程式への近似が含まれており, その近似精度は各径が互いに等しいほど悪くなる. そこで両方を併用し, ここでは, d_1 と d_2 を比べて小さい値を距離とみなす. 評価値 d_{min} は以下の式で表現される.

$$d_{min} = \min_j \min(d_{1j}, d_{2j}) \quad (30)$$

ここで, d_{1j} と d_{2j} は, それぞれ j 番目の合レンチの d_1 と d_2 である. すべての計算は代数的に実行できる.

4. シミュレーションと実機による検証

4.1 二次元シミュレーション

Fig. 6 に示すように、2 本指で球状の物体を把持するという条件のシミュレーションを行った。簡単化のため、モーメントは無視し、力の空間のみ計算する。シミュレーションの条件として、摩擦係数 μ は $1/\sqrt{3}$ 、最大接触力 $f_{\max}$ は、 $5\sqrt{3} \text{ N}$ とし、この際二つの接触点の法線方向のなす角を α とする。各接触点に対し、楕円体二つで摩擦円すいを近似する。また、比較のため摩擦円すいを用いて、合力の空間を計算する。二次元の計算であるため、摩擦円すいは二等辺三角形で表現される。摩擦円すいにおいて、各接触力は一定以上の大きさを持つとする。

Fig. 7 では、 α を 30° ずつ変えた際の結果を示している。結果から、楕円近似による把持力空間は、摩擦円すいによる把持力空間内に含まれていることが確認できる。また、force closure を評価するための原点を含むかどうか、楕円近似と摩擦円すいを用いた計算で一致していることが確認できる。さらに、把持安定性の数値評価でも提案手法は摩擦円すいを用いた計算と同様の値を返した。提案手法の近似楕円の集合は、摩擦円すい

Fig. 6 The condition of 2D simulation

Fig. 7 Result of 2D simulation

よりも小さいため、多少空間が小さくなっているが、ほぼ同様の結果であり、提案手法の有効性が確認できた。

4.2 三次元シミュレーション

三次元シミュレーションを PC (CPU: Intel Xeon 2.32 GHz, Memory: 3.2 GB) 上で行った。把持物体として bunny モデル [28] (**Fig. 8**) を用い、モデル上の面をランダムに選択し、それぞれの面の中心位置と法線を接触点として、把持安定性を評価する。手や指の運動学は考慮しない。

摩擦係数は 0.2, 0.5, 1.0 の 3 パターン、最大接触力 $f_{\max}$ は 5.0 N と設定する。提案手法と多角すいを用いて把持レンチ空間を生成した場合との比較を行う。多角すいを用いた場合は、多角すいの辺のすべての組み合わせによる合レンチの集合を計算し、凸包を計算する。その凸包の面と原点との距離の最小値を把持安定性の評価値とする。GraspIt! [29] で実装されている手法を採用し、qhull [30] を用いて凸包の計算とその凸包の面と原点との距離を計算する。

楕円体二つを用いた近似と 4 角すい、12 角すいを用いた近似により誤差を評価する。接触点数は 4 点とする。12 角すいを用いた近似は、楕円体や 4 角すいを用いた場合に比べて誤差が十分に小さいため、真値として考える。摩擦係数を 0.2 に設定した場合は、force closure を満たさない解が多かったため、10,000 回計算し、摩擦係数を 0.5 と 1.0 に設定した場合はそれぞれ 1,000 回計算した。12 角すいの把持安定性評価値を横軸に、楕円体と 4 角すいの評価値を縦軸にプロットしたグラフを **Fig. 9**, **Fig. 10**, **Fig. 11** に示す。誤差の大きい値がいくつかみられるが、楕円体、4 角すいともにおおむね比例していることが確認できる。

これらの実験結果を用いて、フォースクロージャ判定を評価した結果を **Table 1** に示す。フォースクロージャ判定は、提案手法、4 角すいともに 12 角すいの結果と 90% 以上一致した。12

Fig. 8 Bunny model of Stanford University

Fig. 9 Evaluation value of grasp stability ($\mu = 0.2$)

Fig. 10 Evaluation value of grasp stability ($\mu = 0.5$)

Fig. 11 Evaluation value of grasp stability ($\mu = 1.0$)

Table 1 Degree of coincidence

friction coefficient	0.2	0.5	1.0
ellipsoid method	98%	90%	90%
four-sided polyhedral cone	99%	94%	90%

