ヒューマノイドの構造可変性を陽に考慮した 粘弾性分配制御

山 本 江*

Resolved Viscoelasticity Control Explicitly Considering Structure-Variability for Humanoids

Ko Yamamoto*

This paper discusses the resolved viscoelasticity control (RVC) method that explicitly considers the structure-variability for humanoids. In a previous report, the author proposed resolving the virtual viscoelasticity at the center of gravity into the joint viscoelasticity considering redundant degrees of freedom, and named this method as RVC. However, the author considered only the single support phase; therefore, the humanoid could be regarded as an open kinematic chain and the RVC was implemented easily. In this paper, the author extends the previous work on the RVC by considering structure-variability—the method now considers an open kinematic chain in the single support phase and a closed kinematic chain in the double support phase. This extension helps realize stable and robust walking motion on uneven terrains. The proposed method is validated using forward dynamics simulations.

Key Words: Humanoid System, Biped Locomotion, Structure-variability, Kinematic Redundancy

1. は じ め に

多自由度ロボットは、与えられたタスクに対して冗長な自由度を利用することでより複雑なタスクを遂行できる。例えば、複数のタスクが与えられている場合、ヤコビ行列の零空間を利用することでタスクに優先度を設定することができる[1]。これは位置・速度の分解制御だけでなく、その双対である力制御にも応用されている[2]。特に、数十の自由度を有するヒューマノイドでは、「バランスを維持しながら手先で作業を行う」といった制御が必要となり、その冗長自由度を利用することで複数のタスクを考慮した制御が実現されている[3][4]。

このようなタスクの中でもバランス制御は多くの場面において最も優先されるべきタスクであり、特徴量として重心を考慮することが有効である。特に2足歩行制御の研究分野では、重心とzero moment point (ZMP)[5]の間に存在するダイナミクスに注目したモデル（以降、重心・ZMPモデルと呼ぶ）を用いることで運動計画や制御が直観的に行える。例えば、運動計画では重心、ZMP、足リンクの軌道を同時計画し、逆運動学計算により関節角の目標軌道を求める。この際、「ZMPは支持多角形内に存在する」という拘束条件を考慮する必要がある、様々な方法が提案されている[6]~[8]。このようにして得られた関節

角の目標軌道に対し、PD制御等によって関節角空間における位置制御を行うことが多い。一方、別のアプローチとして重心・ZMPモデルの下でバランス制御器を設計することも行われている。重心・ZMPモデルは、全身の複雑なダイナミクスを単純化した線形モデルであり、線形制御理論に基づく様々な方法によってバランス制御器を設計できる。さらに、モデル予測制御の手法を用いることで、ZMPに関する拘束条件を考慮した制御器の設計[8][9]、転倒可能性の予測とそれに基づいた制御器の設計、切り替え制御等が提案されている[10]。

重心・ZMPモデルに基づいて設計したバランス制御器はZMP（あるいはその一階微分）を制御入力とするため、全身運動においてZMPをどのように発生させるかが課題となる。これまでに、所望のZMPを等価な床反力と関節トルクに分配する方法が提案されている[11][12]。一方、筆者[13]は重心に関するバランス制御器を関節角空間に直接写像する方法を提案した。バランス制御器を重心に関する仮想的な粘弾性へ変換し、冗長自由度を考慮しながら関節角空間における粘弾性へと分解することで、重心・ZMPモデルにおける制御器が本来出力すべきZMPを良い近似精度で発生させ、バランス制御器の特性を再現することができる。

文献[13]では特に片足支持状態のヒューマノイドを対象としていた。この場合、全身のダイナミクスは床面と接触しているリンクを根本とするシリアルリンク（開リンク）と等価になるため、粘弾性の分解が比較的簡単に行える。しかし、ヒューマノイドは接触リンクの数によって浮遊リンク系、開リンク系、閉リ

原稿受付 2016年6月17日

*東京大学

*The Univ. of Tokyo

■ 本論文は新規性（要素分野）で評価されました。

Fig. 1 Structure-variability of humanoid system

リンク系と変化する構造可変系 [14] である。例えば、2 足歩行では Fig. 1 のように片足接地期は開リンク系、両足接地期は閉リンク系というように運動中にその構造が変化する。剛性や粘性の分解を考える場合、この構造可変性を陽に考慮する必要がある。開リンク系と閉リンク系における剛性の分解はバネの直列・並列接続と同様に考えることができ、異なる計算手順を必要とする。例えば Fig. 1 のように二つのバネ k_1 , k_2 を直列・並列に接続した合成バネ k を考えよう。直列バネの場合は $k^{-1} = k_1^{-1} + k_2^{-1}$ のようにバネ定数の逆数の和となる。同様に、開リンク系では剛性行列の逆行列であるコンプライアンス行列の演算を行う必要がある。一方、並列バネの場合は $k = k_1 + k_2$ のようにバネ定数のまま足し合わせることができる。同様に、閉リンクでは剛性行列のまま演算を行えばよい。ヒューマノイドのように木構造を持つリンク系の両足支持期を考えると、開リンクと閉リンクが混在する複雑な機構のため、剛性行列の演算とコンプライアンス行列の演算を同時に考える必要がある。

本論文では、このようなヒューマノイドの構造可変性を陽に考慮した粘弾性分配制御を提案する。特に、2 足歩行において片足接地期と両足接地期を適切に考慮し粘弾性の分解方法を切り替えることにより安定な運動を実現できることを動力学シミュレーションによって示す。また、提案する方法が未知の路面の凹凸に対しても一定のロバスト性を持っていることをシミュレーションにより示す。このような不連続な切り替えは制御において系を不安定化させると考えられることも多いが、路面の凹凸がある場合でも所望の接地状態を保ち、系を安定化させるように働くことが示される。本論文は以下のように構成される。まず、2 章では重心・ZMP モデルにおける安定化コントローラ的设计法と、それと等価な重心粘弾性行列を求める方法を示す。次に、3 章において片足支持期、両足支持期それぞれにおいて重心粘弾性を分解する方法を示し、4 章において、2 足歩行において粘弾性の分解方法を切り替える方法を提案する。5 章において、動力学シミュレーションにより提案手法の妥当性を示す。

