非平行性と粘弾性を両有する劣駆動関節機構を用いた 非把持マニピュレーション

栗田 泰輔* 東 森 充*

Nonprehensile Manipulation

Using an Underactuated Joint Mechanism with Nonparallelism and Viscoelasticity

Taisuke Kurita* and Mitsuru Higashimori*

This paper presents a nonprehensile manipulation using an underactuated mechanism, in which three degrees of freedom (DoF) of a planar object are controlled on a vibrating plate driven by only one actuator. First, the model of a manipulator with a plate end effector is proposed. The manipulator employs an underactuated mechanism including an active joint and multiple passive viscoelastic joints, in which the joint axes are arranged nonparallel to each other. Based on the model, the orbit of the plate for a sinusoidal displacement input to the active joint is theoretically derived. It is revealed that the orbit becomes ellipse-like and the orbital direction has a potential to be switched according to the increase of the input frequency. Subsequently, the contribution of the switching of the orbital direction to the three-DoF manipulation of the object is explored via trajectory maps of point masses. Eight primitives utilizing the plate orbits in both counter-clockwise and clockwise directions are designed. Finally, the proposed method is demonstrated by experiments.

Key Words: Nonprehensile Manipulation, Underactuated Mechanism, Flexible Joint Mechanism, Nonparallel Axis Layout

1. はじめに

ロボットマニピュレーションに関する研究は、エンドエフェクタとしてハンドやグリップを用いた把持形態による研究[1]と、プレートやプローブを用いた非把持形態による研究[2]に大別される。前者は、多関節および多指により対象物を握る・摘むことによって拘束しつつ操作するため、精密性やロバスト性に優れる。一方、後者は、対象物を拘束することなく、滑りや跳躍によって操作する。したがって、対象物の位置・姿勢決めの精度は劣るものの、エンドエフェクタが簡便である、および、応力集中による物体破壊を起こしにくい、といった特長を有し、汎用パーツフィード/ソータとしての応用が期待されている。従来、プレートの高速動作を用いた様々な非把持マニピュレーションの研究が行われているが、そのほとんどは、Fig. 1 (a)に示すように、対象物の操作自由度数に対してアクチュエータ数が等しい、または多い全駆動タイプに属する[3]~[7]。一方で、対象物の操作自由度数よりもアクチュエータ数が少ない劣駆動タイプ[8]~[10]の研究も行われている。一般に、劣駆動システムは、アクチュエータとそれに付随する制御機器の削減効果を有し、省コスト性やメンテナンス性向上への貢献が期待できる。

筆者らは、わずか一つのアクチュエータを用いた非把持マニ

Fig. 1 Nonprehensile manipulation of an object by using a plate end effector (a) 3-actuator 3-DoF manipulation (b) 1-actuator 3-DoF manipulation using underactuated mechanism

ピュレーションの器用性を向上させることにチャレンジしており、劣駆動機構を使った手法の研究を進めてきた[11][12]。Fig. 2 (a)に、出力リンク先端のエンドエフェクタを振動させるための簡素な劣駆動機構を示す。この機構では、アクチュエータによって駆動する能動関節と粘弾性要素を備えた受動関節が直列接続されており、両関節の軸は互いに平行である。簡単のため、両関節間のリンク長は出力リンク長に比べて十分に短く、無視できるものとする。アクチュエータによって能動関節に正弦波状の微小変位入力を与えると、エンドエフェクタの質量に応じた慣性力によって受動関節も振動し、定常状態において、リンク先端は円弧状の軌道を描く。粘弾性要素により、入力周波数に応じて受動関節の振幅と位相差は変化するが、円弧状軌道の長さが変化するに過ぎない。Fig. 2 (b)に、能動関節軸に対して受動関節軸が非平行に設定されている機構を示す。この場合、

原稿受付 2020年3月14日

*大阪大学大学院工学研究科

*Graduate School of Engineering, Osaka University

■ 本論文は新規性(要素分野)で評価されました。

■ J-STAGE では本論文の電子付録として動画が閲覧できます。

Fig. 2 Underactuated mechanism and the orbit of the tip of the output link with respect to a vibrational input to an actuator (a) An active joint and a passive viscoelastic joint with a parallel axes layout (b) An active joint and a passive joint with a nonparallel axes layout (c) An active joint and multiple passive joints with a nonparallel axes layout

両関節運動の組み合わせによってリンク先端は曲面状を移動する。注目されたいのは、リサージュ曲線と同様の原理で、リンク先端の振動軌道がだ円状となる点である。入力周波数に応じて受動関節の位相差と振幅が変化し、だ円状軌道の形状が変化する。この機構をプレートの振動生成に利用し、Fig. 1 (b) に示すように、一つのアクチュエータで対象物の3自由度運動を生成する非把持マニピュレーション手法を提案している [12]。しかしながら、Fig. 2 (b) に示す機構では、二つの軸の配置関係によって、リンク先端の回転方向が時計回りか反時計回りのどちらか一方に限定される。したがって、プレート上で操作される対象物の並進・回転方向も強く制限される。この制限を緩和することができれば、対象物の操作性が向上し、実現可能な目標軌道の拡大、目標位置・姿勢への到達時間の短縮といった効果が期待できる。このため、本研究では受動関節数を一般化し、新たに、Fig. 2 (c) に示すような複数の受動関節を備えた機構を導入する。このような“非平行性”と“粘弾性”を両有する劣駆動機構を用い、リンク先端軌道の形状のみでなく回転方向までも可変化すること、さらに、プレート上の対象物挙動を多様化することを試みる。

以上の背景および対応方針の下、本論文では、劣駆動メカニズムを活用した非把持マニピュレーション手法について議論する。わずか一つのアクチュエータによってプレート振動軌道を制御し、対象物の3自由度運動を生成する手法を提案する。はじめに、エンドエフェクタをプレートとし、その振動生成のための劣駆動機構を有するマニピュレータモデルを導入する。この劣駆動機構は、一つの能動関節と複数の粘弾性受動関節から構成され、関節軸の方向が互いに非平行に設定されることを特徴とする。このモデルに基づき、能動関節への正弦波状変位入力に対するプレート振動軌道を理論的に導出する。ここでは、受動関節数 N にかかわらず、プレート振動軌道はだ円形状で表現できること、および、入力周波数の増加による振動軌道の回転方向の切り替わり（時計回り $\leftrightarrow$ 反時計回り）が最大 $N - 1$ 回起こり得ることを明らかにする。次に、プレート振動軌道の形

状・回転方向の変化が、対象物のマニピュレーションにどのように貢献するかについて考察する。ここでは、プレート上の質点軌跡マップを数値解析により作成する。このマップに基づき、両回転方向のプレート振動軌道によってプレート上の対象物の運動パターンが多様化することを示し、3自由度マニピュレーションのための八つのプリミティブを設計する。最後に、プロトタイプを製作し、提案手法を実験的に検証する。

本論文の構成は以下のとおりである。第2章では、関連研究についてまとめる。第3章では、マニピュレータのモデルを示す。第4章では、プレート振動軌道について解析する。第5章では、対象物の3自由度マニピュレーションについて考察する。第6章では、実機実験の結果を示す。第7章で本論文をまとめる。

2. 関連研究

全駆動タイプの非把持マニピュレーションの研究として、Arai ら [3] および Amagai ら [4] は、それぞれ、6自由度マニピュレータにプレートを取り付け、対象物の位置と姿勢を操作する手法について議論している。Reznik らは、水平に保ったプレートと四つのリニアモータで構成されるマニピュレータを開発し、対象物の並進と回転の3自由度を制御できることを示している [5]。Vose らは、6自由度平板プレートマニピュレータを開発し、速度場を制御することで対象物の位置と姿勢の3自由度操作が実現できることを示している [6]。Mitani らは、単一ピエゾアクチュエータにより、微細部品を搬送する1自由度マニピュレータを提案している。このマニピュレータは、非対称なノコギリ歯状表面を有するテーブルを用いることを特徴としている [7]。一方で、劣駆動タイプの非把持マニピュレーションの研究は、比較的少ない。Lynch らは、鉛直平面内における動的非把持マニピュレーションの動作計画について考察している。単一モータで駆動する1自由度マニピュレータにより、対象物の滑り、転がり、跳躍動作を生成し、鉛直面内の3自由度を操作している [8]。Böhringer らは、一つのリニアアクチュエータにより振動する弾性プレートのノード形状に基づいて、対象物の位置の2自由度を操作する手法を示している [9]。筆者らは、ピザ操作技術から着想を得て、二つのモータで生成できるプレートの2自由度運動によって、対象物の3自由度運動を制御する手法を提案している [10]。本研究のように、劣駆動機構を活用し、一つのアクチュエータによって対象物のプレート平面内の3自由度マニピュレーションを試みた研究は見当たらない。

3. マニピュレータのモデル化

本章では、提案するマニピュレータの解析モデルを示し、運動学と動力学について整理する。

3.1 解析モデル

Fig. 3 (a) に、提案するマニピュレータのモデルを示す。エンドエフェクタは、正方形の剛体プレートであり、関節機構の出力リンク先端に取り付けられている。リンクの長手方向は、プレート平面に対して垂直である。関節機構は、一つの能動関節と複数の受動関節により構成される。能動関節は、基礎に固定された回転式アクチュエータにより駆動する。能動関節と受動関節および受動関節どうしは、出力リンクに対して十分短いリンクによって直列に接続される。各受動関節には、トーションバネなどの粘弾性要素が装着されている。二つの隣接する関節軸は、互いに非平行に設定する。非平行の度合いは、2関節間のリンク上に仮定した仮想関節の角変位で表すものとする。プ

