解説

粘菌の経路探索における最適化

Optimization in Path Searching of True Slime Mold

小林 亮* *広島大学

Ryo Kobayashi* *Hiroshima University

1. はじめに

「ロボット工学における最適化手法」という特集号で、応用数学者である私に、粘菌の記事の依頼が来るとは、なかなか意外な展開である。もちろん、粘菌は生き物であってロボットではない。それゆえ、工学における最適化というのは、かなり色の異なるお話になるが、多分それは承知の上のご依頼と思って、お受けすることにした。

そもそも粘菌といっても、本誌の読者にはなじみが薄いと思われるので、まずは粘菌の紹介から始めたい。本稿で言う「粘菌」とは「真正粘菌」のことである[†]。真正粘菌は5界説による分類に従えば原生生物界に属している[1]。この原生生物界とは、動物でも植物でも菌類でもない真核生物、いわば「真核生物-その他」のような生物の集まりである。図1に示すように、真正粘菌は様々なライフステージを持っているが、そのなかでも特に動物的にアクティブに活動する「変形体」というステージに注目する。真正粘菌にも様々な種類があるが、本稿で紹介するのは和名「モジホコリ」学名 *Physarum polycephalum* という種である。以下、本稿で単に「粘菌」もしくは「変形体」といえば、真正粘菌モジホコリの変形体のことを意味すると約束しておこう。この変形体、薄暗く湿った環境にある朽ち木や落ち葉や土中などに棲息し、バクテリアなどを食して生きている。

図2は、変形体がペトリ皿に敷いた寒天の上を、エサを求めて広がっていつているところである。フロントの部分はシート状の構造をしているが、フロントから離れるにしたがって、管状構造が発達しているのが見てとれる。大きさは数[cm]はゆうにあるが、実はこの変形体は単細胞生物である。接合子から変形体に成長する過程で、細胞質分裂を伴わない核分裂を繰り返した結果、巨大多核単細胞という体制になるのだ。

図1 真正粘菌のライフステージ

図2 真正粘菌モジホコリの変形体：右方向に向かって伸展しつつある。下のスケールは1目盛り5[mm]である

2. 粘菌が迷路を解く! ?

中垣らはこの粘菌を使って非常にユニークな実験を行った[2][3]。動物行動学では、知的レベルを測る標準的な試験として迷路解きが採用されている。中垣らは粘菌に迷路を解かせるために、採餌欲求をうまく動機付けに使った。図3に粘菌の迷路解きの様子を示す。あらかじめ用意しておいた30[cm]四方ほどの粘菌から3[mm]角ほどの小片を多数切り出し、迷路のあちこちに置いた。数時間後、その小片は広がり、融合して一つの大きな個体になった(図3(a))。このようにして、迷路を一匹の粘菌で満たしておき、エサの小塊(FS = Food Source)を迷路の二つの場所にセットした。すると、粘菌はエサに向かって移動を始め、まず行

原稿受付 2014年4月12日

キーワード: True Slime Mold, Shortest Path Problem, Network Planning, Autonomous Decentralized System

*〒739-8526 広島市鏡山1-3-1

*Higashihiroshima-shi, Hiroshima

[†]実は、粘菌と名のつく生物には「真正粘菌」と「細胞性粘菌」の2とおりある。同じ粘菌という名前がついてはいても、かなりかけ離れた生物である。

図3 粘菌の迷路解き：二つの FS (Food Source) を出発点とゴールとみなしたとき、この迷路には $2 \times 2 = 4$ とおりの答がある。(c) では最短の経路が残っている

き止まりの経路に伸びていた体を引き上げた。そして、粘菌は迷路の解答となる各経路に 1 本ずつ太い管をつくった (図 3(b))。その後、並列する経路のうちで長い方に残っていた管がやせ細り、ついには消滅した。最後にはエサをつなぐ一つの経路が残った (図 3(c))。そして、その経路は高い確率で最短経路であった。このようにして、脳も神経もない単細胞生物が、迷路を解くばかりか、最短経路を求めるという計算をやっていることが、実験的に示されたのである。