Fig. 2 Relationship between the COG viscoelasticity and linear COG-ZMP model

2. 重心安定化コントローラと重心粘弾性

2.1 重心-ZMP モデル

Fig. 2 に示すような水平な床面上におけるヒューマノイドの運動を考える。鉛直方向に z 軸を設定し、床面上を z 軸原点としても一般性を失わない。ヒューマノイドの全質量を m 、全身の重心を $p_G = [x_G, y_G, z_G]^T$ 、重心に働く並進力を f_G とすると、重心に関する運動方程式は次式で表せる。

$$m\ddot{p}_G = f_G \quad (1)$$

ただし、 f_G は Fig. 2 に示した床反力 f_{GRF} と重力の合力であることに注意する。重心周りの質量分布を無視すると、床反力の方向は床面上に定義した ZMP から重心に伸ばしたベクトルに一致する。そのため、重心と ZMP の xy 座標から成る二次元ベクトルをそれぞれ $r_G = [x_G, y_G]^T$, $r_Z = [x_Z, y_Z]^T$ とすると、 f_G は次式のように表せる。

$$f_G = \begin{bmatrix} \frac{f_z}{z_G}(r_G - r_Z) \\ f_z - mg \end{bmatrix} \quad (2)$$

ただし、 f_z は床反力の z 軸成分、 g は重力加速度である。

本稿では、歩行等の運動を対象とするため、 $\ddot{z}_G \simeq 0$ 、すなわち $f_z \simeq mg$, $z_G = \text{const.}$ と仮定する。この仮定により、重心の xy 方向と z 方向の運動方程式を分離することができる。式 (1), (2) から、 xy 方向の成分をとりだして整理すると次式を得る。

$$\ddot{r}_G = \omega^2(r_G - r_Z), \quad \omega := \sqrt{\frac{f_z}{mz_G}} \quad (3)$$

ここで、重心の安定化コントローラを設計するために、式 (3) を状態方程式表現に書き直す。次式のように状態変数 x を重心と重心速度に、制御入力 u を ZMP と定義する。

$$x = \begin{bmatrix} r_G^T & \dot{r}_G^T \end{bmatrix}^T, \quad u = r_Z \quad (4)$$

このとき、式 (3) は次式のように書き直せる。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5)$$

$$A := \begin{bmatrix} O & E \\ \omega^2 E & O \end{bmatrix}, \quad B := \begin{bmatrix} O \\ -\omega^2 E \end{bmatrix} \quad (6)$$

O と E はそれぞれ 2×2 の零行列と単位行列である。

2.2 重心安定化コントローラ

重心を参照値 ${}^{ref}\mathbf{p}_G = [{}^{ref}x_G \ {}^{ref}y_G \ {}^{ref}z_G]^T$ に安定化させるコントローラを考える。まず、 xy 方向に関しては、重心と ZMP の参照値 ${}^{ref}\mathbf{r}_G, {}^{ref}\mathbf{r}_Z$ が式 (3) の関係を満足するように設計されているものとする。このとき、次式のような状態フィードバックを適用する。

$$\mathbf{u} = {}^{ref}\mathbf{r}_Z + \mathbf{F}({}^{ref}\mathbf{x} - \mathbf{x}), \quad {}^{ref}\mathbf{x} := \begin{bmatrix} {}^{ref}\mathbf{r}_G \\ {}^{ref}\dot{\mathbf{r}}_G \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、 $\mathbf{F}$ は状態フィードバックゲインであり、式 (5) に基づいて最適レギュレータ等として設計できる。

次に、 z 軸方向に関しては次式のようなコントローラを適用する。

$$f_z = {}^{ref}f_z + k_z \Delta z_G + d_z \Delta \dot{z}_G \quad (8)$$

$$\Delta z_G := {}^{ref}z_G - z_G \quad (9)$$

ただし、 k_z, d_z はゲイン係数である。以降、 $\Delta*$ は物理量 $*$ の参照値 ${}^{ref}*$ からの誤差を表すものとする。ここで、 ${}^{ref}f_z$ は垂直床反力の参照値であり、

$${}^{ref}f_z = mg \quad (10)$$

とすることで重力の影響を補償することができる。また、 z_G の応答が臨界振動となるようにゲイン k_z, d_z は

$$d_z = 2\sqrt{mk_z} \quad (11)$$

を満たすように設定する。

2.3 重心粘弾性

式 (7), (8) の重心安定化コントローラは重心に仮想的に設定された粘弾性とみなすこともできる。今、重心に次式で与えられるような粘弾性が設定されているとする。

$$\mathbf{f}_G = {}^{ref}\mathbf{f}_G + \mathbf{K}_G \Delta \mathbf{p}_G + \mathbf{D}_G \Delta \dot{\mathbf{p}}_G \quad (12)$$

ただし、 $\mathbf{f}_G$ は重心に働く並進力、 $\mathbf{K}_G, \mathbf{D}_G \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ はそれぞれ剛性行列、粘性行列である。

重心粘弾性 $\mathbf{K}_G, \mathbf{D}_G$ と式 (7), (8) の重心安定化コントローラの関係は以下のように求めることができる (付録 A 参照)。

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} -m\omega^2(\mathbf{E} + \mathbf{F}_k) & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{D}_G = \begin{bmatrix} -m\omega^2 \mathbf{F}_d & 0 \\ 0 & 0 & d_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

ただし、 $\mathbf{F}_k, \mathbf{F}_d \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ は状態フィードバックゲイン $\mathbf{F}$ を $\mathbf{F} = [\mathbf{F}_k \ \mathbf{F}_d]$ のように分割した行列である。

式 (13), (14) により、設計した重心安定化コントローラを等価な粘弾性に変換することができる。

3. 構造可変性を考慮した粘弾性分解制御

3.1 片足支持期における粘弾性分解 [13]

