ローラ駆動される球体の運動解析

木村 憲二^{*1*2} 筑紫 彰太^{*3} 石井 和男^{*2} 山本 元司^{*4}

Motion Analysis of a Sphere Driven by Rollers

Kenji Kimura^{*1*2}, Shota Chikushi^{*3}, Kazuo Ishii^{*2} and Motoji Yamamoto^{*4}

Friction drive systems are adopted for many robots of spherical locomotion type. Such systems have problems, including traversing uneven surfaces, slipping of the roller, and dust between the sphere and the roller. Despite of the disadvantages, these systems attract attention because of the possibility of stepped climbing and omnidirectional locomotion. In the future, it is anticipated that the mechanism using the sphere are developed. When the kinematics with respect to multiple rotational axes in arbitrary contacted on the sphere is clarified, the mechanism may be widely used. In the paper, a general theorem for kinematics is discussed including the number of rollers driving the sphere, the type of roller (constraint or unconstraint), and the contact points of the rollers on the sphere and the roller axes direction. To verify the validity of the kinematics model a locomotion model of the ball dribbling mechanism with the two rollers is presented as a special example by carrying out the experimental demonstration using the device robot.

Key Words: Sphere Kinematics, Arrangement of the Constraint Rollers, Analysis of the Sphere

1. はじめに

ロボットの構成要素として基本的な形状の一つである球体は、ハンドロボットの多指における指先の機構や、移動ロボットにおける全方向移動・駆動におけるアクチュエータの伝達機構として利用されている。例えば、多指ハンドロボットにおける球体の転がりを利用した物体の把握・操りに関する研究において、中島らは指先を球体、対象物を直方体と仮定し、指先の運動を平面上で転がる球体の運動として表現し対象物の姿勢を推定している[1]。一方、水野、三平らは指先を平面、対象物を球体と仮定し2枚の平行平面とそれらに内接している球体の運動に注目することで対象物の姿勢を推定している[2][3]。

また、球体は全方向移動機構の駆動車輪としても用いられおり、移動機構の用途に応じて種々な配置が存在する。Fig. 1 (i) に移動機構を駆動する球体の個数 N_s と球体の個数に応じた配置図形、Fig. 1 (ii) に球あたりのアクチュエータの個数 N_w とローラ接触形式を示し、Fig. 1 (iii) に (N_s, N_w) の組み合わせにより移動機構を分類する。以下この分類に基づいてこれまでの関連研究を概観する。

まず $(N_s, N_w) = (1, 1)$ の場合は、M. West の Ball Wheel [4] は、球体の外周に設置された円形ローリングで球体を回転さ

せ、回転軸を斜めにするにより推進力が得られる機構となっており、オムニホイール [5] と同じく推進力に直交する方向には拘束力が働かない。多田限らの Omni-Ball [6] は、上記の球状車輪が有する設計上の制約を解決し、対の半球が受動的に回転することにより全方向移動機能が実現されており、一般的なオムニホイールと同様な駆動性能を有しつつオムニホイールと比較し、高い段差乗り越え能力を示している (Fig. 1 (i) (a), (ii) (b))。

次に $(N_s, N_w) = (1, 2)$ の移動機構としては、和田らの球形動力伝達機構 [7] があり、二つのローラを球体の赤道上に接触させている (Fig. 1 (i) (a), (ii) (c))。球形動力伝達機構は、ローラで駆動された球体の対となる二つの球体で構成されており、上部の球体を駆動し下部の球体で動力を伝達させ、車輪軸と操縦軸を駆動させることで全方向移動を可能にしている。ロボカップ中型サッカーロボットにおいては、三つ以上のオムニホイールを用いた全方向移動機構が一般的であり、近年ではボールの回転を制御するためのボール保持機構が搭載されている。ボール保持機構では二つの駆動ローラを用いていることが多く、ロボカップサッカーロボットチーム Hibikino-Musashi [8] や、Tech United Turtles [9] では通常ローラを二つ、CAMBADA [10] はオムニローラを二つ使用し、球（ボール）の回転を制御している (Fig. 1 (i) (a), (ii) (d))。

$(N_s, N_w) = (1, 3)$ の場合は、熊谷らの Robot Balanced [11]、A. Weiss らの Atlas Sphere [12] があげられる。三つのオムニローラを球体の上半球に接触させ、独立に駆動させることで球体の任意方向への回転を実現している (Fig. 1 (i) (a), (ii) (e))。

$(N_s, N_w) = (1, 4)$ の場合としては、中村らの CPU-Ball Bot [13] があげられ四つのオムニローラを球体の上半球に接触させ、球体の任意方向への回転を実現している (Fig. 1 (i) (a),

原稿受付 2019 年 1 月 15 日

^{*1}福岡第一高等学校

^{*2}九州工業大学

^{*3}東京大学

^{*4}九州大学

^{*1}Fukuoka Daiichi High School

^{*2}Kyushu Institute of Technology

^{*3}The University of Tokyo

^{*4}Kyushu University

■ 本論文は提案性（要素分野）で評価されました。

(ii) (f)).

$(N_s, N_w) = (3, 1)$ の例としては、松本らの移動機構 [14] は、通常のローラを用いて構成されている (Fig. 1 (i) (b), (ii) (a)). H. Ghariblu らの Ball Wheel Mobile Robots [15] は、オムニローラを用いて構成している (Fig. 1 (i) (b), (ii) (b)). 文献 [14] [15] で、機構は各車輪に対して単数の駆動ローラにより一方向駆動させ、直交方向は受動的に回転させる方式を採用している。

$(N_s, N_w) = (3, 2)$ の例としては、石田ら [16] は、各球状車輪を二つのローラで接触させ、任意方向へ駆動させる機構を提案し車いすへ応用している (Fig. 1 (i) (b), (ii) (c)).

$(N_s, N_w) = (4, 2)$ の場合は、山田ら [17] は各車輪に対して、2 個のローラを接触させ任意方向へ駆動させる移動ロボットを提案している (Fig. 1 (i) (c), (ii) (c)). 文献 [16] [17] で、機構は各車輪に対し二つの駆動ローラにより能動的に回転させる方式を採用しているため、機構の重心速度は各球体接触点における速度と一致し、移動機構の走行安定性は高い。

$(N_s, N_w) = (4, 1)$ の場合として、M. West らの移動機構 [18], S. Masacaro らの RHOMBUS [19], では、四つの Ball Wheel [4] を用いて構成されている。和田らの可変構造移動機構 [20] は、3 自由度 (並進 2 + 回転 1) に加え、車輪の大きさの変更も可能な構造となっている (Fig. 1 (i) (c), (ii) (b)). この移動機構により、利用者に応じて車輪の大きさを変更させ重心位置を調整することが可能となり、安全性を向上させている。

以上の移動ロボットは、ローラによる摩擦駆動球方式を採用している。この球移動方式のロボットの課題として、摩擦駆動に起因する走行面の凹凸やローラのスリップ、球とローラ間へのごみの乱入等が存在するが、段差登坂能力や全方向移動等の可能性から大きな魅力がある。今後も Fig. 1 で分類してきたような球型移動ロボットの開発が予想され、球体の複数個所にローラが接触し、任意の方向に駆動力を発生させる運動学が必要となる。しかし、このような一般運動学はいまだに存在していない。

本研究では、球体の一般運動学を提案する。単球に注目して、球体を駆動するローラの個数、拘束の有無、球体に対するローラの接触位置、ローラの接触方向 (ローラ回転軸の向き) を変数として、球体の角速度ベクトルの代数的な解析を行い、運動学および、全方向移動可能性について論じる。また、得られた運動学の検証として、二つの拘束ローラにより駆動される (二つの回転軸が原点を含む同一平面上にある) 場合の計算例を示し、実験機による実験を行う。