Fig. 3 Model of the manipulator (a) The manipulator equipped with multiple passive viscoelastic joints with a nonparallel axes layout (b) Coordinate system Σ_0 (c) Σ_{α_i} (d) Σ_i

プレート上に置かれた対象物は平板状とする。アクチュエータに振動入力を与えることにより、プレートは振動し、対象物には滑りあるいは跳躍運動が生成される。Fig. 3 (a) に示す記号の意味は、以下のとおりである。

Σ : 基準座標系。原点は能動関節軸と受動関節 1 へのリンクとの交点とする。x 軸と y 軸は水平とし、y 軸は能動関節軸と一致する。

Σ_p : プレート座標系。原点をプレート重心位置とする。 z_p 軸が出力リンクの長手方向と一致する。

N : 受動関節の数。

θ_0 : 能動関節の角変位。

θ_i : 受動関節 i ($i = 1, \dots, N$) の角変位。

α_i : 仮想関節 i の角変位。

k_i : 受動関節 i の粘弾性要素のばね定数。 $k_i > 0$ 。

c_i : 受動関節 i の粘弾性要素の粘性係数。 $c_i > 0$ 。

L : 出力リンク長。 $L > 0$ 。

m_p : プレートの質量。 $m_p > 0$ 。

I_p : プレートの Σ_p における慣性テンソル。ただし、 $I_p = \text{diag}[I_{pxx}, I_{pyy}, I_{pzz}]$, $I_{pxx} = I_{pyy} = I_{p0}$ 。

p : Σ からみたプレート重心の位置ベクトル。出力リンクはプレート重心に接続されている。 $p = [p_x, p_y, p_z]^T$ 。

e_{p*} : Σ からみた Σ_p の * 軸の方向の単位ベクトル。プレートの姿勢を定義する。

τ_0 : アクチュエータが発する能動関節の駆動トルク。重力加速度の大きさ。

また、簡単のため、以下の仮定を設ける。

- 1) プレートは十分に薄く、厚さは無視できる。
- 2) 関節間のリンクの長さは、出力リンクの長さに比べて十分短く、無視できる。
- 3) 受動関節に作用する重力トルクは、粘弾性要素による抵抗・

復元トルクに比べて、十分に小さく、無視できる。

- 4) アクチュエータは、能動関節が任意の軌道に沿うための十分なトルク・速度性能を有する。
- 5) 対象物の質量は十分に小さく、マニピュレータの動力学特性に影響しない。

3.2 運動学と動力学

初期状態として、 $\theta_0 = \theta_i = 0$ ($i = 1, \dots, N$) を考え、このとき、全リンクは鉛直上向きとし、すべての粘弾性要素は自然状態とする。運動学的解析のため、以下に示す座標系を追加する。右ネジの法則に従い、 Σ を y 軸周りに θ_0 だけ回転させた座標系を Σ_0 (Fig. 3 (b)), Σ_{i-1} を z_{i-1} 軸周りに α_i だけ回転させた座標系を Σ_{α_i} (Fig. 3 (c)), Σ_{α_i} を y_{α_i} 軸周りに θ_i だけ回転させた座標系を Σ_i (Fig. 3 (d)) とする。仮定 2) に基づき、 Σ_{α_i} と Σ_i の原点は Σ の原点に一致する。さらに、 Σ_p の姿勢は、 Σ_N を z_N 軸周りに $-\alpha_{1,N}$ だけ回転させた姿勢で定義する。ただし、

$$\alpha_{\xi, \eta} = \sum_{\kappa=\xi}^{\eta} \alpha_{\kappa}$$

である。この定義により、初期状態において、 Σ_p と Σ の姿勢は一致する。上記の設定の下、能動関節変位 θ_0 、受動関節変位 θ_i 、軸間角度 α_i に対するプレート位置 p と姿勢 R は、以下の式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} R & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = T_0^0 U_1 \dots^{i-1} U_i \dots^{N-1} U_N^N T_p \quad (1)$$

ただし、

$$R = [e_{px}, e_{py}, e_{pz}], \quad {}^{i-1}U_i = {}^{i-1}T_{\alpha_i} {}^{\alpha_i}T_i$$

$$T_0 = \begin{bmatrix} C_{\theta_0} & 0 & S_{\theta_0} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_{\theta_0} & 0 & C_{\theta_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^{i-1}T_{\alpha_i} = \begin{bmatrix} C_{\alpha_i} & -S_{\alpha_i} & 0 & 0 \\ S_{\alpha_i} & C_{\alpha_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{\alpha_i}T_i = \begin{bmatrix} C_{\theta_i} & 0 & S_{\theta_i} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S_{\theta_i} & 0 & C_{\theta_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^N T_p = \begin{bmatrix} C_{\alpha_{1,N}} & S_{\alpha_{1,N}} & 0 & 0 \\ -S_{\alpha_{1,N}} & C_{\alpha_{1,N}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

T_0 , ${}^{i-1}T_{\alpha_i}$, ${}^{\alpha_i}T_i$, ${}^N T_p$ は、それぞれ Σ_0 から Σ , Σ_{α_i} から Σ_{i-1} , Σ_i から Σ_{α_i} , Σ_p から Σ_N への同次変換行列である。なお、任意の角度 β について、 $\sin \beta$, $\cos \beta$ を、それぞれ S_β , C_β と表記する。添え字を二つ用いる角度変数 $\alpha_{\xi, \eta}$ についても同様とし、 $S_{\alpha_{\xi, \eta}}$, $C_{\alpha_{\xi, \eta}}$ と表記する。

マニピュレータのラグランジュの運動方程式は、以下で与えられる。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + d(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) + C\dot{\theta} + K\theta = \tau \quad (2)$$

ただし、

$$\theta = [\theta_0, \theta_P^T]^T, \quad \theta_P = [\theta_1, \dots, \theta_N]^T, \quad \tau = [\tau_0, 0]^T$$

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{M_{00}}{m_{P0}} & M_{01} & \dots & M_{0N} \\ m_{P0} & M_{P1} & \dots & M_{PN} \end{bmatrix}$$

$$m_{P0}(\theta_P) = \begin{bmatrix} M_{10} \\ \vdots \\ M_{N0} \end{bmatrix}, \quad M_{PP}(\theta_P) = \begin{bmatrix} M_{11} & \dots & M_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{N1} & \dots & M_{NN} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) &= [d_0, \mathbf{d}_P^T]^T, \quad \mathbf{d}_P(\boldsymbol{\theta}_P, \dot{\boldsymbol{\theta}}_P) = [d_1, \dots, d_N]^T \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_P \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_P \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_P &= \text{diag}[c_1, \dots, c_N], \quad \mathbf{K}_P = \text{diag}[k_1, \dots, k_N] \end{aligned}$$

$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}$, $\mathbf{d}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})$, $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$ は、それぞれ慣性力項、遠心力・コリオリ力項、重力項である。 $\mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\theta}}$ と $\mathbf{K}\boldsymbol{\theta}$ は、それぞれ粘性要素による抵抗・復元力項である。

4. プレート振動軌道

本章では、能動関節への正弦波状変位入力に対するプレート振動軌道とその回転方向変化について理論的に解析する。

4.1 関節振動軌道

能動関節に、次式のような正弦波状の微小変位入力を与える場合について考える。

$$\theta_0(t) = A_0 \sin(2\pi ft) + \theta_{00} \quad (3)$$

ただし、 $f > 0$, θ_{00} , $A_0 > 0$ は、それぞれ入力周波数、オフセット角、振幅である。解析の簡単化のため、過渡状態は短時間で終了するものとし、定常状態のみを考え、 $t = 0$ は定常状態になった後の基準時刻とする。受動関節は、プレートの質量に基づく動的効果により振動し、角変位は次式で表される。

$$\theta_i(t) = A_i \sin(2\pi ft + \phi_i) \quad (i = 1, \dots, N) \quad (4)$$

ただし、 A_i と ϕ_i は、それぞれ振幅と位相差である。式 (2) の第 1 行を取り除き、能動関節変位 θ_0 に対する受動関節変位 $\boldsymbol{\theta}_P$ に関して次式を得る。

$$\mathbf{M}_{PP}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_P + \mathbf{d}_P(\boldsymbol{\theta}_P, \dot{\boldsymbol{\theta}}_P) + \mathbf{C}_P\dot{\boldsymbol{\theta}}_P + \mathbf{K}_P\boldsymbol{\theta}_P = -\ddot{\theta}_0\mathbf{m}_{P0} \quad (5)$$