前章で導いた重心粘弾性を関節空間の粘弾性に分解できれば、所望の重心安定化コントローラの特性を再現するように関節を制御することができる。ヒューマノイドの関節自由度を n とし、関節角度を $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^n$ 、関節トルクを $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ として、次式で与えられる粘弾性を考えよう。

$$\boldsymbol{\tau} = {}^{ref}\boldsymbol{\tau} + \mathbf{K}_\theta \Delta \boldsymbol{\theta} + \mathbf{D}_\theta \Delta \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (15)$$

ただし、 $\mathbf{K}_\theta, \mathbf{D}_\theta \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は関節空間における剛性、粘性行列であり、正定値対称とする。以降では、説明の簡略化のため剛性行列 $\mathbf{K}_\theta$ についてのみ考える。

開リンクマニピュレータの場合、ヤコビ行列を用いて $\mathbf{K}_G$ と $\mathbf{K}_\theta$ (あるいは $\mathbf{D}_G$ と $\mathbf{D}_\theta$) を関連付けることができる。ヒューマノイドにおいても、片足支持期のように単一のリンクが環境と接触している場合は、そのリンクを根本とする開リンク系と見なすことができるため、同様な方法で $\mathbf{K}_G$ と $\mathbf{K}_\theta$ を関連付けられる。

ベースリンクの 6 自由度を表すベクトルを $\mathbf{q}_0$ とすると、一般化座標は $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_0^T \ \boldsymbol{\theta}^T]^T \in \mathbb{R}^N$ となり、その自由度 N は関節自由度に 6 自由度分を加えたもの、すなわち $N = n + 6$ となる。一般化座標の速度 $\dot{\mathbf{q}}$ と重心速度 $\dot{\mathbf{p}}_G$ の関係は次式で与えられる。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \mathbf{J}_G \dot{\mathbf{q}} \quad (16)$$

ここで、 $\mathbf{J}_G \in \mathbb{R}^{3 \times N}$ は重心ヤコビアン [15] である。このとき、足リンク i が地面に接触している片足支持期を考えると、式 (16) からベースリンクの成分 $\dot{\mathbf{q}}_0$ を消去して次式のように関節角速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ に関する関係式を導くことができる [15]。

$$\dot{\mathbf{p}}_G = {}^i\mathbf{J}_G \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (17)$$

${}^i\mathbf{J}_G \in \mathbb{R}^{3 \times n}$ はリンク i が固定された状態において関節角速度を重心速度に写像するヤコビ行列である。以下、式 (17) を導出する手順を示す。

リンク i の並進・回転速度をそれぞれ $\dot{\mathbf{p}}_i, \boldsymbol{\omega}_i$ とすると、 $\dot{\mathbf{q}}$ との関係は

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} = \mathbf{J}_i \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}_6 \quad (18)$$

で与えられる。ここで、 $\mathbf{J}_i \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ は足リンク i の並進・回転速度に関するヤコビ行列である。これを $\mathbf{J}_i = [\mathbf{J}_{i0} \ \mathbf{J}_{i\theta}]$ のように $\dot{\mathbf{q}}_0$ と $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ に関する要素に分解すると、式 (18) の拘束条件は次式のように変形できる。

$$\mathbf{J}_i \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{i0} & \mathbf{J}_{i\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0 \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{i0} \dot{\mathbf{q}}_0 + \mathbf{J}_{i\theta} \dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}_6 \quad (19)$$

ここで、 $\mathbf{J}_{i0} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ は一般的に逆行列を持つことから

$$\dot{\mathbf{q}}_0 = -\mathbf{J}_{i0}^{-1} \mathbf{J}_{i\theta} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (20)$$

の関係式を導くことができる。これを用いると、式 (16) は

$$\dot{\mathbf{p}}_G = \mathbf{J}_G \mathbf{H}_i \dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad \mathbf{H}_i := \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_{i0}^{-1} \mathbf{J}_{i\theta} \\ \mathbf{E}_{n \times n} \end{bmatrix} \quad (21)$$

と変形することができる。

$${}^i \mathbf{J}_G := \mathbf{J}_G \mathbf{H}_i \quad (22)$$

と定義すれば、式 (17) を導くことができる。

式 (17) は、リンク i を環境に固定されたベースとみなした開リンク系の運動学と等価である。開リンク系では剛性の逆行列、すなわちコンプライアンス行列 $\mathbf{C}_G = \mathbf{K}_G^{-1}$, $\mathbf{C}_\theta = \mathbf{K}_\theta^{-1}$ について、仮想仕事の原理から次式が成り立つ。

$$\mathbf{C}_G = {}^i \mathbf{J}_G \mathbf{C}_\theta {}^i \mathbf{J}_G^T \quad (23)$$

いま、 $n > 3$ 、すなわち冗長な自由度が存在する場合、式 (13) のように $\mathbf{K}_G$ とその逆行列 $\mathbf{C}_G$ が与えられたとき、式 (23) を満たす $\mathbf{C}_\theta$ の解は一意に定まらず、無数に存在する。このとき、ある目標値 ${}^d \mathbf{C}_\theta$ にできるだけ近い $\mathbf{C}_\theta$ の解、すなわち

$$\frac{1}{2} \| {}^d \mathbf{C}_\theta - \mathbf{C}_\theta \|^2 \rightarrow \min. \quad (24)$$

となる解は次式のように表せる (付録 B 参照)。

$$\mathbf{C}_\theta = {}^d \mathbf{C}_\theta + {}^i \mathbf{J}_G^\# (\mathbf{C}_G - {}^i \mathbf{J}_G {}^d \mathbf{C}_\theta {}^i \mathbf{J}_G^T) {}^i \mathbf{J}_G^{T\#} \quad (25)$$

ただし、 ${}^i \mathbf{J}_G^\#$ は ${}^i \mathbf{J}_G$ の擬似逆行列であり、次式のように定義される。

$${}^i \mathbf{J}_G^\# = {}^i \mathbf{J}_G^T ({}^i \mathbf{J}_G {}^i \mathbf{J}_G^T)^{-1} \quad (26)$$

