複ワイヤ駆動方式を用いた パラレル・メカニズムの運動自由度解析

永井 清^{*1} 吉田 創^{*1} 吉森 大悟^{*2}

Kinematical Analysis of Parallel Mechanisms Using Multi-Wire Driven Method

Kiyoshi Nagai^{*1}, Hajime Yoshida^{*1} and Daigo Yoshimori^{*2}

This paper discusses the kinematical analysis of parallel mechanisms using the multi-wire driven method. This method allows for the use of two or more wires attached to one actuator. One type of this method can produce passive constraints, whereas another type can produce active constraints in an area where a wire does not exist. The definition and the features of this method are then described. Then an analytical technique to obtain the number of degrees of freedom and possible directions of motion is proposed. Its validity is verified using an example.

Key Words: Multi-Wire Driven Method, Wire Mechanism, Parallel Mechanism, Kinematical Analysis

1. はじめに

ワイヤ駆動型パラレル・メカニズムは可動部が軽量化しやすい利点を持ち、高速メカニズム [1] やアシスト装置 [2]、ワイヤ懸垂機構 [3] などに用いられてきた。川村らはワイヤ駆動型パラレル・メカニズムの可動部が全ての方向に能動的に動作できる条件として Vector Closure [4] を示し、可動部の可動範囲の判定法を示した [1]。大隈らは重力を利用したワイヤ懸垂系を含むワイヤ駆動型パラレル・メカニズムの機構の操りの指標として、可操作性楕円体を求めた [3]。これらの議論で登場するワイヤ駆動型パラレル・メカニズムは、一つのアクチュエータが1本のワイヤの位置や力を制御する機構となっている。

本論文では、一つのアクチュエータが複数のワイヤ先端の位置や力を制御する機構について扱う。本論文ではこの機構を複ワイヤ駆動方式と呼ぶことにする。また、区別のため、前述の一つのアクチュエータが1本のワイヤ先端の位置や力を制御する機構を単ワイヤ駆動方式と呼ぶことにする。この2種類のワイヤ駆動方式で構成されるワイヤ駆動型パラレル・メカニズムを複ワイヤ・メカニズムと呼ぶことにし、以下では、可動部の全方向に拘束が生じている複ワイヤ・メカニズムを対象として議論を行う。

複ワイヤ・メカニズムを用いた場合、後述するように、可動

部に接続された複数のワイヤの速度間に生じる拘束関係により、可動部が特定の方向に動作できない受動拘束を生じさせることで拘束に必要なアクチュエータの数を減らすことが可能となる。また、アクチュエータの駆動力を分散させて可動部に伝えることなども可能となるという利点を持つ。

このような複ワイヤ・メカニズムの設計や制御を行うためには可動部の運動方向および運動自由度の解析方法を正確に扱う必要がある。しかし、複ワイヤ・メカニズムに対して前述の Vector Closure の条件を適用すると、単ワイヤ駆動方式のみで構成された機構とは異なり、条件を満たす機構であっても、必ずしも可動部の全方向に能動拘束 [5] が生じるわけではなく、受動拘束 [5] が生じる方向もある。能動拘束の方向は運動できる方向であり、受動拘束の方向は運動できない方向であるので、複ワイヤ・メカニズムの設計においては、これらを区別する必要がある。そこで本論文では、可動部の拘束／非拘束の判定のために Vector Closure の条件を用いることとする。また、複ワイヤ・メカニズムを扱うための解析方法として、アクチュエータ速度と可動部の速度の間に成り立つ運動学を明らかにする定式化を行い、それを用いて可動部の運動方向や運動自由度を解析する方法を提案する。

以下2章で複ワイヤ駆動方式の定義および特徴を示した後、3章で複ワイヤ・メカニズムに対しての定式化を行い、4章でそれを用いて可動部の運動方向および運動自由度を定量的に解析する方法を凸解析を用いて構築する。凸解析は、ロボットハンドの可操作性凸多面体を求める方法 [6] や、不完全な接触をもつ把持の許容外力集合を求める方法 [7] など用いられている解析手法である。また、5章では例題を用いることで、解析方

原稿受付 2010 年 12 月 22 日

^{*1}立命館大学

^{*2}アイシン精機株式会社

^{*1}Ritsumeikan University

^{*2}Aisin Seiki Co., Ltd.

■ 本論文は学術的に評価されました。

法の妥当性を検証する。

2. 複ワイヤ駆動方式の定義と特長と問題定義

2.1 複ワイヤ駆動方式の定義

n 次元空間を対象としたワイヤ駆動型平行・メカニズムの可動部を拘束するためには、 $(n+1)$ 本以上のワイヤが必要であり、重力を1本のワイヤとみなせる場合には n 本以上のワイヤが必要であることが知られている [1] [3]。また、川村らが示した Vector Closure の条件 [4] は、ワイヤが弛まずに可動部を全方向拘束するための条件とみなすことができる。そこで、議論を簡単にするために本章で扱うワイヤ駆動型平行・メカニズムは Vector Closure の条件を満たす機構であることとする。

まず、一つのアクチュエータが制御するワイヤの本数や、可動部に加えるワイヤ張力の数に着目し、以下の二つの駆動方式を定義する。

単ワイヤ駆動方式 (Uni-wire Driven Method) :

一つのアクチュエータが可動部に接続された1本のワイヤの長さ、速度あるいは張力を決定する駆動方式。

複ワイヤ駆動方式 (Multi-wire Driven Method) :

一つのアクチュエータが可動部に接続された複数のワイヤの長さ、速度あるいは張力を決定する駆動方式。

単ワイヤ駆動方式は、文献 [1]~[3] などでも一般的に利用されている駆動方式である。それに対して、複ワイヤ駆動方式は、自立支援用パワーアシスト装置 [8] で利用している駆動方式である。複ワイヤ駆動方式は一つのアクチュエータにより、同時に複数のワイヤの速度あるいは張力を制御する。しかし、それらの速度/張力は独立ではなく、速度間/張力間に拘束関係が発生する。この拘束関係の利用により、複ワイヤ駆動方式は、機器を構成する際に、様々な特長を持たせることができる。以下で本論文で扱う複ワイヤ駆動方式の二つの型を定義する。