さてここで、なぜ粘菌にこのような芸当ができるのかを、粘菌の立場になって考えてみよう。

- (1) できるだけ多くの「からだ」で餌を覆いたい。
- (2) できるだけ個性 (連結性) を維持したい[†]。

という二つの生理的欲求を同時に満たそうとすれば、できるだけ多くの細胞質で餌を覆いながら、できるだけ短い管を残して二つの餌をつなぐ、というのは妥当な作戦であろう。これはよく考えてみると、変形体が最短経路を求めることにほかならない。

これは合目的的な観点からの解釈であるが、もちろんこの解釈だけで満足できるわけではない。我々は、粘菌から彼ら流の最短経路の計算法を教わりたいのである。そこで、数理モデルを用いて迷路解きを表現することで、粘菌による最短経路探索の計算過程を探ることにしよう。そのためにまず、迷路をグラフで表す。迷路の行き止まりや T 字路の場所を節点 N_i ($i = 1, 2, \dots$) とするグラフを考え、特に餌場所に相当する節点を N_1 と N_2 としておく。節点 N_i と N_j を結ぶ辺 E_{ij} の長さを L_{ij} とすると、「 N_1 と N_2 を結ぶ経路を見いだせ」というのが迷路解きで、「 N_1 と N_2 を結ぶ経路の中で、最小の長さのものを求めよ」というのが最短経路探索問題である。

ここで、この問題を粘菌流に解くために、与えられたグラフを水道管のネットワークとみなすことにする。これは各辺に「長さ」だけでなく「太さ」という属性を与えることを意味している。この「水道管」が普通的水道管と違うところは、そのなかを流れる水の流量によってその太さを

適応的に変えるという点である。まずここで、節点 N_1 から一定の流量 Q_0 で水を流し込み、 N_2 から同じペースで水を抜くという状況を考える。各管の中の流れはポアズイユ流であることを仮定すると、管 E_{ij} を N_i から N_j に向かって流れる水の流量 Q_{ij} は、節点 N_i での圧力を p_i とするとき

$$Q_{ij} = \frac{D_{ij}}{L_{ij}}(p_i - p_j) \quad (1)$$

となる。ここで D_{ij} はコンダクティビティを表す指標で、水の粘性係数 η と管の半径 a_{ij} を用いて $D_{ij} = \pi a_{ij}^4 / 8\eta$ と表される (すなわち管の太さと密接に関係している)。各ノードに流入する水の量と流出する水の量はバランスしていないといけなないので、

$$\sum_i Q_{ij} = \begin{cases} -Q_0 & j = 1, \\ +Q_0 & j = 2, \\ 0 & j \neq 1, 2 \end{cases} \quad (2)$$

が成り立つ。

次に管のネットワークが、時間とともにどう変化していくかを記述しなければならない。実は実験によって、流量の大きい管は太くなり、流量の小さい管は退化することが知られている [4]。このあたりは、よく使う筋肉は発達し、使わない筋肉は萎縮するというのと同様で、生物に共通の性質のようである。適当な無次元化を行い、次のモデル方程式を得る [7]。

$$\sum_i \frac{D_{ij}}{L_{ij}}(p_i - p_j) = \begin{cases} -Q_0 & j = 1, \\ +Q_0 & j = 2, \\ 0 & j \neq 1, 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} D_{ij} = f(|Q_{ij}|) - D_{ij} \quad (4)$$

$$\text{ただし } Q_{ij} = \frac{D_{ij}}{L_{ij}}(p_i - p_j).$$

式 (3) では、与えられた L_{ij} , D_{ij} に対し圧力 p_i を求め、それをもとにネットワーク上の流れ Q_{ij} を決める。式 (4) は流量に対する管の太さの適応的変化を表す式である。ここで関数 $f(Q)$ は流量に対応したコンダクティビティを与える関数で、増加関数で $f(0) = 0$ を満たすもの、例えば $f(Q) = Q^\mu$ のようなものを考える。

