環境に拘束されたフレキシブル・マニピュレータの モデリングと位置と力の動的なハイブリッド制御

松野 文 俊* 浅野 俊 雄** 坂 和 愛 幸***

Modeling and Dynamic Hybrid Position/Force Control of Constrained Flexible Manipulators

Fumitoshi MATSUNO Toshio ASANO Yoshiyuki SAKAWA

In this paper, a method is proposed whereby both contact force exerted by a flexible manipulator and position of end-effector while in contact with a surface are controlled. The elastic deformations of the flexible links are approximated by means of B-spline functions. Then, the dynamic equations of joint angles, vibration of the flexible links, and contact force are derived. A controller for the dynamic hybrid position/force control of the flexible manipulator is designed on the basis of the singular perturbation method. A set of experiments for the dynamic hybrid control of the flexible manipulator using a force sensor has been carried out. Several experimental results are shown.

Key Words : Dynamic hybrid position/force control, Constrained flexible manipulator, Elastic vibration, B-spline function, Singular perturbation method

1. は じ め に

産業用ロボットは、高速化・省エネルギーの要求から軽量化が望まれている。また、宇宙空間で作業するマニピュレータは、打ち上げコストなどの点で軽量であることが必須である。マニピュレータを軽量化すると、アームは必然的にフレキシブルとなり、アームの剛性不足による弾性振動が発生し、その振動を抑制することが重要な問題となる^{1)~7)}。さらに、宇宙ステーションなどの大規模宇宙構造物を宇宙用ロボットによって構築するためには、位置制御だけでなく対象物に加える力も制御することが必要となる。剛体マニピュレータのハイブリッド制御については、数多くの研究成果^{8)~11)}が報告されているが、宇宙用マニピュレータに代表されるフレキシブル・マニピュレータについての議論は、その重要性が早

くから指摘¹²⁾されているにもかかわらず、ほとんどなされていない。最近になって、力制御された2自由度フレキシブル・マニピュレータの線形近似モデルに対して安定性を議論している報告¹³⁾と2自由度フレキシブル・マニピュレータの分布定数系モデルに基づいた準静的な位置と力のハイブリッド制御に関する報告^{14),15)}が見られる程度である。また、環境に拘束された多自由度フレキシブル・マニピュレータの一般的なモデルについての報告は皆無である。拘束がない場合には、Low⁴⁾により提案された一般的なモデルがあるが、軸力が考慮されておらず境界条件も明らかにされていない。Siciliano と Book⁵⁾ や Bayo ら⁶⁾により用いられているモデルは一端固定他端自由な片持ちばりの固有関数を基にしている。フレキシブル・マニピュレータが環境に拘束されている場合、その厳密な偏微分方程式モデル^{14),15)}は環境から受ける抗力が境界条件に入り、その固有関数を求めるのは困難である。また、マニピュレータが環境に拘束されているのでフレキシブル・リンクの先端を自由端とは見なせない。したがって、これらのモデルはフレキシブル・

原稿受付 1992年5月29日

* 神戸大学 工学部

** 住友金属工業株式会社

*** 大阪大学 基礎工学部

マニピュレータの位置と力のハイブリッド制御には適用できない。

本論文では、多自由度フレキシブル・マニピュレータの動的な位置と力のハイブリッド制御について考える。柔軟リンクの弾性変位は小さいと仮定すれば、リンク先端での弾性変位を測定するか推定すれば、実時間で弾性変位を考慮した関節角の目標値を計算することができる。したがって、先端効果器の位置を制御するには関節角を制御すれば十分である。マニピュレータの先端は常に環境に拘束されていると仮定し、フレキシブル・リンクの弾性変位をBスプライン関数を用いて近似する。ラグランジュ乗数法とラグランジュの運動方程式を用いて、リンクの関節角とフレキシブル・リンクの振動および拘束力の関係を表す動特性方程式を導く。提案するモデルは境界条件が反映されており、フレキシブル・マニピュレータが拘束を受けている場合にも適用できる。得られた方程式を Singular Perturbation 法^{5), 16)}を用いて Slow Subsystem と Fast Subsystem に分け、Composite 制御に基づいた動的なハイブリッド制御器を構成する。最後に、第1リンクが剛体で第2リンクが柔軟な2自由度フレキシブル・マニピュレータについて提案したハイブリッド制御器を構成し、実験によりその有効性を検証する。

2. モデリング

Fig. 1 に示すような拘束を受けている多自由度フレキシブル・マニピュレータのモデルを考える。フレキシブル・リンク i の長手方向に z_i 軸を取り、座標系が右手系になるように x_i 軸, y_i 軸を定める。この座標系 Σ_i の原点をフレキシブル・リンク i のジョイント部分にとり、フレキシブル・リンク i の先端 O_{i+1} には質量 M_i の質点があるとする。原点 O_i から z_i 軸方向の距離を表す変数を r_i とし、 x_i, y_i, z_i 軸の絶対座標系

Fig. 1 Flexible manipulator

Σ_0 からみた単位ベクトルをそれぞれ i_i, j_i, k_i とする。フレキシブル・リンクの総数は n 本であり、リンク i は、その弾性により時刻 t において z_i 軸上の O_i から距離 r_i の点が i_i 方向に $w_{ix}(t, r_i)$, j_i 方向に $w_{iy}(t, r_i)$ だけ変位する。 N_i をリンク i の空間的なきざみ数、 L_i をリンク i の長さ、 $h_i = L_i/N_i$, $h_{ij} = jh_i$ とおき、 $B_{ij}(r_i)$ を次のように定義される3次のBスプライン関数

$$\begin{aligned} & \text{if } r_i \in [h_{i,j-2}, h_{i,j-1}]; \quad \frac{1}{6h_i^3} (r_i - h_{i,j-2})^3, \\ & \text{if } r_i \in [h_{i,j-1}, h_{i,j}]; \\ & \quad \frac{1}{6h_i^3} \{ h_i^3 + 3h_i^2(r_i - h_{i,j-1}) \\ & \quad + 3h_i(r_i - h_{i,j-1})^2 - 3(r_i - h_{i,j-1})^3 \}, \\ & \text{if } r_i \in [h_{i,j}, h_{i,j+1}]; \\ & \quad \frac{1}{6h_i^3} \{ h_i^3 + 3h_i^2(h_{i,j+1} - r_i) \\ & \quad + 3h_i(h_{i,j+1} - r_i)^2 - 3(h_{i,j+1} - r_i)^3 \}, \\ & \text{if } r_i \in [h_{i,j+1}, h_{i,j+2}]; \quad \frac{1}{6h_i^3} (h_{i,j+2} - r_i)^3, \\ & \text{otherwise } 0 \end{aligned} \quad (1)$$