速度拘束型 (Velocity Constraint Type) :

一つのアクチュエータが複数のワイヤの速度を決定し、複数のワイヤの速度間に拘束が生じる型。

力拘束型 (Force Constraint Type) :

一つのアクチュエータが複数のワイヤの張力を決定し、複数のワイヤの張力間に拘束が生じる型。

2.2 複ワイヤ駆動方式の特徴

次に、例を用いて速度拘束型、力拘束型について説明する。Fig. 1 (a) に速度拘束型の例をあげる。Fig. 1 (a) のように、一つのアクチュエータで可動部につながる2本のワイヤを巻き取る機構の場合、アクチュエータの巻き取り速度とすべてのワイヤ速度は等しくなる。よって平面運動を対象とした場合、可動部は回転方向に対して受動的な拘束が発生するという特徴を持つ。なお、2本のワイヤの張力は、可動部の重心など他の要因によって別途定まる。力拘束型の例を Fig. 1 (b) に示す。議論を簡単にするために本論文で扱うプーリの重さはないものとする。力拘束型では、プーリを用いて、一つのアクチュエータの駆動力を可動部に対し分散させて伝達することやワイヤを張っていない方向に力を発生させることができる。また、力拘束型

Fig. 1 Two types of multi-wire driven system

Fig. 2 An example of force constraint type

Fig. 3 An example of multi-wire driven parallel mechanism

の構成例を Fig. 2 に示す。Fig. 2 (a) は同一軸をもつプーリの半径比を変えることで駆動力の分散の割合を決定する機構である。また、Fig. 2 (b) は複数のプーリを用いることで可動部に対し駆動力の定数倍の力を加える機構であり、Fig. 2 (c) はワイヤが張られていない方向へ力を発生する機構である。なお、各部のワイヤの速度は、可動部の重心など他の要因により定まる。

2.3 複ワイヤ・メカニズムの問題定義

複ワイヤ駆動方式を用いて平行・メカニズムを構成する際、これらの機構を複ワイヤモジュールと呼ぶ構成要素として用いることができる。本論文では、Fig. 3 にあるような平面3自由度の動作を対象として、可動部に単ワイヤモジュール、速度拘束型複ワイヤモジュール、力拘束型複ワイヤモジュールをそれぞれ接続することで可動部に対して能動拘束や受動拘束が生じるようなワイヤ・メカニズムを扱う対象とし、このワイヤ・メカニズムの可動部の運動自由度や運動方向を解析する方法を構築することを本論文の目的とする。

次章以降では、複ワイヤ・メカニズムの定式化を行い、可動部の運動自由度と運動方向を求める方法について述べる。

3. 複ワイヤ・メカニズムの運動学

3.1 複ワイヤ・メカニズムの運動学の導出

前章で示したように、重力依存型の平行ワイヤ・メカニズムには、単ワイヤ駆動方式と複ワイヤ駆動方式がある。また、複ワイヤ駆動方式には、速度拘束型の特長を持つものと、力拘束型の特長を持つものがある。本章では、六次元空間を対象とした単ワイヤモジュールおよび速度拘束型と力拘束型の複ワイヤ

ヤモジュールから構成される重力依存型パラレル・メカニズムの運動学と静力学を定式化する。まず、各駆動方式ごとにアクチュエータとワイヤとの関係を表す運動学関係式、およびワイヤと可動部との関係を表す運動学関係式を定式化し、それらをまとめることで、アクチュエータと可動部の関係を表す運動学関係式を定式化する。次に各駆動方式ごとに定式化した関係式をまとめることで複ワイヤ・メカニズム全体の運動学および静力学の関係式を定式化する。

まず、各駆動方式ごとの運動学および静力学の関係式は以下で示すように定式化される。なお、以下の議論における速度、張力、駆動力はすべてベクトル量である。

3.2 単ワイヤモジュールと複ワイヤモジュール

3.2.1 単ワイヤモジュール

単ワイヤモジュールにおけるアクチュエータとワイヤの関係を示す運動学および静力学の関係式は次式のように表される。

$$\dot{\mathbf{q}}_U = \dot{\mathbf{l}}_U \quad (1)$$

$$\mathbf{T}_U = \boldsymbol{\tau}_U \quad (2)$$

ただし、 $\dot{\mathbf{q}}_U$ 、 $\dot{\mathbf{l}}_U$ はそれぞれ単ワイヤモジュールのアクチュエータ速度とワイヤ速度である。また、 $\mathbf{T}_U (= [\mathbf{T}_{U1} \ \mathbf{T}_{U2} \ \cdots \ \mathbf{T}_{U\alpha_U}]^T \in \mathcal{R}^{\alpha_U})$ は可動部に加える張力、 $\boldsymbol{\tau}_U (= [\tau_{U1} \ \tau_{U2} \ \cdots \ \tau_{U\alpha_U}]^T \in \mathcal{R}^{\alpha_U})$ はアクチュエータの駆動力、 α_U はアクチュエータの数である。

また、単ワイヤモジュールのワイヤ張力 $\mathbf{T}_U$ が可動部の重心に加える合力 $\mathbf{F}_U$ は次式により表される。

$$\mathbf{F}_U = \mathbf{W}_U \mathbf{T}_U \quad (3)$$

ただし、 $\mathbf{F}_U = [f_{Ux} \ f_{Uy} \ f_{Uz} \ n_{Ux} \ n_{Uy} \ n_{Uz}]^T \in \mathcal{R}^6$ 、 $\mathbf{W}_U (= [\mathbf{w}_{U1} \ \mathbf{w}_{U2} \ \cdots \ \mathbf{w}_{U\alpha_U}] \in \mathcal{R}^{6 \times \alpha_U})$ は単ワイヤモジュールのワイヤ行列、 $\mathbf{w}_{Ui} = [\mathbf{e}_{Ui} \ \mathbf{p}_{Ui} \times \mathbf{e}_{Ui}]^T \in \mathcal{R}^6$ であり、 $\mathbf{e}_{Ui}$ は i 番目ワイヤの基底ベクトル、 $\mathbf{p}_{Ui}$ は可動部の重心位置から i 番目のワイヤ取り付け位置までのベクトルである。