ただし、仮定 3) に基づき、 $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$ は無視している。 θ_i と $\dot{\theta}_i$ は微小とし、線形近似（二乗以上の項は無視）を用いることで、式 (5) を次式のように整理できる。

$$\mathbf{Q}(\boldsymbol{\alpha})\ddot{\boldsymbol{\theta}}_P + 2\mathbf{Z}\boldsymbol{\Omega}_n\dot{\boldsymbol{\theta}}_P + \boldsymbol{\Omega}_n^2\boldsymbol{\theta}_P = -\ddot{\theta}_0\mathbf{q}(\boldsymbol{\alpha}) \quad (6)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha} &= [\alpha_1, \dots, \alpha_N]^T \\ \mathbf{Q}(\boldsymbol{\alpha}) &= \begin{bmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{N1} & \cdots & Q_{NN} \end{bmatrix}, \quad Q_{ij} = \begin{cases} C_{\alpha_{i+1,j}} & (i < j) \\ 1 & (i = j) \\ C_{\alpha_{j+1,i}} & (i > j) \end{cases} \\ \mathbf{q}(\boldsymbol{\alpha}) &= [q_1, \dots, q_N]^T, \quad q_i = C_{\alpha_{1,i}} \\ &\quad (i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, N) \\ \boldsymbol{\Omega}_n &= \text{diag}[\omega_{n1}, \dots, \omega_{nN}], \quad \mathbf{Z} = \text{diag}[\zeta_1, \dots, \zeta_N] \\ \omega_{ni} &= \sqrt{\frac{k_i}{m_P L^2 + I_{P0}}}, \quad \zeta_i = \frac{c_i}{2\sqrt{(m_P L^2 + I_{P0})k_i}} \end{aligned}$$

$\omega_{ni} > 0$ と $\zeta_i > 0$ は、それぞれ受動関節 i の固有角振動数と減衰比である。ここで、周波数伝達関数 $G_i(j\omega) = \Theta_i(j\omega)/\Theta_0(j\omega)$ について考える。ただし、 $\Theta_i(s)$, $\Theta_0(s)$ は、それぞれ $\theta_i(t)$, $\theta_0(t)$ をラプラス変換した変数である。また、 j は虚数単位であ

り、 $\omega = 2\pi f$ は角振動数である。式 (6) をラプラス変換することで、次式を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(j\omega) &= [G_1(j\omega), \dots, G_N(j\omega)]^T \\ &= \omega^2 \boldsymbol{\Upsilon}^{-1} \mathbf{q}(\boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、

$$\boldsymbol{\Upsilon} = \boldsymbol{\Omega}_n^2 - \omega^2 \mathbf{Q}(\boldsymbol{\alpha}) + 2j\omega \mathbf{Z}\boldsymbol{\Omega}_n$$

上式のように、周波数伝達関数 $G_i(j\omega)$ は、機構パラメータ α_i , ω_{ni} , ζ_i により明快に表される。受動関節 i の振幅と位相差は以下のとおりである。

$$A_i = |G_i(j\omega)| A_0, \quad \phi_i = \angle G_i(j\omega) \quad (8)$$

4.2 プレート振動軌道

式 (3), (4), (8) を式 (1) に代入することで、式 (3) の能動関節変位 θ_0 に対するプレート振動軌道として、プレート位置 $\mathbf{p}(t)$ と姿勢 $\mathbf{R}(t)$ を求めることができる。プレート位置 $\mathbf{p}(t)$ と姿勢 $\mathbf{R}(t)$ は従属関係にあるため、以降では、 $\mathbf{p}(t)$ の変化にのみ着目し、これを単にプレート振動軌道と称するものとする。 θ_i を微小とした線形近似を用い、 $\mathbf{p}(t)$ を次式で得る。

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{R}_{00} \begin{bmatrix} A_x \sin(2\pi ft + \phi_x) \\ A_y \sin(2\pi ft + \phi_y) \\ L \end{bmatrix} \quad (9)$$

ただし、

$$\mathbf{R}_{00} = \begin{bmatrix} C_{\theta_{00}} & 0 & S_{\theta_{00}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_{\theta_{00}} & 0 & C_{\theta_{00}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$A_x = A_0 L \sqrt{J_{x1}^2 + J_{x2}^2}, \quad \phi_x = \tan^{-1} \left(\frac{J_{x2}}{J_{x1}} \right) \quad (11)$$

$$J_{x1} = 1 + \sum_{i=1}^N |G_i(j\omega)| C_{\alpha_{1,i}} C_{\angle G_i(j\omega)} \quad (12)$$

$$J_{x2} = \sum_{i=1}^N |G_i(j\omega)| C_{\alpha_{1,i}} S_{\angle G_i(j\omega)} \quad (13)$$

$$A_y = A_0 L \sqrt{J_{y1}^2 + J_{y2}^2}, \quad \phi_y = \tan^{-1} \left(\frac{J_{y2}}{J_{y1}} \right) \quad (14)$$

$$J_{y1} = \sum_{i=1}^N |G_i(j\omega)| S_{\alpha_{1,i}} C_{\angle G_i(j\omega)} \quad (15)$$

$$J_{y2} = \sum_{i=1}^N |G_i(j\omega)| S_{\alpha_{1,i}} S_{\angle G_i(j\omega)} \quad (16)$$

式 (9)~(16) の導出については、付録 A を参照されたい。なお、式 (11), (14) において、分母 J_{x1} , 分子 J_{x2} の符号に基づき、 ϕ_* の範囲は $-\pi \leq \phi_* \leq \pi$ で与えられるものとする。以降、本章においては、簡単のため、オフセット角 $\theta_{00} = 0$, すなわち、 $\mathbf{R}_{00}$ が単位行列の場合を考える。このとき、式 (9) に示すように、 $p_x(t)$ および $p_y(t)$ は、共通の周波数 f の正弦波で与えられる。ただし、 A_x , A_y は振幅、 ϕ_x , ϕ_y は位相差を示す。したがって、Fig. 4 (a) に示すように、プレート振動軌道の x - y 平面への射影図は、受動関節数 N に依らず、一般にだ円形状となることが分かる[†]。ここで、だ円化と回転方向を支配するのは p_x , p_y の位相差 ϕ_x , ϕ_y である。ただし、式 (11)~(16) に示すように、受動関節の位相差 $\phi_i = \angle G_i(j\omega) \neq 0$ に

[†] 周波数の等しい二つの正弦波により作られるリサージュ曲線と同様の原理である。

Fig. 4 Orbit of the vibrating plate (a) Top view (b) Bird's-eye view (c) The orbital direction for ϕ_{xy} indicating the phase difference between p_x and p_y

より $\phi_x \neq 0$ あるいは $\phi_y \neq 0$, すなわち, 振動軌道のだ円化が起こり得る. このように, 振動軌道のだ円化をもたらすのは, 受動関節変位の位相差にほかならない. 一方, 関節変位が小さい場合, Fig. 4(b) に示すように, プレート位置ベクトル $\mathbf{p}$ の鉛直線からの傾きは小さく, $p_z(t)$ の変位は $p_x(t)$ または $p_y(t)$ の振幅より十分小さいものとなる. このため, プレートの z 方向運動は無視され, $p_z(t) = L$ に近似される.

式 (3) の能動関節変位における入力パラメータ (f, θ_{00}, A_0) の働きを考える. 振幅 A_0 は (11), (14) に示すように, p_x, p_y の振幅 A_x, A_y と比例関係にある. すなわち, プレート振動軌道の大きさのみを変化させる. オフセット角 θ_{00} は, 式 (9), (10) に示すように, プレート振動軌道を y 軸周りに θ_{00} 回転させる. すなわち, プレート振動軌道の姿勢のみを変化させる. 入力周波数 $f (= \omega/2\pi)$ は, 式 (11)~(16) に示すように, A_x, A_y, ϕ_x, ϕ_y を変化させる. すなわち, プレート振動軌道のだ円形状を変化させる重要かつ唯一のパラメータである.

4.3 回転方向の切り替わり

前節において, プレート振動軌道がだ円形状で表されることを示した. 本節では, プレート振動軌道の回転方向に注目する.

はじめに, 回転方向について, 数学的に整理してみよう. 簡単のため, オフセット角 $\theta_{00} = 0$ とし, Fig. 4(a) に示すように, プレート振動の x - y 軌道について, z 正方向から見た原点周りの回転方向を考える. 式 (9) に示すように, プレート振動軌道の回転方向は, p_x と p_y の位相差 $\phi_{xy} = \phi_x - \phi_y$ に依存する. この関係は, Fig. 4(c) および以下の条件で表される.

$$\text{Orbital direction} \begin{cases} \text{CCW} & \text{if } -2\pi < \phi_{xy} < -\pi \\ \text{CW} & \text{if } -\pi < \phi_{xy} < 0 \\ \text{CCW} & \text{if } 0 < \phi_{xy} < \pi \\ \text{CW} & \text{if } \pi < \phi_{xy} < 2\pi \end{cases} \quad (17)$$

ただし, CW は時計回り方向 (clockwise direction), CCW は

Fig. 5 The orbital direction of the plate with respect to the input frequency f . The direction can be identified by ρ . The frequency f_{sw} indicates the switching of the direction

反時計回り方向 (counter clockwise direction) を示す. なお, $\phi_{xy} = n\pi$ ($n \in \mathbb{Z}$) のとき, 振動軌道は直線状になる. ここで,

$$\rho = \sin \phi_{xy} \quad (18)$$

により, 式 (17) の条件を以下のように簡約化できる.

$$\text{Orbital direction} \begin{cases} \text{CCW} & \text{if } -1 \leq \rho < 0 \\ \text{CW} & \text{if } 0 < \rho \leq 1 \end{cases} \quad (19)$$

$\rho = 0$ のとき, 振動軌道は直線状になる. **Fig. 5** に, 入力周波数 f に対して ρ が変化する様子, ならびに, ρ と回転方向の関係を表したイメージ図を示す. f の増加に伴い, ρ は正か負の値になる. $\forall \zeta_i > 0$ のため, ϕ_{xy} を成す $G_i(j\omega)$ は f に関して連続であり, 結果, ρ は f に関して連続である. したがって, ρ の符号が変化するとき, 必ず $\rho = 0$ を通過する. このことから,

$$f_0 = \rho^{-1}(0) \quad (20)$$

に対して, プレート振動軌道の回転方向が切り替わる際の周波数 f_{sw} を次式で定義できる.

$$f_{sw} = \{f_0 \mid (0 < f_0 < \infty) \cap ((\rho'(f_0) \neq 0) \cup (\rho''(f_0) = 0))\} \quad (21)$$

ただし, $[']$ は f に関する微分を示す. 式 (21) の右辺 2 行めの条件は, ρ が $f = f_0$ で極小値または極大値を持たないことを示している. f_{sw} が存在しない場合, 回転方向は一定である. f_{sw} が存在する場合, その個数だけ回転方向の切り替わりが起こる. では, ρ の実態を f の関数として求めてみよう. 式 (18) に式 (11)~(16) を代入して整理し, 次式を得る.