とする。弾性変位を

$$\left. \begin{aligned} w_{ix}(t, r_i) &= \sum_{j=-1}^{N_i+1} a_{2i-1j}(t) B_{ij}(r_i) \\ w_{iy}(t, r_i) &= \sum_{j=-1}^{N_i+1} a_{2ij}(t) B_{ij}(r_i) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

と近似する。ジョイント i の関節角を θ_i とし、状態ベクトルを

$$\begin{aligned} q &= [\theta_1, \dots, \theta_n, w_{1x}, w_{1y}, w'_{1xE}, w'_{1yE}, \\ & \quad \dots, w_{nx}, w_{ny}, w'_{nxE}, w'_{nyE}]^T \end{aligned} \quad (3)$$

$$w_{ixE}(t) = w_{ix}(t, L_i), w_{iyE}(t) = w_{iy}(t, L_i)$$

とする。ここで'は空間変数に関する微分であり、 $w_{ix}, w_{iy}, w'_{ixE}, w'_{iyE}$ は小さいと仮定する。 r_i をリンク i の任意の点の位置ベクトル、 P_i をリンク i の先端の位置ベクトル、 ρ_i をリンク i の線密度、 $E_i I_{ix}$ をリンク i の x_i 軸方向の曲げ剛性、 $E_i I_{iy}$ をリンク i の y_i 軸方向の曲げ剛性、 Q_i をリンク i に働く軸力、 g を重力加速度ベクトルとする。 J_{mi}, ω_i をそれぞれモータ i のロータの慣性行列と角速度ベクトルを Σ_i で表現したものとする。

運動エネルギーはリンク i の運動エネルギーとリンク i の先端にある質点の運動エネルギーとモータのロータの回転による運動エネルギーの和であり

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^{L_i} \rho_i \dot{r}_i^T \dot{r}_i dr_i + M_i \dot{P}_i^T \dot{P}_i + \omega_i^T J_{mi} \omega_i \right\} \quad (4)$$

となる。ただし、 $\dot{\cdot}$ は時間変数に関する微分を表す。また、ポテンシャル・エネルギー V はリンク i とその先端にある質点の重力による位置エネルギー V_{gi} とリンク

i の歪エネルギー V_{si} の和であり

$$V = \sum_{i=1}^n (V_{gi} + V_{si}) \quad (5)$$

$$V_{gi} = - \int_0^{L_i} \rho_i g^T r_i dr_i - M_i g^T P_i$$

$$V_{si} = \frac{1}{2} \int_0^{L_i} \left[E_i I_{ix} \left(\frac{\partial^2 w_{ix}}{\partial r_i^2} \right)^2 + E_i I_{iy} \left(\frac{\partial^2 w_{iy}}{\partial r_i^2} \right)^2 - Q_i \left\{ \left(\frac{\partial w_{ix}}{\partial r_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_{iy}}{\partial r_i} \right)^2 \right\} \right] dr_i$$

となる¹⁷⁾。

フレキシブル・マニピュレータの先端は常に環境に拘束されており、その間の摩擦は無視する。拘束条件は、マニピュレータの先端効果器の位置を X, Y, Z 、姿勢を α, β, γ とすると、 m_c 次元ベクトル ($m_c \leq 6$) を用いて $\Phi(X, Y, Z, \alpha, \beta, \gamma) = 0$ (6)

と表現できるとする。(6)式に含まれる先端効果器の位置、姿勢を表わす変数はすべて(3)式の状態ベクトル q を用いて表現することができるから、

$$\Phi(X, Y, Z, \alpha, \beta, \gamma) = \phi(q)$$

とおく。さらに弾性変位は小さいから、次の拘束条件を得る。

$$\begin{aligned} \phi(q) &\equiv \phi(\theta, 0) \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial w_{ixE}} \sum_{k=1}^{N_i+3} b_{i1}^{(k)}(L_i) e_{N_{2i-2}+k} \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial w_{iyE}} \sum_{k=1}^{N_i+3} b_{i1}^{(k)}(L_i) e_{N_{2i-1}+k} \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial w'_{ixE}} \sum_{k=1}^{N_i+3} b_{i2}^{(k)}(L_i) e_{N_{2i-2}+k} \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial w'_{iyE}} \sum_{k=1}^{N_i+3} b_{i2}^{(k)}(L_i) e_{N_{2i-1}+k} \\ &\equiv \tilde{\phi}(\theta, e) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 $v^{(k)}$ はベクトル v の k 番目の要素であり、

$$\begin{aligned} b_{i1}(\cdot) &= [B_{i-1}(\cdot) B_{i0}(\cdot) \cdots B_{iN_i+1}(\cdot)]^T \\ b_{i2}(\cdot) &= [B'_{i-1}(\cdot) B'_{i0}(\cdot) \cdots B'_{iN_i+1}(\cdot)]^T \\ \bar{N}_{2j-1} &= \bar{N}_{2j-2} + N_j + 3, \\ \bar{N}_{2j} &= \bar{N}_{2j-1} + N_j + 3 \quad (j=1, \dots, n) \\ \bar{N}_{2n} &= N, \bar{N}_0 = 0, \\ \theta &= [\theta_1, \dots, \theta_n]^T \\ e &= [e_1, \dots, e_N]^T \\ &\equiv [a_{1-1}, a_{10}, \dots, a_{1N_1+1}, \\ &\quad a_{2-1}, a_{20}, \dots, a_{2N_1+1}, \dots, \\ &\quad a_{2n-1-1}, a_{2n-10}, \dots, a_{2n-1N_n+1}, \\ &\quad a_{2n-1}, a_{2n0}, \dots, a_{2nN_n+1}]^T \end{aligned} \quad (8)$$

である。 $e_i = [a_{i-1}, a_{i0}, a_{i1}, \dots, a_{iN_i+1}]^T$ とおくと、 e はまた次のように書ける： $e \equiv [e_1^T, e_2^T, \dots, e_n^T]^T$ 。さて、 q_i を(3)式の q に対して $w_{kx} = w_{kxE}$ 、 $w_{ky} = w_{kyE}$ ($k \neq i$) とし w_{ix} と w_{iy} はそのままとしたベクトルと定義する。また、すべての k に対して $r_k = L_k$ としたべ