ここで、式 (3) よりワイヤと可動部との間の運動学関係式は、可動部の速度 $\mathbf{v}$ を用いて次式で表される。

$$\dot{\mathbf{l}}_U = \mathbf{W}_U^T \mathbf{v} \quad (4)$$

また、式 (1)、(4) より、単ワイヤモジュールにおけるアクチュエータと可動部との間の関係式を次式のように表すことができる。

$$\dot{\mathbf{q}}_U = \mathbf{W}_U^T \mathbf{v} \quad (5)$$

3.2.2 速度拘束型複ワイヤモジュール

2 章の Fig. 1 (a) のような速度拘束型複ワイヤ駆動方式における運動学関係式は次式のように表される。

$$\dot{\mathbf{l}}_V = \mathbf{J}_V \dot{\mathbf{q}}_V \quad (6)$$

ただし、 $\dot{\mathbf{l}}_V$ 、 $\dot{\mathbf{q}}_V$ はそれぞれは速度拘束型複ワイヤモジュールのワイヤ速度とアクチュエータ速度である。また、 $\mathbf{J}_V (= [\mathbf{J}_{V1} \ \mathbf{J}_{V2} \ \cdots \ \mathbf{J}_{V\alpha_V}] \in \mathcal{R}^{K_V \times \alpha_V})$ はアクチュエータ速度とワイヤ速度を結びつけるヤコビ行列であり、 α_V はアクチュエー

タの数、 K_V はワイヤ総数である。

また、式 (6) より静力学関係式を導くと次式のようになる。

$$\boldsymbol{\tau}_V = \mathbf{J}_V^T \mathbf{T}_V \quad (7)$$

ただし、 $\boldsymbol{\tau}_V (= [\tau_{V1} \ \tau_{V2} \ \cdots \ \tau_{V\alpha_V}]^T \in \mathcal{R}^{\alpha_V})$ は速度拘束型複ワイヤモジュールのアクチュエータの駆動力、 $\mathbf{T}_V (= [\mathbf{T}_{V1}^T \ \mathbf{T}_{V2}^T \ \cdots \ \mathbf{T}_{V\alpha_V}^T]^T \in \mathcal{R}^{K_V})$ は可動部に加える張力である。

ここで例として、Fig. 1 (a) の場合、 $\dot{\mathbf{l}}_V = [\dot{l}_{V1}, \dot{l}_{V2}]^T$ 、 $\mathbf{J}_V = [1, 1]^T$ とおくことで次式のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_{V1} \\ \dot{l}_{V2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_V \quad (8)$$

この式はアクチュエータ速度と 2 本のワイヤの速度が常に等しいことを表している。

また、速度拘束型複ワイヤモジュールのワイヤ張力 $\mathbf{T}_V$ が可動部の重心に加える合力 $\mathbf{F}_V$ は、速度拘束型複ワイヤモジュールのワイヤ行列 $\mathbf{W}_V (= [\mathbf{w}_{V11} \ \mathbf{w}_{V12} \ \cdots \ \mathbf{w}_{V\alpha_V K_V \alpha_V}] \in \mathcal{R}^{6 \times K_V})$ を用いると次式で表される。

$$\mathbf{F}_V = \mathbf{W}_V \mathbf{T}_V \quad (9)$$

ただし、 $\mathbf{F}_V = [f_{Vx} \ f_{Vy} \ f_{Vz} \ n_{Vx} \ n_{Vy} \ n_{Vz}]^T \in \mathcal{R}^6$ 、 $\mathbf{w}_{Vij} = [\mathbf{e}_{vij} \ \mathbf{p}_{Vij} \times \mathbf{e}_{vij}]^T \in \mathcal{R}^6$ であり、 $\mathbf{e}_{vij}$ は i 番目のアクチュエータの j 番目ワイヤの基底ベクトル、 $\mathbf{p}_{Vij}$ は可動部の重心位置から i 番目のアクチュエータの j 番目ワイヤ取り付け位置までのベクトルである。また、式 (9) よりワイヤと可動部との間の運動学関係式は次式のようになる。

$$\dot{\mathbf{l}}_V = \mathbf{W}_V^T \mathbf{v} \quad (10)$$

ここで、式 (6)、(10) より、速度拘束型複ワイヤモジュールにおけるアクチュエータと可動部との間の関係式を次式のように表すことができる。

$$\mathbf{J}_V \dot{\mathbf{q}}_V = \mathbf{W}_V^T \mathbf{v} \quad (11)$$

3.2.3 力拘束型複ワイヤモジュール

力拘束型複ワイヤモジュールの場合、アクチュエータの駆動力とワイヤ張力の間に拘束関係があるので、まず、静力学関係式を求め、その後運動学を求めることにする。

力拘束型複ワイヤモジュールにおける静力学と運動学の関係式は次式のようになる。

$$\mathbf{T}_F = \mathbf{J}_F^T \boldsymbol{\tau}_F \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_F = \mathbf{J}_F \dot{\mathbf{l}}_F \quad (13)$$

