並列粘弾塑性摩擦モデルに基づく波動歯車減速機の摩擦補償

岩谷正義* 菊植 亮* 山本元司*

Friction Compensation of Harmonic Drive Gearing Based on
Parallel Viscoelasto-plastic Friction Model

Masayoshi Iwatani*, Ryo Kikuuwe* and Motoji Yamamoto*

This paper proposes a friction model for friction compensation of harmonic drive gears. The model is composed of parallel viscoelasto-plastic elements and rate-dependent viscosity. Comparative experiments between the proposed model and the Generalized Maxwell slip (GMS) model have shown that the proposed model is advantageous especially in the region of presliding displacement. This paper also presents parameter identification method for the model.

Key Words: Friction Compensation, Friction Model, Parameter Identification

1. はじめに

一般に、ロボットの関節には主に減速機による摩擦が存在する。高ゲインの位置制御器によって制御される産業用ロボットにおいては、摩擦の影響は特に考慮される必要はない。一方で、人間の生活環境で動作するロボットでは、環境の変化に対応できる力制御やインピーダンス制御などを用いる必要があり、その際摩擦により制御が妨げられる。この問題を解決するためには、関節の摩擦力を打ち消すようなトルクをモータの発生力に重畳し、摩擦の影響を小さくする方法が考えられる。

効果的な摩擦補償制御を実現するためには、摩擦現象を適切に方程式でモデル化する必要がある。一般に摩擦現象における力、変位、および速度は、動摩擦状態と静止摩擦状態（すべり前状態）においてまったく異なる関係を示す。すべり前状態における弾性変位と動摩擦状態における塑性変位を一つの常微分方程式として表すモデルとして、Dahl モデル [1] が提案されている。また、これを拡張した LuGre モデル [2] や Leuven モデル [3]、および Generalized Maxwell slip (GMS) モデル [7] [8] などが提案されている。すべり前状態における変位は、弾性と塑性が入り混じったヒステリシスのある複雑な挙動を示すことが知られている。一般的な力学システムにおけるヒステリシスは、並列結合された弾塑性要素により表現できることが知られている [4]~[6] が、GMS モデルはこの考え方を摩擦モデルに適用した例である。この GMS モデルでヒステリシスや様々な

摩擦の特徴を表現できる。上記の GMS モデルの流れとは別に、Hayward と Armstrong は単一の摩擦要素とばねから成るモデルを提案している [9]。このモデルは一つの弾塑性要素と等価なモデルであり、文献 [9] 中では、摩擦要素の挙動を幾何学的に考慮してモデルの離散時間表現がなされている。また、Kikuuwe らは弾塑性要素に粘性も考慮に入れた摩擦モデルを提案している [10]。粘性がない場合、Kikuuwe らのモデルは Hayward と Armstrong のモデルと等価である。

ロボットの関節には、主に減速機による摩擦力が働く。多くのロボットの関節には、小型・軽量で高減速比を得られるなどの長所を有した波動歯車減速機が用いられる。波動歯車減速機の摩擦特性はフレクスブラインの弾性に由来する非線形弾性とヒステリシスを示すため、非常にモデル化が困難である。Kennedy と Desai はクーロン摩擦、粘性摩擦およびストライベック効果を考慮し、マニピュレータに組み込まれた波動歯車減速機の摩擦のモデル化を行っている [11]。しかし、そのモデルでは零速度で摩擦力を一意に決めることができない [12]。Dhaouadi と Ghorbel は波動歯車減速機のヒステリシスを表現するために、非線形な微分方程式を用いている [13]。これで表されているヒステリシスはフレクスブラインの変形に関するものであり、変形を検出するためには入力軸と出力軸の両方にエンコーダが必要である。Tjahjowidodo ら [14] は摩擦要素がばねを介して並列につながれているモデルに非線形ばねを加えて波動歯車減速機のモデル化を行っている。このモデルですべり前の特徴は表現できるが、動摩擦状態のモデル化は行われていない。

Kennedy と Desai は文献 [11] 中で、ストライベック効果を含んだモデルを用いて実際にマニピュレータの摩擦補償を行っている。このなかで、マニピュレータの手先に目標軌道を与え、

原稿受付 2013 年 7 月 4 日

*九州大学

*Kyushu University

■ 本論文は学術性で評価されました。

その軌道からモデルにより摩擦力を求め、摩擦補償力をフィードフォワード的にマニピュレータに与えている。また、GMS モデルを用いた摩擦補償も行われている [15] [16]。GMS モデルはマイクロ粘性（すべり前状態における微小な弾性変形に付随する粘性）を考慮に入れているが、摩擦補償においてはマイクロ粘性は無視されることが多い [15]~[17]。また、文献 [15] [16] 中では最適化アルゴリズムにより GMS モデルのパラメータが同定されている。文献 [17] 中では、さらに摩擦補償中に適応的にモデルのパラメータを修正して、モデルの摩擦力と実際の力とのずれに対応している。また、Hayward と Armstrong のモデル [9] をもとにした摩擦補償も行われているが、速度依存の摩擦力は考慮されていない [18]。

本論文では、波動歯車減速機の摩擦補償を目的として、粘弾塑性要素と速度依存の非線形粘性をもとにした摩擦モデルを提案する。また、必要なモデルのパラメータのうちほとんどを同定するためのパラメータ同定法を示す。その後、GMS モデルを比較対象として、モデルによる摩擦補償の実験の結果を示す。それにより、すべり前の領域において、提案されるモデルの方がより有効であることを示す。