クトルを q_E とし、 $\tilde{q} = [\theta^T, e^T]^T$ とおく。ここで、 q_i 、 q_E は定数行列 T_i 、 T_E と状態 $\tilde{q}$ を用いて

$$q_i = T_i \tilde{q}, \quad q_E = T_E \tilde{q}$$

と表現できる。また、ヤコビ行列を用いれば

$$\left. \begin{aligned} \dot{P}_i &= J_{Ei} \dot{q}_E = J_{Ei} T_E \dot{\tilde{q}} \\ \dot{r}_i &= J_i \dot{q}_i = J_i T_i \dot{\tilde{q}} \\ \dot{\omega}_i &= J_{\omega i} \dot{q}_E = J_{\omega i} T_E \dot{\tilde{q}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

と書ける。(4)、(5)、(9)式よりラグランジュ関数 L は、

$$L = T - V$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^n H_{11}^{(kp)} \dot{\theta}_k \dot{\theta}_p + \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^N H_{12}^{(kp)} \dot{\theta}_k \dot{e}_p \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{p=1}^N H_{22}^{(kp)} \dot{e}_k \dot{e}_p + \bar{g} \\ &- \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=N_{2i-2}+1}^{\bar{N}_{2i-1}} \sum_{k=N_{2i-2}+1}^{\bar{N}_{2i-1}} M_{ix}^{(kp)} e_k e_p \\ &- \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=N_{2i-1}+1}^{\bar{N}_{2i}} \sum_{k=N_{2i-1}+1}^{\bar{N}_{2i}} M_{iy}^{(kp)} e_k e_p \end{aligned} \quad (10)$$

となる。ただし、 $M^{(kp)}$ は行列 M の (k, p) 成分を表し

$$H_{ij}^{(kp)} = \sum_{l=1}^n \hat{H}_{ilj}^{(kp)} + \sum_{l=1}^n H_{llj}^{(kp)}, \quad \bar{g} = - \sum_{i=1}^n V_{gi}$$

$$\hat{H}_i \tilde{q} = \begin{bmatrix} \hat{H}_{i11} & \hat{H}_{i12} \\ \hat{H}_{i12} & \hat{H}_{i22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{e} \end{bmatrix}$$

$$= \int_0^{L_i} \rho_i T_i^T J_i^T J_i T_i dr_i \tilde{q},$$

$$\bar{H}_i \tilde{q} = \begin{bmatrix} \bar{H}_{i11} & \bar{H}_{i12} \\ \bar{H}_{i12} & \bar{H}_{i22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{e} \end{bmatrix}$$

$$= (M_i T_E^T J_{Ei}^T J_{Ei} + T_E^T J_{\omega i}^T J_i J_{\omega i}) T_E \tilde{q},$$

$$\begin{aligned} M_{ix} &= \int_0^{L_i} \{ E_i I_{ix} b''_{i1}(r_i) b''_{i1}(r_i)^T \\ &\quad - Q_i b'_{i1}(r_i) b'_{i1}(r_i)^T \} dr_i, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{iy} &= \int_0^{L_i} \{ E_i I_{iy} b''_{i1}(r_i) b''_{i1}(r_i)^T \\ &\quad - Q_i b'_{i1}(r_i) b'_{i1}(r_i)^T \} dr_i \end{aligned}$$

である。また、リンク i の x_i 軸方向 (y_i 軸) の減衰定数行列を $d_{ix}(d_{iy})$ とすれば、散逸エネルギー D は

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_0^{L_i} (d_{ix} \dot{w}_{ix}^2 + d_{iy} \dot{w}_{iy}^2) dr_i \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \dot{e}^T T_{2i-1} D_{ix} \dot{e}_{2i-1} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \dot{e}_{2i}^T D_{iy} \dot{e}_{2i} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。ここで、

$$D_{ix} = \int_0^{L_i} d_{ix} b_{i1}(r_i)^T b_{i1}(r_i) dr_i$$

$$D_{iy} = \int_0^{L_i} d_{iy} b_{i1}(r_i)^T b_{i1}(r_i) dr_i$$

である。 $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_{m_c}]^T$ をラグランジュ乗数ベクトル、 $u = [u_1, \dots, u_n]^T$ をリンク駆動トルクとすると、モータ

の回転の方程式は, (10) 式を用いて

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^n H_{11}^{(jp)} \ddot{\theta}_p + \sum_{p=1}^N H_{12}^{(jp)} \ddot{e}_p \\ & + \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial H_{11}^{(jp)}}{\partial \theta_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{11}^{(kp)}}{\partial \theta_j} \right) \dot{\theta}_k \dot{\theta}_p \\ & + \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial H_{11}^{(jp)}}{\partial e_k} + \frac{\partial H_{12}^{(jk)}}{\partial \theta_p} - \frac{\partial H_{12}^{(pk)}}{\partial \theta_j} \right) \dot{e}_k \dot{\theta}_p \\ & + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial H_{12}^{(jp)}}{\partial e_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{22}^{(kp)}}{\partial \theta_j} \right) \dot{e}_k \dot{e}_p \\ & + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \theta_j} = u_j + \frac{\partial \tilde{\phi}^T}{\partial \theta_j} \lambda \end{aligned} \quad (12)$$

となり, リンクの振動の方程式は

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n H_{12}^{(kj)} \ddot{\theta}_k + \sum_{k=1}^N H_{22}^{(kj)} \ddot{e}_k \\ & + \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial H_{12}^{(kj)}}{\partial \theta_p} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{11}^{(kp)}}{\partial e_j} \right) \dot{\theta}_k \dot{\theta}_p \\ & + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial H_{12}^{(kj)}}{\partial e_p} + \frac{\partial H_{22}^{(pj)}}{\partial \theta_k} - \frac{\partial H_{12}^{(kp)}}{\partial e_j} \right) \dot{\theta}_k \dot{e}_p \\ & + \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial H_{22}^{(kj)}}{\partial e_p} - \frac{1}{2} \frac{\partial H_{22}^{(kp)}}{\partial e_j} \right) \dot{e}_k \dot{e}_p + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial e_j} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{i=1}^n \sum_{k=\bar{N}_{2i-2}+1}^{\bar{N}_{2i-1}} M_{ix}^{(kj)} e_k + \sum_{i=1}^n \sum_{k=\bar{N}_{2i-1}+1}^{\bar{N}_{2i}} M_{iy}^{(kj)} e_k \\ & = - (D_{mx} \dot{e}_{2m-1})^{(j-N_{2m-2})} \\ & + \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial w_{ixE}} b_{i1}^{(j-\bar{N}_{2i-2})}(L_i) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial w'_{ixE}} b_{i2}^{(j-\bar{N}_{2i-2})}(L_i) \right\}^T \lambda \\ & \quad (\text{if } \bar{N}_{2m-2} < j \leq \bar{N}_{2m-1}) \\ & = - (D_{my} \dot{e}_{2m})^{(j-N_{2m-1})} \\ & + \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial w_{iyE}} b_{i1}^{(j-\bar{N}_{2i-1})}(L_i) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial w'_{iyE}} b_{i2}^{(j-\bar{N}_{2i-1})}(L_i) \right\}^T \lambda \\ & \quad (\text{if } \bar{N}_{2m-1} < j \leq \bar{N}_{2m}) \end{aligned}$$