このようにして得られた $\mathbf{C}_\theta$ は経験上ほとんどの場合において正則であるため、 $\mathbf{K}_\theta = \mathbf{C}_\theta^{-1}$ として剛性行列を得ることができる。また、粘性行列 $\mathbf{D}_\theta$ についても同様な手順で求めることができる。

なお、このようにタスク空間におけるコンプライアンス行列を冗長性を考慮しながら関節角空間に分解する方法は辻ら [16] によって開リンクマニピュレータについて提案された。文献 [16] では手先のコンプライアンスを考えていたのに対し、文献 [13] ではこれを重心に関する粘弾性に拡張することで、重心・ZMP モデルで設計したフィードバックゲインを関節空間に分解することを可能にしている。

3.2 両足支持期における閉リンク構造を考慮した粘弾性分解

両足支持期のように2個以上のリンクが環境と接触している場合、リンク系は閉リンクを含む複雑な構造となる。特に粘弾性の計算を行う場合、閉リンク部では剛性に関する式を、開リンク部では剛性の逆行列 (コンプライアンス行列) に関する式を考える必要がある。

ここでは、3.1 節で考えたリンク i の接触に加えて、別のリンク j ($j \neq i$) が環境と接触している場合を考えよう。3.1 節と同様に、接触によって生じる拘束自由度分を式 (17) から消去することで閉リンクを陽に考慮した運動学の関係式を導くことができる [14]。

リンク i が固定された状態では、リンク j の並進・回転速度

に関する拘束は次式のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_j \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_j \end{bmatrix} = {}^i \mathbf{J}_j \dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}_6 \quad (27)$$

ただし、 ${}^i \mathbf{J}_j \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ はリンク i が固定された状態において関節角速度をリンク j の並進・回転速度に写像するヤコビ行列であり、式 (22) と同様に $\mathbf{H}_i$ を用いて計算できる。

$${}^i \mathbf{J}_j = \mathbf{J}_j \mathbf{H}_i \quad (28)$$

${}^i \mathbf{J}_j$ の中で独立な列を六つ取り出してできる行列を ${}^i \mathbf{J}_{ja} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 、残りの列を合わせてできる行列を ${}^i \mathbf{J}_{jb} \in \mathbb{R}^{6 \times (n-6)}$ とする。また、それらに対応する $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ の要素をまとめてできるベクトルをそれぞれ $\dot{\boldsymbol{\theta}}_a$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_b$ とすると、式 (27) は次式のように変形できる。

$$\begin{bmatrix} {}^i \mathbf{J}_{ja} & {}^i \mathbf{J}_{jb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_a \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_b \end{bmatrix} = {}^i \mathbf{J}_{ja} \dot{\boldsymbol{\theta}}_a + {}^i \mathbf{J}_{jb} \dot{\boldsymbol{\theta}}_b = \mathbf{0}_6 \quad (29)$$

定義より ${}^i \mathbf{J}_{ja}$ は正則なので

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_a = -{}^i \mathbf{J}_{ja}^{-1} {}^i \mathbf{J}_{jb} \dot{\boldsymbol{\theta}}_b \quad (30)$$

したがって、

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = {}^i \mathbf{H}_j \dot{\boldsymbol{\theta}}_b, \quad {}^i \mathbf{H}_j := \begin{bmatrix} -{}^i \mathbf{J}_{ja}^{-1} {}^i \mathbf{J}_{jb} \\ \mathbf{E}_{(n-6) \times (n-6)} \end{bmatrix} \quad (31)$$

の関係が導ける。ここで、 $\boldsymbol{\theta}_b$ は閉リンクを考慮した一般化座標であり、 ${}^i \mathbf{H}_j$ は $\boldsymbol{\theta}_b$ を $\boldsymbol{\theta}$ へ写像するヤコビ行列である。これを用いると、

$$\dot{\mathbf{p}}_G = {}^{ij} \mathbf{J}_G \dot{\boldsymbol{\theta}}_b, \quad {}^{ij} \mathbf{J}_G := {}^i \mathbf{J}_G {}^i \mathbf{H}_j \in \mathbb{R}^{3 \times (n-6)} \quad (32)$$

${}^{ij} \mathbf{J}_G$ はリンク i, j が固定された状態での一般化座標と重心の運動を関連付けるヤコビ行列である。

閉リンクを考慮した一般化座標 $\boldsymbol{\theta}_b$ 空間におけるコンプライアンス行列 $\mathbf{C}_b$ を考えよう。 $\mathbf{C}_G$ と $\mathbf{C}_b$ の関係は次式で与えられる。

$$\mathbf{C}_G = {}^{ij} \mathbf{J}_G \mathbf{C}_b {}^{ij} \mathbf{J}_G^T \quad (33)$$

$3 < n - 6$ のとき、式 (33) の解は一意に定まらない。この場合、片足支持期と同様に $\mathbf{C}_b$ の目標値を ${}^d \mathbf{C}_b$ として

$$\frac{1}{2} \| {}^d \mathbf{C}_b - \mathbf{C}_b \|^2 \rightarrow \min. \quad (34)$$

となる解は次式で与えられる。

$$\mathbf{C}_b = {}^d \mathbf{C}_b + {}^{ij} \mathbf{J}_G^\# (\mathbf{C}_G - {}^{ij} \mathbf{J}_G {}^d \mathbf{C}_b {}^{ij} \mathbf{J}_G^T) {}^{ij} \mathbf{J}_G^{T\#} \quad (35)$$

$\mathbf{C}_b$ の逆行列をとって $\mathbf{K}_b = \mathbf{C}_b^{-1}$ とすることにより $\boldsymbol{\theta}_b$ 空間での剛性を求めることができる。このとき、式 (31) より

$$\mathbf{K}_b = {}^i \mathbf{H}_j^T \mathbf{K}_\theta {}^i \mathbf{H}_j \quad (36)$$