2. 数 学 的 準 備

この章では、本論文で用いる符号関数および飽和関数についての定義および説明を行う。本論文では、符号関数を下記のように定義する。

$$\text{sgn}(x) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ [-1, 1], & \text{if } x = 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

ここで、引数 x が 0 のとき、 $\text{sgn}(x)$ は単一の値ではなく集合である。また、飽和関数を次のように定義する。

$$\text{sat}(x) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{if } x > 1 \\ x, & \text{if } |x| \leq 1 \\ -1 & \text{if } x < -1 \end{cases} \quad (2)$$

任意の実数 x および y について、符号関数と飽和関数の間には下記の関係がある [19]。

$$y \in \text{sgn}(x - y) \Leftrightarrow y = \text{sat}(x) \quad (3)$$

これにより、包含関係を含んだ式を単純な等式に等価変換することができる。

摩擦力と速度の関係は一般的に符号関数を用いて表されるので、 $x = 0$ で不連続に変化する。しかし、式 (3) の関係を用いて符号関数を含んだ式を飽和関数を含んだ式に変換することで、そのような不連続性を除くことができる [19]~[21]。

3. 摩 擦 モ デ ル

3.1 線形粘弾塑性摩擦モデル

すべり前変位を考慮に入れた摩擦のモデルとしては Dahl モデル [1]、LuGre モデル [2] などがあるが、ここでは、すべり前粘弾性が線形であるものについて述べる。そのモデルは Fig. 1 のように表すことができる。この図において、左側の記号はクー

Fig. 1 Linear viscoelasto-plastic friction model

Fig. 2 Generalized Maxwell slip (GMS) model. Each block behaves according to equation (5a)

ロン摩擦を表す。その記号に結合された点は質量をもたない摩擦要素であり、右の点はモデル対象である。このモデルの摩擦要素はばねの伸び a が大きくなり最大摩擦力に達するまではすべらず、最大摩擦力に達するとすべり出す。このモデルにおける力のつり合いの式は次のように表すことができる。

$$0 = Ka + T_b K \dot{a} - W \text{sgn}(v - \dot{a}) \quad (4a)$$

$$f = Ka + T_b K \dot{a} \quad (4b)$$

ここで、 v はモデル対象の速度であり、 f は摩擦力である。また、 K および W はそれぞれ摩擦要素のばね係数および最大摩擦力であり、 T_b はマイクロ粘性係数を表すための時定数である。Xiong ら [20] [21] は、式 (4) のモデルに直接式 (3) を適用し、常微分方程式として数値計算する方法を示している。Kikuuwe ら [10] は、式 (4) を後退オイラー法で離散化して式 (3) を適用し、離散時間でのシミュレーションアルゴリズムを導いている。

また、Hayward と Armstrong [9] の摩擦モデルは、式 (4) の $T_b = 0$ を代入した上で、後退オイラー法に基づき離散化し、式 (3) を適用して得られたものであるとみなすことができる。すなわち、Kikuuwe ら [10] の摩擦モデルの $T_b = 0$ の場合が Hayward と Armstrong のモデル [9] である。また、Mahvash と Okamura は、そのモデルを摩擦補償に用いている [18]。

3.2 Generalized Maxwell slip モデル

ヒステリシスを表すモデルとして、複数の摩擦要素がばねで並列に結合されたモデルが提案されている [4]~[6]。Generalized Maxwell slip (GMS) モデルはそのモデルにクーロン摩擦のみではなく、ストライベック効果やマイクロ粘性などを考慮したモデルであり (Fig. 2)、次式で表すことができる。

$$\dot{a}_i = \begin{cases} v, & \text{if stick} \\ \frac{CL_i \text{sgn}(v)}{K_i} \left(1 - \text{sgn}(v) \frac{K_i a_i}{L_i g(v)}\right), & \text{if slip} \end{cases} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (5a)$$

Fig. 3 The model (6): parallel coupling of viscoelasto-plastic elements and nonlinear viscosity

$$f = \sum_{i=1}^n (K_i a_i + T_b K_i \dot{a}_i) + \phi(v) \quad (5b)$$

ここで、 $\phi(v)$ は速度依存の非線形粘性である。 $g(v)$ は摩擦要素による摩擦の総和であり、速度の上昇に伴い減少する摩擦力（ストライバック効果）を表現するための関数である [2]。また、 L_i は $\sum_{i=1}^n L_i = 1$ を満たす正の定数であり、 $g(v)$ の割合 L_i が各要素に割り当てられる。すべり状態においてはばね力 $K_i a_i$ は $\text{sgn}(v) L_i g(v)$ に収束するが、定数 C はその収束の速さを決定するパラメータである。なお、要素 i はばね力 $K_i a_i$ の絶対値が摩擦力 $L_i g(v)$ を越えると「slip」状態に移行する。また、要素 i が「slip」状態にあるときは、 v が 0 となったとき、あるいは v の符号が変化したときにその要素は「stick」状態に移行する。このような状態の場合分けのために、この式における符号関数の不連続性の影響は小さい。

式 (4) のモデルとは異なり、GMS モデルは粘弾性力と摩擦力のつり合いを明示的に考慮せず、物理的意味の薄いパラメータ C によって、弾性力が摩擦力に収束するように調整している。また、式 (5a) から分かるように、マイクロ粘性係数 $T_b K_i$ は、各要素の挙動に関与しない。これも、式 (4) のモデルとの大きな違いである。