となる. リンクはモータシャフトに固定されていることから

$$\left. \begin{aligned} w_{ix}(t, 0) &= 0, \quad \frac{\partial w_{ix}}{\partial r_i}(t, 0) = 0 \\ w_{iy}(t, 0) &= 0, \quad \frac{\partial w_{iy}}{\partial r_i}(t, 0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

のような幾何学的境界条件が成立する. (1) 式と 3 次の B スプライン関数の性質を用いると, (14) 式より

$$\begin{aligned} a_{k-1}(t) &= - \frac{B'_{i1}(0)}{B'_{i-1}(0)} a_{k1}(t) \\ a_{k0}(t) &= \frac{B_{i-1}(0) B'_{i1}(0) - B'_{i-1}(0) B_{i1}(0)}{B'_{i-1}(0) B_{i0}(0)} a_{k1}(t) \\ & \quad (k=2i-1, 2i) \end{aligned} \quad (15)$$

を得る.

自然境界条件は, 各リンクの先端での力のつり合いと

モーメントのつり合いを考えることにより次のように求めることができる^{(14),(15)}.

力のつり合い:

$$\begin{aligned} M_i \ddot{P}_i^T i_i - E_i I_{ix} w'''_{ixE} + F_{i+1x} \\ = Q_i w'_{ixE} + \frac{\partial \phi^T}{\partial w_{ixE}} \lambda \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} M_i \ddot{P}_i^T j_i - E_i I_{iy} w'''_{iyE} + F_{i+1y} \\ = Q_i w'_{iyE} + \frac{\partial \phi^T}{\partial w_{iyE}} \lambda \end{aligned} \quad (17)$$

モーメントのつり合い:

$$\begin{aligned} M_{i+1x} + J_{i+1x} {}^B \dot{\omega}^T_{i+1} j_i \\ + E_i I_{ix} w''_{ixE} = \frac{\partial \phi^T}{\partial w'_{ixE}} \lambda \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} M_{i+1y} + J_{i+1y} {}^B \dot{\omega}^T_{i+1} i_i \\ + E_i I_{iy} w''_{iyE} = \frac{\partial \phi^T}{\partial w'_{iyE}} \lambda \end{aligned} \quad (19)$$

ここで, ニュートン・オイラー方程式より

$$\begin{aligned} F_{i+1x} &= \sum_{k=i+1}^n \left(\int_{L_{ink}} \ddot{r}_k^T dm_k + M_k \ddot{P}_k^T \right) i_i \\ & + \sum_{k=i+1}^n \left(\int_{L_{ink}} dm_k + M_k \right) g^T i_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{i+1y} &= \sum_{k=i+1}^n \left(\int_{L_{ink}} \ddot{r}_k^T dm_k + M_k \ddot{P}_k^T \right) j_i \\ & + \sum_{k=i+1}^n \left(\int_{L_{ink}} dm_k + M_k \right) g^T j_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{i+1x} &= \sum_{k=i+1}^n \left(\int_{L_{ink}} \{ (\ddot{r}_k + g)^T i_i \cdot (r_k - P_i)^T k_i \right. \\ & \quad + (\ddot{r}_k + g)^T k_i \cdot (r_k - P_i)^T i_i \} dm_k \\ & \quad + M_k (\ddot{P}_k + g)^T i_i \cdot (P_k - P_i)^T k_i \\ & \quad \left. + M_k (\ddot{P}_k + g)^T k_i \cdot (P_k - P_i)^T i_i \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{i+1y} &= \sum_{k=i+1}^n \left(\int_{L_{ink}} \{ (\ddot{r}_k + g)^T j_i \cdot (r_k - P_i)^T k_i \right. \\ & \quad + (\ddot{r}_k + g)^T k_i \cdot (r_k - P_i)^T j_i \} dm_k \\ & \quad + M_k (\ddot{P}_k + g)^T j_i \cdot (P_k - P_i)^T k_i \\ & \quad \left. + M_k (\ddot{P}_k + g)^T k_i \cdot (P_k - P_i)^T j_i \right) \end{aligned}$$

である. ただし, dm_k はリンク k の微小質量, J_{ix}, J_{iy} はそれぞれモータ i のロータの x_i 軸, y_i 軸に関する慣性モーメントであり, ${}^B \omega_i$ は絶対座標系 Σ_0 からみた座標系 Σ_i の角速度ベクトルである. なお, 最終リンク ($i=n$) の場合には, モーメントのつり合いの式 (18), (19) 式は

$$E_n I_{nx} w''_{nxE} = 0, \quad E_n I_{ny} w''_{nyE} = 0 \quad (20)$$

となり, (2) 式より

$$a_{kN_n+1}(t) = \frac{-1}{B''_{nN_n+1}(L_n)} \{a_{kN_n-1}(t)B''_{nN_n-1}(L_n) + a_{kN_n}(t)B''_{nN_n}(L_n)\} \quad (21)$$

($k=2n-1, 2n$)

を得る。(12), (13), (16)–(19) 式に (15), (21) 式を用いることにより次の動特性方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} M_{11}(\theta, e) & M_{12}(\theta, e) \\ M_{21}(\theta, e) & M_{22}(\theta, e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\theta, \dot{\theta}, e) \\ f_2(\theta, \dot{\theta}, e) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(\theta, \dot{\theta}, e, \dot{e}) \\ g_2(\theta, \dot{\theta}, e, \dot{e}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta}(\theta) + h_1(\theta, e) \\ h_2(\theta) \end{bmatrix} \lambda + EI \begin{bmatrix} O \\ Ke \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O \\ Qe \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ O \end{bmatrix} \quad (22)$$