Table 2 Grasp stability error

friction coefficient	0.2	0.5	1.0
ellipsoid method	0.32 [N]	0.74 [N]	1.08 [N]
four-sided polyhedral cone	0.29 [N]	0.71 [N]	1.15 [N]

Table 3 Calculation time

number of contact	3	4
ellipsoid method	2.0 [ms]	4.6 [ms]
four-sided polyhedral cone	71.5 [ms]	712.3 [ms]

角すいの評価値を真値として、評価値がいずれも 0 になったものを除外して、偏差の二乗和平均の平方根を誤差として計算した結果を Table 2 に示す。楕円体と 4 角すいで誤差がほぼ一致し、摩擦係数 1.0 のときは楕円体の精度がわずかに上回っている。

計算時間を 4 角すいと楕円体二つの場合で比較した結果を Table 3 に示す。4 角すいは把持レンチ空間全体を生成した計算の結果である。接触点が 3 点の場合の計算時間は、4 角すいが 71.5 [ms] であったのに対し、提案手法は 2.0 [ms] である。接

触点が 4 点の場合は、4 角すいが 712.3 [ms] であったのに対し、提案手法は 4.6 [ms] である。提案手法の処理速度は、4 角すいをういた場合よりもかなり速くなっていることが確認できた。各摩擦円すいを楕円体 E'_1 のみで近似した場合は、一つの合レンチ楕円体をチェックすることにより force closure 判定を近似的に実行できる。計算時間は、わずか 0.43 [ms] である。

Borst ら [27] の高速化手法との速度比較も行った。Borst らの手法において計算に用いられたレンチの数と同じ数を用いて計算し、接触点数 4 に対し我々の実装で約 50 [ms] かかった。提案手法のほうがより高速であることが確認できた。

楕円体によって生成された把持レンチ空間の例を Fig. 12 に示す。接触点数は 4 とする。6 角すいによって生成された把持レンチ空間を半透過な面で示す。楕円体によって生成された把持レンチ空間を不透明な面で示す。薄い灰色の領域は、楕円体による把持レンチ空間が手前で見えている領域であり、6 角すいによる把持レンチ空間が隠されている場合も表示されない。少し濃い灰色の領域は、6 角すいによる把持レンチ空間のみが包含している領域である。黒い色の領域は、6 角すいによる把持レンチ空間と楕円体による把持レンチ空間が重なりあっており、6 角すいによる把持レンチ空間が手前にある領域である。この図から、力の軸のみ取り出すと、楕円体によって生成された把持レンチ空間が 6 角すいによって生成された把持レンチ空間にほぼ包含されていることが確認できる。モーメントの軸に注目すると、楕円体によって生成された把持レンチ空間と多角すいによって生成された把持レンチ空間とが互いに交差していることが確認できる。しかしながら、二つの空間の範囲が重なっていることが確認できる。

4.3 考察

提案手法の主な誤差の原因は 2 点あり、1 点は楕円体で近似しているため個別の摩擦円すいにおいて接触力が小さい範囲が含まれていないことである。ただし、パワーグラスプのように接触点が多く各接触力が小さい場合でも、接触点と法線がバランスよく分布していれば、計算可能である。これは、提案手法により生成された把持レンチ空間は、各接触点の最大接触力を等倍で小さくして生成される把持レンチ空間を内包しており、接触力が一様に小さい場合を解に含んでいるためである。一方、接触力が小さい範囲と接触力が大きい範囲は同時には含まないため、接触力の比率が一定以上大きい場合は把持レンチ空間に含まれていない。今後は、接触点の分布を考慮して最大接触力の比率を変えて精度を改善することを目指す。2 点目は、Minkowski 和を包含するように合力楕円体が生成されるため、Fig. 2 (b) のように実際よりも大きな範囲を含み、保守的な計算の妨げとなっていることである。特にトルク空間で誤差が大きく、実際より大きな把持レンチ空間を生成する場合がある。これは、接触法線方向に関してトルクが発生できないためその方向の楕円径が 0 であり、それらの方向の組み合わせによっては、Fig. 2 (b) のように Minkowski 和と楕円体の差が大きくなるためである。接触点周りのトルクが発生できる面接触の場合には精度が上がると考えられるが、その精度の検証は今後行う。このトルク空間の計算精度の改善は今後の課題とする。これらの誤差要因により、評価値が小さい範囲では、真値との相関が低い。

Fig. 12 Example of 3D GWS

従来手法と比較すると、Borst の高速化法では、把持レンチ空間全体が得られるわけではない。ある外力や加速度が加わった場合の把持安定性を評価する場合には、把持レンチ空間全体を得る必要がある。一方、提案手法と一般的な多角すいに基づく従来手法では、把持レンチ空間全体を一度生成すれば、外力と境界との距離を計算することにより高速に評価できる。