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{J_{x2}J_{y1} - J_{y2}J_{x1}}{\sqrt{J_{x1}^2 + J_{x2}^2}\sqrt{J_{y1}^2 + J_{y2}^2}} \\ &= \frac{A_0^2 L^2}{A_x A_y} \left(\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N S_{\alpha_{i+1,j}} |G_i| |G_j| S_{\angle G_i - \angle G_j} - J_{y2} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

上式の G_i に, $G_i(j\omega)$ を $f = \omega/2\pi$ の関数として書き改めた $G_i(f)$ (付録 B, 式 (B.6) 参照) を代入して整理し, 次式を得る.

$$\rho(f) = \frac{2A_0^2 L^2 f^3 \left(\prod_{\kappa=1}^N f_{n\kappa} \right) H(f)}{A_x A_y |\det \mathbf{\Gamma}|^2} \quad (23)$$

ただし,

$$H(f) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{V_{i,j} \prod_{\kappa=1}^N \{f_{n\kappa} (4\zeta_{\kappa}^2 f^2 + f_{n\kappa}^2)\}}{f_{ni} f_{nj} (4\zeta_i^2 f^2 + f_{ni}^2) (4\zeta_j^2 f^2 + f_{nj}^2)} \\ + \sum_{i=1}^N \frac{S_{\alpha_1,i} C_{\alpha_1,i} \zeta_i \prod_{\kappa=1}^N \{f_{n\kappa} (4\zeta_{\kappa}^2 f^2 + f_{n\kappa}^2)\}}{f_{ni} (4\zeta_i^2 f^2 + f_{ni}^2)} \\ V_{i,j} = S_{\alpha_1,i} S_{\alpha_1+1,j} S_{\alpha_1,j} f^2 (f_{ni} \zeta_j - f_{nj} \zeta_i)$$

ここで, $f_{ni} = \omega_{ni}/2\pi$, $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Upsilon}/(2\pi)^2$, $|\det \mathbf{\Gamma}|$ は $\mathbf{\Gamma}$ の行列式の絶対値を示す. 式 (23) より, $f > 0$ において $\rho(f) = 0$ となるためには, $H(f) = 0$ を満たす必要がある. $H(f)$ は f^2 の関数であり, その最大次数は $N-1$ である. よって, $H(f) = 0$ を満たす f^2 は $N-1$ 個である. したがって, f_0 は $N-1$ 個存在し, これは, 回転方向の切り替わりを示す f_{sw} が最大 $N-1$ 個存在し得ることを意味する.

では, 回転方向の切り替わりについて, 物理的な観点から発生メカニズムを考察してみよう. 受動関節数 $N=1$ の場合, f_{sw} は存在しない. この場合, Fig. 2(b) に示すように, 能動関節と粘弾性受動関節一つの運動によってプレート振動軌道が形成される. このとき, 入力周波数にかかわらず, 能動関節変位に対して受動関節変位の位相は必ず遅れる. したがって, 軸間の非平行角に基づき振動軌道の回転方向は一意に定まり (CCW or CW), 切り替わりは起こり得ない. 一方, 受動関節数 $N \geq 2$ の場合, f_{sw} は 1 個以上存在し得る. この場合, Fig. 2(c) に示すように, 能動関節と複数の粘弾性受動関節 (Fig. 2(c) では二つの) の運動によって振動軌道が形成される. 今, 共振点付近を考え, 二つの受動関節変位の振幅が能動関節変位の振幅よりも大きく, 振動軌道の形成において支配的な場合を考える. このとき, $N=1$ の場合と同様に, 能動関節変位に対して二つの受動関節変位の位相は必ず遅れる. ところが, 受動関節どうしの位相差については, 入力周波数の変化に伴い, 一方が他方に対して遅れることも進むことも起こり得る. このような粘弾性受動関節間における位相差 $\phi_i - \phi_j (i=1, \dots, N, j=1, \dots, N)$ の切り替わり (遅れ $\leftrightarrow$ 進み) が, 軸間の非平行角 α_i を介し, プレート振動軌道における位相差 $\phi_x - \phi_y$ の切り替わりを生み出す. これにより, 回転方向の切り替わり (CCW $\leftrightarrow$ CW) が起こる. ただし, 次節で議論するように, 非平行角および粘弾性といった機構パラメータを適切に設定する必要があることに留意されたい.

4.4 f_{sw} の具体的な式と存在条件

本節では, 受動関節数 N に応じた f_{sw} の具体的な式とその存在条件について, それぞれ機構パラメータの関数として導出することで明らかにする.

4.4.1 $N=1$ の場合

式 (23) に $N=1$ を代入することで, 回転方向の判別式である $\rho(f)$ は次式で与えられる.

$$\rho(f) = \frac{2A_0^2 L^2 f^3 f_{n1} H(f)}{A_x A_y |\det \mathbf{\Gamma}|^2} \quad (24)$$

ただし,

$$H(f)|_{N=1} = \zeta_1 S_{\alpha_1} C_{\alpha_1} \quad (25)$$

である. $\alpha_1 = 0$, すなわち, 平行軸配置の場合 (Fig. 2(a)), 常に $\rho = 0$ である. $\alpha_1 \neq 0$, すなわち, 非平行軸配置の場合 (Fig. 2(b)), $f > 0$ において $\rho \neq 0$ であり, 式 (21) 右辺 1 行めの条件は満たされない. したがって, f_{sw} は存在せず, 回転方向は α_1 によって一意に決まる.

4.4.2 $N=2$ の場合

式 (23) に $N=2$ を代入し, f に関して分子を整理することで, $\rho(f)$ は次式で与えられる.

$$\rho(f) = \frac{2A_0^2 L^2 f^3 f_{n1} f_{n2} H(f)}{A_x A_y |\det \mathbf{\Gamma}|^2} \quad (26)$$

ただし,

$$H(f)|_{N=2} = D_1 f^2 + D_2 \\ D_1 = S_{\alpha_1} S_{\alpha_2} S_{\alpha_1,2} (f_{n1} \zeta_2 - f_{n2} \zeta_1) \\ + 4S_{\alpha_1} C_{\alpha_1} f_{n2} \zeta_1 \zeta_2^2 + 4S_{\alpha_1,2} C_{\alpha_1,2} f_{n1} \zeta_1^2 \zeta_2 \\ D_2 = S_{\alpha_1} C_{\alpha_1} f_{n2}^3 \zeta_1 + S_{\alpha_1,2} C_{\alpha_1,2} f_{n1}^3 \zeta_2$$

D_1, D_2 は機構パラメータ $\alpha_i, f_{ni}, \zeta_i$ の関数である. 式 (20), (26) より, f_0 は以下で与えられる.

$$f_0 = 0, \pm \sqrt{-\frac{D_2}{D_1}} \quad (27)$$

式 (21) 右辺 1 行めの条件より, $f_0 = \sqrt{-D_2/D_1}$ のみが f_{sw} の候補であり, 根号内が正となるように, $D_1 D_2 < 0$ が成立する必要がある. このとき, $f_0 = \sqrt{-D_2/D_1}$ について

$$\rho'(f_0) = \frac{4A_0^2 L^2 f_{n1} f_{n2} D_2^2}{D_1 A_x A_y |\det \mathbf{\Gamma}|^2} \neq 0 \quad (28)$$

よって, 式 (21) 右辺 2 行めの条件は満たされる. 結局, 回転方向の切り替わり周波数は

$$f_{sw1} = \sqrt{-\frac{D_2}{D_1}} \quad (29)$$

で与えられ, f_{sw1} が存在するための機構パラメータ $\alpha_i, f_{ni}, \zeta_i$ の条件は, 次式で与えられる.

$$D_1 D_2 < 0 \quad (30)$$

以上のように, $N=2$ の場合, f の増加に対する回転方向の切り替わりは, 最大 1 回起こる.