まず最も簡単な $\mu = 1$ の場合、すなわち $f(Q) = Q$ の場合について述べよう。シミュレーションを行った結果を図 4 に示す。まず、袋小路の経路が消失し、その後に最短経路が求まっており、単に最短経路が求まるだけでなく、その過程まで含めて再現できている。実は、 $\mu = 1$ の場合には、必ず最終的に最短経路が残ることが数学的に保証されている [5]。我々は粘菌に敬意を表し、このモデル方程式に

[†]変形体は通常の状態では融合することはあっても、自発的に分離することはない。これは、大きなからだを持っている方が餌の発見に有利であるからではないかと推測される。

図4 (a) 初期状態, (b) 袋小路からなくなった状態, (c) 最終状態

図5 (a) ハイウェイネットワーク, (b) 候補がかなりしぼられた状態, (c) 最短経路

フィザルムソルバーという名前を付けた。

実は、このフィザルムソルバー、 μ の値によって振る舞いが異なる [7]。 $\mu > 1$ の場合には、最短経路が大域安定ではなく、4 とおりの解がすべて安定となるのである。言い換えると、管の太さの初期分布によっては、最短経路に以外の解に収束する、すなわち「間違える」ことも起こりうるということである。そのかわり、 $\mu = 1$ の場合と比べて収束は早く、いわば「そそかしい」ソルバーとなっている (μ が 1 から離れるほどそそかしさは増していく)。一方、 $0 < \mu < 1$ の場合には、行き止まりの経路はもちろん消えるが、可能な経路はすべて生き残るのである。これは、迷路の問題のすべての解答を得たいときには都合が良い。

このフィザルムソルバーを、カーナビゲーションに応用してみよう ($\mu = 1$ として)。アメリカ合衆国の高速道路網を使ってシアトルからヒューストンに車で旅をするという設定である。図 5 に見られるように、最終的にシアトルからヒューストンを結ぶ最短経路が求まるが、途中の段階を見ると、次善の経路やさらに次に見込みのある経路はかなり後の段階まで生き延びていることが分かる [6]。

さて、最短経路の探索というのは、経路探索における最適化とみなすことはできるだろう。この場合の評価関数は経路長という自明なものである。フィザルムソルバーは $f(Q) = Q$ とおいたとき、この最適化問題の解をきちんと与えるわけだ。節点数を n とするとき、収束まで計算する時間はほぼ $n^{1.33}$ に比例する (連立一次方程式を解くのに ICCG 法を使った場合) ので、そこそこ早いソルバーと言っていいであろう。また、正確さよりも早さが求められる状況では、 $\mu > 1$ の適当な値が、いいソルバーを与えるということもあるだろう。

[†]実は、図 3 の迷路解きの実験では、余ったからだを外に逃がすようにして、冗長な経路を作らせないような工夫がしてある。

図6 (a) Q_0 が小さいとき, (b) Q_0 が大きいとき

ここで実際の粘菌を振り返ってみると、実は彼らのふるまいは状況に対し非常に適応的である。自分のからだの量に対し、餌が少ない場合とたっぷり餌がある場合で振る舞いが違うのである。餌を覆った上で、なお余ったからだが十分ある場合には冗長な経路を作る。多くのからだが残っているほど、冗長性も高くなる。また、逆の極端、すなわち二つの餌の量が十分に多く、からだで覆っても覆い尽くせないような場合には、つながることをやめて二つに分離することもある。このように、粘菌は餌とからだの量に応じて、つながり方を変えているのである[†]。フィザルムソルバーはこのような適応的な振る舞いを再現することができる。そのためには $f(Q)$ としてシグモイド型の関数、例えば