提案手法と一般的な多角すいによる把持レンチ空間の生成法とを総合的に評価すると、多角すいに基づく手法は、保守的な計算が可能であり多角すいの面の数を追加することにより評価値が真値に近づく。しかし、その計算コストは大きく、実時間アプリケーションなどには適していない。一方、提案手法は、精度を犠牲にしているが、高速かつ代数的に解けるという利点がある。外力や加速度に対し一定の閾値以上の安定把持を実現する実時間アプリケーションや、より安定する把持点を収束するまで繰り返し探索するようなアプリケーションには適している。また、精度を必要とするアプリケーションに対しては、提案手法によって評価した値が一定以上ならば、多角すいにより再評価するなどのように提案手法を前処理として利用し計算の高速化に利用できる。

4.4 実機実験

実際にハンドを用いて把持計画と実験を行った。HRP-3P [31] の 7 自由度アームに 4 指ハンド HDH [32] を取り付けたものを用いる。この 4 指ハンドは親指が 5 関節、人差し指、中指、薬指が 4 関節有し、各指の先端の 2 関節は一つのアクチュエータで連動して動く。

把持計画のフェーズでは、摩擦係数は 0.5、最大接触力は 5.0 [N]、各接触点に対し楕円体二つで摩擦円すいを近似する。提案する把持安定性評価を含めた把持計画 [33] の合計時間は、1 秒以下である。実際に実験を行った結果を Fig. 13 に示す。(a)、(c) の状態で把持計画を行い、(b)、(d) のように把持が実行され

Fig. 13 Experiment of grasp

た。2 種類の形状に対し安定した把持ができ、提案手法が実機に適用できることを確認した。

5. 結 論

摩擦円すいを楕円体を用いて近似することにより、接触点における摩擦条件や最大接触力の制限を考慮した把持安定性の評価を短時間で高速に実行できる手法を提案した。楕円体による Minkowski 和が楕円体で近似可能であることを利用し、合力・モーメント楕円体による近似解を計算する手法を提案した。摩擦円すいを二つの楕円体の共通部分で表現する手法を提案し、最大接触力を持つ摩擦円すいの近似を実現した。把持安定性の評価値である把持レンチ空間の境界と原点との距離を高速に計算できる手法を提案した。提案手法では、従来の手法と異なり force closure の保守的な判定は実現できないが、数値実験によ

り、実用可能な精度で高速に計算できることを示した。今後は、指先の配置によって最大接触力の比率を変更し適切な把持レンチ空間を生成することと、モーメント空間において近似精度を向上させることを目指す。

謝 辞 本研究は、経済産業省 NEDO 次世代ロボット知能化技術開発プロジェクト「施設内生活支援ロボット知能の研究開発」の一環として実施されました。ここに謝意を表します。本研究の実機実験に当たり視覚システムを提供していただいた産業技術総合研究所タスクビジョン研究グループのメンバーに感謝します。本研究の環境を整備していただいた産業技術総合研究所ヒューマノイドグループのメンバーに感謝します。

