ロボット軌道追従のための学習制御系の設計指針

南 條 義 人* 有 本 卓**

Design Guidelines of Learning Controller for Robot Trajectory Tracking

Yoshito NANJO Suguru ARIMOTO

This paper studies the performance of both P-type and PI-type learning schemes for robot motion control. P-type learning is one of the simplest scheme that does not use differentiation of velocity signals. Recent theoretical results show that a forgetting factor in P-type learning guarantees the robustness against initialization errors, fluctuation of dynamics, and measurement noises. In this paper, experiments are carried out to confirm the theory, and design guidelines of learning control parameters are clarified on the basis of the experimental results. Moreover, a new PI-type learning algorithm that uses positional signals is proposed, and the uniform boundedness of output signal is shown theoretically. The proposed PI-type learning scheme improves the learning speed and reduces trajectory errors considerably in comparison with the P-type learning scheme.

Key Words: Manipulator, Learning, Trajectory control, Forgetting factor

1. は じ め に

ロボットに繰り返し作業を行わせる場合、学習制御は有効な手法の1つである。ロボットの理想出力時系列データをあらかじめメモリに格納しておけば、ロボットは試行を繰り返すことにより、その理想出力を実現するアクチュエータへのフィードフォワード値を自ら獲得する。このとき必要なのは、ロボットのコンフィグレーションを計算するための機構の幾何情報のみであり、ダイナミクスのパラメータは必要としない。学習制御則は一般に単純であり、例えば直前の試行のある種の出力誤差に適当なゲインを掛けたものを、その直前の試行の入力値に加えて次回の入力値を得る。

歴史的な経緯をみると、まずロボットの軌道制御に繰り返し試行を用いるアイデアが内山により提案され¹⁾、次いで関節加速度誤差を用いた学習 (D 形学習

則) によれば、試行を繰り返すごとに軌道追従性が改善されることが有本らにより示された²⁾。ただし、加速度を知るためには速度信号の微分演算が必要であり、その誤差による学習性能の劣化の可能性が指摘されていた。次に、関節速度誤差を用いた学習制御 (P 形学習則) が提案された。P 形学習則については、まず実験によりその有効性が示され³⁾、理想軌道近傍に出力軌道があると仮定して線形化したダイナミクスを対象に、理論的に収束性が示された⁴⁾。そして近年、非線形項を含む一般的なロボットダイナミクスを対象に、関節速度誤差を出力誤差とした場合の出力の収束性が厳密に理論的に示され⁵⁾、同時に忘却因子の導入による初期化誤差、ダイナミクスの揺らぎ、測定誤差に対するロバスト性が示された^{5), 6), 7)}。さらに忘却因子を導入した学習制御の有効性は実験的にも確認された⁸⁾。

しかし、このような従来研究は出力の収束性に関する理論、及びその検証に主眼が置かれており、忘却係数、学習ゲイン、長期メモリの更新頻度といった学習

原稿受付 1992 年 10 月 27 日

*NTT ヒューマンインタフェース研究所

**東京大学工学部

パラメータの具体的な設定指針はいまだ明確ではない。本研究の目的は、学習制御をより実用的なレベルに発展させるために、従来研究に基づいて、各パラメータが学習性能に与える影響を明らかにし、それらの設定指針を明確にすることにある。

本報告では、まずP形学習において各学習パラメータが制御性能に及ぼす影響をシミュレーション及び実験に基づき明確にし、学習パラメータの設定指針を示す。指針に基づくとき学習速度の限界が明らかとなる。次に学習速度改善のために、出力誤差として位置誤差も用いるPI形学習の検討を行う。まず、厳密な検討がいまだ行われていなかったPI形学習制御において、線形化したダイナクスを対象に出力の有界条件を理論的に示す。さらに、PI形学習制御は過渡的な誤差に対し頑強であることをシミュレーションで示し、I学習ゲインは実用的な立場から重要な役割を果たすことを明確にする。

以下、第2章ではP形学習制御理論の概要を、第3章ではP形学習のシミュレーション及び実験結果とその考察を、第4章ではPI形学習における出力の有界性の理論的証明と、P形学習及びPI形学習のシミュレーション結果の比較を行う。