ただし、 $\mathbf{T}_F (= [\mathbf{T}_{F1}^T \ \mathbf{T}_{F2}^T \ \cdots \ \mathbf{T}_{FK_F}^T]^T \in \mathcal{R}^{K_F})$ は力拘束型複ワイヤモジュールのワイヤ張力、 $\mathbf{J}_F (= [\mathbf{J}_{F1}^T \ \mathbf{J}_{F2}^T \ \cdots \ \mathbf{J}_{FK_F}^T]^T \in \mathcal{R}^{\alpha_F \times K_F})$ はアクチュエータ速度とワイヤ速度を結びつけるヤコビ行列、 $\boldsymbol{\tau}_F (= [\tau_{F1} \ \tau_{F2} \ \cdots \ \tau_{FK_F}]^T \in \mathcal{R}^{\alpha_F})$ はアクチュエータの駆動力であり、 α_F は力拘束型複ワイヤ駆動方式のアクチュエータの数、 K_F は力拘束型のワイヤ総数である。また、 $\dot{\mathbf{q}}_F$ 、 $\dot{\mathbf{l}}_F$ はそれぞれ力拘束型複ワイヤモジュールのアクチュエータ速

度とワイヤ速度である。

ここで例として、Fig. 1 (b) の場合、 $\mathbf{T}_F = [T_{F1}, T_{F2}]^T$ 、 $\mathbf{J}_F^T = [1/2, 1/2]^T$ とおくことで次式のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} T_{F1} \\ T_{F2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_F \quad (14)$$

この式は 2 本のワイヤ張力の和がアクチュエータの駆動力と等しいということを表している。

また、力拘束型複ワイヤモジュールのワイヤ張力 $\mathbf{T}_F$ が可動部の重心に加える合力 $\mathbf{F}_F$ は、力拘束型複ワイヤモジュールのワイヤ行列 $\mathbf{W}_F = [\mathbf{w}_{F11} \ \mathbf{w}_{F12} \ \cdots \ \mathbf{w}_{F\alpha_F k_{F\alpha_F}}] \in \mathcal{R}^{6 \times K_F}$ を用いると次式で表される。

$$\mathbf{F}_F = \mathbf{W}_F \mathbf{T}_F \quad (15)$$

ただし、 $\mathbf{F}_F = [f_{Fx} f_{Fy} f_{Fz} n_{Fx} n_{Fy} n_{Fz}]^T \in \mathcal{R}^6$ 、 $\mathbf{w}_{Fij} = [\mathbf{e}_{Fij} \ \mathbf{p}_{Fij} \times \mathbf{e}_{Fij}]^T \in \mathcal{R}^6$ であり、 $\mathbf{e}_{Fij}$ は i 番目のアクチュエータの j 番目ワイヤの基底ベクトル、 $\mathbf{p}_{Fij}$ は可動部の重心位置から i 番目のアクチュエータの j 番目ワイヤ取り付け位置までのベクトルである。

式 (15) より運動学関係式は次式のようになる。

$$\dot{\mathbf{l}}_F = \mathbf{W}_F^T \mathbf{v} \quad (16)$$

ここで、式 (13)、(16) より、力拘束型複ワイヤモジュールにおけるアクチュエータと可動部との間の関係式を次式のように表すことができる。

$$\dot{\mathbf{q}}_F = \mathbf{J}_F \mathbf{W}_F^T \mathbf{v} \quad (17)$$

3.3 機構全体の運動学

次に、Fig. 4 のように重力の効果を含めて Vector Closure の条件を満たすメカニズムの定式化を行う。Fig. 4 の機構の場合、各ワイヤ駆動機構が可動部に対して並列結合で接続されているため、式 (5)、(11)、(17) より次式に示すようなメカニズム全体のアクチュエータ速度と可動部の速度の関係式が成り立つ。

$$\tilde{\mathbf{J}}_V \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{W}_M^T \mathbf{v} \quad (18)$$

ただし、

$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\mathbf{q}}_U^T \ \dot{\mathbf{q}}_V^T \ \dot{\mathbf{q}}_F^T]^T \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{J}}_V = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_U & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_V & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E}_F \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{W}_M = [\mathbf{W}_U \ \mathbf{W}_V \ \mathbf{W}_F \mathbf{J}_F^T] \quad (21)$$

Fig. 4 Definitions of position vectors

であり、 $\mathbf{E}_U$ 、 $\mathbf{E}_F$ は単位行列、 $\mathbf{W}_M$ は複ワイヤモジュールを用いた場合におけるワイヤ行列である。

ここで、式 (18) の両辺の項について説明する。まず、左辺のアクチュエータ速度の項の前にあるヤコビ行列 $\tilde{\mathbf{J}}_V$ はアクチュエータ速度とワイヤ速度の間の関係を示しており、特に、速度拘束型複ワイヤ駆動方式の成分 $\mathbf{J}_V$ は式 (8) にあるようにアクチュエータ速度が 2 本のワイヤの速度を決定するということを表している。また、右辺の可動部の速度の項の前にあるワイヤ行列 $\mathbf{W}_M$ はワイヤ張力と可動部で発生する力の間の関係を示しているが、力拘束型複ワイヤ駆動方式の成分 $\mathbf{W}_F \mathbf{J}_F^T$ に関しては、アクチュエータの駆動力と 2 本のワイヤの張力の間に拘束関係があるため、ワイヤ行列 $\mathbf{W}_F$ だけでなく、式 (14) に示されているアクチュエータの駆動力が 2 本のワイヤの張力を決定することを示すヤコビ行列 $\mathbf{J}_F^T$ を含んでいる。

ここで仮に、複ワイヤモジュールを使わずに単ワイヤモジュールのみで同様に構成した場合、次式の運動学関係式が成り立つ。

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{l}} \quad (22)$$

$$\dot{\mathbf{l}} = \mathbf{W}_U^T \mathbf{v} \quad (23)$$

この式 (22)、(23) をまとめると、

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{W}_U^T \mathbf{v} \quad (24)$$

となる。ここで得られた式 (24) と複ワイヤ・メカニズムで構成される運動学関係式、式 (18) を比較すると、式 (18) のように複ワイヤモジュールを含む場合は、複ワイヤモジュールの各型ごとのアクチュエータ速度とワイヤ速度との関係を示すヤコビ行列が機構全体の運動学関係式にも現れるということが分かる。