ただし

$$e = [a_{11}, \dots, a_{1N_1+1}, a_{21}, \dots, a_{2N_1+1}, \dots, a_{2i-11}, \dots, a_{2i-1N_i+1}, a_{2i1}, \dots, a_{2iN_i+1}, \dots, a_{2n-11}, \dots, a_{2n-1N_n}, a_{2n1}, \dots, a_{2nN_n}]^T \\ \doteq [e_1, e_2, \dots, e_{N'}]^T, \quad (N'=N-4n-2)$$

$$K_i = \frac{1}{EI} \text{block diag}(M_{ix}, M_{iy}),$$

$$EI = \max_i \{E_i I_{ix}, E_i I_{iy}\},$$

$$K = \text{block diag}(K_1, \dots, K_n),$$

$$Q = \text{block diag}(Q_1 A_1, \dots, Q_n A_n)$$

M_{ix}, M_{iy} ($1 \leq i < n$) は $(N_i+1) \times (N_i+1)$ の帯行列, M_{nx}, M_{ny} は $N_n \times N_n$ の帯行列, A_i ($1 \leq i < n$) は $2(N_i+1) \times 2(N_i+1)$ の帯行列, A_n は $2N_n \times 2N_n$ の帯行列である。

導出されたモデル (22) 式は環境からの拘束力やフレキシブル・リンクに働く軸力が考慮されており, フレキシブル・マニピュレータの位置と力のハイブリッド制御に適用できる。

3. Singular Perturbation 法

を用いたモデルの導出

得られた動特性方程式 (22) 式に基づいて Singular Perturbation 法^{5), 16)}を用いたモデルを導出する。

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$e = \mu K^{-1} \xi, \quad \mu = \frac{1}{EI} \quad (24)$$

とおく。(22)–(24) 式より

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= H_{11}f_1 + H_{12}f_2 + H_{11}g_1 + H_{12}g_2 \\ &+ \left\{ H_{11} \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta} + H_{11}h_1 + H_{12}h_2 \right\} \lambda \\ &+ H_{12}\xi + H_{12}\mu QK^{-1}\xi + H_{11}u \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \mu K^{-1}\ddot{\xi} &= H_{21}f_1 + H_{22}f_2 + H_{21}g_1 + H_{22}g_2 \\ &+ \left\{ H_{21} \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta} + H_{21}h_1 + H_{22}h_2 \right\} \lambda \\ &+ H_{22}\xi + H_{22}\mu QK^{-1}\xi + H_{21}u \end{aligned} \quad (26)$$

を得る。

3.1 Slow Subsystem

(26) 式において $\mu=0$ として ξ について解くと,

$$\begin{aligned} \bar{\xi} &= -H_{22}^{-1}(\bar{\theta}, 0) \left[H_{21}(\bar{\theta}, 0)f_1(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, 0) \right. \\ &+ H_{22}(\bar{\theta}, 0)f_2(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, 0) + H_{21}(\bar{\theta}, 0)g_1(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, 0, 0) \\ &+ H_{22}(\bar{\theta}, 0)g_2(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, 0, 0) + \left\{ H_{21}(\bar{\theta}, 0) \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta}(\bar{\theta}) \right. \\ &+ H_{21}(\bar{\theta}, 0)h_1(\bar{\theta}) + H_{22}(\bar{\theta}, 0)h_2(\bar{\theta}) \left. \right\} \lambda \\ &+ H_{21}(\bar{\theta}, 0)u \left. \right] \end{aligned} \quad (27)$$

となり, (25) 式において $\mu=0$ として (27) 式を代入すると,

$$\begin{aligned} \ddot{\bar{\theta}} &= \{H_{11}(\bar{\theta}, 0) - H_{12}(\bar{\theta}, 0)H_{22}^{-1}(\bar{\theta}, 0)H_{21}(\bar{\theta}, 0)\} \\ &\cdot \left\{ f_1(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, 0) + g_1(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, 0, 0) + h_1(\bar{\theta}, 0) \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta}(\bar{\theta})\lambda + u_s \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

となる。なお, $-$ は $\mu=0$ としたときのシステムの変数を表わし, u_s はその場合の駆動トルクである。

$$\begin{aligned} M_{11}^{-1}(\bar{\theta}, 0) &= H_{11} - H_{12}H_{22}^{-1}H_{21} \\ g_1(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, 0, 0) &= 0, \quad h_1(\bar{\theta}, 0) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

であるから, (28) 式は

$$M_{11}(\bar{\theta}, 0)\ddot{\bar{\theta}} = f_1(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, 0) + \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta}(\bar{\theta})\lambda + u_s \quad (30)$$

となる。これは剛体マニピュレータの運動方程式と等価になっている。

3.2 Fast Subsystem

新しい変数

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{t}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \sqrt{\mu}, \quad X_1 = \theta, \quad X_2 = \dot{\theta}, \\ z_1 &= K^{-1}\xi, \quad \eta_1 = K^{-1}(\xi - \bar{\xi}), \quad z_2 = \eta_2 = \varepsilon K^{-1}\dot{\xi} \end{aligned} \quad (31)$$

を導入すると, (28) 式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX_1}{d\tau} &= \varepsilon X_2 \\ \frac{dX_2}{d\tau} &= \varepsilon \left[H_{11}f_1 + H_{12}f_2 + H_{11}g_1 + H_{12}g_2 \right. \\ &+ \left\{ H_{11} \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta} + H_{11}h_1 + H_{12}h_2 \right\} \lambda \\ &+ \left. H_{12}Kz_1 + H_{12}\varepsilon^2 Qz_2 + H_{11}u \right] \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

となる。 $\varepsilon \rightarrow 0$ のとき $dX_1/d\tau = 0$, $dX_2/d\tau = 0$ より $X_1 = \text{const.}$, $X_2 = \text{const.}$ となり, Fast Subsystem におい

て X_1, X_2 は定数であることがわかる。また, (26)式に (31) 式を用いることにより次の Fast Subsystem が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\eta_1}{d\tau} &= \eta_2 \\ \frac{d\eta_2}{d\tau} &= H_{22}(\bar{X}_1)K\eta_1 + H_{21}(\bar{X}_1)(u - u_s) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

4. ハイブリッド制御器の構成

Slow Subsystem (30) 式と Fast Subsystem (33) 式に基づいて Composite 制御則を導出する。

4.1 Slow Subsystem の制御則

Slow Subsystem

$$M_{11}(\bar{\theta}, 0)\ddot{\bar{\theta}} = f_1(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}, 0) + \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta}(\bar{\theta})\lambda + u_s \quad (34)$$