4.4.3 $N=3$ の場合

式 (23) に $N=3$ を代入し, f に関して分子を整理することで, $\rho(f)$ は以下の式で与えられる.

$$\rho(f) = \frac{2A_0^2 L^2 f^3 f_{n1} f_{n2} f_{n3} H(f)}{A_x A_y |\det \mathbf{\Gamma}|^2} \quad (31)$$

ただし,

$$H(f)|_{N=3} = E_1 f^4 + E_2 f^2 + E_3 \\ E_1 = 4S_{\alpha_1} S_{\alpha_2} S_{\alpha_1,2} f_{n3} \zeta_3^2 (f_{n1} \zeta_2 - f_{n2} \zeta_1) \\ + 4S_{\alpha_1} S_{\alpha_2,3} S_{\alpha_1,3} f_{n2} \zeta_2^2 (f_{n1} \zeta_3 - f_{n3} \zeta_1) \\ + 4S_{\alpha_1,2} S_{\alpha_3} S_{\alpha_1,3} f_{n1} \zeta_1^2 (f_{n2} \zeta_3 - f_{n3} \zeta_2) \\ + 16S_{\alpha_1} C_{\alpha_1} f_{n2} f_{n3} \zeta_1 \zeta_2^2 \zeta_3^2 \\ + 16S_{\alpha_1,2} C_{\alpha_1,2} f_{n1} f_{n3} \zeta_1^2 \zeta_2 \zeta_3^2 \\ + 16S_{\alpha_1,3} C_{\alpha_1,3} f_{n1} f_{n2} \zeta_1^2 \zeta_2 \zeta_3 \\ E_2 = S_{\alpha_1} S_{\alpha_2} S_{\alpha_1,2} f_{n3}^3 (f_{n1} \zeta_2 - f_{n2} \zeta_1) \\ + S_{\alpha_1} S_{\alpha_2,3} S_{\alpha_1,3} f_{n2}^3 (f_{n1} \zeta_3 - f_{n3} \zeta_1) \\ + S_{\alpha_1,2} S_{\alpha_3} S_{\alpha_1,3} f_{n1}^3 (f_{n2} \zeta_3 - f_{n3} \zeta_2) \\ + 4S_{\alpha_1} C_{\alpha_1} f_{n2} f_{n3} \zeta_1 (f_{n2}^2 \zeta_3^2 + f_{n3}^2 \zeta_2^2) \\ + 4S_{\alpha_1,2} C_{\alpha_1,2} f_{n1} f_{n3} \zeta_2 (f_{n1}^2 \zeta_3^2 + f_{n3}^2 \zeta_1^2) \\ + 4S_{\alpha_1,3} C_{\alpha_1,3} f_{n1} f_{n2} \zeta_3 (f_{n1}^2 \zeta_2^2 + f_{n2}^2 \zeta_1^2)$$

$$E_3 = S_{\alpha_1} C_{\alpha_1} f_{n2}^3 f_{n3}^3 \zeta_1 + S_{\alpha_{1,2}} C_{\alpha_{1,2}} f_{n1}^3 f_{n3}^3 \zeta_2 + S_{\alpha_{1,3}} C_{\alpha_{1,3}} f_{n1}^3 f_{n2}^3 \zeta_3$$

式 (20), (31) より, f_0 は以下で与えられる.

$$f_0 = \begin{cases} 0, \pm \sqrt{-\frac{E_3}{E_2}} & \text{if } E_1 = 0 \\ 0, \pm \sqrt{\frac{-E_2 \pm \sqrt{E_2^2 - 4E_1 E_3}}{2E_1}} & \text{if } E_1 \neq 0 \end{cases} \quad (32)$$

【 $E_1 = 0$ のとき】式 (28)~(30) の解法と同様に考える. 式 (21) 右辺 1 行めの条件, および, 式 (32) 右辺 1 行めより, $f_0 = \sqrt{-E_3/E_2}$ のみが f_{sw} の候補であり, 根号内が正となるように, $E_2 E_3 < 0$ が成立する必要がある. このとき, $f_0 = \sqrt{-E_3/E_2}$ について

$$\rho'(f_0) = \frac{4A_0^2 L^2 f_{n1} f_{n2} f_{n3} E_3^2}{E_2 A_x A_y |\det \mathbf{\Gamma}|^2} \neq 0 \quad (33)$$

よって, 式 (21) 右辺 2 行めの条件は満たされる. 結局, 回転方向の切り替わり周波数は

$$f_{sw1} = \sqrt{-\frac{E_3}{E_2}} \quad (34)$$

で与えられ, このための機構パラメータ α_i , f_{ni} , ζ_i の条件は, 次式で与えられる.

$$E_2 E_3 < 0 \quad (35)$$

【 $E_1 \neq 0$ のとき】式 (21) 右辺 1 行めの条件, および, 式 (32) 右辺 2 行めより, f_{sw} の候補は以下の二つである.

$$f_{01}, f_{02} = \sqrt{\frac{-E_2 \pm \sqrt{E_2^2 - 4E_1 E_3}}{2E_1}} \quad (36)$$

ただし, $f_{01} < f_{02}$ とする. 両者をまとめて $f_{012} = \sqrt{-E_2 \pm \sqrt{E_2^2 - 4E_1 E_3}/2E_1}$ とし, 次式を得る.

$$\rho'(f_{012}) = \pm \frac{4A_0^2 L^2 f_{012}^4 f_{n1} f_{n2} f_{n3} \sqrt{E_2^2 - 4E_1 E_3}}{A_x A_y |\det \mathbf{\Gamma}|^2} \quad (37)$$

式 (37) の根号内が 0 か正かについて場合分けして考える.

i) $E_2^2 - 4E_1 E_3 = 0$ のとき: $f_{012} = \sqrt{-E_2/2E_1}$ である. よって, $E_2 \neq 0$ が満たされる必要がある. このとき,

$$\rho'(f_{012}) = 0 \quad (38)$$

$$\rho''(f_{012}) = -\frac{8A_0^2 L^2 f_{012}^3 f_{n1} f_{n2} f_{n3} E_2}{A_x A_y |\det \mathbf{\Gamma}|^2} \neq 0 \quad (39)$$

であり, 式 (21) 右辺 2 行めの条件は満たされない. したがって, f_{sw} は存在せず, 回転方向の切り替わりは起こらない.

ii) $E_2^2 - 4E_1 E_3 > 0$ のとき: 式 (37) について

$$\rho'(f_{012}) \neq 0 \quad (40)$$

よって, 式 (21) 右辺 2 行めの条件は満たされる. したがって, 式 (36) に示す f_{sw} の候補 f_{01} , f_{02} について, 外側の根号内の正負に基づき, f_{01} , f_{02} がそれぞれ正の実数となるか否かが決定する. 両者が正の実数となる, すなわち二つの切り替わり周波数

$$f_{sw1} = f_{01}, f_{sw2} = f_{02} \quad (41)$$

が存在するための機構パラメータ α_i , f_{ni} , ζ_i の条件は, 以下の式で表される.

$$(E_2^2 - 4E_1 E_3 > 0) \cap (E_1 E_2 < 0) \cap (E_1 E_3 > 0) \quad (42)$$

また, f_{01} あるいは f_{02} の一方のみが正の実数となる, すなわち一つの切り替わり周波数

$$f_{sw1} = \{f_{01} \text{ or } f_{02}\} \quad (43)$$

が存在するための α_i , f_{ni} , ζ_i の条件は, 以下の式で表される.

$$(E_2^2 - 4E_1 E_3 > 0) \cap (E_1 E_3 < 0) \quad (44)$$

以上のように, $N = 3$ の場合, f の増加に対する回転方向の切り替わりは, 最大 2 回起こる.

4.4.4 $N \geq 4$ の場合

$N = 1 \sim 3$ と同様に, 回転方向の切り替わり周波数 f_{sw} の解析解とそれが存在するための機構パラメータの条件式を導出することができる. ただし, 解導出過程の場合分け数は, 指数関数的に増加する.

4.5 数値例

プレート振動軌道の回転方向に加え, だ円形状も同時に評価するために, 次式で表す回転方向判別付き扁平率

$$\lambda(f) = \frac{b}{a} \cdot \frac{\rho}{|\rho|} = \frac{A_x A_y}{a^2} \rho \quad (45)$$

を導入する. ただし, $a > 0$, $b \geq 0$ はそれぞれプレート振動軌道の長径, 短径であり, 詳細については付録 C を参照されたい. なお, a , b , ρ はいずれも f の関数である. λ の大きさはプレート中心が描くだ円軌道の膨らみ具合を, λ の正負は ρ と同様に回転方向を表している.

Fig. 6 (a) の下段に, 受動関節数 $N = 1$ における数値例として, f に対する λ を示す. ただし, $f_{n1} = 6.0$ [Hz], $\zeta_1 = 0.15$, $\alpha_1 = 45^\circ$, $L = 150$ [mm], $\theta_{00} = 0^\circ$, $A_0 = 0.5^\circ$ である. このとき, f によらず常に λ は正である. Fig. 6 (a) の上段に, 代表的な f に対して, 式 (9) を用いて描いたプレート振動の x - y 軌道を示す. 各軌道は, 長径 a により規格化し, $(\bar{p}_x(t), \bar{p}_y(t)) = (p_x(t), p_y(t))/a$ としている. なお, A_0 が小さいため, a も小さいことに注意されたい. Fig. 6 (a) の各軌道において, a は 5 [mm] 未満である. $f_{\lambda \max 1} = 7.8$ [Hz] は $\lambda(f)$ が極大値を取るときの周波数である. 振動軌道の形状は変化するものの, 回転方向は常に反時計回りである.