参 考 文 献

- [1] F. Reuleaux: The kinematics of machinery. Macmillan, 1876.
- [2] M.S. Ohwovoriole: "An extension of screw theory and its application to the automation of industrial assemblies," Ph.D. dissertation, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1980.
- [3] J.K. Salisbury and B. Roth: "Kinematics and force analysis of articulated hands," ASME J. Mech. Trans. Automat. Des., vol.105, pp.33-41, 1982.
- [4] K.B. Shimoga: "Robot Grasp Synthesis: A Survey," Int. J. of Robotics Research, vol.5, no.3, pp.230-266, 1996.
- [5] A.B. Kurzhanski and I. Valyi: Ellipsoidal Calculus for Estimation and Control. Birkhauser, 1997.
- [6] C. Ferrari and J. Canny: "Planning optimal grasps," IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp.2290-2295, 1992.
- [7] B. Mishra, J.T. Schwartz and M. Sharir: "On the existence and synthesis of multifinger positive grips," Algorithmica (Special Issue: Robotics), vol.2, no.4, pp.541-558, 1987.
- [8] V. Nguyen: "Constructing force closure grasps," Int. J. Robot. Res., vol.7, no.3, pp.3-16, 1988.
- [9] Y.C. Park and G.P. Starr: "Grasp synthesis of polygonal objects using a three-fingered robot hand," Int. J. Robot. Res., vol.11, no.3, pp.163-184, 1992.
- [10] L.-M. Chen and J.W. Burdick: "A qualitative test for finger force-closure grasps on planar objects with applications to manipulation and finger gaits," Proc. of the 1993 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.814-820, 1993.
- [11] J. Ponce, D. Stam and B. Faverjon: "On Computing Twofinger Force-closure Grasps of Curved 2D Objects," The Int. J. of Robotics Research, vol.12, no.3, pp.263-273, 1993.
- [12] J. Ponce and B. Faverjon: "On computing three-finger force-closure grasps of polygonal objects," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.11, no.6, pp.868-881, 1995.
- [13] J. Kerr and B. Roth: "Analysis of multifingered hands," Int. J. of Robotics Research, vol.4, no.4, pp.3-17, 1986.
- [14] 中村, 永井, 吉川: "複数のロボット機構による協調的あやつりの力学", 日本ロボット学会誌, vol.4, no.5, pp.489-498, 1986.
- [15] 中村: "把持とあやつり", 計測と制御, vol.29, no.3, pp.206-212, 1990.
- [16] J.-C. Latombe: Robot Motion Planning. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [17] R.M. Murray, Z. Li and S.S. Sastry: A mathematical introduction to robotic manipulation. CRC Press, 1994.
- [18] B. Mishra and N. Silver: "Some discussion of static gripping and its stability," IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol.19, no.4, pp.783-796, 1989.
- [19] J. Pertin-Troccaz: Grasping: A state of art, O. Khatib, J. Craig, and T. Lozano-Perez (Eds.), In: The Robotic review, MIT Press, 1989.
- [20] A. Bicchi: "On the closure properties of robotic grasping," The Int. J. of Robotics Research, vol.14, no.4, pp.319-334, 1995.
- [21] L. Han, J.C. Trinkle and Z.X. Li: "Grasp Analysis as Linear Matrix Inequality Problems," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.16, no.6, pp.663-674, 2000.
- [22] G.F. Liu and Z.X. Li: "Real-time Grasping Force Optimization for Multifingered Manipulation: Theory and Experiments," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol.9, no.1, pp.65-77, 2004.
- [23] G.F. Liu, J.J. Xu and Z.X. Li: "On Geometric Algorithms for Real-time Grasping Force Optimization," IEEE Trans. on Control System Technology, vol.12, no.6, pp.843-859, 2004.
- [24] Y.H. Liu: "Qualitative test and force optimization of 3-D frictional form-closure grasps using linear programming," IEEE Trans. Robot. Automat., vol.15, no.1, pp.163-173, 1999.
- [25] Y. Zheng and W.-H. Qian: "Simplification of the ray-shooting based algorithm for 3-D force-closure test," IEEE Trans. Robot. Automat., vol.21, no.3, pp.470-473, 2005.
- [26] N. Niparnan and A. Sudsang: "Positive Span of Force and Torque Components of Three-Fingered Three-Dimensional Force-Closure Grasps," Proc. of the IEEE International Conf. on Robotics and Automation, pp.4701-4706, 2007.
- [27] Ch. Borst, M. Fischer and G. Hirzinger: "A fast and robust grasp planner for arbitrary 3D objects Robotics and Automation," Proc. of the IEEE International Conf. on Robotics and Automation, vol.3, pp.1890-1896, 1999.
- [28] Bunny model, <http://www-graphics.stanford.edu/data/3Dscanrep/>
- [29] Andrew T. Miller and Peter K. Allen: "Graspi! A versatile simulator for robotic grasping," IEEE Robotics & Automation Magazine, vol.11, pp.110-122, 2004.
- [30] Qhull, <http://www.qhull.org/>
- [31] K. Akachi, K. Kaneko, N. Kanehira, S. Ota, G. Miyamori, M. Hirata, S. Kajita and F. Kanehiro: "Development of Humanoid Robot HRP-3P," IEEE-RAS/RSJ Int. Conference on Humanoid Robots, pp.50-55, 2005.
- [32] K. Kaneko, K. Harada and F. Kanehiro: "Development of Multi-fingered Hand for Life-size Humanoid Robots," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.913-920, 2007.
- [33] K. Harada, K. Kaneko and F. Kanehiro: "Fast Grasp Planning for Hand/Arm Systems Based on Convex Model," IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp.1162-1168, 2008.