に McClamroch らの動的なハイブリッド制御則¹⁰⁾を適用する。Slow Subsystem に対応する拘束条件は

$$\phi(\bar{\theta}_1, \dots, \bar{\theta}_n, 0, \dots, 0) = 0 \quad (35)$$

であり, 拘束条件 (35) 式は

$$\left. \begin{aligned} \theta_2 &= \Omega(\theta_1), \quad \theta_1 = (\bar{\theta}_1, \dots, \bar{\theta}_{n-m_e}) \\ \theta_2 &= (\bar{\theta}_{n-m_e+1}, \dots, \bar{\theta}_n) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

と表現できるとする。ここで,

$$\begin{aligned} v &= \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 - \Omega(\theta_1) \end{bmatrix}, \\ T(v) &= \begin{bmatrix} I_{n-m_e} & O_{(n-m_e) \times m_e} \\ \frac{\partial \Omega}{\partial v_1}(v_1) & I_{m_e} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (37)$$

とおく。(34) 式に等価な式として,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} E_1^T & E_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} F \\ = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} T^T \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta} \lambda + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} T^T u_s \end{aligned} \quad (38)$$

$$M(\bar{\theta}) = T^T M_{11} T, \quad F(\bar{\theta}) = T^T (M_{11} \dot{T} \dot{v} - f_1)$$

$$I_n = [E_1^T \quad E_2^T], \quad E_1 = [I_{n-m_e} \quad O_{(n-m_e) \times m_e}],$$

$$E_2 = [O_{m_e \times (n-m_e)} \quad I_{m_e}]$$

を得る。拘束条件より $\dot{v}_2 = 0$ であるから (38) 式は

$$E_1(ME_1^T \ddot{v}_1 + F) = E_1 T^T u_s \quad (39)$$

$$E_2(ME_1^T \ddot{v}_1 + F) = E_2 T^T \left(\frac{\partial \phi^T}{\partial \theta} \lambda + u_s \right) \quad (40)$$

となる。ここで, v_{1d}, λ_d をそれぞれ v_1, λ の目標値として Slow Subsystem の入力トルク u_s を

$$\begin{aligned} u_s &= (T^T)^{-1} \left[ME_1^T \{\ddot{v}_{1d} - K_v(\dot{v}_1 - \dot{v}_{1d}) \right. \\ &\quad \left. - K_p(v_1 - v_{1d})\} + F \right. \\ &\quad \left. - T^T \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta} \lambda_d + E_2^T K_f E_2 T^T \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta} (\lambda - \lambda_d) \right] \end{aligned} \quad (41)$$

とすると, (39), (40) 式より

$$E_1 ME_1^T \{(\ddot{v}_1 - \ddot{v}_{1d}) + K_v(\dot{v}_1 - \dot{v}_{1d}) + K_p(v_1 - v_{1d})\} = 0 \quad (42)$$

$$\begin{aligned} E_2 ME_1^T \{(\ddot{v}_1 - \ddot{v}_{1d}) + K_v(\dot{v}_1 - \dot{v}_{1d}) + K_p(v_1 - v_{1d})\} \\ = (I_{m_e} + K_f) E_2 T^T \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta} (\lambda - \lambda_d) \end{aligned} \quad (43)$$

となる。よって $K_p (> 0)$, $K_v (> 0)$, $K_f (\neq -I_{m_e})$ を適当に選ぶと (42), (43) 式より

$$v_1 \rightarrow v_{1d}, \quad \lambda \rightarrow \lambda_d \quad (44)$$

を得る。拘束力 f は

$$f = J_v \frac{\partial \phi^T}{\partial \theta} \lambda \quad (45)$$

で与えられる。ここで, J_v は手先座標系と関節座標系に関するヤコビ行列である。拘束力 f の目標値を f_d とすると拘束条件 (36) 式と (44), (45) 式より

$$f \rightarrow f_d \quad (46)$$

となり, 位置と力のハイブリッド制御が達成される。

4.2 Fast Subsystem の制御則

Fast Subsystem (33) 式を行列表現すれば

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} x &= A(\bar{X}_1)x + B(\bar{X}_1)u_f \\ x &= [\eta_1^T \quad \eta_2^T]^T, \quad A = \begin{bmatrix} O & I \\ H_{22}(\bar{X}_1)K & O \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} O \\ H_{21}(\bar{X}_1) \end{bmatrix}, \quad u_f = u - u_s \end{aligned} \quad (47)$$

となる。ストレーンゲージを振動センサとして用いフレキシブル・リンクの状態を計測する。フレキシブル・リンク i の変位 u_{iy} について考えよう。システムが可観測になるためにストレーンゲージの数 m_i は $[N_i/3] + 1$ 以上必要である。ストレーンゲージの出力は,

$$r_i = (3j-1)h_i, \quad (1 \leq j < m_i, 1 \leq i \leq n) \text{ の場合,}$$

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{21j}(t) &= E_i I_{iy} \{B''_{i3j-2}(r_i) a_{213j-2}(t) \\ &\quad + B''_{i3j-1}(r_i) a_{213j-1}(t) + B''_{i3j}(r_i) a_{213j}(t)\} \end{aligned}$$

$$r_i = L_i, \quad (1 \leq i < n) \text{ の場合,}$$

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{2im_i}(t) &= E_i I_{iy} \{B''_{iN_i-1}(L_i) a_{2im_i-1}(t) \\ &\quad + B''_{iN_i}(L_i) a_{2im_i}(t) + B''_{iN_i+1}(L_i) a_{2im_i+1}(t)\} \end{aligned} \quad (48)$$

である。最終リンク ($i=n$) の場合, (21) 式より

$a_{2nN_n+1}(t)$ は $a_{2n1}(t), \dots, a_{2nN_n}(t)$ に一次従属であるから, センサの数 m_n は $\left[\frac{N_n}{3} + \frac{2}{3}\right]$ 以上あればよく,

$$r_n = L_n - h_n \text{ の場合,}$$

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{2nm_n}(t) &= E_n I_{ny} \{B''_{nN_n-2}(r_n) a_{2nm_n-2}(t) \\ &\quad + B''_{nN_n-1}(r_n) a_{2nm_n-1}(t) \\ &\quad + B''_{nN_n}(r_n) a_{2nm_n}(t)\} \end{aligned} \quad (49)$$

となる。ここで,

$$\tilde{y} = [\tilde{y}_1^T, \dots, \tilde{y}_n^T]^T = E I \tilde{C} e \quad (50)$$

$$\bar{y}_i = [\bar{y}_{2i-11}, \dots, \bar{y}_{2i-1m_i}, \bar{y}_{2i1}, \dots, \bar{y}_{2im_i}]^T$$