本論文は、以下のように構成される。2 章では、単球の複数のローラにより駆動される場合の角速度ベクトルの存在空間について考察し、水平面上を運動する球体の運動学を論じる。特別な場合としてローラ個数を 2 とし、ローラの回転軸が球体中心を含む同一平面上にある場合を考察する。さらに、球体の回転軸の角度と移動方向の関係について明らかにする。3 章では、ボール保持機構を想定し Fig. 1 (i) (a), (ii) (d) の場合において、実験機を用いた実証実験を行い、運動モデルの正確性を確かめる。4 章では、まとめと今後の課題について述べている。

2. ローラに駆動された球体の運動学

本章では、ローラにより駆動された球体の運動学を考察する。球体の運動解析を代数的に行うために、球体の角速度ベクトルを用いて、その存在空間について考察する。半径 r の球体の中心を原点 O とし、球体に固定された座標系 $\Sigma - xyz$ において、ローラ

Fig. 1 Mechanism with sphere driven by multiple rollers

ラは球体と接触点 $P_{\xi,i}$ ($P_{\eta,j}$) で接触している。 $P_{\xi,i}$ ($P_{\eta,j}$), O およびローラ中心 P_c の 3 点が、一直線となるような配置を仮定する。本論文では、オムニローラのように、能動回転方向に直交する方向において、受動回転するもの (ローラ回転方向

に直交する回転成分は零でない) を非拘束ローラ, 一般のローラのように能動回転方向に直交する方向においては, 回転しないという拘束があるもの (ローラ回転方向に直交する回転成分は零) を, 拘束ローラと記述する.

2.1 ローラに駆動された球体の角速度ベクトルの存在空間

本節では, 単数のローラ (非拘束・拘束ローラ) に駆動を与えたときの, 球体の角速度ベクトルの存在空間について述べる.

2.1.1 単数の非拘束ローラによる球体の駆動

Fig. 2 (a) で示されているように, 原点 O を始点とした球体の角速度ベクトルを ω , i 番めの非拘束ローラの回転軸の単位ベクトル ξ_i とする. i 番めの非拘束ローラにより, 周速度 $v_{\xi,i}$ の駆動を, 球体に与えたとき, i 番めの非拘束ローラと球体の接触点 $P_{\xi,i}$ における球体の速度ベクトル $v_{\xi,i}^S$ は, 次式で表される.

$$v_{\xi,i}^S = \omega \times P_{\xi,i} \quad (1)$$

ここで, e_i を, $P_{\xi,i} \times \xi_i$ 方向の単位ベクトル (非拘束ローラの回転方向の接ベクトル) とすると, $v_{\xi,i}^S$ の e_i への正射影ベクトルは, 非拘束ローラ velocity ベクトル $v_{\xi,i}^R$ と一致する ($v_{\xi,i}^R$ と $v_{\xi,i}^S$ は一致するとは限らない). よって, 式 (1) の左辺において, $\langle e_i, v_{\xi,i}^S \rangle = \langle e_i, v_{\xi,i}^R \rangle = v_{\xi,i}$ が成立する. また, 式 (1) の右辺において, $\langle \omega \times P_{\xi,i}, e_i \rangle = -\langle e_i \times P_{\xi,i}, \omega \rangle$ が成立し, 次式で表される.

$$v_{\xi,i} = -\langle e_i \times P_{\xi,i}, \omega \rangle \quad (2)$$

(a) Unconstraint type

(b) Constraint type

Fig. 2 Existence of the sphere angular velocity vector. In case of (a), it exists on a plane. In the case of (b), it exists on a line

さらに, e_i は, $P_{\xi,i}, \xi_i$ と直交し, $\|P_{\xi,i}\| = r$ より

$$e_i \times P_{\xi,i} = r \xi_i \quad (3)$$

が成立する. ここで, 式 (3) を (2) に代入することで, ω と $v_{\xi,i}$ の関係式は, 次式で得られる.

$$\langle \omega, \xi_i \rangle = -\frac{v_{\xi,i}}{r} \quad (4)$$

式 (4) のように ω は 3 自由度を有するため, 入力としての拘束 $v_{\xi,i}$ を与えただけでは決定することができないが, 式 (4) から ξ_i との正射影ベクトルが, $-(v_{\xi,i}/r)\xi_i$ であることが考察される. よって, 入力としての拘束 $v_{\xi,i}$ に対する拘束空間 (ω の終点の候補となる存在空間) $\pi_i(v_{\xi,i})$ は, ベクトル $-(v_{\xi,i}/r)\xi_i$ の終点を通り, ξ_i に垂直な二次元平面で表される.

$$\pi_i(v_{\xi,i}) = \left\{ (x, y, z) \mid \langle \omega, \xi_i \rangle = -\frac{v_{\xi,i}}{r} \right\} \quad (5)$$

2.1.2 単数の拘束ローラによる球体の駆動

Fig. 2 (b) で示されているように, j 番めの拘束ローラの回転軸の単位ベクトルを η_j とし, j 番めの拘束ローラにより, 拘束ローラ周速度 $v_{\eta,j}$ の駆動を, 球体に与えたとき, 接触点 $P_{\eta,j}$ における球体の速度ベクトル $v_{\eta,j}^S$ は, 拘束ローラ velocity ベクトル $v_{\eta,j}^R$ と一致し, ω と直交する. ここで, $v_{\eta,j}^S$ は $P_{\eta,j} \times \eta_j$ に平行であるので, 次式を満たす.

$$\langle \eta_j \times P_{\eta,j}, \omega \rangle = 0 \quad (6)$$

よって, ω の終ベクトルは, j 番めの拘束ローラによる拘束平面 $\text{span}\{\eta_j, P_{\eta,j}\}$ 上に存在する.

$$\text{span}\{\eta_j, P_{\eta,j}\} = \{(x, y, z) \mid \langle \eta_j \times P_{\eta,j}, \omega \rangle = 0\} \quad (7)$$

また非拘束ローラと同様に, ローラ周速度 $v_{\eta,j}$ に対して ω は, 次式を満たす.

$$\langle \omega, \eta_j \rangle = -\frac{v_{\eta,j}}{r} \quad (8)$$

また, 式 (5) と同様に, 入力としての拘束 $v_{\eta,j}$ に対する拘束空間 (ω の終点の候補となる存在空間) $\pi_j(v_{\eta,j})$ は, ベクトル $-(v_{\eta,j}/r)\eta_j$ の終点を通り, η_j に垂直な二次元平面で表される.

$$\pi_j(v_{\eta,j}) = \left\{ (x, y, z) \mid \langle \omega, \eta_j \rangle = -\frac{v_{\eta,j}}{r} \right\} \quad (9)$$

よって, 入力としての $v_{\eta,j}$ と j 番めの拘束ローラに対する拘束空間 (ω の終点の候補となる存在空間) L_j は, 式 (7) (9) を同時に満たす直線集合で表される (Fig. 2 (b) 参照).

$$L_j = \pi_j(v_{\eta,j}) \cap \text{span}\{\eta_j, P_{\eta,j}\} \quad (10)$$

2.2 複数のローラに駆動された球体の角速度ベクトル

本節では, 2.1 節で述べてきた 2 種類のローラの考察結果を用いて, 球体を m 個の非拘束ローラ, n 個の拘束ローラの駆動により決定される球体の角速度ベクトルの存在空間について考察する. 複数のローラ駆動により決定される球体の角速度ベクトルは, $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ として式 (4) (8) のそれぞれに適用すると, $(m+n)$ 元非斉次方程式の解で表される.

$$-\frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ \vdots \\ v_{\xi,m} \\ v_{\eta,1} \\ \vdots \\ v_{\eta,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \vdots \\ \xi_m^T \\ \eta_1^T \\ \vdots \\ \eta_n^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

次に, $j = 1, 2, \dots, n$ として, 式 (7) に適用すると, 複数の拘束ローラ ($j = 1, 2, \dots, n$) による拘束空間 $\mathbf{W}$ は,

$$\mathbf{W} = \bigcap_{j=1}^n \text{span}\{\eta_j, \mathbf{P}_{\eta,j}\} \quad (12)$$