$$f(Q) = \frac{Q^\gamma}{1 + Q^\gamma} \quad (\gamma > 1) \quad (5)$$

をとれば、図 6 のように、 Q_0 の大小 (からだの量の大小に対応) に応じて、最終的に残る経路の冗長性を変えることができる [7]。

このような適応的なふるまいは、単に最短経路を求めるより、明らかに高次の戦略である。ここで、このような粘菌の戦略を何らかの最適化と見るかどうかは、見るものの態度にゆだねられていると言える。例えば、からだの量を制約条件として、栄養摂取効率と断線に対する安全性を加味した評価関数を作って、むりやり粘菌はこのような評価関数を最適化しているのだ、と言うことはできるかもしれない。しかし、このような解釈は「後だしジャンケン」の感否めないし、実際粘菌はそんなことは知ったことではないだろう。

むしろ、このソルバーの面白いところは、別のところにある。よくカーナビなどでも使われるダイクストラのアルゴリズムなどと比較してみると、その違いは際立つだろう。ダイクストラのアルゴリズムなどでは、問題を解こうとする主体と意思がはっきり感じられる。すなわち、迷路なりグラフなりを上から眺め、経路長を比較し、取捨選択する「私」がそこにはいるだろう。この感覚は、目と脳で多くの情報を処理する人間にとっては自然である。一方、粘菌は目も脳も持っていない。ただ、からだで迷路を充たし、原形質の流れに従って管の太さを変えていくだけである。どこにも、情報を処理する中心は無く、究極の自律分散システムといえる。そのような粘菌から学んだ解法 (アルゴリ

図7 生物とその記述の2面性

図8 複数の餌を管でつなぐ粘菌

ズムというのは離散的なプロセスという語感があるのでここではあえて解法と呼ぶ)は、必然的に完全自律分散システムによる計算の面白い一例になっているのである。

さらにいうと、これは解法であると同時に、粘菌のある種の行動の数理解モデルでもある(かなり抽象化されたレベルのものではあるが)。すなわち現象の記述であると同時に、計算になっているという点がおもしろい。これは、生物が自然の産物であると同時に、合目的な存在であることに対応している。このようなものを記述する数理解モデルは、対象のボトムアップ的な記述(物理的記述)でなければならないと同時に、それが機能を持つことから、工学的な記述にもならないといけない、という2面性を内包しているのである(図7)。

3. スタイナー問題への応用

本章では、いわゆるスタイナー問題と呼ばれる古典的な平面幾何学の問題を考える。スタイナー問題とは、「有限個の点を平面上の任意の位置に与えたとき、すべての点をつなぐ最短経路を求めよ」という問題である。ただし、新たに分岐点を設けても構わない。この問題にはメルザックのアルゴリズムというものが存在して、原理的には解けるのであるが、いかにせん点の数が増えとともに計算時間が指数的に爆発してしまう。この問題は本質的に計算困難な問題として知られているのであるが、一方で粘菌は図8のように複数の餌をつなぐ、それらしいネットワークを数時間で作ることができる。もちろん、このネットワークが厳密に最短経路になっている訳ではないのだが、そこそこの解をリーズナブルな時間を出してきていることは事実である。これも、解の品質と計算時間を加味した評価関数を作れば、最適化の問題とみなすこともできる(このような問題は我々が結婚相手を探すときにも生じるだろう)。

ここでは、前章で紹介したフィザルムソルバーに多少の工夫を加えて、粘菌らしいスタイナー問題の解き方を実現しよう[8]。この方法は、大きく分けて2段階からなっている。

第1段階：

- (1) 平面上の与えられた点を節点として含む細かいランダムメッシュを用意する。与えられた平面上の点に対応する節点を N_i ($i = 1, 2, \dots, I$) としておく。
- (2) N_i ($i = 1, 2, \dots, I$) から相異なる2節点を次の方法