2. P形学習制御の概要

本章では、文献5)、6)に既に示されているP形学習制御が成立する条件と、出力の有界性及び収束性の理論的な結論をまとめておく。

2.1 前提条件

- (1) k 回目の試行時の初期状態 $\mathbf{x}_k(0)$ は同一状態 $\mathbf{x}^0$ に初期化され、その誤差はある許容範囲内にある。

$$\|\mathbf{x}_k(0) - \mathbf{x}^0\| \leq \varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 > 0 \quad (1)$$

ここで、ベクトル $\mathbf{x}$ に対する記号 $\|\mathbf{x}\|$ はユークリッドノルムを表す。

- (2) ロボットのダイナミクスに少しの揺らぎ $\boldsymbol{\eta}_k(t)$ を許す。

$$\sup_{t \in [0, T]} \|\boldsymbol{\eta}_k(t)\| = \|\boldsymbol{\eta}_k\|_{\infty} \leq \varepsilon_2, \quad \varepsilon_2 > 0 \quad (2)$$

- (3) 測定誤差 $\boldsymbol{\xi}_k$ がある範囲内で存在する。

$$\|\boldsymbol{\xi}_k\|_{\infty} \leq \varepsilon_3, \quad \varepsilon_3 > 0 \quad (3)$$

2.2 学習則及びロボットダイナミクス

Fig. 1 に忘却因子を導入した学習制御ブロック図を示す。Fig. 1 において $\Phi > 0$, $\Psi = 0$ の場合をP形学習、 $\Phi > 0$, $\Psi > 0$ の場合をPI形学習と呼ぶ。以下、 Φ をP学習ゲイン、 Ψ をI学習ゲインと呼ぶ。な

Fig. 1 Block diagram of learning control with forgetting factor

お、図中における出力 y_k, y_d のディメンジョンは速度である。

次に学習対象であるサーボ系を構成したロボットダイナミクス、及びP形学習則を示す。

$$\{J + H(q_k)\} \ddot{q}_k + \left\{ B + \frac{1}{2} \dot{H}(q_k) \right\} \dot{q}_k + S(q_k, \dot{q}_k) \dot{q}_k$$

$$+ g(q_k) + A(q_k - q_d) = u_k + \eta_k,$$

$$u_{k+1} = (1 - \alpha) u_k + \alpha u_0 + \Phi \{ \dot{q}_d - (\dot{q}_k + \boldsymbol{\xi}_k) \} \quad (4)$$

ここで、 J, H はロボットの慣性行列、 A, B はそれぞれサーボ系のP, Dフィードバックゲイン、 $(1/2)\dot{H}$ と S は遠心力とコリオリ力に関する対称行列と歪対称行列、 g は重力項、 u_k は k 回目の補正入力、 q_d は時間区間 $[0, T]$ で与えた理想の関節軌道、 q_k は k 回目の関節軌道、 $1 > \alpha > 0$ は忘却係数、 Φ は正定な実対称行列である。また、理想出力 $\dot{q}_d$ は微分可能で、その微分は区分的連続とする。

2.3 一様有界性と収束性

以上の条件の下で、次の3式が成立することが理論的に示されている⁶⁾。

$$U(\mathbf{r}_k, \dot{\mathbf{r}}_k) = \frac{1}{2} \{ \dot{\mathbf{r}}_k^T (J + H(\mathbf{r}_k + \mathbf{q}_d)) \dot{\mathbf{r}}_k + \mathbf{r}_k^T \mathbf{A} \mathbf{r}_k \} \quad (5)$$

$$s_k(t) = \int_0^t e^{-\lambda \tau} (\Delta u_k - \alpha \Delta u_0)^T \Phi^{-1} (\Delta u_k - \alpha \Delta u_0) d\tau \quad (6)$$

と定義するとき、

$$U(\mathbf{r}_k(t), \dot{\mathbf{r}}_k(t)) \leq e^{\lambda t} \{ s_0(t) + \varepsilon / \alpha \} / 2(1 - \alpha) \quad (7)$$

となり、 k 回目の出力は時間区間 $t \in [0, T]$ において一様に有界となる。

ここで、 $\mathbf{r}_k = \mathbf{q}_k - \mathbf{q}_d$ は軌道誤差、 u_d は理想軌道を実現する理想入力、 $\Delta u_k = u_k - u_d$ は k 回目の入力誤