メカニズム全体のアクチュエータ速度と可動部の速度の関係を表す、式 (18) により、機構全体の運動学を表すことができる。しかしながら、式 (18) のままでは可動部の速度 $\mathbf{v}$ を $\dot{\mathbf{q}}$ に関する陽な式に解き出すことはできない。その理由は、式 (6) の $\mathbf{J}_V$ が正方行列でないために、式 (18) を $\dot{\mathbf{q}}$ に関する陽な式で表すことができないからである。

式 (18) を $\dot{\mathbf{q}}$ に関する陽な式で表すことができない理由について補足する。まず、式 (6) より、行列 $\mathbf{J}_V$ は、 K_V 行 α_V 列行列であり、一つのアクチュエータが制御するワイヤの総数は 2 本以上であるため、速度拘束型複ワイヤモジュールのワイヤ総数 K_V は、常にアクチュエータの数 α_V より大きくなる。そのため、式 (6) の $\mathbf{J}_V$ は正方行列ではないことが確認できる。また、式 (20) より、行列 $\tilde{\mathbf{J}}_V$ の成分に $\mathbf{J}_V$ が存在していることから $\tilde{\mathbf{J}}_V$ が正方行列でないため、式 (18) を $\dot{\mathbf{q}}$ に関する陽な式で表すことはできない。

そこで、4 章では式 (18) を満足する複ワイヤ駆動方式を用いた平行・メカニズムの運動解析方法を提案する。この解析方法は可動部で発生する速度の集合より可動部の能動拘束空間と受動拘束空間および自由度を求める解析方法である。

3.4 機構全体の静力学

ここでは、静力学に関する定式化を行う。各ワイヤモジュールが可動部に対して並列結合で接続している場合、可動部の重

心に加わる合力 $\mathbf{F}$ は各ワイヤモジュールでの合力の和となるので、次式が成り立つ。

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_U + \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_F \quad (25)$$

ただし、 $\mathbf{F} = [f_x \ f_y \ f_z \ n_x \ n_y \ n_z]^T \in \mathcal{R}^6$ である。

また、複ワイヤモジュールを含むメカニズムのワイヤ張力 $\mathbf{T}_M$ は次式で示される。

$$\mathbf{T}_M = [\mathbf{T}_U^T \ \mathbf{T}_V^T \ \boldsymbol{\tau}_F^T]^T \quad (26)$$

ただし、 $\mathbf{T}_M \in \mathcal{R}^K$ であり、力拘束型複ワイヤモジュールの項に関しては、ワイヤ行列にアクチュエータとワイヤの間の関係が含まれているためアクチュエータ駆動力を行列の要素とした。

したがって、式 (21)、(25)、(26) より各モジュールからなる全体の静力学関係式は、次式のようになる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{W}_M \mathbf{T}_M \quad (27)$$

また、重力を考慮した場合の全体の静力学関係式を次式に示す。

$$\mathbf{F} = \mathbf{W}_M \mathbf{T}_M + m\mathbf{g}\mathbf{W}_g \quad (28)$$

ただし、 $\mathbf{W}_g = [0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ は重力方向ベクトルであり、 $f_x, f_y, f_z: X, Y, Z$ は軸方向に働く力、 $n_x, n_y, n_z: X, Y, Z$ は軸方向に働くモーメント、 K, m, g はそれぞれワイヤの総数、可動部の質量、重力加速度である。

ワイヤが弛まずに可動部の全方向を拘束するための条件は、Vector Closure の条件 [4] を適用することにより、次の二つの条件になる。

条件 1: $\text{rank}(\widetilde{\mathbf{W}}_M) = n$

条件 2: $\widetilde{\mathbf{W}}_M \widetilde{\mathbf{T}}_M = 0, \quad \mathbf{T}_{M_i} > 0 \ (1 \leq i \leq K)$

$$\widetilde{\mathbf{W}}_M = [\mathbf{W}_M \ \mathbf{W}_g] \quad (29)$$

$$\widetilde{\mathbf{T}}_M = [\mathbf{T}_M^T \ m\mathbf{g}]^T \quad (30)$$

である。また、 n は対象とする空間の次元であり、式 (28) の場合は $n = 6$ となる。条件 1 は、行列 $\widetilde{\mathbf{W}}_M$ の成分となるベクトルのうち、 n 個のベクトルが線形独立であることを意味し、条件 2 は、可動部で生じる合力が 0 となることを意味する。

4. 運動自由度と運動方向の解析方法

4.1 速度の集合の導出

本章では前章で定式化された一般的なワイヤメカニズムの運動学より、発生可能な可動部の速度の集合、および、可動部の動作可能な運動方向と自由度を求める方法を構築する。

まず、駆動方式ごとに可動部で発生できる速度の集合を求める。この際、凸集合の考え方を元にアクチュエータ速度の集合から可動部で発生できる速度の集合を求めていく。

まず、単ワイヤモジュールのアクチュエータ速度の集合 $\mathcal{Q}_U$ は以下のように求めることができる。

$$\mathcal{Q}_U = \{\dot{\mathbf{q}}_U | \mathbf{A}_{QU} \dot{\mathbf{q}}_U \leq \mathbf{b}_{QU}\} \quad (31)$$

上記の $\mathbf{A}_{QU}$ 、 $\mathbf{b}_{QU}$ の導出に関しては付録 B を参照されたい。

ここで、単ワイヤモジュールによって発生する可動部の速度の集合 $\mathcal{V}_U$ は、式 (5) および、式 (31) より次式のように求められる。

$$\mathcal{V}_U = \{\mathbf{v}_U | \mathbf{A}_{QU} \mathbf{W}_U^T \mathbf{v}_U \leq \mathbf{b}_{QU}\} \quad (32)$$

$$= \{\mathbf{v}_U | \mathbf{A}_{VU} \mathbf{v}_U \leq \mathbf{b}_{VU}\} \quad (33)$$

ただし、 $\mathbf{A}_{VU} = \mathbf{A}_{QU} \mathbf{W}_U^T$ 、 $\mathbf{b}_{VU} = \mathbf{b}_{QU}$ である。