Fig. 6 (b) に, $N = 2$ における数値例を示す. ただし, $f_{n1} = f_{n2} = 7.4$ [Hz], $\zeta_1 = 0.015$, $\zeta_2 = 0.24$, $\alpha_1 = 70^\circ$, $\alpha_2 = 80^\circ$, ほかのパラメータは Fig. 6 (a) で使用した値と同様である. この場合, 式 (30) は満たされ, 式 (29) より, $f_{sw1} = 7.1$ [Hz] が存在する. $f = f_{\lambda \min 1}$, f_{sw1} , $f_{\lambda \max 1}$ の軌道が示すように, f を増加させていくと, 回転方向が時計回り → 反時計回りのように 1 回切り替わる.

Fig. 6 (c) に, $N = 3$ における数値例を示す. ただし, $f_{n1} = 12.5$ [Hz], $f_{n2} = 7.5$ [Hz], $f_{n3} = 5.8$ [Hz], $\zeta_1 = 1.00 \times 10^{-9}$, $\zeta_2 = 0.09$, $\zeta_3 = 0.73$, $\alpha_1 = 45^\circ$, $\alpha_2 = -60^\circ$, $\alpha_3 = 30^\circ$, ほかのパラメータは Fig. 6 (a) で使用した値と同様である. この場合, 式 (42) は満たされ, 式 (41) により $f_{sw1} = 14.4$ [Hz], $f_{sw2} = 18.2$ [Hz] が存在する. $f = f_{\lambda \max 1}$, f_{sw1} , $f_{\lambda \min 1}$, f_{sw2} , $f_{\lambda \max 2}$ の軌道が示すように, 回転方向が反時計回り → 時計回り → 反時計回りのように 2 回切り替わる.

以上のように, 受動関節数 $N \geq 2$ で, 時計回りおよび反時計回りの両方向の回転を実現できる. 受動関節数を増加するこ

Fig. 6 Numerical examples of discriminant $\lambda(f)$ and representative orbits (a) $N = 1$ (b) $N = 2$ with f_{sw1} (c) $N = 3$ with f_{sw1} and f_{sw2}

とで、回転方向と周波数帯域との組み合わせを多様化できる。

本章における解析結果の妥当性を、動力学シミュレーションとの比較によって検証する。今回、機構解析シミュレーションソフト Adams (MSC Software Corp.) を用いた。このシミュレーションでは、解析にて数式処理の簡単化のために用いた仮定（過渡状態の無視、重力トルク項の無視、角変位および角速度微小による線形近似）は一切適用されない。Fig. 6 (b) に、シミュレーションによって得たプレート振動軌道を破線で示す。ただし、定常状態とみなすことができる時点（振動開始 1.0 [s] 後）の振動軌道である。Fig. 6 (b) より、解析結果とシミュレーション結果が十分に一致していることが確認できる。これは、提案手法における仮定と解析解が妥当であることを強く裏付ける。

5. 非把持マニピュレーション

本章では、プレート振動軌道が、対象物の 3 自由度マニピュレーションにどのように貢献するのか考察する。

5.1 質点軌跡マップ

振動するプレート上の対象物は、滑りと跳躍の両方を含む複雑な挙動を示す。ここでは、対象物の一般的な挙動について把握するために、文献 [12] で導入された質点軌跡マップを使用する。今回、オイラー法を用いて質点の運動方程式を数値積分することで、質点の動的挙動を計算する。Fig. 7 (a) に、シミュレーション設定として、プレートの上面図を示す。プレートの一辺は 320 [mm] であり、49 個の質点が 50 [mm] 間隔で格子状に並べてある。各質点の質量は 0.2 [g] である。質点とプレートの接触条件のパラメータは、静止摩擦係数 $\mu_s = 0.36$ 、動摩擦係数 $\mu_k = 0.30$ 、反発係数 $e = 0$ である。式 (3) の入力パラメータ (f, θ_{00}, A_0) に対するプレート上の質点群の動的挙動を計算し、Fig. 7 (b) に示すような質点軌跡マップを作成する。シ

Fig. 7 Simulation setting (a) Initial state (b) Trajectory map

ミュレーション時間は $T_{sim} = 30$ [s] とし、 $0 < t \leq T_{sim}$ における質点群の軌跡を描く。以降、説明の簡便化のため、 x_p 軸の正、負方向をそれぞれ右、左、 y_p 軸の正、負方向をそれぞれ上、下と称する。

Fig. 8 に、 $N = 1$ のマニピュレータにおける質点軌跡マップを示す。ただし、機構パラメータは Fig. 6 (a) で使用した値と同じである。入力パラメータとして、オフセット角は $\theta_{00} = \{-4, 0, 4\}^\circ$ 、周波数 f は Fig. 6 (a) 上段で用いた周波数を与えている。振幅 A_0 は、プレート加速度の z 方向成分の最大値が、 $\max \{\ddot{p}_z(t)\} = 250$ [mm/s²] となるように調整している。プレート軌道が直線状となる $f = 3.0$ [Hz] を与えると、Fig. 8 (a)~(c) に示すように、質点軌跡は、直線状となる。質点の移動方向は、 θ_{00} の変化に応じて左、右に変化する。プレート軌道が反時計回りの円状となる $f = f_{\lambda max1} = 7.8$ [Hz] を与えると、Fig. 8 (d)~(f) に示すように、質点軌跡は、反時計回りの渦巻状を示す。 θ_{00} の変化に応じて、渦の中心位置は左下、右上に移動する。

Fig. 9 に、 $N = 2$ における質点軌跡マップを示す。機構パラメータは Fig. 6 (b) で使用した値と同じである。 $f = 3.0$ [Hz] を与えると、Fig. 9 (a)~(c) に示すように、質点軌跡マップは

Fig. 8 Trajectory map of the point masses ($N = 1$) Fig. 9 Trajectory map of the point masses ($N = 2$)

直線状となる。プレート軌道が時計回りの円状となる $f = f_{\lambda\min1} = 6.6$ [Hz] を与えると、Fig. 9 (d)~(f) に示すように、質点軌跡は時計回りの渦巻き状を示す。 θ_{00} の変化に応じて、渦の中心位置は、左上、右下に移動する。回転方向が切り替わる周波数 $f = f_{sw1} = 7.1$ [Hz] を与えると、Fig. 9 (g)~(i) に示すように、再び軌道は直線状を示す。プレート軌道が反時計回りの円状となる $f = f_{\lambda\max1} = 8.1$ [Hz] を与えると、Fig. 9 (j)

[†]シミュレーションソフト Adams を使用した。円板対象物は、直径 56 [mm]、厚さ 1 [mm]、質量 3.7 [g]、摩擦係数と反発係数は Fig. 7 の質点におけるパラメータ値と同様とした。初期位置はプレート中心であり、6 [s] 間の挙動を示している。

Fig. 10 Trajectory map of the point masses ($N = 3$)

~(l) に示すように、質点軌跡は反時計回りの渦巻き状を示す。 θ_{00} の変化に応じて、渦の中心位置は、左下、右上に移動する。Fig. 9 に示すように、 $N = 2$ において適切なパラメータを設定することで、質点軌跡に両方向の渦巻きを生成し、その中心位置を変化させることができる。

Fig. 10 に、 $N = 3$ における質点軌跡マップを示す。機構パラメータは Fig. 6 (c) で使用した値と同じである。質点軌跡は、 $f = f_{\lambda\max1}$ で反時計回りの渦巻き状、 $f = f_{\lambda\min1}$ で時計回りの渦巻き状となる。さらに f を大きくすると、再び、 $f = f_{\lambda\max2}$ で反時計回りの渦巻き状が現れる。以上のように、受動関節数 N が増えると質点軌跡マップの変容は多様化し、時計回りと反時計回りの渦巻き状軌跡が交互に現れることになる。

5.2 マニピュレーションのためのプリミティブ

両回転方向の渦巻き状マップを生成できる最小受動関節数は $N = 2$ である。ここでは、 $N = 2$ のマニピュレータによる対象物操作について考え、Fig. 6 (b) で使用した機構パラメータを使用する。先行研究 [12] では、 $N = 1$ のマニピュレータにおいて、質点軌跡マップの渦巻き状態に基づき、対象物の並進・回転運動を生成するための五つのプリミティブを設計している。本研究でも、同様のアプローチで、プリミティブの設計を試みる。Fig. 11 に、 $N = 2$ のマニピュレータにおける八つのプリミティブを示す。この図においては、各プリミティブの名称、質点軌跡マップ、および円板対象物のシミュレーション例[†]を示す。Table 1 には、各プリミティブの名称、対象物の動作説明、入力パラメータ (f , θ_{00} , A_0) を示す。なお、今回、入力パラメータは、Fig. 11 (c), (e), (f), (h) において、対象物ができるだけプレートの四隅に分配されるように、試行錯誤的に調整したものである。Fig. 11 (a), (b) は、対象物を左右へ移動させるプリミティブ [L], [R] である。低周波数 $f = f_{LR} = 3.0$ [Hz] による直線状プレート振動軌道とオフセット角 $\theta_{00} = \{-4, 4\}^\circ$ を組み合わせて生成される。Fig. 11 (c)~(e) は、対象物に時計回りの回転運動を生成しながら、プレート左上、中央、右下方