付録 A. G の加重擬似逆行列の一般解

3.1 節の式 (8) 合レンチ w から、力の集合 F への分解は一意ではない。そこで G の加重擬似逆行列の一般解において、レンチ w の範囲と F の範囲を明らかにする。式 (6) から、一般解は、

$$F - N = G^\#(w - GN) + (I - G^\#G)k \quad (A.1)$$

である。ここで、 $k \in \mathbb{R}^6$ は冗長変数であり任意のベクトルである。式 (5) と式 (A.1) から、

$$\begin{aligned} (F - N)^T T (F - N) &= \{(w - GN)^T (G^\#)^T + k^T (I - G^\#G)^T\} T \\ &\quad \{G^\#(w - GN) + (I - G^\#G)k\} \\ &= (w - GN)(G^\#)^T T G^\#(w - GN) \\ &\quad + 2k^T (I - G^\#G)^T T G^\#(w - GN) \\ &\quad + k^T (I - G^\#G)^T T (I - G^\#G)k \end{aligned} \quad (A.2)$$

である。ここで、式 (A.2) 右辺の第 2 項に含まれる数式は、以下のようになぜ行列 $O \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ となる。

$$\begin{aligned}
 (I - G^\# G)^T T G^\# &= T G^\# - G^T (G^\#)^T T G^\# \\
 &= T T^{-1} G^T (G T^{-1} G^T)^{-1} \\
 &\quad - G^T (G T^{-1} G^T)^{-1} G T^{-1} T T^{-1} G^T (G T^{-1} G^T)^{-1} \\
 &= G^T (G T^{-1} G^T)^{-1} \\
 &\quad - G^T (G T^{-1} G^T)^{-1} (G T^{-1} G^T) (G T^{-1} G^T)^{-1} \\
 &= G^T (G T^{-1} G^T)^{-1} - G^T (G T^{-1} G^T)^{-1} \\
 &= O
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

また、式 (A.2) 右辺の第 3 項は、 T が正定であるため常に値が 0 以上となる。式 (A.2) に式 (A.3) と式 (10) を代入して整理すると以下のとおりである。

$$\begin{aligned}
 (F - N)^T T (F - N) \\
 &= (w - GN)^T (G T^{-1} G^T)^{-1} (w - GN) \\
 &\quad + k^T (I - G^\# G)^T T (I - G^\# G) k \\
 &\leq m
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

つまり、冗長変数 k が 0 ベクトルのときに式 (11) と等価でありレンチの範囲は最大である。したがって、式 (11) の条件を満たす w は式 (5) が成立する F に変換でき、式 (11) の条件を満たさない w は、どのように冗長変数 k を選んでも式 (5) が成立する F に変換できない。

辻 徳生 (Tokuo Tsuji)

2000 年九州大学工学部電気情報工学科卒業。2002 年同大学大学院システム情報科学府知能システム学専攻修士課程修了。2005 年同博士課程修了。2005 年広島大学大学院工学研究科 COE 研究員。2008 年産業技術総合研究所知能システム研究部門、産総研特別研究員、現在に至る。博士 (工学)。多指ハンド、画像処理、コンピュータグラフィックスの研究に従事。電子情報通信学会、日本機械学会各会員。(日本ロボット学会正会員)

金子健二 (Kenji Kaneko)

1990 年慶應義塾大学大学院理工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年工業技術院機械技術研究所に入所。1995 年 9 月より半年間米国カーネギーメロン大学客員研究員、1999 年 9 月より 1 年間仏国 CNRS パリロボット研究所客員研究員。2001 年より組織改変に伴い独立行政法人産業技術総合研究所主任研究員、現在に至る。博士 (工学)。モーションコントロール、マイクロマシン、遠隔制御、ヒューマノイドロボット等の研究に従事。日本機械学会、電気学会の各会員。2004 年 IEEE International Conference on Robotics and Automation Best Video Award 受賞。2009 年 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robotics Best Paper Award (Oral Category) 受賞。(日本ロボット学会正会員)

原田研介 (Kensuke Harada)

1997 年 3 月京都大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了。博士 (工学)。同年 4 月広島大学工学部助手。2002 年 4 月独立行政法人産業技術総合研究所研究員。2005 年から 1 年間 Stanford 大学客員研究員。ヒューマノイドロボット、ロボットハンド、ロボットマニピュレータ等、ロボット機構の力学と制御に関する研究に興味を持つ。IEEE、計測自動制御学会、日本機械学会などの会員。2008 年機械学会賞 (論文) 受賞。(日本ロボット学会正会員)