で表され, 代数的に $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \in \mathbf{W}$ は, n 元斉次方程式の解空間で表される.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\eta_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1})^T \\ (\eta_2 \times \mathbf{P}_{\eta,2})^T \\ \vdots \\ (\eta_n \times \mathbf{P}_{\eta,n})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

式 (11) (13) を合わせると, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ は, $(m+2n)$ 元非斉次方程式の解として表される.

$$-\frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ \vdots \\ v_{\xi,m} \\ v_{\eta,1} \\ \vdots \\ v_{\eta,n} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \vdots \\ \xi_m^T \\ \eta_1^T \\ \vdots \\ \eta_n^T \\ (\eta_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1})^T \\ \vdots \\ (\eta_n \times \mathbf{P}_{\eta,n})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで, $\boldsymbol{\omega}$ の一意的な存在条件は, 次式で表されるように $(3, m+2n)$ 行列がフルランクになるときである.

$$\text{rank}[\xi_1, \dots, \xi_m, \eta_1, \dots, \eta_n, \eta_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}, \dots, \eta_n \times \mathbf{P}_{\eta,n}] = 3 \quad (15)$$

このとき, $\mathbf{W}$ は, 一意的に定まる $\boldsymbol{\omega}$ の存在空間となり, 次元は, 次式で表される.

$$\dim \mathbf{W} = 3 - \text{rank}\{\eta_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}, \dots, \eta_n \times \mathbf{P}_{\eta,n}\} \quad (16)$$

2.3 複数のローラに駆動された球体の運動学

本節では, 2.2 節で決定した球体の角速度ベクトルを用いて, m 個の非拘束ローラ, n 個の拘束ローラの駆動により 球体が水平面上を移動する場合の運動学を考察する.

2.3.1 逆運動学 ($\|\mathbf{V}\|$, φ , ρ から, $v_{\xi,i}$, $v_{\eta,j}$ を計算する)

x 軸からの球体の進行角を $\varphi \in [0, 2\pi]$ とすると, $\mathbb{R}^3$ 内の xy -平面上に存在する球体の移動速度ベクトル $\mathbf{V}$ (球体の中心 $\mathbf{O}$ の移動速度ベクトル) は以下で表される.

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= [V_x \ V_y \ 0]^T \\ &= \|\mathbf{V}\| [\cos \varphi \ \sin \varphi \ 0] \end{aligned} \quad (17)$$

Table 1 Variables related to kinematics

$\Sigma - xyz$	3-dimensional coordinate system fixed sphere
$\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$	Inner product with respect to $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$
$\mathbf{O}$	Sphere center
$\boldsymbol{\omega}$	Angular velocity vector of the sphere
ξ_i	Constraint roller axis
η_j	Unit vector along the rotational axis of the constraint roller
$\mathbf{v}_{\xi,i}^S$	Sphere velocity vector of unconstraint roller
$\mathbf{v}_{\xi,i}^R$	Roller velocity vector of unconstraint roller
$\mathbf{v}_{\eta,j}^S$	Sphere velocity vector of constraint roller
$\mathbf{v}_{\eta,j}^R$	Roller velocity vector of constraint roller
$\mathbf{P}_{\xi,i}$	Contact point between the ball and unconstraint roller
$\mathbf{P}_{\eta,i}$	Contact point between the ball and constraint roller
$\mathbf{e}_i$	Unit vector along the $\mathbf{V}_{\xi,i}$
$v_{\xi,i}$	Peripheral speed of unconstraint roller
$v_{\eta,j}$	Peripheral speed of constraint roller
$\pi_i(v_{\xi,i})$	Constraint space with respect to $v_{\xi,i}$ (Set of end points of sphere angular velocity vector)
$\pi_j(v_{\eta,j})$	Constraint space with respect to $v_{\eta,j}$ (Set of end points of sphere angular velocity vector)
$\text{span}\{\eta_j, \mathbf{P}_{\eta,j}\}$	Constraint space with respect to j -constraint roller
L_j	Constraint space with respect to j -constraint roller and $v_{\eta,j}$ (Space of intersection $\text{span}\{\eta_j, \mathbf{P}_{\eta,j}\}$ and $\pi_j(v_{\eta,j})$)
$\mathbf{W}$	Constraint plane with respect to all constraint rollers
x, y, z -component of $\boldsymbol{\omega}$	x, y, z -component of $\boldsymbol{\omega}$
r	Radius of sphere
i	Index of unconstraint roller number $i = 1, 2, \dots, m$
j	Index of constraint roller number $j = 1, 2, \dots, n$
φ	Sphere direction
ρ	Angle of sphere rotational axis
$\mathbf{V}$	Sphere mobile velocity on xy -plane
$\ \mathbf{V}\ $	Norm of $\mathbf{V}$
$\mathbf{u}_i$	Normal vector that parallel to xy -plane and tangent sphere at $\mathbf{P}_i$
$\theta_{i,3}$	Roller angle between $\mathbf{u}_i$ and η_i
$\text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$	Plane spanned by $\mathbf{P}_1$ and $\mathbf{P}_2$

ここで, $\boldsymbol{\omega}$ と xy -平面との, なす角 (球体回転軸の角度) を $\rho \in [0, \pi/2]$ とすると, $\boldsymbol{\omega}$ は, $\mathbf{V}$ と直交し, 次式で表される.

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T = \frac{\|\mathbf{V}\|}{r} [-\sin \varphi \ \cos \varphi \ \tan \rho]^T \quad (18)$$

一般に, $\mathbf{V}$ ($\|\mathbf{V}\|$ と φ に依存) に対して $\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{W}$ が存在するためには, 式 (18) を (13) に代入することで得られる ρ に関する n 元非線形連立方程式 (19) の解が存在するときである.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = -\|\mathbf{V}\| \begin{bmatrix} (\eta_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1})^T \\ (\eta_2 \times \mathbf{P}_{\eta,2})^T \\ \vdots \\ (\eta_n \times \mathbf{P}_{\eta,n})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ \tan \varphi \end{bmatrix} \quad (19)$$

このとき, $v_{\xi,i}$, $v_{\eta,j}$ は, 式 (18) を (11) に代入することで得られる.

2.3.2 順運動学 ($v_{\xi,i}$, $v_{\eta,j}$ から $\|\mathbf{V}\|$, φ , ρ を計算する)
式 (15) の条件における式 (14) の解 ω を、次式 (20)~(22) に代入することで、順運動学が得られる。

$$\|\mathbf{V}\| = r\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \quad (20)$$

$$\varphi = \begin{cases} \cos^{-1}[\omega_y/\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}] & (\omega_x < 0) \\ 360^\circ - \cos^{-1}[\omega_y/\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}] & (\omega_x \geq 0) \end{cases} \quad (21)$$

$$\rho = \tan^{-1}[-\omega_z/\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}] \quad (22)$$

特に、 $\omega_x, \omega_y = 0$ の場合、球体は、水平面上で自転し移動はできない。

2.4 二つの拘束ローラに駆動された球体の運動学への適用

この節では、Fig. 3 で示すように、特別な例とし $m = 0$, $n = 2$ の場合、その中でも特に「 η_1, η_2 が一次独立で、原点 O を含む同一平面上に存在する」場合の運動学また、全方向移動条件について考察する。以後、単略化し $P_{\eta,j} = P_i$, $v_{\eta,j} = v_i$ ($i = 1, 2$) で表す。この場合、 $\eta_1, \eta_2 \in \text{span}\{P_1, P_2\}$ また $\omega \in \text{span}\{\eta_1, P_1\}, \omega \in \text{span}\{\eta_2, P_2\}$ ($j = 1, 2$ として式 (7) に適用) より、 $\omega \in \text{span}\{P_1, P_2\}$ が成立する。また、 $\eta_1 \times P_1, \eta_2 \times P_2 \perp \text{span}\{P_1, P_2\}$ より $\eta_1 \times P_1 = \eta_2 \times P_2$, $\text{rank}\{\eta_1, \eta_2, \eta_1 \times P_1, \eta_2 \times P_2\} = 3$ ($m = 0, n = 2$ として式 (14) に適用) が成立するので $\omega \in \text{span}\{P_1, P_2\}$ は一意的に存在する。以下で、順運動学と逆運動学を計算する。