と定義する。(31)式を用いると

$$\bar{y} = E\bar{I}\bar{C}e = \bar{C}z_1 = \bar{C}(\eta_1 + K^{-1}\bar{\xi}) \quad (51)$$

となる。出力方程式は

$$\bar{y} = \bar{y} - \bar{C}K^{-1}\bar{\xi} = [\bar{C} \quad 0] \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = Cx \quad (52)$$

となる。 $\bar{y}$ は測定でき、 $\bar{\xi}$ は(27)式から測定値により計算できるので $\bar{y}$ は測れることになる。

(47)式に状態フィードバック則

$$u_f = F_f(\bar{X}_1)x \quad (53)$$

を用いれば(47)式の安定度を高めることができ、振動を抑制できる。状態 x は直接測定できないので(47)式(52)式に基づいて状態観測器

$$\frac{dz}{d\tau} = (A - GC)z + Bu_f + Gy \quad (54)$$

を構成し、状態 x の代わりに推定値 z を用いる。

4.3 Composite 制御則

Slow Subsystem の制御則(41)式と Fast Subsystem の制御則(53)式より、モータへの入力トルク u は

$$u = F_f z + u_s \quad (55)$$

となる。Tikhonov の定理¹⁰⁾により、Full System の状態ベクトルは

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \bar{X}_1 + O(\varepsilon), \quad X_2 = \bar{X}_2 + O(\varepsilon) \\ z_1 &= K^{-1}\bar{\xi} + \eta_1 + O(\varepsilon), \quad z_2 = \eta_2 + O(\varepsilon) \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

により近似される。

5. 実験

5.1 2自由度フレキシブル・マニピュレータ

Fig. 2に示すような水平面内を運動する第1リンクが剛体で第2リンクが柔軟な2自由度フレキシブル・マニピュレータについて、実験を行いモデルの妥当性と提案

Fig. 2 Two-degree-of-freedom flexible manipulator

したハイブリッド制御器の有効性を検証する。

2章、3章の手順に従って運動方程式を求め、Slow Subsystem と Fast Subsystem を導出し、4章で提案した Composite 制御器を構成する。実験では拘束面を平面、すなわち、

$$\Phi(X, Y) = Y - aX - b = 0 \quad (57)$$

とした。したがって、拘束条件は

$$\begin{aligned} \phi(\theta_1, \theta_2) &= L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ &- a \{L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)\} - b = 0 \end{aligned} \quad (58)$$

となり、これを θ_2 について解くと

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \Omega(\theta_1) = \pi + \tan^{-1} a \\ &- \sin^{-1} \left(\frac{L_1(a \cos \theta_1 - \sin \theta_1) + b}{L_2 \sqrt{1 + a^2}} \right) - \theta_1 \end{aligned} \quad (59)$$

となる。また、軸力とラグランジュ乗数の関係は

$$\lambda = - \frac{Q}{-a \cos(\theta_1 + \theta_2) + \sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (60)$$

となり、拘束力とラグランジュ乗数の関係は

$$f_n = \lambda \sqrt{1 + a^2} \quad (61)$$

となる。

Fast Subsystem のフィードバックゲイン $F_f(\bar{X}_1)$ は θ_2 により変化するが、 θ_2 を実験を行う範囲内の適当な値に固定しフィードバックゲインを求めた。なお、位置の目標値 θ_{1d} の生成には第2リンク先端の変位 u_E を考慮し、以下の手順を用いた。2自由度フレキシブル・マニピュレータの分布定数系モデル¹⁴⁾の静的な拘束力と弾性変位の関係は

$$u_E(t) = \frac{1}{Q(t)} \left\{ -\lambda \frac{\partial \phi}{\partial u_E} L_2 + E_2 I_2 u''(t, 0) \right\} \quad (62)$$

であり、力と角度とひずみの情報により u_E を計算できる。また、(27)式の $\bar{\xi}$ は柔軟リンクの定常変位を表わす変数であり、この $\bar{\xi}$ に対応する $\bar{u}_E$ を求めて u_E の代わりに用いることもできる。マニピュレータの先端の位置 $(X, Y)^T$ と θ_1, θ_2, u_E との関係は

$$\begin{aligned} X &= L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - u_E \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ Y &= L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + u_E \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (63)$$

であるから、目標位置 $(X_d, Y_d)^T$ と先端変位 u_E を用いれば、逆運動学より θ_{1d} を実時間で計算できる。

5.2 実験装置

実験装置をFig. 3に示す。リンク1は長さ $L_1 = 4.75 \times 10^{-1}$ [m]の剛体で410 [w]のDDモータにより駆動される。リンク2はばね鋼でできた厚さ 3.0×10^{-3} [m]のフレキシブルなアームであり、長さ $L_2 = 3.75 \times 10^{-1}$ [m]、線密度 $\rho_2 = 6.7 \times 10^{-1}$ [kg/m]で、その先端には $M_2 = 5.3 \times 10^{-1}$ [kg]の質点を担っている。第2リンクは減速比が100のハーモニック・ドライブを介

Fig. 3 Flexible manipulator for experiment

して 37 [w] の DC モータにより駆動される。モータを駆動するサーボアンプはともにトルク指令型であり、トルク指令電圧に比例するトルクが得られる。リンク 2 の空間的きざみ数を $N=6$ とおき、ストレインゲージ・センサを $r=\frac{1}{3}L_2$, $\frac{5}{6}L_2$ の位置に装着した。拘束面として厚さ 3[cm] で表面が滑らかなホワイトボードを用いており、環境の柔らかさは無視できる。また、マニピュレータの先端効果器の拘束面との接触点はガラスコーティングすることにより、摩擦の影響を軽減している。実験装置のブロック図を Fig. 4 に示す。なお、実時間処理のサンプリングタイムは 15 [ms] である。

5.3 実験結果

Fig. 5 に定位置で拘束面の法線方向に一定の力 $f_{nd}=2.5$ [kgf] を与えた場合の応答を、Fig. 6 に拘束面上を一定速度 7.0×10^{-2} [m/sec] で移動しながら一定の力 $f_{nd}=2.5$ [kgf] を与えた場合の応答を示す。Slow Subsystem のみを考慮した、すなわち、剛体マニピュ

Fig. 4 Overall controller implementation

(a) Slow control (b) Composite control

Fig. 5 Transient responses for 0 [cm/s] desired speed

(a) Slow control (b) Composite control

Fig. 6 Transient responses for 7 [cm/s] desired speed

(a) Slow control (b) Composite control

Fig. 7 Transient responses with initial tracking errors when the desired speed is zero

(a) Slow control (b) Composite control
Fig. 8 Transient responses with initial tracking errors when the desired speed is 7 [cm/s]