$\mathbf{K}_\theta$ の目標値を ${}^d \mathbf{K}_\theta$ として

$$\frac{1}{2} \| {}^d\mathbf{K}_\theta - \mathbf{K}_\theta \|^2 \rightarrow \min. \quad (37)$$

とする解は、付録 B に基づいて次式のように得られる。

$$\mathbf{K}_\theta = {}^d\mathbf{K}_\theta + {}^i\mathbf{H}_j^{T\#} (\mathbf{K}_b - {}^i\mathbf{H}_j^{T\#} {}^d\mathbf{K}_\theta {}^i\mathbf{H}_j) {}^i\mathbf{H}_j^\# \quad (38)$$

以上のようにして、関節角空間における剛性 $\mathbf{K}_\theta$ を求めることができる。なお、式 (36) から ${}^d\mathbf{C}_b$ と ${}^d\mathbf{K}_\theta$ は次式の関係を満たすように与える。

$${}^d\mathbf{C}_b = ({}^i\mathbf{H}_j^{T\#} {}^d\mathbf{K}_\theta {}^i\mathbf{H}_j)^{-1} \quad (39)$$

粘性 $\mathbf{D}_\theta$ についても同様の手順で求めることができる。

4. 目標支持状態に応じた粘弾性分解制御

前章では、片足支持期における開リンク構造、両足支持期における閉リンク構造を陽に考慮した重心粘弾性の分配則を示した。ここでは、片足支持期と両足支持期が切り替わる代表的な運動である 2 足歩行において粘弾性の分配則を適切に切り替える方法を示す。

2 足歩行において、ZMP の目標値 ${}^{ref}\mathbf{r}_Z$ は支持多角形の変形と整合するように計画される必要があり、様々な方法が提案されている。例として、両足支持の状態から左足を支持足として右足を蹴り上げる運動を考える。このとき、**Fig. 3** のように蹴り足である右足位置を初期値とし、支持足である左足位置を終端値とするような ZMP の軌道を計画する。 xy 平面上における左右の足それぞれの支持多角形を Z_L , Z_R 、両足を考慮した支持多角形を Z として、本稿では以下のように目標支持状態を決定する。

- $\mathbf{r}_Z \in Z_L \vee \mathbf{r}_Z \in Z_R$ ならば片足支持状態 (single support: SS) とする。
- $\mathbf{r}_Z \notin Z_L \wedge \mathbf{r}_Z \notin Z_R \wedge \mathbf{r}_Z \in Z$ ならば両足支持状態 (double support: DS) とする

通常は、両足が床面に接触している状態を両足支持とすることが一般的であるが、本稿では、**Fig. 3** に示したフェーズ I のように両足が接触している場合でも ZMP がどちらかの足の支持多角形内にあれば片足支持状態とみなす。実際、フェーズ I の状態では ZMP は右足内部にあるため、自重を支える役割は主に右脚が担っている。そのため、直観的には右脚の剛性を大きく設定することが望ましい。一方、左足は ZMP を内部に含まないため、左脚の剛性は右脚に比べて自由に設定できる。このような分配は開リンク構造における分配則によって可能である。

Fig. 3 Definition of desired support state based on ZMP

5. シミュレーション

5.1 両足支持期におけるバランス制御シミュレーション

Fig. 4 に示すような小型ヒューマノイド UT- $\mu 2$ [17] を想定し、両足支持状態における直立バランス制御の動力学シミュレーションを行った。順動力学計算には単位ベクトル法 [18] を使用し、床面との接触力計算にはバネ・ダンパモデルを用いた。ここでは、提案手法の基本的な性能評価を行うため、**Fig. 4** のような直立状態において $+y$ 方向にインパルス状の外乱を加え、重心と ZMP の応答を計測した。事前に重心・ZMP モデルのフィードバックゲイン $\mathbf{F}$ を最適レギュレータとして設計し、関節の粘弾性の目標値を ${}^d\mathbf{K}_\theta = 10\mathbf{E}$, ${}^d\mathbf{D}_\theta = 0.5\mathbf{E}$ と設定した。**Fig. 5** に、0.5 [Ns] のインパルスを加えたときの重心・ZMP の y 座標の応答を太線で示す。実線、点線がそれぞれ重心、ZMP を示す。また、比較のためインパルス印加後の重心、重心速度の値を初期値として式 (5) の重心・ZMP の線形モデルで応答をシミュレーションしたものを細線で示す。太線と同様に実線、点線がそれぞれ重心、ZMP を示す。太線と細線を比べると、動力学シミュレーションと重心・ZMP モデルによるシミュレーションの結果が良く一致していることが分かる。

次に、比較のため一定ゲインを用いた標準的な関節 PD 制御を適用した場合の応答を **Fig. 6** に示す。PD ゲインは試行錯誤的に $\mathbf{K}_\theta = 50\mathbf{E}$, $\mathbf{D}_\theta = 2\mathbf{E}$ とした。**Fig. 5** と同様に、太線が

Main specification

Height : 54[cm]
Weight : 6.7[kg] (in simulation model)
Number of joints : 20 (4 at each arms, 6 at each legs)

Fig. 4 UT- $\mu 2$, its simulation model and main specification

Fig. 5 Response of COG and ZMP in the standing balance with proposed method

動力学シミュレーションによる応答, 細線が重心・ZMP モデルによるシミュレーションの結果を示す. 標準的な PD 制御では重心・ZMP モデルの応答を再現できないことが分かる.

Fig. 6 Response of COG and ZMP in the standing balance with standard PD joint control

Fig. 7 に提案手法を適用した状態で 1.0 [Ns] のインパルスを加えたときの動力学シミュレーションの様子を示す. 下段は足部の拡大図で, 丸印は ZMP の位置を表す. 外乱を受けた後, その影響を吸収するように上体を動かす際に両足の面接地が保たれていることが分かる. 一方, **Fig. 8** に標準的な PD 制御を適用した場合の様子を示す. $t = 0.509 \text{ [s]}$ の瞬間に右足の面接地が崩れていることが分かる. このように, 提案手法を適用することで所望の接地状態を保つ働きがあることが分かる.