2.4.1 逆運動学 (二つの拘束ローラの場合)

$\mathbf{V}$ に対して、 ρ は、以下の二元非線形連立方程式 ($n = 2$ として式 (19) に適用) の解である。

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -\|\mathbf{V}\| \begin{bmatrix} (\eta_1 \times P_1)^T \\ (\eta_2 \times P_2)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ \tan \rho \end{bmatrix} \quad (23)$$

$\eta_1 \times P_1, \eta_2 \times P_2 = P_1 \times P_2$ より式 (23) は、非線形方程式となり、 $(P_1 \times P_2)_z \neq 0$ であれば、任意の $\varphi \in [0, 2\pi]$ に対して、 ρ が存在し、次式で表される。

$$\rho = -\tan^{-1} \left[\frac{(P_1 \times P_2)_x \sin \varphi - (P_1 \times P_2)_y \cos \varphi}{(P_1 \times P_2)_z} \right] \quad (24)$$

ここで、 $(\)_x$ は、 $(\)$ の x 成分を表す。また式 (24) を (18)

Fig. 3 The sphere driven using two constraint rollers in a manner such that the two rollers' rotational axes are on $\text{span}\{P_1, P_2\}$ and are linearly independent

に代入することで、 ω は、次式で表される。

$$\begin{aligned} \omega &= [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \\ &= \frac{\|\mathbf{V}\|}{r} \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \varphi, \frac{(P_1 \times P_2)_x \sin \varphi - (P_1 \times P_2)_y \cos \varphi}{(P_1 \times P_2)_z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

また、 η_i は $P_1 \times P_2$, P_i に直交し、次式で表される。

$$\eta_i = \frac{P_1 \times P_2 \times P_i}{\|P_1 \times P_2 \times P_i\|} \quad (i = 1, 2) \quad (26)$$

式 (26) を (11) に代入 ($m = 0, n = 2$ として適用) すると、逆運動学は次式で表される。

$$v_i = -\frac{r\langle \omega, P_1 \times P_2 \times P_i \rangle}{\|P_1 \times P_2 \times P_i\|} \quad (i = 1, 2) \quad (27)$$

ここで、 P_i は次式で表されるような極座標 $(\theta_{1,i}, \theta_{2,i})$ を用いた位置ベクトルである。

$$\begin{aligned} P_i &= r[\cos \theta_{1,i} \cos \theta_{2,i}, \sin \theta_{1,i} \cos \theta_{2,i}, \sin \theta_{2,i}]^T \\ (\theta_{1,i} &\in [0, 2\pi], \theta_{2,i} \in [-\pi/2, \pi/2]) \end{aligned} \quad (28)$$

また、球体に拘束ローラを設置するために、以下で角度を定義する。 xy -平面に平行で P_i を始点とする単位ベクトル

$$u_i = [-\sin \theta_{1,i} \cos \theta_{1,i} \ 0]^T \quad (29)$$

と、 η_i のなす角 $\theta_{3,i} \in [-\pi/2, \pi/2]$ をローラ設置角度と定義する。このとき、 P_i と u_i は直交し、 $r^{-1}(P_i \times u_i)$ は単位ベクトルとなる。よって、 $\theta_{3,i}$ は、 $r^{-1}(P_i \times u_i)$ と η_i の内積を用いて、次式で表される (Fig. 3 参照)。

$$\theta_{3,i} = 90^\circ - \cos^{-1} \langle r^{-1}(P_i \times u_i), \eta_i \rangle \quad (30)$$

2.4.2 順運動学 (二つの拘束ローラの場合)

$\eta_1 \times P_1$ と $\eta_2 \times P_2$ は平行より、 $\text{rank}\{\eta_1 \times P_1, \eta_2 \times P_2\} = 1$ が成立する。また、 $n = 2$ として式 (15) を適用すると $\dim W (W = \text{span}\{P_1, P_2\})$ は、次式で表される。

$$\dim W = 3 - \text{rank}\{\eta_1 \times P_{\eta,1}, \eta_2 \times P_{\eta,2}\} = 2 \quad (31)$$

$m = 0, n = 2$ として式 (14) に適用すると、 $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ は、三元非斉次方程式の解で表される。

$$-\frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1^T \\ \eta_2^T \\ (\eta_1 \times P_1)^T \\ (\eta_2 \times P_2)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (32)$$

ここで、 $\eta_1 \times P_1$ と $\eta_2 \times P_2$ は平行であるので式 (32) は以下で示される式 (33) と同値になる。

$$-\frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1^T \\ \eta_2^T \\ (\eta_1 \times P_1)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (33)$$

ここで、 $\{\eta_1, \eta_2, \eta_1 \times P_1\}$ は一次独立であるので、逆行列が存在し $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \eta_1^T \\ \eta_2^T \\ (\eta_1 \times P_1)^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

このとき、次式

$$\begin{bmatrix} \eta_1^T \\ \eta_2^T \\ (\eta_1 \times \mathbf{P}_1)^T \end{bmatrix}^{-1} = -\frac{r}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} [-\mathbf{P}_2 \quad \mathbf{P}_1 \quad \eta_1 \times \eta_2] \quad (35)$$

を式 (34) に代入すると、 ω は、 $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ の線形結合で表される (式 (35) の証明は、付録 A を参照)。

$$\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T = \frac{1}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} (v_2 \mathbf{P}_1 - v_1 \mathbf{P}_2) \quad (36)$$

よって、式 (36) を式 (20)~(22) に代入することで、順運動学が得られる。

2.4.3 球体の全方向移動性

ここでは、球体の全方向移動性 ($[v_1, v_2]^T \in \mathbb{R}^2$ に対して、 $[V_x, V_y]^T \in \mathbb{R}^2$ の存在性) について考察する。

式 (36) の第 1, 2 成分に、 $\omega_x = -r^{-1}V_y$, $\omega_y = r^{-1}V_x$ を代入し変形すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -V_y \\ V_x \end{bmatrix} &= \frac{r}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} v_2 \begin{bmatrix} P_{x,1} \\ P_{y,1} \end{bmatrix} - v_1 \begin{bmatrix} P_{x,2} \\ P_{y,2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ &= \frac{r}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} -P_{x,2} & P_{x,1} \\ -P_{y,2} & P_{y,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (37)$$

よって、 $[V_x, V_y]^T$ は、次式で表される。

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \frac{r}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} -P_{y,2} & P_{y,1} \\ P_{x,2} & -P_{x,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (38)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i &= [P_{x,i} \quad P_{y,i} \quad P_{z,i}]^T, \quad \det \begin{bmatrix} -P_{y,2} & P_{y,1} \\ P_{x,2} & -P_{x,1} \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z \end{aligned} \quad (39)$$

ここで、 $(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z \neq 0$ ならば、一次変換によって $[v_1, v_2]^T \in \mathbb{R}^2$ は、 $[V_x, V_y]^T \in \mathbb{R}^2$ へ写る。したがって、球体は全方向移動が可能である。一方、 $(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z = 0$ ならば、 $[P_{x,1}, P_{y,1}]^T \parallel [P_{x,2}, P_{y,2}]^T$ が成立し、 $P_{x,2} = kP_{x,1}$, $P_{y,2} = kP_{y,1}$ となる $k \in \mathbb{R}$ が存在する。これらの式を (38) に代入し、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \frac{v_2 - kv_1}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} P_{y,1} \\ -P_{x,1} \end{bmatrix} \quad (40)$$