図9 16つの町をつなぐ道路のネットワーク：図中の数字は求めた解が左の正解に比べて何パーセント長いを示す。誤差はたかだか7%でおさまっている

- で選ぶ。まず1点 N_j を N_i ($i = 1, 2, \dots, I$) からランダムに選び、他の1点は N_i ($i \neq j$) の中から確率 $d_{ij}^\beta / \sum_{k \neq j} d_{kj}^\beta$ で選ぶ。(d_{ij} は N_i と N_j の距離)
- (3) (2) で選んだ2点をスタートとゴールとして、短い時間 Δt だけフィザルムソルバーを動かす。ただし $f(Q) = Q^\gamma / (1 + Q^\gamma)$ とする。
 - (4) ステップ(2)(3)を D_{ij} が十分収束するまで繰り返す。

第2段階：

- (1) 第1段階の結果得られた新しいジャンクションの位置ベクトルを $\mathbf{r}_k$ ($k = 1, 2, \dots, K$)、 N_i ($i = 1, 2, \dots, I$) の位置ベクトルを $\bar{\mathbf{r}}_i$ ($i = 1, 2, \dots, I$) とする。
- (2) $\mathbf{r}_k$ ($k = 1, 2, \dots, K$) を以下の式に従って収束するまで動かす。

$$\tau \dot{\mathbf{r}}_k = \sum_{i \sim k} \frac{\bar{\mathbf{r}}_i - \mathbf{r}_k}{|\bar{\mathbf{r}}_i - \mathbf{r}_k|} + \sum_{k' \sim k} \frac{\mathbf{r}_{k'} - \mathbf{r}_k}{|\mathbf{r}_{k'} - \mathbf{r}_k|}$$

ただし $\sim$ は節点同士が直接経路でつながっていることを意味する。

要するにこれは、第1段階ではネットワーク上のスタイナー問題を荒く解いて、新しいジャンクションを生成しておいて、第2段階でメッシュワークを外して整形する、というやり方である。我々はこの方法を PASP (Physarum Algorithm for the Steiner Problem) と名付けた。PASP によって最終的に得られたネットワークは、真の最短ネットワークになることもあるし、そうでないこともある。真の解ではなくても、全長はたかだか数%長いだけであり、おおむね良い近似解を与えた(図9)。PASP は粗く速い計算

であるが、解はかなり良い。前にも述べたように、解の品質と計算のコストが適当なところでバランスしていることを示唆しており、生物的な解法の注目すべき特徴であると思われる。

4. 粘菌に学ぶネットワークデザイン

鉄道網、道路網、電力網、水道網、電話回線網、インターネット等々、世の中にはいろいろなネットワークがある。これらはすべて、人や物またエネルギーや情報などを輸送するという役割を担っていて、私たちの社会を支えている重要な基盤である。このようなネットワークを設計するとき、何を基準にすべきか。輸送を目的としているネットワークであれば、輸送効率が重要なことは言うまでもない。また、どのようなネットワークも、作るのにはタダというわけにはいかないの、コストが一つの評価基準になるだろう。また、さらに、何かのトラブルが起こったとき、それが大きなダメージに繋がらないことも重要である。これは耐故障性と呼ばれる評価基準である。