3.3 提案モデル：線形粘弾塑性要素と非線形粘性が並列に結合されたモデル

本論文では、摩擦力と線形粘弾性力とのつり合いおよび非線形粘性を考慮したモデルとして、**Fig. 3** のようなモデルを提案する。このモデルは次のように表される。

$$0 = K_i a_i + T_b K_i \dot{a}_i - W_i \text{sgn}(v - \dot{a}_i) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (6a)$$

$$f = \sum_{i=1}^n (K_i a_i + T_b K_i \dot{a}_i) + \phi(v) \quad (6b)$$

このモデルは式 (4) に従う粘弾塑性要素を並列に結合したものであり、各要素の挙動は摩擦力と粘弾性力とのつり合いにより表現される。

摩擦補償を行う際、入力として用いることができるのは速度 v である。よって、 v を入力としてモデル (6) のつり合いの式を離散時間で表す。モデル (6) に関して、式 (6a) を離散化すると、次のように変形することができる。

$$0 = K_i a_i(k) + T_b K_i \frac{a_i(k) - a_i(k-1)}{T} - W_i \text{sgn} \left(v(k) - \frac{a_i(k) - a_i(k-1)}{T} \right) \quad (7)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(T + T_b) K_i}{T W_i} a_i(k) - \frac{T_b K_i}{T W_i} a_i(k-1) = \text{sgn} \left(\frac{(T + T_b) K_i}{W_i} v(k) + \frac{K_i}{W_i} a_i(k-1) - \left(\frac{(T + T_b) K_i}{T W_i} a_i(k) - \frac{T_b K_i}{T W_i} a_i(k-1) \right) \right) \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(T + T_b) K_i}{T W_i} a_i(k) - \frac{T_b K_i}{T W_i} a_i(k-1) = \text{sat} \left(\frac{(T + T_b) K_i}{W_i} v(k) + \frac{K_i}{W_i} a_i(k-1) \right) \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow a_i(k) = \frac{1}{(T + T_b) K_i} \left(T_b K_i a_i(k-1) + T W_i \text{sat} \left(\frac{(T + T_b) K_i}{W_i} v(k) + \frac{K_i}{W_i} a_i(k-1) \right) \right) \quad (10)$$

ここで、 T はステップ時間を表す。なお、変形の際に式 (3) の関係を用いている。この各要素の a_i による引張力の総和と外力がつり合うと考える。以下にこのモデルのアルゴリズムを示す。

FOR $i = 1$ to n

$$a_i(k) := \frac{1}{(T + T_b) K_i} \left(T_b K_i a_i(k-1) + T W_i \text{sat} \left(\frac{(T + T_b) K_i}{W_i} v(k) + \frac{K_i}{W_i} a_i(k-1) \right) \right)$$

END FOR

$$f(k) := \sum_{i=1}^n \left(K_i a_i(k) + T_b K_i \frac{a_i(k) - a_i(k-1)}{T} \right) + \phi(v(k))$$

このアルゴリズムの中で示した $f(k)$ はモデルの摩擦力であるので、実際に摩擦補償を行うときは $f(k)$ を摩擦補償力として用いる。

4. パラメータ同定

4.1 実験装置

波動歯車減速機が組み込まれているマニピュレータの一つの軸に対して、GMS モデルおよびモデル (6) のパラメータ同定を行った。実際に用いたマニピュレータは安川電機製 MOTOMAN-UPJ である (**Fig. 4**)。このマニピュレータを Fig. 4 (b) のような初期姿勢で、0 軸に関してのみ実験を行った。なお、0 軸のモータの定格トルクは 0.318 [Nm] である。また、この 0 軸に用いられている波動歯車減速機はハーモニック・ドライブ・システムズ社製 SHF-20 であり、減速比は 100 である。実験装置として既存のマニピュレータを用いることにより、提案手法が、すでに組み立てられた既存の装置に、それを分解することなく適用可能であるということを示す。

4.2 速度依存摩擦特性の同定

摩擦界面の材質や潤滑状態によって、摩擦力の速度依存特性は大きく異なる。**Fig. 5** に示す主に 3 種類の特性が知られているが [22]、本研究で用いたマニピュレータの関節には C の特性

Fig. 4 Experimental setup

Fig. 5 Friction properties depending on velocity (adapted from Fig. 24 of Ref. [22])

が見られた。本論文で提案する同定法および摩擦補償則は同様の特性を持つ装置に適用することを意図したものである。

速度依存の摩擦特性を次のような実験により確認した。まず、正弦関数状の目標角度指令に追従するように、PID 制御を行った。なお、ここでは指令に正確に追従するように、十分に高いゲインを用いた。そのときのトルクと角速度をまとめると、速度依存の摩擦特性を表すグラフを得ることができる。その実験の例を Fig. 6 に示す。なお、角速度はエンコーダから得られる角度情報に First Order Adaptive Windowing (FOAW) [23] を施して得られたものである。本論文ではこれ以降、角度情報に FOAW を施して得られるものを角速度として用いる。Fig. 6 (a) のグラフで振動的な部分は除外し、1.5~4.9 [s] の部分を取り出してまとめると Fig. 6 (b) のような角速度とトルクとの関係を得ることができる。

次に、Fig. 6 (b) の図より角速度の最大値 (V) と最小値 (V^*) を得ることができる。それぞれの $1/4$, $2/4$ および $3/4$ の値を中心にして、ある範囲 (D) で区切った。区切った範囲の中のトルクの最大値と最小値の平均をとると、それぞれの角速度に対応するトルクを一点で表すことができる。この方法により、一回の実験で 6 個の点を得ることができる。