Fig. 11 Eight primitives for manipulating an object

Table 1 Definition of eight primitives

Primitive	Motion of object	f [Hz]	θ_{00} [°]	A_0 [°]
[L]	Move to the left.	$f_{LR} = 3.0$	-4	3.0
[R]	Move to the right.	$f_{LR} = 3.0$	4	3.0
[UL-CW]	Move to the upper left with a turn in CW.	$f_{CW} = 6.8$	-3	0.9
[CW]	Turn CW.	$f_{CW} = 6.8$	0	0.9
[BR-CW]	Move to the bottom right with a turn in CW.	$f_{CW} = 6.8$	3	0.9
[BL-CCW]	Move to the bottom left with a turn in CCW.	$f_{CCW} = 7.8$	-5	0.4
[CCW]	Turn CCW.	$f_{CCW} = 7.8$	0	0.4
[UR-CCW]	Move to the upper right with a turn in CCW.	$f_{CCW} = 7.8$	5	0.4

向へ移動させるプリミティブ [UL-CW], [CW], [BR-CW] である。 $f = f_{CW} = 6.8$ [Hz] による時計回りの円状プレート振動軌道とオフセット角 $\theta_{00} = \{-3, 0, 3\}^\circ$ により生成される。 Fig. 11 (f)~(h) は、対象物に反時計回りの回転運動を生成しながら、プレート左下、中央、右上方向へ移動させるプリミティブ [BL-CCW], [CCW], [UR-CCW] である。 $f = f_{CCW} = 7.8$ [Hz] による反時計回りの円状プレート振動軌道とオフセット角 $\theta_{00} = \{-5, 0, 5\}^\circ$ により生成される。 なお、文献 [12] の $N = 1$ のマニピュレータにおいては反時計回り (CCW) 方向のプレート振動軌道が実現されており、プリミティブ [L], [R], [BL-CCW], [CCW], [UR-CCW] の五つが設計されていた。今回、 $N = 2$ において時計回り (CW) 方向の軌道が生成可能となり、上記プリミティブに加え、[BR-CW], [CW], [UL-CW] が生成可能となっている。以上のように、両回転方向のプレート振動軌道により、対象物操作の多様性と効率が向上する。これは、提案する $N \geq 2$ のマニピュレータの優位点と言える。

6. 実験

本章では、プロトタイプロボットを用いて、提案手法の実現性を実験により確認する。実験の様子は付録動画を参照されたい。

6.1 プロトタイプ

Fig. 12 に、 $N = 2$ のマニピュレータのプロトタイプの外観

Fig. 12 Prototype of manipulator with $N = 2$

を示す。プラスチック製プレートをエンドエフェクタとして用いている。入れ子構造を用いており、三つの関節軸は共通の平面内に存在し、1点で交わっている。これにより、関節間の距離が 0 になっている。粘弾性要素として、アクリル製の板ばねとオイルダンパーが各受動関節に取り付けられている。能動関節は AC サーボモータ (ハーモニック・ドライブ・システムズ社製) により駆動する。機構パラメータの値は、Fig. 11 のシミュレーションで使用した値と同じであり、 $f_{n1} = f_{n2} = 7.4$ [Hz], $\zeta_1 = 0.015$, $\zeta_2 = 0.24$, $\alpha_1 = 70^\circ$, $\alpha_2 = 80^\circ$, $L = 150$ [mm] である。回転方向の切り替わり周波数は $f_{sw1} = 7.1$ [Hz] である。対象物は円板状であり、材質は天然ゴムである。パラメータの値は、Fig. 11 のシミュレーションで使用した値と同じであり、直径 56 [mm], 厚さ 1 [mm], 質量 3.7 [g] である。対象物の表面には、文字 {A, B, C, D} が貼り付けられている。

6.2 プリミティブ

Fig. 13 (a) に、 $f = \{f_{LR}, f_{CW}, f_{sw1}, f_{CCW}\}$ [Hz] および $\theta_{00} = 0^\circ$, $A_0 = 1.0^\circ$ におけるプレート振動軌道を示す。この軌道は、1,200 [fps] のカメラによって、プレート中心に張り付けたマーカを撮影することで取得したものである。ただし、各軌道のサイズは、各軌道の長径で規格化している。回転方向は f_{sw1} 付近で、時計回りから反時計回りに切り替わり、Fig. 6 (b) の振動軌道変化と一致していることが確認できる。Fig. 13 (b) に、対象物操作における八つのプリミティブを示す。実験 (Fig. 13 (b)) における対象物挙動は、シミュレーション (Fig. 11) における挙動と定性的によく一致している。このように、製作したプロトタイプは時計回り、反時計回りの両回転方向の振動軌道に基づいたプリミティブを適切に生成できることが分かる。

6.3 応用例：パーツフィーディング

提案手法の有用性を確認するため、プリミティブをシーケンシャルに実行することによるパーツフィーディングタスクを遂行する。Fig. 14 に、3 自由度パーツフィーディングタスクの実験の様子を示す。ここでは、対象物の並進位置 2 自由度および回転姿勢 1 自由度を操作する。具体的には、プレート中心付近に投げ入れられた対象物の文字を識別後、対象物 A, B, C, D を、それぞれの目標位置であるプレートの左上、右上、左下、右下へフィードする。このとき、対象物を目標姿勢である正規の姿勢 (文字の上部が y_p 軸正方向を向く姿勢) となるように回転させる。例えば、対象物 A の場合、Fig. 14 (a) に示すように、プリミティブ [UL-CW] によって対象物を左上に移動させつつ、時計回りの回転運動によって対象物の目標姿勢を実現する。続い

Fig. 13 Experimental results (a) Representative orbits (b) The eight primitives

Fig. 14 3-DoF Parts Feeding Task

て、プリミティブ [L] によって対象物をプレート左側へフィードする。対象物 B, C, D の操作についても同様であり、使用するプリミティブ構成は、Fig. 14 (b)~(d) 内を参照されたい。なお、従来研究 [12] で実現不可能であった [UL-CW] と [BR-CW] を用いることにより、対象物 A と D はそれぞれ左上と右下にダイレクトに移動し、搬送時間が従来に比べ短縮 (9 → 6 秒) されている。以上のように、提案するマニピュレータには、複数のプリミティブを適切に逐次実行することで、複雑な多自由度タスクを遂行できる可能性を秘めている。

7. 結 論

本論文では、劣駆動メカニズムを活用した非把持マニピュレーション手法について議論した。わずか一つのアクチュエータによってプレート振動軌道を制御し、対象物の 3 自由度運動を生成する手法を提案した。得られた主な結果は、以下のとおりである。

- プレートをエンドエフェクタとし、劣駆動機構を有するマニピュレータを導入した。この機構は、一つの能動関節と複数の粘弾性受動関節の直列接続から成り、各関節軸が互いに非平行であることを特徴とする。
- 能動関節への正弦波状変位入力に対するプレート振動軌道を理論的に導出した。受動関節数 N にかかわらず、プレート振動軌道は円形状で表現できることを明らかにした。さらに、入力周波数の増加に伴うプレート回転方向の切り替わりが最大 $N - 1$ 回起こり得ることを明らかにし、機構パラメータ設定に対する切り替わり回数を示した。
- 質点軌跡マップに基づき、両回転方向のプレート振動軌道によって対象物に誘起される運動パターンの多様性を示し、3 自由度操作のための八つのプリミティブを設計した。
- プロトタイプを製作し、提案手法の有効性を実験的に示した。今後は、様々なタスクを効率的に遂行するための機構パラメータの最適化、新規プリミティブの創出、入力パラメータを決定する体系的な手法の構築、などに取り組む予定である。

一般的に、ロボットシステムにおける“弾性”振動は、周波数に応じた「振幅」変化に基づき、リンク系運動の「変位・速度増幅やエネルギー効率向上」に活用されてきた (例えば、文献 [13] [14])。これに対して、本研究は、“粘弾性”振動の「位相差」変化に着目し、それを軸間の“非平行性”を介してリンク先端軌道の「幾何学形状や回転方向の制御」に活用する点が特異的といえる。これにより、対象物挙動を多様化することに成功している。しかしながら、提案した劣駆動機構と振動軌道制御法の適用先は、非把持マニピュレーションシステムに限定されるべきではない。今後、指、腕、脚への適用を検討し、振動軌道可変型の柔軟指を持つハンド、単脚多方向移動メカニズム、計測対象に取り付けて振動をメカニカルに可視化するシステムなど、提案手法の活用法について多面的に議論していきたい。

参 考 文 献

- [1] Special Issue on Advanced Manipulation- Survey Papers, Advanced Robotics, issue 19–20, pp.1029–1132, 2017.
- [2] F. Ruggiero, V. Lippiello and B. Siciliano: “Nonprehensile Dynamic Manipulation: A Survey,” IEEE Robotics and Automation Letters, vol.3, no.3, pp.1711–1718, 2018.
- [3] H. Arai and O. Khatib: “Experiments with Dynamic Skills,” Proc. of 1994 Japan-USA Symp. on Flexible Automation, pp.81–84, 1994.
- [4] A. Amagai and K. Takase: “Implementation of Dynamic Manipulation with Visual Feedback and Its Application to Pick and Place Task,” Proc. of the IEEE Int. Symp. on Assembly and Task Planning, pp.344–350, 2001.
- [5] D. Reznik and J. Canny: “C’m on Part, Do the Local Motion!,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2235–2242, 2001.
- [6] T.H. Vose, P. Umbanhowar and K.M. Lynch: “Sliding Manipulation of Rigid Bodies on a Controlled 6-DoF Plate,” The Int. Journal of Robotics Research, vol.31, no.7, pp.819–838, 2012.
- [7] A. Mitani, N. Sugano and S. Hirai: “Microparts Feeding by a Saw-Tooth Surface,” IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, vol.11, no.6, pp.671–681, 2006.