したがって、 $[P_{y,1}, -P_{x,1}]^T$ 方向のみしか、球体を移動させることができない。

3. 球体の進行速度・進行角・回転軸の角度の推定実験

2.4 節において示した二つの拘束ローラにより駆動される球体の運動学 (二つの回転軸が原点を含む同一平面上に、ある場合) の正確性を検証するために、球体測定機を用いて実験を行った。

3.1 球体測定機の構成

Fig. 4 (a) (b) に示すように、球体測定機は、測定対象である

Fig. 4 System of device robot

Table 2 Specification of device robot

Structure	D : 525 mm, H : 316 mm, Weight: 20 kg
Sphere	D : 200 mm
Actuators	20 Watt×2 Motors
Power supply	Stabilized power supply (24V20A)

Fig. 5 System components of the robot

球体①を回転させるために、エンコーダが搭載された能動回転する二つのローラ②、球体の速度、移動角を測定するための計四つの車輪の中で、三つに搭載されたエンコーダ③、また、球体の回転軸の角度を計測するための単数のエンコーダ④が取り付けられており、二つのローラが能動回転することによって、球体が回転し、球体測定機は、駆動する。また、測定機に使用した球体は、形状が変化しないアクリル球を使用し、受動回転するボールキャスター⑤を配置し、ローラと球体の相対位置が一定となる構造を採用し、駆動ローラとの接触点も固定される。球体測定機は、Table 2 に示すように直径 525 [mm] の円形状になっており、中心に直径 200 [mm] の球体が配置されている。

Fig. 4 (c) (d) に示すように、ローラは、球体の上半球で任意配置が可能である。ローラ半径や接触点の位置、球体半径が変わっても検証が可能となるように、球体測定機には調整用のレールと角度設定用の目盛が 1 度刻みで記されている。アーチにより $\theta_{1,1}, \theta_{1,2}$ (Fig. 4 (c) の ⑥) と、 $\theta_{2,1}, \theta_{2,2}$ (Fig. 5 (d) の ⑦ 参照) を設定できる。また、ローラの向き (配置角度) を、回転盤により $\theta_{1,3}, \theta_{2,3}$ を設定できる (Fig. 4 (d) の ⑧ 参照)。

Fig. 5 に示すように、この球体測定機は、外部において、モーター

Fig. 6 Rollers' arrangement on the sphere in the experiment

Table 3 Variables provided in the experiment

$\theta_{1,1}$	Left side-contact point of sphere	215 [deg]
$\theta_{2,1}$	Left side-contact point of sphere	60 [deg]
$\theta_{3,1}$	Left side-roller-arrangement angle	-51 [deg]
$\theta_{1,2}$	Right side-contact point of sphere	315 [deg]
$\theta_{2,2}$	Right side-contact point of sphere	60 [deg]
$\theta_{3,2}$	Right side-roller-arrangement angle	51 [deg]

Fig. 7 Traversing motion

Table 4 Ideal target values with respect to sphere direction

φ [deg]	0	30	55	90
ρ [deg]	71	69	60	0
v_1 [m/s]	1.30	1.58	1.49	0.91
v_2 [m/s]	-1.30	-0.67	0	0.91

タへの指令値を送り、各エンコーダの測定値を記録するための外部 PC と球体測定機に電源供給するための安定化電源、球体測定機内部には、モータへの PWM 信号を送り、DA コンバータからアナログ信号を受信するための内部 PC によって構成されている。各デバイスの役割として、外部 PC では、球体速度を入力として、提案する逆運動学計算によってモータ回転数を導出し、PWM 信号に変換して、シリアル通信で内部 PC に送信する。また、外部 PC では、内部 PC からフィードバックされたモータエンコーダのアナログ値を回転数に変換し、PID 制御によって、モータの回転数を制御する。DA コンバータは、各エンコーダから受信したデジタル信号をアナログ信号に変換し内部 PC を経由して、外部 PC に送信する。

安定した球体駆動を実現させるために、地面との接点、二つのローラ接触点が、広範囲に分布するように $\theta_{1,1}$, $\theta_{2,1}$, $\theta_{1,2}$, $\theta_{2,2}$ を設定する (Fig. 6 参照)。これらの設定値と全方向移動を可能にするローラ配置角 $\theta_{3,1}$, $\theta_{3,2}$ (式 (26) (30) を用いて計算する) の値を示す (Table 3 参照)。

3.2 運動学の検証

Fig. 7 では、球体測定機の動作を 0.5 [s] ごとに撮影した 8 枚の写真を示している。実験は、進行方向 $\varphi = 0, 30, 55, 90$ [deg] において各 5 回行った。Table 4 では、 $\|V\| = 1$ [m/s] とし、各 φ に対して式 (24) より計算された姿勢角 ρ および、式 (25) (27) より計算されたローラ速度の制御目標値 v_1 , v_2 を示す。Fig. 8~15 に実験結果をサンプル間隔 0.05 [s] とし、加速開始

(a) Sphere mobile speed

(b) Sphere direction and the angle of the sphere's rotational axis

Fig. 8 Comparison of the theoretical and experimental values in the case of $\varphi = 0$ [deg]

(a) Sphere mobile speed

(b) Sphere direction and the angle of the sphere's rotational axis

Fig. 9 Comparison of the theoretical and experimental values in the case of $\varphi = 30$ [deg]

から 100 サンプル (5 [s]) を示す。Table 5~12 に 3~5 [s] における理論値と実験値の誤差の絶対値平均を示す。エンコーダの接触不良によりデータが取れない箇所を - で記している。

(A) 順運動学の検証

理論値 $\|V\|_m$, φ_m , ρ_m を、制御後のローラ速度 v_1^m , v_2^m に対して式 (20)~(22) (36) により計算された理論値とする。実験値 $\|V\|_e$, φ_e , ρ_e を、四つのエンコーダの計測に対する実験値とする (計測方法は付録 B 参照)。順運動学の検証を行うために、理論値 $\|V\|_m$, φ_m , ρ_m と実験値 $\|V\|_e$, φ_e , ρ_e の比較を行う。

$\varphi = 0$ [deg] の場合、実験値、 $\|V\|_e$, φ_e は、理論値 $\|V\|_m$, φ_m に近い (Fig. 8 (a) (b) 参照)。また 0~2.5 [s] において、エンコーダと球体の接触不良のため、 φ_e に誤差が大きいが、2.5~5 [s] では実験値 ρ_e は理論値 ρ_m に近く、ほかの実験においても

(a) Sphere mobile speed

(b) Sphere direction and the angle of the sphere's rotational axis

Fig. 10 Comparison of the theoretical and experimental values in the case of $\varphi = 55$ [deg]

(a) Sphere mobile speed

(b) Sphere direction and the angle of the sphere's rotational axis

Fig. 11 Comparison of the theoretical and experimental values in the case of $\varphi = 90$ [deg] **Fig. 12** Comparison of the theoretical and experimental values in the case of $\varphi = 0$ [deg]

同じ傾向が見られた。Table 5 でも示されるように、誤差については、 $||V||_m - ||V||_e$ は 0.03 [m/s] 以内、 $|\varphi_m - \varphi_e|$ 、 $|\rho_m - \rho_e|$ はそれぞれ、5 [deg] 以内である。

$\varphi = 30$ [deg] の場合、Fig. 9 で示されるように第 1, 2 回めの実験において、 $\varphi = 0$ [deg] の場合と同様に、接触不良が見

Fig. 13 Comparison of the theoretical and experimental values in the case of $\varphi = 30$ [deg] **Fig. 14** Comparison of the theoretical and experimental values in the case of $\varphi = 55$ [deg] **Fig. 15** Comparison of the theoretical and experimental values in the case of $\varphi = 90$ [deg]**Table 5** Absolute mean error (3–5 [s]) in case of $\varphi = 0$ [deg]

	1	2	3	4	5
$ V _m - V _e$ [m/s]	0.02	0.01	0.03	0.02	0.02
$ \varphi_m - \varphi_e $ [deg]	2.8	2.6	4	2.9	4.6
$ \rho_m - \rho_e $ [deg]	4.1	4.6	5.0	4.0	4.2