速度拘束型複ワイヤモジュールの場合、式 (6) の $\mathbf{J}_V$ が正方向行列でないために、アクチュエータ速度と可動部の速度の間の関係式である式 (11) を $\dot{\mathbf{q}}$ に関する陽な式で表すことができない。そこで本論文では、ワイヤ速度の集合 $\mathcal{L}_V$ を幾何学的に求め、その後式 (10) を用いて可動部の速度の集合 $\mathcal{V}_V$ を求める。

まず、ワイヤ速度の集合 $\mathcal{L}_V$ は以下のように表される。

$$\mathcal{L}_V = \{\dot{\mathbf{l}}_V | \mathbf{A}_{LV} \dot{\mathbf{l}}_V \leq \mathbf{b}_{LV}\} \quad (34)$$

ただし、 $\mathbf{A}_{LV}$ 、 $\mathbf{b}_{LV}$ は以下のようになる。

$$\mathbf{A}_{LV} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & -1 \\ -1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b}_{LV} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

ここで、式 (35) の構成方法について説明する。まず、 $\mathbf{A}_{LV}$ および $\mathbf{b}_{LV}$ の上からの 2 行が 1 本目のワイヤが発生可能な速度の下限と上限に対応している。また、次の 2 行、さらにその次の 2 行はそれぞれ 2 本目、3 本目のワイヤの速度が 1 本目のワイヤの速度と等しいということを意味している。この方法は、任意の速度拘束型複ワイヤモジュールを扱うことができるものの、方法の性格上、式 (35) は一意に定まらない。しかし、式 (35) が表現するワイヤ速度の集合は同一であるので、あとでの解析の結果を左右するものではない。なお、この式 (35) では $\mathbf{J}_V$ で定まる速度の拡大を扱っていないが、この構成方法は速度が拡大する場合にも適用できる。

速度拘束型複ワイヤモジュールによって発生する可動部の速度の集合 $\mathcal{V}_V$ は、式 (10) および、式 (34) より次式のように求められる。

$$\mathcal{V}_V = \{\mathbf{v}_V | \mathbf{A}_{LV} \mathbf{W}_V^T \mathbf{v}_V \leq \mathbf{b}_{LV}\} \quad (36)$$

$$= \{\mathbf{v}_V | \mathbf{A}_{VV} \mathbf{v}_V \leq \mathbf{b}_{VV}\} \quad (37)$$

ただし、 $\mathbf{A}_{VV} = \mathbf{A}_{LV} \mathbf{W}_V^T$ 、 $\mathbf{b}_{VV} = \mathbf{b}_{LV}$ である。

また、力拘束型複ワイヤモジュールのアクチュエータ速度の集合 $\mathcal{Q}_F$ は以下のように表される。

$$\mathcal{Q}_F = \{\dot{\mathbf{q}}_F | \mathbf{A}_{QF} \dot{\mathbf{q}}_F \leq \mathbf{b}_{QF}\} \quad (38)$$

ここで、力拘束型複ワイヤモジュールによって発生する可動部の速度の集合 $\mathcal{V}_F$ は、式 (17) および、式 (38) より次式のよう

$$\mathcal{V}_F = \{v_F | A_{QF} J_F W_F^T v_F \leq b_{QF}\} \quad (39)$$

$$= \{v_F | A_{VF} v_F \leq b_{VF}\} \quad (40)$$

ただし、 $A_{VF} = A_{QF} J_F W_F^T$ 、 $b_{VF} = b_{QF}$ である。

4.2 運動自由度解析

発生可能な可動部の速度の集合 $\mathcal{V}$ は、前節で求めた各集合の積集合を求めることで得られるので、式 (33)、(37)、(40) を用いて以下のような連立不等式の形で表現できる。

$$\mathcal{V} = \{v | A_V v \leq b_V\} \quad (41)$$

$$= \left\{ \sum_{i=1}^{\beta} \lambda_i v_i \mid \sum_{i=1}^{\beta} \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0, i \in [1, \beta] \right\} \quad (42)$$

となる。ただし、 $v_i (i \in [1, \beta])$ は $\mathcal{V}$ の頂点ベクトル、 β は頂点ベクトルの数であり、

$$A_V = [A_{VU}^T \ A_{VV}^T \ A_{VF}^T]^T$$

$$b_V = [b_{VU}^T \ b_{VV}^T \ b_{VF}^T]^T$$

である。このように、face form の式である式 (41) から span form の式である式 (42) に変換することによって、発生可能な速度の集合を求めることができる。

次に式 (42) の結果をもとに可動部の能動拘束空間 $\mathcal{S}_{AC}$ と可動部の受動拘束空間 $\mathcal{S}_{PC}$ を求める。

式 (42) 中の頂点ベクトルから作る行列 A を

$$A = [v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_\beta] \quad (43)$$

とすると、 $\mathcal{S}_{AC}$ は発生可能な速度を含む部分集合になるので、 $\mathcal{S}_{AC}$ は A の値域空間として、次式で求められる。

$$\mathcal{S}_{AC} = \mathcal{R}(A) \quad (44)$$

ただし、 $\mathcal{R}(A)$ は行列 A の値域空間である。一方で、Vector Closure の条件を満たす機構の場合は、外力が加わり受動的に動作することはできないので、可動部の非拘束空間 $\mathcal{S}_{UC}$ は空集合となる。したがって、可動部の受動拘束の空間 $\mathcal{S}_{PC}$ は $\mathcal{S}_{AC}$ の直交補空間になり、次式で求めることができる。

$$\mathcal{S}_{PC} = \mathcal{S}_{AC}^\perp = \mathcal{N}(A^T) \quad (45)$$

ただし、 $\mathcal{N}(A^T)$ は行列 A^T の零空間である。

また、可動部の自由度数 n は式 (44) より、 $\mathcal{S}_{AC}$ の次元数として次式で表される。

$$n = \dim(\mathcal{S}_{AC}) \quad (46)$$

5. 例 題

5.1 機構の定義

本章では、2章の問題定義で示した Fig. 5 の機構を4章の手

Fig. 5 An example of multi-wire driven parallel mechanism

法を用いて解析する。この例題では、 x, y, θ の3自由度を対象としており、パラメータを以下のように設定する。また、それぞれの変数名については3章、4章を参照されたい。