上記のような実験を目標軌道の振幅を変えながら繰り返し、角速度とトルクとの関係をまとめると、Fig. 7 のような図が得られた。Fig. 7 (a) は点を取り出す前のグラフであり、Fig. 7 (b) は点を取り出した後のグラフである。Fig. 7 (a) では慣性の影響でヒステリシスを示しているが、Fig. 7 (b) のように平均値を取り出すことにより慣性の影響は除外されていると考えることができる。この図より、静止摩擦力と考えられるトルクまで角速度はほぼ 0 で、それを超えると非線形な粘性摩擦が働くということが分かる。また、Fig. 7 からはストライベック効果は見られないので、GMS モデルにおける $g(v)$ はこれ以降クーロン摩

(a) Displacement, angular velocity and torque

(b) Velocity-torque plot of (a) (1.5~4.9 [s])

Fig. 6 Example of experimental data for calibrating rate-dependent friction force

擦のみを考慮し

$$g(v) = F_c \quad (11)$$

として考えた。

この図をある関数で近似することにより、摩擦力を表現することができる。近似のための関数として以下のようなものを用いた (Fig. 7 (b))。

$$\Phi(v) = \begin{cases} A_1 + A_2\sqrt{|v|} + A_3v, & \text{if } v > 0 \\ -A_1^* - A_2^*\sqrt{|v|} + A_3^*v, & \text{if } v < 0 \end{cases} \quad (12)$$

ここで、この関数 $\Phi(v)$ は式 (5b) および式 (6b) の $\phi(v)$ と異なることに注意されたい。なお、 $v = 0$ の場合はここでは考慮していない。この関数と実験データとの誤差が最も小さくなるように、Mathematica[®] の Minimize 関数によりパラメー

(a) Velocity-torque plots obtained by experiment of PID control in various magnitudes of desired trajectories. Different colors indicate different magnitudes of desired trajectories

(b) Plot of average between max and min value of torque (a) in some width of angular velocity and filtered curves

Fig. 7 Relation between angular velocity and torque obtained by experiment

Table 1 Parameters for Φ and ϕ

A_1	3.97 [Nm]	A_1^*	3.27 [Nm]
A_2	6.51 [Nms ^{1/2} /rad ^{1/2}]	A_2^*	3.75 [Nms ^{1/2} /rad ^{1/2}]
A_3	0.47 [Nms/rad]	A_3^*	2.09 [Nms/rad]

タを求めた。そのパラメータを **Table 1** に示す。また、 A_1 および A_1^* は正と負の静止摩擦を表している。

Fig. 7 のようなグラフが得られた場合、静止摩擦以下は摩擦要素が担い、それ以上の範囲は非線形粘性項 $\phi(v)$ が担うと考えられる。これ以降、このように範囲を分けてパラメータ同定を行った。なお、GMS モデルおよびモデル (6) の非線形粘性項 $\phi(v)$ は式 (12) の $\Phi(v)$ から静止摩擦の部分を取り除いた関数であればよく、次のように表される。

$$\phi(v) = \begin{cases} A_2\sqrt{|v|} + A_3v, & \text{if } v \geq 0 \\ -A_2^*\sqrt{|v|} + A_3^*v, & \text{if } v < 0 \end{cases} \quad (13)$$

ここで、 $\phi(0) = 0$ とすればよいので、 $v = 0$ の場合は上の式に含めている。

4.3 すべり前弾性の同定

Fig. 7 から推測される静止摩擦の範囲でも、波動歯車減速機の弾性のために変位は起きる。また、変位により弾性が変化する。これを GMS モデルおよびモデル (6) で考えると、一部の要素のみが動いている状況に相当すると解釈できる。このようにモデルと照らし合わせて、以下の実験では、モデル (6) のば

Fig. 8 Calibration of presliding elasticity

ね係数 K_i と各要素の最大摩擦力 W_i の同定を行った。また、それに基づき GMS モデルの F_c および L_i を決定した。なお、この範囲では角速度はほぼ 0 であるといえるので、粘性は無視した。

実験装置に **Fig. 8** (a) のようなトルクをモータから与えると、**Fig. 8** (b) のような変位とトルクの関係を得ることができた。ここで、この過程では静止摩擦の範囲のみ考慮すればよいので、与えるトルクは Fig. 7 から推測される静止摩擦力まででよい。なお、**Fig. 8** (b) は一部を強調し、ある範囲で区切った図である。このように区切ると、濃い黒の曲線は直線の組み合わせに近似して見ることができる。このことをモデル (6) に当てはめて考えると、傾きが一定の間各摩擦要素はすべらず、傾きが変わった際要素にかかる力が最大摩擦力まで達してすべり始めるといえる。また、各要素は並列に接続されているので、すべていない要素のばね係数の合計がグラフの傾きとして現れるといえる。このときの傾き c と範囲わけのトルク τ を次のようにまとめると、これをもとにパラメータ同定ができる。

$$c = \begin{cases} S_n & \text{if } \tau \in [R_{n-1}, R_n] \\ S_{n-1} & \text{if } \tau \in [R_{n-2}, R_{n-1}] \\ \vdots & \\ S_2 & \text{if } \tau \in [R_1, R_2] \\ S_1 & \text{if } \tau \in [0, R_1] \end{cases} \quad (14)$$