Table 6 Absolute mean error (3–5 [s]) in case of $\varphi = 30$ [deg]

	1	2	3	4	5
$ V _m - V _e$ [m/s]	0.02	0.02	0.07	0.06	0.07
$ \varphi_m - \varphi_e $ [deg]	4.0	3.9	11.3	12.1	13.9
$ \rho_m - \rho_e $ [deg]	7.7	7.4	–	–	7.7

Table 7 Absolute mean error (3–5 [s]) in case of $\varphi = 55$ [deg]

	1	2	3	4	5
$ V _m - V _e$ [m/s]	0.05	0.02	0.05	0.02	0.02
$ \varphi_m - \varphi_e $ [deg]	1.9	2.5	2.3	3	2.3
$ \rho_m - \rho_e $ [deg]	13.1	11.3	11.8	13.4	11.5

られた。また実験値 $||V||_e$ 、 φ_e は、理論値 $||V||_m$ 、 φ_m に近い (Fig. 9 (a) (b) 参照)。Table 6 でも示されるように、誤差については、 $||V||_m - ||V||_e$ は 0.02 [m/s] 以内、 $|\varphi_m - \varphi_e|$ は 4 [deg] 以内、 $|\rho_m - \rho_e|$ は 8 [deg] 以内である。第 3 回め、第 4 回めはすべての時間において、エンコーダと球体の接触不良が起きている。第 5 回めの実験は、 $\varphi = 0$ [deg] の場合と同様に、接

Table 8 Absolute mean error (3–5 [s]) in case of $\varphi = 90$ [deg]

	1	2	3	4	5
$\ V\ _m - \ V\ _e$ [m/s]	0.04	0.03	0.04	0.03	0.03
$ \varphi_m - \varphi_e $ [deg]	1.3	1.5	1.1	2	1.6
$ \rho_m - \rho_e $ [deg]	1	1.1	1.6	2.2	1.1

Table 9 Absolute mean error (3–5 [s]) in case of $\varphi = 0$ [deg]

	1	2	3	4	5
$ v_1^m - v_1^e $ [m/s]	0.45	0.41	0.42	0.47	0.39
$ v_2^m - v_2^e $ [m/s]	0.35	0.38	0.39	0.31	0.34

Table 10 Absolute mean error (3–5 [s]) in case of $\varphi = 30$ [deg]

	1	2	3	4	5
$ v_1^m - v_1^e $ [m/s]	0.57	0.59	-	-	-
$ v_2^m - v_2^e $ [m/s]	0.69	0.65	-	-	-

Table 11 Absolute mean error (3–5 [s]) in case of $\varphi = 55$ [deg]

	1	2	3	4	5
$ v_1^m - v_1^e $ [m/s]	0.31	0.32	0.35	0.34	0.39
$ v_2^m - v_2^e $ [m/s]	0.32	0.28	0.27	0.35	0.21

Table 12 Absolute mean error (3–5 [s]) in case of $\varphi = 90$ [deg]

	1	2	3	4	5
$ v_1^m - v_1^e $ [m/s]	0.02	0.02	0.01	0.03	0.03
$ v_2^m - v_2^e $ [m/s]	0.02	0.03	0.02	0.02	0.03

触不良が見られ、Table 6 でも示されるように、誤差については、 $\|V\|_m - \|V\|_e$ は 0.02 [m/s]、 $|\varphi_m - \varphi_e|$ は 13.9 [deg]、 $|\rho_m - \rho_e|$ は 7.7 [deg] である。

$\varphi = 55$ [deg] の場合、実験値 $\|V\|_e$ 、 φ_e は、理論値 $\|V\|_m$ 、 φ_m に近い (Fig. 10 (a) (b) 参照)。Table 7 でも示されるように、誤差については $\|V\|_m - \|V\|_e$ は 0.05 [m/s] 以内、 $|\varphi_m - \varphi_e|$ は 3 [deg] 以内である。 $|\rho_m - \rho_e|$ は 14 [deg] 以内で比較的大きい。この理由として、球体が右側の静止ローラ ($v_2 = 0$) から受ける動摩擦の影響だと考えられる。

$\varphi = 90$ [deg] の場合、実験値 $\|V\|_e$ 、 φ_e 、 ρ_e は、理論値 $\|V\|_m$ 、 φ_m 、 ρ_m に近い (Fig. 11 (a) (b) 参照)。この実験において、同じ傾向が見られた。Table 8 でも示されるように、誤差については、 $\|V\|_m - \|V\|_e$ は 0.04 [m/s] 以内、 $|\varphi_m - \varphi_e|$ 、 $|\rho_m - \rho_e|$ は、それぞれ 2.2 [deg] 以内である。

以上より、 $\varphi = 0, 30, 55, 90$ [deg] の場合において、提案した順運動学の理論式の正確性が示されたと考えられる。

(B) 逆運動学の検証

v_1^e 、 v_2^e を、実験値 $\|V\|_e$ 、 φ_e 、 ρ_e に対して、式 (25) (27) より計算された実験値とする。逆運動学の検証を行うために、理論値 v_1^m 、 v_2^m と実験値 v_1^e 、 v_2^e の比較を行う。

$\varphi = 0$ [deg] の場合、0–2.5 [s] では、データが取れていないが、2.5–5 [s] では、実験値 v_1^e 、 v_2^e は、理論値 v_1^m 、 v_2^m から離れている (Fig. 12 参照)。誤差については、Table 9 で示されているように、 $|v_1^m - v_1^e|$ は、0.47 [m/s] 以内、 $|v_2^m - v_2^e|$ は、0.39 [m/s] 以内である。この理由として、順運動学の検証における ρ の誤差 $|\rho_m - \rho_e|$ は、5 [deg] 以内であるが、 $\tan \rho$ (球体角速度ベクトルの z 成分に依存する値) の誤差 $|\tan \rho_m - \tan \rho_e|$

は、0.82 以内と大きいことが原因である。

$\varphi = 30$ [deg] の場合、第 1, 2 回の実験において、0–2.5 [s] ではデータが取れていないが、2.5–5 [s] では、実験値 v_1^e 、 v_2^e は、理論値 v_1^m 、 v_2^m から離れている (Fig. 13 参照)。誤差については、Table 10 で示されているように、 $|v_1^m - v_1^e|$ は、0.59 [m/s] 以内、 $|v_2^m - v_2^e|$ は、0.69 [m/s] 以内である。この理由として、順運動学の検証における ρ の誤差 $\rho_m - \rho_e$ は、5 [deg] 以内であるが、 $\tan \rho$ の誤差 $|\tan \rho_m - \tan \rho_e|$ は、1.72 以内と大きいことが原因である。

$\varphi = 55$ [deg] の場合は、実験値 v_1^e 、 v_2^e は、理論値 v_1^m 、 v_2^m から離れている (Fig. 14 参照)。誤差については、Table 11 で示されているように、 $|v_1^m - v_1^e|$ は、0.39 [m/s] 以内、 $|v_2^m - v_2^e|$ は、0.35 [m/s] 以内である。この理由として、順運動学の検証における ρ の誤差 $|\rho_m - \rho_e|$ は、5 [deg] 以内であるが、 $\tan \rho$ の誤差 $|\tan \rho_m - \tan \rho_e|$ は、1.45 以内と大きいことが原因である。

$\varphi = 90$ [deg] の場合は、実験値 v_1^e 、 v_2^e は、理論値 v_1^m 、 v_2^m に近い (Fig. 15 参照)。この実験において、同じ傾向が見られた。誤差については、Table 12 で示されているように、 $|v_1^m - v_1^e|$ 、 $|v_2^m - v_2^e|$ は、それぞれ 0.03 [m/s] 以内である。