5.2 歩行シミュレーション

次に, 4 章で提案した方法を用いて, 粘弾性の分解方法を接地状態で切り替える制御の有効性を検証した. 先ほどと同様に $UT-\mu 2$ を想定し, 文献 [7] の方法を用いて一歩 5 [cm] , 0.7 [s] , 計 8 歩の歩行動作を設計した. **Fig. 9** に重心, ZMP, 左右の足の目標軌道を示す. これらの目標軌道から逆運動学を解いて関節角度の目標軌道を得る. さらに逆動力学計算により関節トルクの参照値 ${}^{ref}\tau$ を求める.

Fig. 7 Snapshots of dynamical simulation with proposed method

Fig. 8 Snapshots of dynamical simulation with standard PD joint control

このシミュレーションでは、路面凹凸に対するロバスト性も評価するために、**Fig. 10** のように $100\text{ [mm]} \times 100\text{ [mm]}$ の板状の物体を計四つ配置し、路面凹凸を設けた。4 枚の板はそれぞれ高さが 1, 2, 3, 5 [mm] と異なるものを配置した。路面凹凸の情報を制御ループにフィードバックすることはせず、平らな路面のみを想定して提案手法を適用したシミュレーションを **Fig. 11** および付録動画に示す。路面凹凸の影響で着地時に一時的に不安定になるが、8 歩の歩行動作を完遂できていることが分かる。一方、5.1 節と同様に比較のために標準的な PD 制御を適用し、同じ条件下で歩行をシミュレーションした様子を **Fig. 12** および付録動画に示す。この場合、4 歩めでロボットが転倒する。

Fig. 13 に PD 制御を適用した場合の、**Fig. 14** に提案手法を適用した場合の重心、ZMP、足位置の xy 座標のシミュレーション結果を示す。Fig. 13 から、PD 制御では路面凹凸による衝撃の影響により ZMP の変動が大きくなり、結果的に転倒につながる様子が分かる。一方、Fig. 14 から、提案手法により路面凹凸による衝撃が緩和され、重心が Fig. 9 に示した目標軌道

へ安定化されている様子が分かる。

Fig. 15 は PD 制御、提案手法それぞれにおける重心の z 座標の変化を示す。提案手法と比較し、PD 制御では重心の z 座標の変化が激しく、路面凹凸による衝撃の影響が大きいことが分かる。

5.3 考察

提案手法は目標とする支持状態に応じて制御方法を不連続に切り替える。このような不連続な切り替えは、制御において系を不安定化させると考えられることもある。しかし、対象とするヒューマノイドが構造可変系であり、支持状態に応じて構造が不連続に変化することを考えると、制御方法にも不連続な切り替えを含めることは不自然ではないと考える。特に、提案手法は重心・ZMP モデルにおいて考えたフィードバック制御を全身の粘弾性へ変換する際、その「分配方法」を「構造に応じて切り替える」ものである。これにより、目標支持状態と実際の支持状態の間にエラーが生じたとしても、そのエラーを吸収するように制御が働いていると考える。

実際、シミュレーション結果に示すように、提案手法は路面凹

Fig. 9 Desired trajectory of COG, ZMP and foot positions in 8-steps walking: 5cm length and 0.7s duration for each step

Fig. 10 Uneven terrain in simulations of walking motion

Fig. 11 Snapshots of walking motion simulation with proposed method

Fig. 12 Snapshots of walking motion simulation with standard PD joint control

Fig. 13 Simulation results of x - and y - coordinates of COG, ZMP, and foot positions when the standard PD control is applied

Fig. 14 Simulation results of x - and y - coordinates of COG, ZMP, and foot positions when the proposed method is applied

Fig. 15 Simulation results of z_G when the standard PD control and the proposed method are applied

凸に対し支持状態を安定化するように働いている。この効果は以下のように考察できる。Fig. 16 (a) に目標支持状態 (SS, DS) とその際の提案手法による遊脚、支持脚の粘弾性の配分を模式的に表した図を示す。図中、脚を表す線が太いほど粘弾性係数が高い、すなわち硬いことを表す。5.2 節のシミュレーションでは、重心の粘弾性に比べてそのほかの粘弾性の目標値 d_{K_θ} , d_{D_θ} を小さく設定している。例えば Fig. 16 (a) の SS 期では、重心の運動に支持脚の運動が大きく寄与するため、支持脚は硬く、遊脚は柔らかい粘弾性が実現される。このため、Fig. 16 (b) のように着地位置に段差がある場合でも、遊脚側の柔らかい粘弾性

Fig. 16 Terrain adaptation by proposed method: (a) desired support state and viscoelasticity distribution in legs, (b) the case of higher unevenness, and (c) the case of lower unevenness

により上体への衝撃が緩和される。他方、Fig. 16 (c) のように着地位置が低くなっている場合、想定時刻に着地することができず動作が不安定化することが考えられる。提案手法では、Fig. 16 (c)-2, 3, 4 のように時間が経過するのに従い、元の支持脚は柔らかく、遊脚は硬く変化することから段差に適応することができると考えられる。

6. お わ り に

本論文では、筆者が提案した粘弾性分配制御をヒューマノイドの持つ構造可変性を陽に考慮するものへと拡張した。両足支持期における閉リンクを含んだ複雑な機構における粘弾性の分解を可能にすることで、2足歩行中の接地状態の不連続な変化に対応し、安定な運動を実現できる。特に、両足支持状態における直立バランス制御のシミュレーション結果から、重心・ZMPモデルにおいて想定していたZMPの応答を提案手法によって再現できることが分かった。これは、すでに提案されている重心・ZMPモデルに基づいた予測制御や転倒判定の手法[10]を全身モデルにおいて再現するのに有効である。また、目標ZMPがどの足の支持多角形に含まれているかによって粘弾性分解を切り替えることで、安定かつ路面凹凸にロバストな2足歩行を実現できることをシミュレーションによって示した。