簡単な例として、図 10 のような三つの町を結ぶ道路網を考えてみよう。コストは道路の長さに比例するとして、道路の長さの合計で評価するとしよう。この評価基準では、スタイナー最小木 (SMT) が最も優れた道路網のデザインということになる。コストの面から見た場合は、(a) が最善の形である。しかし、隣の町に行くのに直線経路で行けないので、輸送効率は最善とは言えない。また、何かのトラブルで道路が 1 箇所でも切れてしまうと、必ず一つの町は孤立してしまうので、耐故障性ははなはだ低いと言わざるを得ない。(b) のように町同士を直線の道路で結べば、(a) よりコストがかかるが、輸送効率は最善であるといえる。さらに、道路が 1 箇所切れたぐらいでは、どの町も孤立することはないので、耐故障性は改善されている。さらに (a) と (b) を足し合わせたような道路網 (c) を作れば、輸送効率は最善である上、道路が 2 箇所切断されても、孤立する町はなく、高い耐故障性を誇っている。よって (c) が三つの中ではベスト、と言いたいところであるが、当然冗長な道路を作った分コストが高くついている。このように、ネットワークの評価の指標としてコスト・効率・耐故障性という三つを考えたとき、コストと効率、コストと耐故障性はトレードオフの関係になっている。現実のネットワーク設計においては、これらの指標をバランスよく満たすようにしなければならない。このような問題は、多目的最適化問題と呼ばれているが、粘菌はこの問題をどのように解いているのだろうか。粘菌はネットワークを作ることにかけては大先輩であるので、粘菌に首都圏の鉄道網をデザインしてもらい、実際の鉄道網と比較してみることにした [9]。

そのために、まず首都圏の主要都市の位置に餌を配置して、東京 23 区に当たる部分にある程度の大きさの粘菌を

図 10 三つの町をつなぐ道路のネットワーク

図 11 (a) 実際の鉄道網, (b) 粘菌によるネットワーク, (c) 適応ネットワークモデルで作った鉄道網

置き数時間放置した。その結果、図 11 (b) に示されるように、粘菌は各都市 (餌) を結ぶネットワークを作った。同じ実験を繰り返しても類似のネットワークが形成され、それは実際の鉄道網 (図 11 (a)) に近いものであった。

粘菌の作るネットワークと実際の鉄道網を、コスト・効率・耐故障性の観点から比較したところ、粘菌のネットワークは多くの場合、人間が苦勞して作った鉄道網と同等以上のものであることが分かった。また、我々は前章で紹介した PASP を少しだけ変更した適応ネットワークモデル (二つの町の選び方をランダムにして、東京都心だけをほかより高い確率で選ばれるようにした) を用いてシミュレーションを行った。このモデルでは、パラメータを変えることでコスト重視型 (図 11 (c) 上) から効率・耐故障性重視型 (図 11 (c) 下) まで、様々なタイプのネットワークを作り出すことができる。まさしくこれも、粘菌に教わった知恵の一つといえるだろう。

5. おわりに

工学というのは「下心」あつての体系である。下心と言っても聞こえが悪ければ、目的とか意図でもよいが、そういうものがなければ機能や効率や最適性という言葉も意味がない。工学的な対象物は通常「人」が「下心」を持って作るものであるから、最適化の基準も設計者が明示的に与えることができるので、問題は明確である。一方で、生物は設計者 (神様?) がいる訳ではないが、「生存する」「子孫を残す」といった「目的」を持っている (と、少なくともみなすことはできよう)。そのため、生物に関しては、機能や効率を考えることはできる。ただ、最適化という目とらえるための明確な評価基準があらかじめあるわけではない。前にも述べたように、後知恵でむりやり評価関数を作るとはできるかも知れないが、そのようなまねもあまりした

くはない。もちろん、後知恵の評価関数でも、多くの事例をすっきり説明することができたり、予言性があるのならば意味はあるのであるが、なかなか、生物相手にそのような気持ちのいい評価関数を作るのは難しい。

というよりむしろ、生物は最適化にこだわらず、もう少しルーズにやっているようにも思われる。もし、生物に共通の評価関数があるとすれば、それは「増殖率」（どれだけ子孫を残せるか）であろう。では、生物はこの評価関数を最適化するように進化してきたのだろうか？ 私には話がそう単純だとは思えない。生き延びることができるという条件が満たされるなら、必ずしも最適でなくてもいいのではない。もちろん、非常に狭い領域でシビアな競合関係にある場合には、増殖率に関して最適なもののだけが生き残るということは当然ある。ただその場合でも、敗者はどこか他の土地に追われて、新しい環境に適応するということを繰り返してきたのであろう。また、勝者が常に幸せかというと必ずしもそうは言えまい。あまりに環境に過剰に適応したものは、環境が大きく変化したときに、その変化に耐えきれず滅亡してしまう。ショートスパンでの最適化という目で見れば、優等生であった生物たちは、どれほど多く歴史の中に消えていったことだろう。では、長い長い年月を生き延びる、ということを評価の基準に据えた場合、何が最適な戦略なのだろうか？ 個々の種についてそれを問うならば、私には答は分らない。ただ、生命全体を見た場合、（多分ショートスパンの最適性に過度にこだわらずに得られる）「多様性」があるということが、この地球上に生命が途絶えない最も重要な理由なのではないかと思うのである。