以上の考察より、 $\varphi = 90$ [deg] の場合において、提案した逆運動学の理論式の正確性が示されたと考えられる。

4. おわりに

本研究では、球を駆動するローラの個数、ローラ種類、ローラ配置場所などを考慮した球体の角速度ベクトルの存在空間・運動学について一般的に考察した。その適用例として、二つのローラの回転軸が原点を含む同一平面上にある場合の球体の角速度ベクトルと移動方向の関係について明らかにし、順運動学や逆運動学を求め、全方向移動可能性について論じた。また、実験機を用いてそれらの順運動学と逆運動学の実証実験を行い、その理論式の正確性を示した。今後の課題として、本研究で提案した球体の一般運動学と、先行研究における球型移動ロボットの運動学との包括関係の考察、また、二つのローラの回転軸が原点を含む同一平面上にない場合の運動学の検証が挙げられる。

参考文献

- [1] A. Nakashima, K. Nagase and Y. Hayakawa: “Control of a Sphere Rolling on a Plane with Constrained Rolling Motion,” Proc. of 44th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) and European Control Conference (ECC) 2005, pp.1445–1452, 2005.
- [2] 水野, 三平, 古賀, 石川: “転がりをを用いた球体の姿勢制御”, 日本ロボット学会誌, vol.16, no.1, pp.118–123, 1998.
- [3] 三平, 水野, 石川, 古賀: “2 板間に挟まれて運動する剛球の位置制御”, 日本ロボット学会誌, vol.14, no.8, pp.1237–1242, 1996.
- [4] M. West and H. Asada: “Design and control of ball wheel omnidirectional vehicles,” Proc. of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1931–1938, 1995.
- [5] 藤沢正一郎, 大久保慶治, 師玉康成, 山浦弘夫: “四輪独立駆動型全方向移動ロボットの運動学と走行特性”, 日本機械学会論文集 (C 編), vol.62, no.604, pp.4573–4579, 1996.
- [6] K. Tadakuma, R. Tadakuma and J. Berengeres: “Development of holonomic omnidirectional vehicle with “omni-ball”: spherical wheels,” Proc. of the 2007 IEEE/RAS-EMBS International Conference Robots and Systems, pp.33–39, 2007.
- [7] 和田, 井上, 平間: “球による動力伝達機構を用いたアクティブキャスタの運動解析と機構設計”, 日本ロボット学会誌, vol.31, no.6, pp.591–598, 2013.
- [8] 筑紫, 桑田, 園田, アミル アリ フェローナ シライ, 石井: “ロボカッ

ブサッカーロボットにおけるボール保持機構の開発，第一報：ドリブル時におけるボール操作の運動解析及び制御”，第27回ロボティクス・メカトロニクス講演会 2015 予稿集，2A1-N07，2015.

- [9] R. Hoogendijk: “Design of a Ball Handling Mechanism for Robocup,” Bachelor End Project, department Mechanical Engineering, Technische Universiteit Eindhoven, 2007.
- [10] R. Dias: “CAMBADA’2014: Team Description Paper,” Transverse Activity on Intelligent Robotics IEETA/DETI—University of Aveiro, Portugal, 2014.
- [11] M. Kumagai and T. Ochiai: “Development of a robot balanced on a ball—Application of passive motion to transport,” Proc. ICRA IEEE (2009), pp.4106–4111, 2009.
- [12] A. Weiss, R.G. Langlois and M.J.D. Hayes: “The Effects of Dual-Row Omnidirectional Wheels on the kinematics of the Atlas Spherical Motion Platform,” 44, pp.349–358, 2009, Mechanism and Machine Theory
- [13] T.Endo and Y.Nakamura: “An Omnidirectional Vehicle on a Basketball,” Proc. 12th Int’l.Conf.on Advanced Robotics, pp.573–578, 2005.
- [14] 松本直樹，竹田滋，飯田慎二，伊東正篤: “3つの球を使った全方向移動機構の運動と制御”，日本機械学会講演論文集（C編），vol.60, no.576, pp.2756–2763, 1994.
- [15] H. Ghariblu, A. Moharrami and B. Ghalamchi: “Design and prototyping of Autonomous Ball Wheel Mobile Robots,” Mobile Robots-Current Trends ISBN:978-953-307-716-1, 2011.
- [16] 石田秀一，宮本弘之: “球体駆動式全方向移動機構の開発”，共生，白井清一. 日本機械学会学会講演論文集（C編），vol.78, no.790, pp.2162–2170, 2012.
- [17] 山田健介，宮本共生，白井清一: “4個の球を用いた全方向移動機構に関する研究”，日本機械学会学会講演論文集（C編），vol.71, no.708, pp.2557–2562, 2005.
- [18] M. West and H. Asada: “Design and control of Ball Wheel Omnidirectional Vehicles,” 1995 IEEE Int.Conf.on. Robotics and Automation, pp.1931–1938, 1995.
- [19] S. Masacaro, J. Spano and H. Asada: “A Reconfigurable Holonomic Omnidirectional Mobile Bed with Unified seating (RHOMBUS)for Bedridden Patients,” 1997 IEEE Int.Conf. on Robotics and Automation, pp.1277–1282, 1997.
- [20] 和田，浅田: “車輪幅可変機構を有する全方向移動車の設計とその車椅子への応用”，日本ロボット学会誌，vol.16, no.6, pp.816–823, 1998.

付録 A. 逆行列の計算

三次正方行列 $[a, b, c]$ の逆行列は，外積と内積を用いて表すことができる．

$$\begin{bmatrix} a^T \\ b^T \\ c^T \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(a \times b, c)} [b \times c \quad c \times a \quad a \times b] \quad (\text{A.1})$$

以下で， $a = \eta_1$ ， $b = \eta_2$ ， $c = P_1$ として式 (A.1) を用いると，行列式は，次式のように計算される．

$$\begin{aligned} \langle \eta_1 \times \eta_2, \eta_1 \times P_1 \rangle &= \langle \eta_1, \eta_1 \rangle \langle \eta_2, P_1 \rangle - \langle \eta_1, P_1 \rangle \langle \eta_1, \eta_1 \rangle \\ &= \langle \eta_2, P_1 \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

ここで， $\eta_1, \eta_2, P_1 \in \text{span}\{P_1, P_2\}$ より， $\eta_2 \times (\eta_1 \times P_1) = -P_2$ ， $-\eta_1 \times (\eta_1 \times P_1) = P_1$ が成立する．これらの式と (A.2) を用いると，逆行列は次式のように計算される．

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \eta_1^T \\ \eta_2^T \\ (\eta_1 \times P_1)^T \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{\langle \eta_2, P_1 \rangle} [\eta_2 \times (\eta_1 \times P_1), -\eta_1 \times (\eta_1 \times P_1), \eta_1 \times \eta_2] \\ &= \frac{1}{\langle \eta_2, P_1 \rangle} [-P_2 \quad P_1 \quad \eta_1 \times \eta_2] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

次に， $\langle \eta_2, P_1 \rangle$ を P_1, P_2 を用いて表す．まず P_1, P_2 のなす角 $\angle P_1 O P_2$ について，次式が成立する．

$$\sin \angle P_1 O P_2 = r^{-2} \|P_1 \times P_2\| \quad (\text{A.4})$$

式 (A.4) を用い， $\langle \eta_2, P_1 \rangle$ を計算すると，次式が得られる．

$$\begin{aligned} \langle \eta_2, P_1 \rangle &= -\langle n_1, P_2 \rangle \\ &= -\|n_1\| \|P_2\| \cos(90^\circ - \angle P_1 O P_2) \\ &= -r \sin(\angle P_1 O P_2) = -r^{-1} \|P_1 \times P_2\| \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

したがって，式 (A.5) を (A.3) に代入することで得られる．

付録 B. 実験値の測定方法

二つの駆動されたローラにより，中央部に球体を設置した球体測定機は，3自由度の運動（並進運動・回転運動）を行う．したがって，この測定を行うための車輪に搭載するのに必要なエンコーダは，三つで十分である．しかし，球体の中心速度（球体測定機の並進速度）に加えて，水平面上を転がる球体の回転軸の角度（ ω のヨー成分 ω_z に依存）の測定値が必要である．よってさらに，球体に単数のエンコーダを搭載させ，合計四つのエンコーダを使用した，以下，1) と 2) で方法を示す．