$$e_U = [-1 \ 0]^T, \quad p_U = [-0.1 \ 0]^T,$$

$$e_{V1} = [1 \ 0]^T, \quad p_{V1} = [0.1 \ 0.1]^T,$$

$$e_{V2} = [1 \ 0]^T, \quad p_{V2} = [0.1 \ -0.1]^T,$$

$$e_{F1} = [0 \ 1]^T, \quad p_{F1} = [-0.1 \ 0.1]^T,$$

$$e_{F2} = [0 \ 1]^T, \quad p_{F2} = [0.1 \ 0.1]^T,$$

$$mg = 1[\text{N}],$$

$$\dot{q}_U^{\max} = \dot{q}_V^{\max} = \dot{q}_F^{\max} = 1[\text{m/s}],$$

$$\dot{q}_U^{\min} = \dot{q}_V^{\min} = \dot{q}_F^{\min} = -1[\text{m/s}]$$

5.2 運動方向と運動自由度の解析

上記の設定より、式 (3)、(9)、(15) 中のワイヤ行列および式 (6)、(12) 中のヤコビ行列、そして式 (21) 中のワイヤ行列 $W_F J_F^T$ は以下ようになる。

$$W_U = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad W_V = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ -0.1 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad W_F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ -0.1 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$J_V = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad J_F^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad W_F J_F^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

また、式 (27) 中のワイヤ行列および重力項、式 (29) 中のワイヤ行列はそれぞれ以下ようになる。

$$W_M = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}, \quad W_g = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{W}_M = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -0.1 & 0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(47)$$

ここで、Fig. 5 の機構が Vector Closure の条件を満たすことを示す。Fig. 5 の機構は平面運動を対象としているので、この例題で扱う次元数は3である。また、式 (47) の階数は、 $\text{rank}(\widetilde{W}_M) = 3$ なので、Vector Closure の条件1を満足する。

さらに、例えば $\tilde{\mathbf{T}}_M = [1 \ 0.5 \ 0.5 \ 1 \ 1]^T$ のとき $\tilde{\mathbf{W}}_M \tilde{\mathbf{T}}_M = 0$ となり、すべての張力が正となる Vector Closure の条件 2 を満足する。したがって、Fig. 5 の機構は Vector Closure の条件を満足する。また、このワイヤ・メカニズムの運動学関係式、式 (18) は以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_U \\ \dot{q}_V \\ \dot{q}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -0.1 \\ 1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_\theta \end{bmatrix} \quad (48)$$

式 (48) 両辺の 4×3 行列の成分はワイヤ速度の大きさを比較しており、左辺 1 列目は単ワイヤモジュールによって発生する速度の成分、2 列目、3 列目はそれぞれ速度拘束型複ワイヤモジュール、力拘束型複ワイヤモジュールによって発生する速度の成分である。また、右辺は 1 列目、2 列目、3 列目がそれぞれ可動部の X, Y, θ 方向に発生する速度の成分を表している。

次に、発生可能な可動部の速度、能動拘束空間、受動拘束空間を求める。まず、5.1 節の定義により、式 (31), (34), (38) 中の $\mathbf{A}_{QU}$, $\mathbf{b}_{QU}$, $\mathbf{A}_{LV}$, $\mathbf{b}_{LV}$, $\mathbf{A}_{QF}$, $\mathbf{b}_{QF}$ は以下ようになる。

$$\mathbf{A}_{QU} = \mathbf{A}_{QF} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{QU} = \mathbf{b}_{QF} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{LV} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{LV} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

上記のパラメータより、式 (33), (37), (40) 中の $\mathbf{A}_{VU}$, $\mathbf{b}_{VU}$, $\mathbf{A}_{VV}$, $\mathbf{b}_{VV}$, $\mathbf{A}_{VF}$, $\mathbf{b}_{VF}$ および式 (41) 中の $\mathbf{A}_V$, $\mathbf{b}_V$ は

$$\mathbf{A}_{VU} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{VU} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\mathbf{A}_{VV} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0.1 \\ 1 & 0 & -0.1 \\ 0 & 0 & -0.2 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{VV} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\mathbf{A}_{VF} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{VF} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\mathbf{A}_V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0.1 \\ 1 & 0 & -0.1 \\ 0 & 0 & -0.2 \\ 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_V = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (52)$$

となる。式 (42) より発生可能な可動部の速度ベクトルの集合

Fig. 6 A set of possible velocities of movable part

の頂点ベクトルは

$$\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (53)$$

となる。なお、face form から span form への変換は、比留川の方法 [11] を使用した。発生可能な可動部の速度ベクトルの集合の図を Fig. 6 に示す。Fig. 6 は、発生可能な可動部の速度ベクトルの集合が $\dot{\theta} = 0$ の平面に含まれる集合になっており、可動部の姿勢を変化させる速度 $\dot{\theta}$ は発生しないことを表している。

また、式 (43) より、頂点ベクトルから作る行列 $\mathbf{A}$ は以下のようにになる。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

よって、式 (44), (45), (46) より、可動部全体の能動拘束と受動拘束の空間および可動部の自由度数は以下のようにになる。

$$\mathcal{S}_{AC} = \mathcal{R} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right), \quad \mathcal{S}_{PC} = \mathcal{R} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \quad (55)$$

$$\dim(\mathcal{S}_{AC}) = 2 \quad (56)$$

なお、 $\mathcal{S}_{UC} = \{\phi\}$ である。式 (55) の $\mathcal{S}_{AC}$ の結果は、Fig. 6 に図示されたものと符合するものであることが分かる。