本手法の利点の一つとして、調整すべきパラメータが少なくすむ点が挙げられる。実際、前章までのシミュレーションにおいて筆者が設定したパラメータは以下のものに限られる。

- フィードバックゲイン $\mathbf{F}$ の設計に必要な最適レギュレータの重み行列 $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^4$, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^2$ 。特に、今回は対角行列として設定したので $4+2=6$ 個のパラメータ。
- 重心 z 方向の剛性 k_z 。
- 関節粘弾性の目標値 ${}^d\mathbf{K}_\theta \in \mathbb{R}^n$, ${}^d\mathbf{D}_\theta \in \mathbb{R}^n$ 。今回は ${}^d\mathbf{K}_\theta = k_\theta \mathbf{E}$, ${}^d\mathbf{D}_\theta = d_\theta \mathbf{E}$ としたので、 k_θ と d_θ の2個のみ。

上記のパラメータのうち、 k_z, k_θ, d_θ に若干の調整を必要としたが、従来のPD制御が関節の数だけパラメータ調整の必要があることを考えると、パラメータ調整の負担は格段に低いと考える。

本手法では、重心粘弾性と関節粘弾性の間の機構学的な写像関係のみを利用しており、各リンクの慣性力等は無視した手法となっている。にもかかわらず、5.2節で示したような動的な運動を安定かつロバストに実現できる。全身の動力学を詳細に利用する方法（例えば文献[12]）に比べて計算量が格段に低いことも利点の一つである。

5.2節では、提案手法を用いることで最大5[mm]の凹凸に対応できることを示した。一方で、より大きな段差や複雑な凹凸形状の条件下では歩行を継続できず、転倒することも確認されている。この要因の一つとして、提案手法は式(15)のような関節角空間におけるフィードバック制御のみを用いており、絶対座標系から見たベースリンクの位置・姿勢情報を用いていないことが挙げられる。今後は、外界センサによって取得したベースリンクの姿勢情報のフィードバックを加え、より厳しい路面条件にも対応できることを目指す。また、今回の検証に用いた小型のヒューマノイドだけではなく、等身大のヒューマノイドについても提案手法を適用し、その有効性を確認していく。

謝 辞 本研究はJSPS 科研費 16H05874 の助成を受けた。また、機構の冗長性について東京大学中村仁彦教授から助言をいただいた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- [1] Y. Nakamura, H. Hanafusa and T. Yoshikawa: "Task-priority based redundancy control of robot manipulators," The International Journal of Robotics Research, vol.6, no.2, pp.3-15, 1987.
- [2] O. Khatib: "A Unified Approach for Motion and Force Control: The Operational Space Formulation," IEEE International Journal of Robotics and Automation, vol.3, no.1, pp.43-53, 1987.
- [3] O. Khatib, L. Sentis, J. Park and J. Warren: "Whole-Body Dynamic Behavior and Control of Human-Like Robots," International Journal of Humanoid Robotics, vol.1, no.1, pp.29-43, 2004.
- [4] A. Escande, N. Mansard and P.-B. Wieber: "Hierarchical quadratic programming: Fast online humanoid-robot motion generation," The International Journal of Robotics Research, vol.33, no.7, pp.1006-1028, 2014.
- [5] M. Vukobratovic and J. Stepanenko: "On the stability of anthropomorphic systems," Mathematical Biosciences, vol.15, pp.1-37, 1972.
- [6] K. Harada, S. Kajita, K. Kaneko and H. Hirukawa: "An analytical method for real-time gait planning for humanoid robots," International Journal of Humanoid Robotics, vol.3, no.1, pp.1-19, 2006.
- [7] T. Sugihara and Y. Nakamura: "Boundary condition relaxation method for stepwise pedipulation planning of biped robots," IEEE Transaction on Robotics, vol.25, no.3, pp.658-669, 2009.
- [8] A. Herdt, H. Diedam and P.-B. Wieber: "Online walking motion generation with automatic foot step placement," Advanced Robotics, vol.24, pp.719-737, 2010.
- [9] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi and H. Hirukawa: "Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point," Proc. of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1620-1626, 2003.
- [10] K. Yamamoto: "Control Strategy Switching for Humanoid Robots Based on Maximal Output Admissible Set," Robotics and Autonomous Systems, vol.81, pp.17-32, 2016.
- [11] S. Hyon, J.G. Hale and G. Cheng: "Full-body compliant human-humanoid interaction: balancing in the presence of unknown external forces," IEEE Transactions on Robotics, vol.23, no.5, pp.884-898, 2007.
- [12] P. M. Wensing and D.E. Orin: "Generation of Dynamic Humanoid Behaviors Through Task-Space Control with Conic Optimization," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.3088-3094, 2013.
- [13] K. Yamamoto: "Resolved COG Viscoelasticity Control of a Humanoid," Proc. of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1364-1371, 2016.
- [14] Y. Nakamura and K. Yamane: "Dynamics Computation of Structure-Varying Kinematic Chains and Its Application to Human Figures," IEEE Transaction on Robots and Automation, vol.16, no.2, pp.124-134, 2000.
- [15] 杉原, 中村: "非駆動自由度の陰表現を含んだ重心ヤコビアンによる脚型ロボットの全身協調反力操作", 日本ロボット学会誌, vol.24, no.2, pp.222-231, 2006.
- [16] 辻, 高橋, 伊藤: "冗長性を利用したマニピュレータの関節コンプライアンス調整", 計測自動制御学会論文集, vol.26, no.5, pp.557-563, 1990.
- [17] T. Sugihara, K. Yamamoto and Y. Nakamura: "Hardware design of high performance miniature anthropomorphic robots," Robotics and Autonomous Systems, vol.56, no.1, pp.82-94, 2007.
- [18] M.W. Walker and D.E. Orin: "Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms," ASME Transaction, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol.104,

pp.205–211, 1982.

[19] M. Athans: “The matrix minimum principle,” Information and Control, vol.11, no.5–6, pp.592–606, 1968.