なお、範囲を n 個に分けているので、モデルの要素数は n である。

まず、 $\tau \in [R_{n-1}, R_n]$ の範囲の動いていない要素は一つと考えられ、そのときの傾きは S_n なのでばね係数は S_n といえる。次に、 $\tau \in [R_{n-2}, R_{n-1}]$ の範囲の動いていない要素はふたつで、そのふたつのばね係数の合計がグラフの傾き S_{n-1} なので、2 番めに動き出す要素のばね係数は $S_{n-1} - S_n$ である。同様にしていくと、ばね係数 K_i は次のように決まる。

$$\begin{aligned} K_1 &= S_n \\ K_i &= S_{n-i+1} - S_{n-i+2} \quad (i \neq 1) \end{aligned} \quad (15)$$

次に、それぞれの要素の最大摩擦力 W_i を求めた。それぞれの要素にかかる力は次式で与えられる。

$$f_i = \frac{K_i}{K_{\text{sum}}} f \quad (16)$$

ここで、 K_{sum} は動いていない要素のばね係数の合計である。第 n 要素から考えていくと、 $K_{\text{sum}} = S_1$ であり、動き出すとき $f = R_1$ であるので、このとき $f_n = K_n R_1 / S_1$ となる。これから、 $W_n = K_n R_1 / S_1$ となる。第 $n-1$ 要素が動き出すときは

Fig. 9 Experimental result for calibrating presliding elasticity

Table 2 Parameters of the model (6) ($n = 4$)

K_1	5,928 [Nm/rad]	W_1	0.842 [Nm]
K_2	12,950 [Nm/rad]	W_2	1.096 [Nm]
K_3	15,684 [Nm/rad]	W_3	0.779 [Nm]
K_4	51,359 [Nm/rad]	W_4	0.903 [Nm]

Table 3 Parameters of GMS model ($n = 4$)

K_1	5,928 [Nm/rad]	L_1	0.233	F_c	3.62 [Nm]
K_2	12,950 [Nm/rad]	L_2	0.303		
K_3	15,684 [Nm/rad]	L_3	0.215		
K_4	51,359 [Nm/rad]	L_4	0.249		

$K_{\text{sum}} = S_2$ であり、力は $f = R_2$ である。このとき、第 n 要素が W_n の力を担っている、動いていない要素が担う力は $f = R_2 - W_n$ である。よって、 $f_{n-1} = K_{n-1}(R_2 - W_n)/S_2$ となり、 $W_{n-1} = K_{n-1}(R_2 - W_n)/S_2$ となる。同様にしてい

$$W_n = K_n R_1 / S_1$$

$$W_i = K_i \left(R_{n-i+1} - \sum_{j=i+1}^n W_j \right) / S_{n-i+1} \quad (i \neq n) \quad (17)$$

となる。なお、実際に実験により得られたグラフを Fig. 9 に示す。ここで、摩擦要素が担う静止摩擦力は、正と負の静止摩擦力の平均をとり $(|A_1| + |A_1^*|)/2 = 3.62$ [Nm] とし、Fig. 9 (b) では、その範囲のグラフを示している。また、要素数 $n = 4$ の場合で実際に求めたパラメータを Table 2 に示す。

なお、GMS モデルのそれぞれの要素に割り振られた最大摩擦力 $F_c L_i$ はモデル (6) の W_i に等しいと考えられるため下記のように定めた。

$$F_c = \sum_{i=1}^n W_i \quad (18)$$

$$L_i = \frac{W_i}{\sum_{i=1}^n W_i} \quad (19)$$

実際に求めたパラメータを Table 3 に示す。

ここで、GMS モデルの T_b 、 C およびモデル (6) の T_b は決定されていない。これらの値は実験から推定して同定するのが困難であるので、試行錯誤的に決定した。その過程を次小節に示す。

4.4 ミクロ粘性係数およびパラメータ C の決定

GMS モデルの T_b および C 、並びにモデル (6) の T_b の同定は困難であるので、本実験により試行錯誤的に決定した。まず、モデル (6) に関して T_b の値を決定した。摩擦補償を適用した PD 制御で位置制御を行い、 T_b の値により摩擦補償の性能がどのように変化するかを確認した。ここで、PD 制御とは別の制御方法として、目標角度に対応した目標角加速度に慣性モーメントを乗算し、摩擦補償トルクを加えたものを指令トルクとして与えるという方法も考えられる。しかし、その方法で正確な位置制御を行うためには、摩擦モデルの正確さに加え慣性モーメントの正確さが必要となる。ここでは、慣性モーメントの値の正確さを考慮から除くために PD 制御を用いた。その実験での P ゲインは 5,000 [Nm/rad] であり、D ゲインは 200 [Nms/rad] であった。また、目標角度としてジグザグな軌道 (最大変位 0.873×10^{-3} [rad] = 0.05 [deg]) を与えた。なお、この実験においてゲインと目標変位を意図的に小さくしたのは、摩擦補償の有無による差異を大きくするためであり、提案する摩擦補償の手法を微小変位の制御へ応用することを意図したものではない。また、すべての場合で等しく慣性が影響するので、この実験において慣性の影響は重要ではないと考えられる。この実験の結果を Fig. 10 に示す。これより、 $T_b = 0.1$ [s] のときが目標角度との誤差が小さいことが分かる。よって、これ以降モデル (6) の T_b の値は 0.1 [s] とした。