- [8] K. Lynch and M.T. Mason: "Dynamic Nonprehensile Manipulation: Controllability, Planning and Experiments," Int. J. of Robotics Research, vol.18, no.1, pp.64–92, 1999.
- [9] K.F. Böhlinger, B.R. Donald, V. Bhatt and K. Goldberg: "Algorithms for Sensorless Manipulation Using a Vibrating Surface," Journal of Algorithmica, no.26, pp.389–429, 2000.
- [10] M. Higashimori, K. Utsumi, Y. Omoto and M. Kaneko: "Dynamic Manipulation Inspired by the Handling of a Pizza Peel," IEEE Trans. on Robotics, vol.25, no.4, pp.829–838, 2009.
- [11] M. Higashimori, K. Yamaguchi and A. Shibata: "Omnidirectional Nonprehensile Manipulation Using Only One Actuator," Robotics, vol.7, iss. 3, p.34, 2018.
- [12] R. Sakashita and M. Higashimori: "1-Actuator 3-DoF Parts Feeding Using Hybrid Joint Mechanism with Twisted Axis Layout," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2335–2342, 2017.
- [13] 大久保宏樹, 中野栄二, 藤原浩幸, 松下修巳: "自己振動を利用した跳躍機械に関する研究—高い跳躍の検討—", 日本ロボット学会誌, vol.18, no.6, pp.890–895, 2000.
- [14] 植村充典, 金岡克弥, 川村貞夫: "機械的弾性要素を利用した周期運動用パワーアシストシステム—理論的考察とロバスト性の実験的検証—", 日本ロボット学会誌, vol.26, no.3, pp.294–300, 2008.

付録 A. 式 (9)～(16) の導出

式 (1) において, θ_0 に式 (3) を代入し, θ_0 の時変部 (式 (3) 右辺第 1 項) および θ_i ($i = 1, \dots, N$) に関する線形近似 (二乗以上の項は無視) を用いることで, $\mathbf{p}(t)$ を次式で得る.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{p}(t) \\ 1 \end{bmatrix} &= \mathbf{T}_0^0 \mathbf{U}_1 \dots \mathbf{U}_{N-1} \mathbf{U}_N^N \mathbf{T}_p \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1}) \\ \mathbf{T}_0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{00} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & A_0 \sin 2\pi ft & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -A_0 \sin 2\pi ft & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}^0\mathbf{U}_1 \dots \mathbf{U}_{N-1} \mathbf{U}_N &= \begin{bmatrix} C_{\alpha_{1,N}} & -S_{\alpha_{1,N}} & \sum_{i=1}^N C_{\alpha_{1,i}} \theta_i & 0 \\ S_{\alpha_{1,N}} & C_{\alpha_{1,N}} & \sum_{i=1}^N S_{\alpha_{1,i}} \theta_i & 0 \\ \mathcal{E} & \mathcal{F} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathcal{E} &= -\theta_N - \sum_{i=1}^{N-1} C_{\alpha_{i+1,N}} \theta_i, \quad \mathcal{F} = \sum_{i=1}^{N-1} S_{\alpha_{i+1,N}} \theta_i \end{aligned}$$

式 (A.1) の, θ_i に式 (4), (8) を代入し, $\mathbf{p}(t)$ をオフセット角部 $\mathbf{R}_{00}$ と時変部 $\tilde{\mathbf{p}}(t)$ の積として次式で得る.

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{R}_{00} \tilde{\mathbf{p}}(t) \quad (\text{A.2})$$

ここで, $\tilde{\mathbf{p}}_x(t)$ は以下の式で与えられる.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{p}}_x(t) &= L \left(A_0 \sin 2\pi ft + \sum_{i=1}^N C_{\alpha_{1,i}} \theta_i \right) \\ &= A_0 L \left\{ \sin 2\pi ft + \sum_{i=1}^N C_{\alpha_{1,i}} |G_i| \sin(2\pi ft + \angle G_i) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= A_0 L \left\{ \left(1 + \sum_{i=1}^N C_{\alpha_{1,i}} |G_i| C_{\angle G_i} \right) \sin 2\pi ft \right. \\ &\quad \left. + \left(\sum_{i=1}^N C_{\alpha_{1,i}} |G_i| S_{\angle G_i} \right) \cos 2\pi ft \right\} \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

同様に, $\tilde{\mathbf{p}}_y(t)$, $\tilde{\mathbf{p}}_z(t)$ は, 以下の式で与えられる.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{p}}_y(t) &= A_0 L \left\{ \left(\sum_{i=1}^N S_{\alpha_{1,i}} |G_i| C_{\angle G_i} \right) \sin 2\pi ft \right. \\ &\quad \left. + \left(\sum_{i=1}^N S_{\alpha_{1,i}} |G_i| S_{\angle G_i} \right) \cos 2\pi ft \right\} \quad (\text{A.4}) \end{aligned}$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_z(t) = L \quad (\text{A.5})$$

式 (A.2)～(A.5) を整理し, 式 (9)～(16) を得る.

付録 B. 周波数伝達関数の別表現

式 (7) の右辺を展開し, $\omega = 2\pi f$ および $\omega_{ni} = 2\pi f_{ni}$ を代入することで, $G_i(j\omega)$ を f の関数として次式のように書き改めることができる.

$$\begin{aligned} G_i(f) &= \frac{\sum_{j=1}^{i-1} A_{i,j} + \sum_{j=i+1}^N B_{i,j} + C_i}{\det \mathbf{\Gamma}} \quad (\text{B.6}) \\ A_{i,j} &= S_{\alpha_{1,j}} S_{\alpha_{j+1,i}} \mathcal{D}_{i,j} f^4, \quad B_{i,j} = -S_{\alpha_{i+1,j}} S_{\alpha_{1,j}} \mathcal{D}_{i,j} f^4 \\ C_i &= C_{\alpha_{1,i}} f^2 \frac{\prod_{\kappa=1}^N f_{n\kappa} (f_{n\kappa} + 2j\zeta_{\kappa} f)}{f_{ni} (f_{ni} + 2j\zeta_i f)} \\ \mathcal{D}_{i,j} &= \frac{\prod_{\kappa=1}^N f_{n\kappa} (f_{n\kappa} + 2j\zeta_{\kappa} f)}{f_{ni} f_{nj} (f_{ni} + 2j\zeta_i f) (f_{nj} + 2j\zeta_j f)} \end{aligned}$$

ただし, $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Upsilon}/(2\pi)^2$ とし, $\det \mathbf{\Gamma}$ は $\mathbf{\Gamma}$ の行列式を示す. 式 (7) 右辺の展開は $\mathbf{\Upsilon}$ の逆行列を含み計算量が多いが, 特別な数式処理は不要である. 筆者らの場合, 変数や項数が少ない $N = 1 \sim 3$ において $\mathbf{\Upsilon}$ の逆行列を計算し, その結果に基づいて G_i を式 (B.6) のように整理した. $N \geq 4$ での成立は, 各変数に数値を与えた際の式 (B.6) と式 (7) の計算結果の一致により確認した.

付録 C. プレート振動軌道の長径と短径

式 (9) の p_x , p_y から t を消去して整理し, 次式を得る.

$$\frac{1}{A_x^2 S_{\phi_{xy}}^2} p_x^2 - \frac{C_{\phi_{xy}}}{A_x A_y S_{\phi_{xy}}^2} p_x p_y + \frac{1}{A_y^2 S_{\phi_{xy}}^2} p_y^2 = 1 \quad (\text{C.7})$$

式 (C.7) より, プレート振動軌道の長径 a , 短径 b および, x 軸と長軸のなす角 ψ を, それぞれ以下の式で得る.

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sqrt{2} A_x S_{\phi_{xy}}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 - B}}, \quad b = \frac{\sqrt{2} A_x S_{\phi_{xy}}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + B}} \\ \psi &= \frac{-2 A_x A_y S_{\phi_{xy}}}{A_x^2 - A_y^2}, \quad B = \sqrt{(A_x^2 - A_y^2)^2 + 4 A_x^2 A_y^2 C_{\phi_{xy}}^2} \end{aligned}$$

栗田泰輔 (Taisuke Kurita)

2018 年大阪大学工学部応用理工学機械工学科目卒業. 現在大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻在学中. ロボットマニピュレーションに関する研究に従事. 計測自動制御学会の学生会員.

東森 充 (Mitsuru Higashimori)

1998 年広島大学大学院工学研究科博士課程前期修了. 同年株式会社東芝入社. 2002 年広島大学大学院工学研究科助手, 2006 年大阪大学大学院工学研究科助手, 2008 年同准教授, 2019 年同教授, 現在に至る. 博士 (工学). ロボットマニピュレーション, 食品の操作・評価技術に関する研究に従事. 計測自動制御学会, 日本機械学会, 日本食品科学工学会, IEEE の会員. (日本ロボット学会正会員)