付録 A. 重心粘弾性行列の導出

以下, 式 (13), (14) の導出手順を示す. 式 (7) は $\mathbf{F}_k, \mathbf{F}_d$ を使って次式のように変形できる.

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}_Z = {}^{ref}\mathbf{r}_Z + \mathbf{F}_k \Delta \mathbf{r}_G + \mathbf{F}_d \Delta \dot{\mathbf{r}}_G \quad (\text{A.1})$$

これを式 (2) に代入すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_G &= \begin{bmatrix} m\omega^2(\mathbf{r}_G - \mathbf{r}_Z) \\ f_z - mg \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m\omega^2 \{ \mathbf{r}_G - ({}^{ref}\mathbf{r}_Z + \mathbf{F}_k \Delta \mathbf{r}_G + \mathbf{F}_d \Delta \dot{\mathbf{r}}_G) \} \\ k_z \Delta z_G + d_z \Delta \dot{z}_G \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_G - {}^{ref}\mathbf{r}_Z &= {}^{ref}\mathbf{r}_G - {}^{ref}\mathbf{r}_Z - ({}^{ref}\mathbf{r}_G - \mathbf{r}_G) \\ &= {}^{ref}\mathbf{r}_G - {}^{ref}\mathbf{r}_Z - \Delta \mathbf{r}_G \end{aligned}$$

を利用すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_G &= \begin{bmatrix} m\omega^2 \{ ({}^{ref}\mathbf{r}_G - {}^{ref}\mathbf{r}_Z) - (\mathbf{E} + \mathbf{F}_k) \Delta \mathbf{r}_G - \mathbf{F}_d \Delta \dot{\mathbf{r}}_G \} \\ k_z \Delta z_G + d_z \Delta \dot{z}_G \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} m\omega^2 ({}^{ref}\mathbf{r}_G - {}^{ref}\mathbf{r}_Z) \\ 0 \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} -m\omega^2 (\mathbf{E} + \mathbf{F}_k) \Delta \mathbf{r}_G \\ k_z \Delta z_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m\omega^2 \mathbf{F}_d \Delta \dot{\mathbf{r}}_G \\ d_z \Delta \dot{z}_G \end{bmatrix} \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

ここで, ${}^{ref}\mathbf{f}_G$ を

$${}^{ref}\mathbf{f}_G = \begin{bmatrix} m\omega^2 ({}^{ref}\mathbf{r}_G - {}^{ref}\mathbf{r}_Z) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

と定義し, 式 (12) を (8), (A.2) と比較すると, 式 (13), (14) を得る.

付録 B. 式 (25), (38) の導出

式 (25), (38) を導出する問題を, より一般化された次のような行列方程式として考える.

$$\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B} = \mathbf{C} \quad (\text{B.4})$$

ただし, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{p \times q}$, $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times q}$ として, $m < n$ かつ $p > q$ とする. すなわち, $\mathbf{A}$ は横長, $\mathbf{B}$ は縦長の行列となる. この場合, 式 (B.4) を満たす $\mathbf{X}$ の解は一意

に決まらない. そこで, 以下のような最適解を求める.

$$f(\mathbf{X}) := \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{X}\|^2 \longrightarrow \min.$$

$$\text{subject to } \mathbf{G}(\mathbf{X}) := \mathbf{C} - \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B} = \mathbf{O} \quad (\text{B.5})$$

ただし, ある行列 $\mathbf{X}$ の 2 乗ノルムは次式のように定義される.

$$\|\mathbf{X}\|^2 := \text{tr}(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) \quad (\text{B.6})$$

式 (B.5) は等式拘束条件付の二次計画問題になるため, ラグランジュの未定乗数法を用いて解を求めることができる. ただし, 今回は未知数 $\mathbf{X}$ が行列であるため, ラグランジアン $\mathcal{L}$ を次式のように定義する.

$$\mathcal{L} := f(\mathbf{X}) + \text{tr}(\mathbf{L}^T \mathbf{G}) \quad (\text{B.7})$$

$\mathbf{L}$ は未定乗数に相当する行列である. $\mathcal{L}$ の偏微分は

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{X}} = -(\mathbf{X} - \mathbf{X}) - \mathbf{A}^T \mathbf{L} \mathbf{B}^T = \mathbf{O} \quad (\text{B.8})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{L}} = \mathbf{C} - \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B} = \mathbf{O} \quad (\text{B.9})$$

と計算できる. ただし, 以下の行列のトレースに関する公式 [19] を用いた.

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \text{tr}(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) = 2\mathbf{X}, \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}) = \mathbf{A}^T \mathbf{B}^T$$

これらの式から $\mathbf{L}$ が次式のように求まる.

$$\mathbf{L} = (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1} (\mathbf{C} - \mathbf{A}^d \mathbf{X} \mathbf{B}) (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \quad (\text{B.10})$$

式 (B.10) を式 (B.9) に代入して, 次式の解を得る.

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^d + \mathbf{A}^\# (\mathbf{C} - \mathbf{A}^d \mathbf{X} \mathbf{B}) \mathbf{B}^\# \quad (\text{B.11})$$

$$\mathbf{A}^\# := \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1} \quad (\text{B.12})$$

$$\mathbf{B}^\# := (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \quad (\text{B.13})$$

山本 江 (Ko Yamamoto)

2004 年東京大学工学部機械情報工学科卒業, 2009 年 6 月同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻博士課程修了. 2009 年～2012 年まで東京工業大学産学官連携研究員. 2012 年～2014 年まで名古屋大学助教. 2014 年～東京大学大学院工学系研究科機械工学専攻助教, 2016 年 9 月～同大学大学院特任講師となり現在に至る. 博士 (情報理工学). 2012 年 10 月～12 月までスタンフォード大学客員研究員. ヒューマノイドロボットの運動制御と機構開発, 人間の運動解析, 人の流れのモデル化と制御, 医療用ロボットの研究に従事. 日本機械学会, IEEE の会員. (日本ロボット学会正会員)