次に、GMS モデルの T_b を 0.1 [s]、 C を 100 [Nm/s] として実験を行ったところ、摩擦補償のトルクが振動的になり、マニピュレータが緊急停止してしまった。これは、GMS モデルにおいて T_b が非零の際に不連続なトルクが発生することが原因であると考えられる。式 (5a) より、 $\dot{a}_i$ は連続性が保証されていないが、それが $T_b > 0$ のとき、 f に影響することになる。また、 C は要素の挙動に関与する定数であるが、この値も振動しやすさに影響を与える。

上記のことを考慮しながら、GMS モデルに関して T_b および C の値を決定した。 T_b および C の値を変化させながら、モデル (6) の場合と同様の実験を行った。そのときの目標角度と誤差の絶対値の積分をとったものを Fig. 11 に示す。この図で $\times$ の個所 (例えば $C = 100$ [Nm/s] かつ $T_b = 0.1$ [s] など) は摩擦補償のトルクが振動的になってマニピュレータが緊急停止をした値である。この図より、 C の値の影響は大きい、 T_b の影響は小さいことが分かる。また、 $C = 100$ [Nm/s] のときが誤差が小さいことが分かる。 T_b を大きくすると振動しやすくなり、かつ T_b の誤差への影響は小さいので、GMS モデルに

Fig. 10 Experimental results to observe the effect of T_b with the model (6). The number of elements was $n = 4$

Fig. 11 Integral absolute value of tracking error of GMS model with various C and T_b . The symbol $\times$ means that the value was not obtained due to the emergency stop of the servo controller

対してはこれ以降 $C = 100$ [Nm/s] かつ $T_b = 0$ [s] とする。文献 [15]~[17] では、GMS モデルを用いた摩擦補償を行う際にマイクロ粘性を無視しているため、 $T_b = 0$ [s] という選択は妥当であるといえる。

5. 摩擦補償の比較実験

この章では摩擦補償の比較実験の結果を示し、すべり前変位の領域においてモデル (6) のほうがより有効であることを示す。第 5.1 節および第 5.2 節ではそれぞれ、すべり前変位領域における実験および動摩擦領域を含む実験に関して述べる。また、第 5.3 節ではモデルの摩擦要素数を変えた場合に関して述べる。

5.1 実験 1

モデルによる摩擦補償の比較および評価をするために、第 4.4 節と同様の実験を摩擦補償なしの場合、GMS モデルの場合およびモデル (6) の場合で行った。なお、この実験で設定された微小な目標角度はすべり前変位領域に含まれており、この実験はその領域における摩擦補償の評価を意図したものである。その結果を Fig. 12 に示す。なお、各モデルの要素数は 4 である。PD 制御のゲインが低く設定されているので、Fig. 12 (a) に示すように、摩擦補償がない場合は全体的に誤差が大きい。それに対して摩擦補償がある場合は誤差が小さい。このことより、少なくともすべり前変位の領域においてはモデルを用いた摩擦補償が実現できているといえる。

Fig. 12 (c) および (d) は角速度と摩擦補償のトルクとの関係を表している。この図では、モデル (6) の場合に角速度 0 付近にグラフが密集している。これは、マイクロ粘性の影響で角速度 0 付近で摩擦補償のトルクが振動的になっていることを表している。それに対して、GMS モデルの場合ではマイクロ粘性を無視しているのでそのような振動は見られない。また、モデル (6) の場合の方が静止摩擦力の範囲 ($|f| \leq 3.62$ [Nm]) においてグラフの角速度の幅が小さいことが分かる。これらのことは、GMS モデルに比べてモデル (6) のほうがトルクが振動的になりやすい一方で、角速度の方向の切り換えによく対応していることを表している。Fig. 12 (e) および (f) は変位と摩擦補償のトルクとの関係を表している。GMS モデルの場合は、並列弾塑性モデルの典型的なヒステリシスを示している。それに対して、モデル (6) の場合はグラフが密になっており、また、グラフの傾きが大きい。このことも、マイクロ粘性を考慮した結果として、モデル (6) のほうが角速度の方向の切り換えによく対応していることを示している。そのため、後述の第 5.3 節で示すようにモデル (6) のほうが結果として誤差が小さくなる。

5.2 実験 2

次に、目標角度の振幅を大きくして PD 制御を行い、摩擦補償の比較をした。このときの P ゲインは 30 [Nm/rad] であり、D ゲインは 20 [Nms/rad] である。この実験においても実験 1 と同様に、ゲインを意図的に低く設定した。また、振幅を 1.047 [rad]=60 [deg] として三角関数的な軌道を目標角度として与えた。この振幅は実験 1 と比較して大きく、この実験における挙動はほぼすべて動摩擦領域に含まれる。また、角速度の方向の切り換え時等、すべり前変位の領域も含むが、ごく短い時間で通過する。その点で実験 1 と条件が異なる。その実験の結果を Fig. 13 に示す。Fig. 13 (a) より、実験 1 と同様に摩擦補償がない場合は全体的に誤差が大きく、ある場合のほうが誤差が小さいことが分かる。このことより、動摩擦領域においても

(a) Tracking results of no compensation, GMS model and the model (6)

(b) Torque of GMS model and the model (6)

(c) Velocity-torque plot with GMS model

(d) Velocity-torque plot with model (6)

(e) Displacement-torque plot with GMS model

(f) Displacement-torque plot with model (6)

Fig. 12 Experiment 1: comparison in small motion PD control (P gain: 5,000 [Nm/rad], D gain: 200 [Nms/rad]). The number of elements was $n = 4$ in the both GMS model and the model (6)