我々人間は、人間以外の生物を下等なものとして見下しがちである。とりわけ粘菌のような単細胞生物などは、とるに足りないものと思うかもしれない。しかし、よく考えてみると、粘菌は実際何億年もの年月を生き延びてきているのである。このことは、何より彼ら自身がシンプルで優れたシステムであることを意味している。そうでなければ、何億年という長い年月を生き延びることはかなわないだろう。私たち自身が、ひとたび謙虚な気持ちになりさえすれば、生き物として大先輩である彼らから様々なことを学ぶことができるのである。

粘菌から学ぶと言えば、この3月で終了した CREST の数学領域のプロジェクト「生物ロコモーションに学ぶ大自由度システム制御の新展開」では、自律分散制御則を粘菌の運動のモデルから抽出し、ロボットに注入するということを行い、いろいろと面白い成果を挙げることができた。ロボット学会誌にはこちらの話題の方が適していたかも知れない。ともあれ、これほどいろいろなことを教えてくれる生き物はそうざらにはいない。そういう意味で、粘菌は学ぶには「最適」な先達とは言えるかもしれない。

参考文献

- [1] 萩原博光, 山本幸憲, 伊沢正名: 日本変形菌類図鑑. 平凡社, 1995.
- [2] T. Nakagaki, H. Yamada and A. Töth: "Maze-solving by an amoeboid organism," *Nature*, vol.407, p.470, 2000.
- [3] T. Nakagaki, H. Yamada and A. Töth: "Path finding by tube morphogenesis in an amoeboid organism," *Biophys. Chem.*, vol.92, pp.47-52, 2001.
- [4] T. Nakagaki, H. Yamada and T. Ueda: "Interaction between cell shape and contraction pattern," *Biophys. Chem.*, vol.84, pp.195-204, 2000.
- [5] T. Miyaji and I. Ohnishi: "Physarum can solve the shortest path decision problem mathematically rigorously," *Int. J. Pure and Applied Mathematics*, vol.47, no.3, pp.353-369, 2008.
- [6] A. Tero, R. Kobayashi and T. Nakagaki: "Physarum solver 8212 A biologically inspired method for road-network navigation 8212," *Physica, A*, vol.363, pp.115-119, 2006.
- [7] A. Tero, R. Kobayashi and T. Nakagaki: "Mathematical model for adaptive transport network in path finding by true slime mold," *J. Theor. Biol.*, vol.244, pp.553-564, 2007.
- [8] A. Tero, T. Nakagaki, K. Toyabe, K. Yumiki and R. Kobayashi: "A method inspired by Physarum for solving the Steiner problem," *Int. J. Unconv. Computing*, vol.6, pp.109-123, 2008.
- [9] A. Tero, S. Takagi, T. Saigusa, K. Ito, D.P. Bebber, M.D. Fricker, K. Yumiki, R. Kobayashi and T. Nakagaki: "Rules for biologically-inspired adaptive network design," *Science*, vol.327, pp.439-442, 2010.
- [10] 中垣俊之: 粘菌 —その驚くべき知性—. PHP サイエンスワールド新書, PHP 研究所, 2010.

小林 亮 (Ryo Kobayashi)

広島大学大学院理学研究科数理分子生命理学専攻。