以上の結果より、本例題で求められた結果は幾何学的な考察と一致するので、本章で構築した運動方向と運動自由度の解析方法は妥当である。

6. 終わりに

本論文で得られた結論は、以下の通りである。

- 1) 一つのアクチュエータが 1 本のワイヤ先端の位置や力を制御する機構、および一つのアクチュエータが複数のワイヤ先端の位置や力を制御する機構の定義と特徴を明らかにした。また、それらの組み合わせで構成されるワイヤ駆動型パラレル・メカニズムの運動自由度解析のための定式化を行った。この定式化ではアクチュエータ速度と可動部の速度の間の運動学を明らかにした。
- 2) 凸解析の手法を利用して、複ワイヤ駆動方式を用いたパラレルメカニズムの可動部の運動方向と運動自由度を求

める運動自由度解析方法を提案し、例題を用いてその妥当性を示した。本論文で得られた運動自由度解析方法により、複ワイヤ駆動方式に基づく平行・メカニズムを用いて、可動部が特定の方向に動作できない受動拘束を生じさせることや、アクチュエータの駆動力を分散させて可動部に伝えることが可能となる。

本論文で述べた定義と名称を用いると、自立支援用パワーアシスト装置[8]も複ワイヤ・メカニズムと呼ぶべきものとなる。そして本手法を適用することにより、設計時に、ワイヤ構造の妥当性を検証するための運動自由度解析が可能となる。

参 考 文 献

- [1] 川村, 崔, 田中, 木野: “平行ワイヤ駆動方式を用いた超高速ロボット FALCON の開発”, 日本ロボット学会誌, vol.15, no.1, pp.82-89, 1997.
- [2] 本間, 新井: “平行メカニズムを用いた上肢動作補助機構”, 日本ロボット学会誌, vol.15, no.1, pp.90-96, 1997.
- [3] 大隅, 沈, 新井: “ワイヤ懸垂系における操り指標”, 日本ロボット学会誌, vol.12, no.7, pp.1049-1055, 1994.
- [4] S. Kawamura and K. Ito: “A New Type of Master Robot for Teleoperation Using A Radial Wire Drive System,” Proceedings of 2002 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.55-60, 1993.
- [5] 吉川: “把持と操りの基礎理論 1. 受動拘束と能動拘束”, 日本ロボット学会誌, vol.13, no.7, pp.950-957, 1995.
- [6] 鄭, 友近, 吉川: “複数のロボット機構による協調的操り時の動的操作性”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.6, pp.892-900, 1993.
- [7] 張, 中村, 吉本: “不完全な接触をもつ把持の力学的多面凸解析”, 日本ロボット学会誌, vol.14, no.1, pp.105-113, 1996.
- [8] K. Nagai, H. Hanafusa, Y. Takahashi, H. Bunki, I. Nakanishi, T. Yoshinaga and T. Ehara: “Development of a Power Assistive Device for Self-Supported Transfer Motion,” Proceedings of 2002 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1433-1438, 2002.
- [9] V. フォータル: 線形計画法 (下). 啓学出版, 1988.
- [10] 比留川, 松井, 高瀬: “多面体間の接触による拘束条件を幾何モデルから導出する一般的なアルゴリズム”, 日本ロボット学会誌, vol.9, no.4, pp.415-426, 1991.
- [11] 比留川, 松井, 高瀬: “多面体間の接触による拘束条件の高速解法とその離脱動作計画への応用”, 日本ロボット学会誌, vol.9, no.7, pp.841-848, 1991.

Fig. 7 Expression form of polyhedral convex set

付録 A. 多面凸集合の表現形式

多面凸集合 C は以下のように表現することができる。

$$C = \{v | Ax \leq b\} \quad (A.1)$$

$$= \left\{ \sum_{i=1}^r \lambda_i x_i \mid \sum_{i=1}^r \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \right\} \quad (A.2)$$

式 (A.1), 式 (A.2) はそれぞれ, 多面凸集合 C の外部的な表現 (face form), 内部的な表現 (span form) といい, それぞれの概念図を Fig. 7 に示す。face form と span form はともに, 同一の境界面に関して, 境界面の位置と姿勢, および集合がどちら側に存在するかということを異なる表現で表している。二つの表現間の変換は幅優先探索法で行うことができる [9]。また, 拘束条件を幾何モデルから導出するアルゴリズム [10] や, 特異値分解を適用した高速解法 [11] が開発されている。

付録 B. アクチュエータ速度の集合の導出

アクチュエータ速度の集合 Q は, アクチュエータが発生可能な速度の範囲より求めることができる。例えば, Fig. 5 の機構において, 単ワイヤ駆動方式のアクチュエータが発生可能な速度の範囲は, $-1 \leq \dot{q}_U \leq 1$ という式で表される。また, この式は以下の式と等価である。

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{q}_U \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (B.3)$$

ここで, $A_{QU} = [-1, 1]^T$, $b_{QU} = [1, 1]^T$ とおくことで, 式 (31) の形でアクチュエータ速度の集合を表すことができる。

永井 清 (Kiyoshi Nagai)

1987 年京都大学大学院工学研究科中途退学。同年, 立命館大学理工学部助手 (情報工学科)。1995 年同学部助教授 (同学科)。1996 年同学部助教授 (ロボティクス学科)。2007 年同学部教授 (同学科)。現在に至る。この間, 1995 年から 1996 年米国スタンフォード大学客員研究員, 2004 年から 2005 年英国レディング大学客員研究員。博士 (工学)。ロボット工学の研究に従事。日本機械学会, 計測自動制御学会, IEEE などの会員。

(日本ロボット学会正会員)

吉田 創 (Hajime Yoshida)

2010 年 3 月立命館大学理工学部ロボティクス学科卒業。同年同大学大学院理工学研究科博士課程前期課程創造理工学専攻 (機械システムコース) 入学。現在に至る。

(日本ロボット学会学生会員)

吉森大悟 (Daigo Yoshimori)

2009 年 3 月立命館大学大学院理工学研究科博士前期課程前期創造理工学専攻 (機械システムコース) 修了。同年アイシン精機株式会社入社。現在に至る。