モデルを用いた摩擦補償が実現できているといえる。

Fig. 13(c) および (d) は角速度と摩擦補償のトルクとの関係を表した図である。これらの図より、角速度 0 付近はモデルの挙動が異なっており、角速度が大きい範囲ではほぼ同様であることが分かる。これは、角速度 0 付近ではマイクロ粘性の影響が大きく、角速度が大きい範囲では非線形粘性項が支配的でありマイクロ粘性の影響が小さいためであると考えられる。また、これらの図を拡大したものを Fig. 13(e) および (f) に示す。これらの図より、モデル (6) のほうが角速度 0 近傍においてトルクの変化が生じていることが分かる。これは実験 1 と同様に、すべり前の範囲ではモデル (6) のほうが角速度の方向の切り替えによく対応していることを示している。しかし、この実験においてすべり前変位の領域はごく短い時間で通過してしまうので、Fig. 13(a) および第 5.3 節で示すように、GMS モデルとモデル

(6) の場合で目標追従誤差に大きな差異はない。変位と摩擦補償のトルクとの関係を表した図を Fig. 13(g) および (h) に示す。これらの図には大きな違いはない。

5.3 実験 3

実験 1 および 2 と同様の実験をモデルの摩擦要素数を変えながら行った。そのときの目標角度との誤差の絶対値をとり、それを積分し、まとめたものを **Fig. 14** に示す。Fig. 14(a) は目標角度が実験 1 と同じ場合で、Fig. 14(b) は実験 2 と同じ場合である。

この図より、目標角度の振幅が大きい場合にはモデルによる誤差の違いは小さいが、目標角度の振幅が小さい場合は GMS モデルよりモデル (6) のほうが誤差が小さいことが分かる。このことより、すべり前変位領域においてモデル (6) のほうがより有効であるといえる。また、二つのモデルにおいて、振幅が小

(a) Tracking results of no compensation, GMS model and the model (6)

(b) Torque of GMS model and the model (6)

(c) Velocity-torque plot with GMS model

(d) Velocity-torque plot with model (6)

(e) Enlarged view of (c)

(f) Enlarged view of (d)

(g) Displacement-torque plot with GMS model

(h) Displacement-torque plot with model (6)

Fig. 13 Experiment 2: comparison in large motion PD control (P gain: 20 [Nm/rad], D gain: 30 [Nms/rad]). The number of elements was $n = 4$ in the both GMS model and the model (6)

さい場合はモデルの要素数が単数であるか複数であるかによって誤差の違いが大きく、目標角度の振幅が大きい場合はモデルの要素数による誤差の違いが小さいことが分かる。要素数の違いによる影響はすべり前の範囲で大きくなると考えられるので、この結果は妥当であるといえる。また、Fig. 14(a)より、GMS

モデルでは要素数が3の場合と4の場合で誤差はほぼ変わらないことが分かる。提案モデルに関しては、要素数が3の場合で誤差が大きくなっているが、要素数が2の場合と4の場合ではほぼ変わらない。本論文では要素数が4までの結果を示しているが、両モデルの場合で要素数をこれ以上大きくしても誤差が大

Fig. 14 Integral absolute value of error in the case of various number of elements

きく減少することはなかった。さらに、Fig. 14 (b) では要素数による誤差の違いは小さいので、要素数は4程度でよいと考えられる。

6. お わ り に

本論文では、波動歯車減速機への適用を目的として、並列粘弾塑性と速度依存粘性から成る摩擦モデルを提案した。また、そのためのパラメータ同定法を示し、摩擦補償制御の実験結果を示した。実験では特に GMS モデルとの比較を行い、すべり前状態の小さな変位の領域において、GMS モデルよりも良い結果が得られることを示した。

本論文では、パラメータの決定の際、マイクロ粘性係数を試行錯誤的に決定した。今後の課題としては、実験とモデルを対応させたマイクロ粘性係数の同定法の確立が挙げられる。その同定により、摩擦補償の精度がより向上する可能性があると考えられる。