Fig. 9 Manipulator configurations

レータとして制御した場合の応答 (Slow 制御) を (a) に示し、提案した Composite 制御則を用いた場合の応答 (Composite 制御) を (b) に示す。また、マニピュレータの先端の初期値を拘束面上で約 0.1 [m] ずらした場合についても同様な実験を行い、その結果を **Fig. 7**, **Fig. 8** に示す。Figs. 5-8 において点線は目標値を実線は実測値を示している。

角度 θ_1 , θ_2 の応答において、多少目標値との偏差がみられるが、これは拘束面とマニピュレータの先端との間の摩擦やモータ 2 の減速機の摩擦に起因していると思われる。定位置の場合と拘束面上を移動する場合のマニピュレータの姿勢を **Fig. 9** に示す。

6. お わ り に

本論文では、多自由度フレキシブル・マニピュレータの動的な位置と力のハイブリッド制御について考えた。マニピュレータの先端が常に環境に拘束されていると仮定し、リンクの関節角とフレキシブル・リンクの振動と拘束力の関係を表す動特性方程式を導いた。得られた方程式を Singular Perturbation 法を用いて Slow Sub-

system と Fast Subsystem に分け、Composite 制御に基づいた動的なハイブリッド制御器を構成した。最後に、2 自由度フレキシブル・マニピュレータについて、提案したハイブリッド制御器を構成し、実験によりその有効性を検証した。Fast Subsystem のシステム行列は関節角により変化するが、本論文では適当な値に固定し、制御器を構成した。マニピュレータの動作範囲をもっと大きくする場合には、ロバストな制御器を構成する必要があるだろう。

今後の課題として、リンクの先端に剛体を担った場合に発生するねじり振動を考慮した多自由度フレキシブル・マニピュレータのモデリング、環境による拘束が数式として表せない場合や、拘束面との摩擦が無視できない場合への対応、双腕フレキシブル・マニピュレータによる協調制御への拡張などが挙げられる。

参 考 文 献

- 1) 内山他: "フレキシブルアーム特集号", 日本ロボット学会誌, Vol.6, No.5, pp.415-467, 1988.
- 2) 嘉納: "集中と分布 (IV) - 近似モデリングの方法", 計測と制御, Vol.26, No.11, pp.968-976, 1987.
- 3) Y. Sakawa, F. Matsuno, and S. Fukushima: Modeling and Feedback Control of a Flexible Arm; J. Robotic Syst., Vol.2, No.4, pp.453-472, 1985.
- 4) K. H. Low: A Systematic Formulation of Dynamic Equations for Robot Manipulators with Elastic Links; J. Robotic Syst., Vol.4, No.3, pp.435-456, 1987.
- 5) B. Siciliano and W. J. Book: A Singular Perturbation Approach to Control of Lightweight Flexible Manipulators; Int. J. Robot. Res., Vol.7, No.4, pp.79-90, 1988.
- 6) E. Bayo, P. Papadopoulos, J. Stubbe, and M. A. Serna: Inverse Dynamics and Kinematics of Multilink Elastic Robots: An Iterative Frequency Domain Approach; Int. J. Robot. Res., Vol.8, No.6, pp.49-62, 1989.
- 7) F. Matsuno and Y. Sakawa: A Simple Model of Flexible Manipulators with Six Axes and Vibration Control by Using Accelerometers; J. Robotic Syst., Vol.7, No.4, pp.575-597, 1990.
- 8) M. H. Raibert and J. J. Craig: Hybrid Position/Force Control of Manipulators; Trans. ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol.103, No.2, pp.126-133, 1981.
- 9) T. Yoshikawa: Dynamic Hybrid Position/Force Control of Robot Manipulators - Description of Hand Constraints and Calculation of Joint Driving Force; IEEE Trans. Robotics and Automation, Vol. RA-3, No.5, pp.386-392, 1987.
- 10) N. H. McClamroch, and D. Wang: Feedback Stabilization and Tracking of Constrained Robots; IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-33, No.5, pp.419-426, 1988.
- 11) 吉川他: "ロボットの力制御特集号", 日本ロボット学会誌, Vol.9, No.6, pp.745-793, 1991.

- 12) T. Fukuda : Flexibility Control of Elastic Robotic Arms ; J. Robotic Syst., Vol.2, No.1, pp.73-88, 1985.
- 13) B. C. Chiou and M. Shahinpoor : Dynamic Stability Analysis of a Two-Link Force-Controlled Flexible Manipulator ; ASME J. Dyn. Syst. Meas. Contr., Vol.112, pp.661-666, 1990.
- 14) F. Matsuno, Y. Sakawa, and T. Asano : Quasi-Static Hybrid Position/Force Control of a Flexible Manipulator ; Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, Vol.3, pp.2838-2842, 1991.
- 15) 松野・浅野・浅井・坂和 : "2自由度フレキシブル・マニピュレータの位置と力の準静的なハイブリッド制御", システム制御情報学会論文誌, Vol.5, No.4, pp.155-163, 1992.
- 16) P. V. Kokotovic : Applications of Singular Perturbation Techniques to Control Problems ; SIAM Review, Vol.26, No.4, pp.500-550, 1984.
- 17) L. Meirovitch : Analytical Method in Vibrations, Macmillan, New York, 1967.

松野文俊

(Fumitoshi MATSUNO)

1957年7月26日生。1986年大阪大学大学院基礎工学研究科博士課程修了。工学博士。同年大阪大学基礎工学部助手(制御工学科)。1991年神戸大学工学部講師(システム工学科)。1992年同助教授(情報知能工学科)と

なり、現在に至る。主に、ロボット・大型宇宙構造物の制御に関する研究に従事。システム制御情報学会、計測自動制御学会の会員。
(日本ロボット学会正会員)

浅野俊雄 (Toshio ASANO)

1966年9月25日生。1990年大阪大学基礎工学部制御工学科卒業。1992年同大学院基礎工学研究科修士課程修了。同年住友金属工業(株)に入社。計測・制御研究開発部圧延制御技術室にて鉄鋼の圧延プロセスの制御技術の開発に従事。

坂和愛幸

(Yoshiyuki SAKAWA)

1930年5月25日生。1953年京都大学工学部電気工学科卒業。同大学助手、講師、助教授を経て、1966年より大阪大学基礎工学部教授(システム工学科)。現在に至る。制御理論とその応用(ロボット、クレーンなど)に関する研究に従事。計測自動制御学会、電気学会、IEEE

などの会員。
(日本ロボット学会正会員)