1) 実験値 $\|V\|_e, \varphi_e$ の測定方法

付録 Fig. 1 (a) で示されるように，球体に固定された座標系 $\Sigma - xyz$ 内の， xy -平面上において，球体測定機中心 O から距離 L ($L = 0.2395$ [m]) の場所に正四角形状に等間隔に，非拘束車輪が設置されている．その中の3車輪に装着されたエンコーダ D_1, D_2, D_3 の計測値を d_1, d_2, d_3 [m/s] とする．また，各エンコーダ回転軸の単位ベクトル n_1, n_2, n_3 は，球体測定機の中心 O に向いており，右ネジ周りの回転を正と仮定する．また，ベクトル X_1, X_2, X_3 を，各車輪中心を始点とした球体測定機外周の反時計回りの単位ベクトルとして，以下のように定義する．

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} [-1, 1]^T, X_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} [1, -1]^T, X_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} [1, 1]^T \quad (\text{B.1})$$

付録 Fig. 1 Four-encoder arrangement. (a) Three encoders are adapted for measuring the sphere's mobile velocity. (b) A single encoder is adapted for measuring the angle of the sphere's rotational axis

ここで、球体の並進速度 $\mathbf{V} = [V_x, V_y]^T$ において、各車輪で発生する並進速度ベクトルは、 $\mathbf{V}$ の $\mathbf{X}_i$ ($i = 1, 2, 3$) に対する射影ベクトルであり、 $\langle \mathbf{V}, \mathbf{X}_i \rangle \mathbf{X}_i$ ($i = 1, 2, 3$) で表される。

次に、球体測定機の中心 $\mathbf{O}$ の反時計周りの回転角度を ϕ [rad] (反時計周りを正とする) と表したとき、回転角速度は、 $\dot{\phi}$ [rad/s] で表される。したがって、回転周速度は $L\dot{\phi}$ で与えられ、並進の速さ $\langle \mathbf{V}, \mathbf{X}_i \rangle$ との和をとることにより、 d_i ($i = 1, 2, 3$) は、次式で表される。

$$d_i = \langle \mathbf{V}, \mathbf{X}_i \rangle + L\dot{\phi} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (\text{B.2})$$

式 (B.1) を (B.2) に代入することにより、 $[d_1, d_2, d_3]^T$ は三次正則行列で表される。

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & 1 & \sqrt{2}L \\ 1 & -1 & \sqrt{2}L \\ 1 & 1 & \sqrt{2}L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

式 (B.3) を逆に解くことにより、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 1/L & 1/L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

よって、式 (B.4) の V_x, V_y 成分を用いることで、実験値 $\|\mathbf{V}\|_e \varphi_e$ は、次式で表される。

$$\begin{aligned} \|\mathbf{V}\|_e &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_3^2 - 2d_1d_3 - 2d_2d_3} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\varphi_e = \tan^{-1} \left[\frac{V_y}{V_x} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{(d_3 - d_2)}{(d_3 - d_1)} \right] \quad (\text{B.6})$$

2) 実験値 ρ_e の測定方法

付録 Fig. 1 (a) (b) で示されるように、エンコーダ D_4 は球体上の、球体の中心 $\mathbf{O}$ からの高さが h となる座標 $\mathbf{Q} = [0, -\sqrt{r^2 - h^2}, h]^T$ に設置されており、その計測値を d_4 [m/s] とする。設計上の都合により、エンコーダ D_4 は球体の赤道 ($h = 0$) の設置ができなかったが、 $h = 0.005$ [m] として値を設定した。このとき、エンコーダ D_4 の回転方向の単位ベクトル $\mathbf{X}_4$ (球体の外周の反時計回り) は、次式で与えられる。

$$\mathbf{X}_4 = [1, 0, 0]^T \quad (\text{B.7})$$

また、 $\omega_x = -r^{-1}V_y$, $\omega_y = r^{-1}V_x$ を用いると、 $\boldsymbol{\omega}$ は

$$\boldsymbol{\omega} = r^{-1}[-V_y, V_x, r\omega_z]^T \quad (\text{B.8})$$

次式で表される。ここで、周速度 d_4 は、 $\boldsymbol{\omega}$ による $\mathbf{Q}$ の周速度となるので、式 (B.7) (B.8) を用いて、次式で表される。

$$d_4 = \langle \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q}, \mathbf{X}_4 \rangle \quad (\text{B.9})$$

ω_z について解くと、次式が得られる。

$$\omega_z = \frac{rd_4 - hV_x}{r\sqrt{r^2 - h^2}} \quad (\text{B.10})$$

ここで、式 (B.11) において、第 1 等式は (22)、第 2 等式は (20)、第 3 等式は (B.10)、第 4 等式は (B.4) の V_x 成分と (B.5) を用いることで、実験値 ρ_e は、次式のように得られる。

$$\begin{aligned} \rho_e &= \tan^{-1} \left[\frac{\omega_z}{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{r\omega_z}{\|\mathbf{V}\|_e} \right] \\ &= \tan^{-1} \left[\frac{rd_4 - hV_x}{\|\mathbf{V}\|_e \sqrt{r^2 - h^2}} \right] \\ &= \tan^{-1} \left[\frac{hd_1 - hd_3 + \sqrt{2}rd_4}{\sqrt{r^2 - h^2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_3^2 - 2d_1d_3 - 2d_2d_3}} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

木村憲二 (Kenji Kimura)

2000 年福岡大学理学部応用数学科卒業。2002 年九州大学大学院数理学府数理学専攻博士前期課程修了。2002 年より高等学校 (数学科) で生活指導、受験指導に従事。2014 年より福岡第一高等学校に赴任 (インターナショナル・バカロレア数学指導教諭)。同年九州工業大学大学院生命体工学研究科生命体工学専攻博士後期課程に入学。現在に至る。リーマン幾何学、球体をモデルにした移動機構や多指ハングの数理に興味を持ち、中型サッカーロボットのボール保持機構におけるローラ配置問題や移動機構の運動解析などの研究に従事。 (日本ロボット学会正会員)

石井和男 (Kazuo Ishii)

1996 年東京大学大学院工学系研究科船舶海洋工学専攻博士後期課程修了。同年九州工業大学情報工学部講師、同助教授を経て、現在九州工業大学大学院生命体工学研究科教授。博士 (工学)。フィールドロボットに関する開発、ロボカップ等競技会を通じて得られたロボット技術の応用。展開について研究を行っている。日本機械学会、日本船舶海洋学会、SICE、IEEE 等の会員。 (日本ロボット学会正会員)

筑紫影太 (Shota Chikushi)

2014 年九州工業大学生命体工学研究科脳情報専攻博士前期課程修了。2015 年日本文理大学工学部機械電気工学科助教。2018 年九州工業大学大学院生命体工学研究科生命体工学専攻博士課程修了。博士 (工学)。同年 4 月より東京大学大学院工学系研究科精密工学専攻特任助教。現在に至る。自律型全方位移動ロボットや移動ロボットにおける球体搬送制御、災害対応における無人化施工に関する研究に従事。IEEE 等の会員。

(日本ロボット学会正会員)

山本元司 (Motoji Yamamoto)

1990 年九州大学大学院工学研究科生産機械工学専攻博士後期課程修了。1988 年から 1990 年まで日本学術振興会特別研究員。1990 年九州大学講師。1992 年九州大学工学部助教授。2005 年より九州大学工学研究院教授。現在に至る。工学博士。ワイヤ懸垂型ロボット、自律移動ロボット、医療福祉ロボットなどの研究に従事。IEEE、日本機械学会、計測自動制御学会等の会員。

(日本ロボット学会正会員・フェロー)