謝 辞 本研究は JSPS 科学研究費補助金（課題番号 24360098）の助成を受けたものです。ここに記して感謝します。

参 考 文 献

- [1] P.R. Dahl: A Solid Friction Model, Aerospace Corporation, TOR-0158(3107-18)-1, 1968.
- [2] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K.J. Åström and P. Lischinsky: "A New Model for Control of Systems with Friction," IEEE Trans. Automatic Control, vol.40, no.3, pp.419–425, 1995.
- [3] J. Swevers, F. Al-Bender, C.G. Ganseman and T. Prajogo: "An Integrated Friction Model Structure with Improved Presliding Behavior for Accurate Friction Compensation," IEEE Trans. Automatic Control, vol.45, no.4, pp.675–686, 2000.
- [4] C.F. Jenkin: "A Mechanical Model Illustrating the Behaviour of Metals under Static and Alternating Loads," Engineering, vol.114, p.603, 1922.
- [5] W.D. Iwan: "A Distributed-Element Model for Hysteresis and Its Steady-State Dynamic Response," Journal of Applied Mechanics, vol.33, no.4, pp.893–900, 1966.
- [6] M. Goldfarb and N. Celanovic: "A Lumped Parameter Electromechanical Model for Describing the Nonlinear Behavior of Piezoelectric Actuators," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.119, pp.478–485, 1997.
- [7] V. Lampaert, J. Swevers and F. Al-Bender: "A Generalized Maxwell-Slip Friction Model appropriate for Control Purposes," Proc. 2003 Int. Conf. Physics and Control, pp.1170–1177, 2003.
- [8] F. Al-Bender, V. Lampaert and J. Swevers: "The Generalized Maxwell-Slip Model: A Novel Model for Friction Simulation and Compensation," IEEE Trans. Automatic Control, vol.50, no.11, pp.1883–1887, 2005.
- [9] V. Hayward and B. Armstrong: "A New Computational Model of Friction Applied to Haptic Rendering," Experimental Robotics VI, pp.404–412, 2000.
- [10] R. Kikuuwe, N. Takesue, A. Sano, H. Mochiyama and H. Fujimoto: "Fixed-Step Friction Simulation: From Classical Coulomb Model To Modern Continuous Models," Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1009–1016, 2005.
- [11] W. Kennedy and P. Desai: "Modeling and Control of the Mitsubishi PA-10 Robot Arm Harmonic Drive System," IEEE Trans. Mechatronics, vol.10, no.3, pp.263–274, 2005.
- [12] Z. Situm, D. Pavkovic and B. Novakovic: "Servo Pneumatic Position Control Using Fuzzy PID Gain Scheduling," Journal of dynamic systems, measurement, and control, vol.126, no.2, pp.376–387, 2004.
- [13] R. Dhaouadi and F. H. Ghorbel: "Modeling and Analysis of Nonlinear Stiffness, Hysteresis and Friction in Harmonic Drive Gears," International Journal of Modeling and Simulation, vol.28, no.3, pp.329–336, 2008.
- [14] T. Tjahjowidodo, F. Al-Bender and H. Brussel: "Nonlinear Modelling and Identification of Torsional Behaviour in Harmonic Drives," Proc. the ISMA Conference, pp.2785–2796, 2006.
- [15] T. Tjahjowidodo, F. Al-Bender, H. Brussel and W. Symens: "Friction characterization and compensation in electromechanical systems," Journal of Sound and Vibration, vol.308, no.3, pp.632–646, 2007.
- [16] Z. Jamaludin, H. Brussel and J. Swevers: "Friction Compensation of an XY Feed Table Using Friction-Model-Based Feedforward and an Inverse-Model-Based Disturbance Observer," IEEE Trans. Industrial Electronics, vol.56, no.10, pp.3848–3853, 2009.
- [17] S. Zschack, S. Buchner, A. Amthor and C. Ament: "Maxwell Slip based Adaptive Friction Compensation in High Precision Applications," Proc. the 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2012), pp.2331–2336, 2012.
- [18] M. Mahvash and A. Okamura: "Friction Compensation for Enhancing Transparency of a Teleoperator with Compliant Transmission," IEEE Trans. Robotics, vol.23, no.6, pp.1240–1246, 2007.
- [19] R. Kikuuwe, N. Takesue, A. Sano, H. Mochiyama and H. Fujimoto: "Admittance and Impedance Representations of Friction Based on Implicit Euler Integration," IEEE Trans. Robotics, vol.22, no.6, pp.1176–1188, 2006.
- [20] X. Xiong, R. Kikuuwe and M. Yamamoto: 'A Differential-Algebraic Multistate Friction Model,' In Simulation, Modeling, and Programming for Autonomous Robots. Lecture Notes

in Computer Science, I. Noda, N. Ando, D. Brugali and J.J. Kuffner (Eds.), pp.77–88, Springer, 2012.

- [21] X. Xiong, R. Kikuuwe and M. Yamamoto: “A Differential-Algebraic Method to Approximate Nonsmooth Mechanical Systems by Ordinary Differential Equations,” *Journal of Applied Mathematics*, vol.2013, Article 320276, May 2013.
- [22] B. Armstrong-Helouvy, P. Dupont and C. Canudas de Wit:

“A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction,” *Automatica*, vol.30, no.7, pp.1083–1138, 1994.

- [23] F. Janabi-Sharifi, V. Hayward and C.-S.J. Chen: “Discrete-Time Adaptive Windowing for Velocity Estimation,” *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol.8, no.6, pp.1003–1009, 2000.

岩谷正義 (Masayoshi Iwatani)

2012 年九州大学工学部機械航空工学科卒業, 2014 年同大学大学院工学府機械工学専攻修士課程修了, 同年同専攻博士後期課程入学, 現在に至る。
(日本ロボット学会学生会員)

山本元司 (Motoji Yamamoto)

1990 年九州大学大学院工学研究科生産機械工学専攻博士後期課程修了。1988 年から 1990 年まで日本学術振興会特別研究員, 1990 年九州大学講師, 1992 年九州大学工学部助教授, 2005 年より九州大学工学研究院教授, 現在に至る。ワイヤ懸垂型ロボット, 自律移動ロボット, 医療福祉ロボットなどの研究に従事。IEEE, 日本機械学会, 計測自動制御学会会員。
(日本ロボット学会正会員)

菊植 亮 (Ryo Kikuuwe)

1998 年京都大学工学部物理工学科卒業, 2003 年京都大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程研究指導認定退学, 同年同課程修了。2003 年名古屋工業大学寄附講座教員 (助手相当)。同大学寄附講座助手を経て, 2007 年九州大学大学院工学研究院准教授, 現在に至る。作業支援ロボティクス, マニピュレータ制御, 力学モデリング, 実時間物理シミュレーションの研究に従事。2005 年日本ロボット学会研究奨励賞, 2013 年 Advanced Robotics Best Paper Award を受賞。計測自動制御学会, 日本機械学会, IEEE の会員。博士 (工学)。
(日本ロボット学会正会員)