差, ε は初期化誤差とダイナミクスの揺らぎ, 及び測定誤差に依存する正数⁶⁾, λ は後に示す式(10)の $E(\alpha, \lambda; \mathbf{r}_k, \dot{\mathbf{r}}_k)$ を常に正定値にする適当な正定数である。

k 回の試行を 1 セットとした学習方式を考え, 1 セットの学習が終わった時点で,

$$\min_{i=0 \sim k-1} \int_0^T e^{-\lambda \tau} U(\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{r}}_i) d\tau \quad (8)$$

となる入力を用いて長期メモリを更新すれば, 次の 1 セット学習を開始するとき,

$$\int_0^T e^{-\lambda \tau} E d\tau \leq O(\alpha). \quad (9)$$

となる。ここで,

$$E(\alpha, \lambda; \mathbf{r}_k, \dot{\mathbf{r}}_k) = 2(1-\alpha)W(\lambda; \mathbf{r}_k, \dot{\mathbf{r}}_k) - \dot{\mathbf{r}}_k^T(1+\varepsilon_3)\Phi\dot{\mathbf{r}}_k \quad (10)$$

$$W(\lambda; \mathbf{r}_k, \dot{\mathbf{r}}_k) = \frac{1}{2} \mathbf{r}_k^T (\lambda \mathbf{A} - 2\rho_0 \mathbf{I}) \mathbf{r}_k + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_k^T (\lambda (\mathbf{J} + \mathbf{H}(\mathbf{r}_k + \mathbf{q}_d)) + 2\mathbf{B} - 2\rho_1 \mathbf{I}) \dot{\mathbf{r}}_k \quad (11)$$

であり, 上式における ρ_0, ρ_1 はロボットダイナミクスと k 回目の出力誤差に依存する正定数⁶⁾, $\mathbf{I}$ は単位行列である。式(9), (10), (11)から分かるように, 位置誤差, 速度誤差の重み付き二次形式積分は α オーダで収束に向かう。

3. P 形学習における学習パラメータの影響

前章で示した理論式に基づき, 本章は学習制御パラメータが制御性能に及ぼす影響を考察するとともに, PUMA 260 のダイナミクスパラメータ⁹⁾を用いたシミュレーション及び実験による検証を行う。

シミュレーションでは実際のエンコード精度に依存する離散化誤差を含むものとし, Walker-Orin の手法を用いた。実験では Fig. 2 に示すようなハードウェアを用いた。

Fig. 2 Experimental hardware system

3.1 忘却因子の影響

式(7)に見るように, 出力誤差 ($\dot{\mathbf{r}}_k$ と $\mathbf{r}_k$ の重み付き二次形式の和) の上限は忘却係数 α と ε に支配される。 α が 0 に近い領域では α は大きいほど式(7)の右辺は小さくなるため, より安定した学習が行えるはずである。一方, 式(9)に見るように学習は α のオーダで進むため, α を大きくしたときの学習速度は遅くなってしまう。これらのことより, 適切な α の値を知る必要があるが, 初期化誤差, 揺らぎ, 測定誤差に依存する定数 ε は厳密に同定することは難しく, 式(7)等を用いて理論的に α の最適値を決定することは困難である。そこで, 実験的に, 実用に適した忘却係数値 α の検討を行った。本実験システムは, 一般の産業用ロボットよりも精度の劣るロータリエンダを使用しており, 速度信号は単にその差分を用いて求めている。速度信号には最大約 0.4 rad/s の誤差が存在し, 一般のロボットの ε は更に小さい。つまり, ここで見積もる忘却係数値は本実験システムに依存した値であるとはいえ, 一般の産業用ロボットにとっては安定な学習のための十分条件として利用できるはずである。

実験では, 理想軌道を半径 50 mm の垂直な円とし, 円軌道を 500 分割したポイントを基に各軸の理想出力データ $\dot{\mathbf{q}}_d$ をあらかじめ計算した。サンプリングタイムは 1.5 msec であり, マニピュレータの根元 3 関節のみを用いた。

Fig. 3 は忘却係数をパラメータとした, 実験より得られた位置出力と速度出力の学習過程であり, Fig. 4 は学習後の軌跡である。学習ゲインは $\Phi = \mathbf{B}$ と設定し, 長期メモリは 10 回の試行ごとに更新した。

Fig. 3 によると, 位置出力は忘却係数 α によらずすべて収束に向かうものの, 速度出力誤差は $\alpha = 0.0, 0.01, 0.05$ の場合, 学習の進行に伴って増加する。Fig. 4(b)によると, 例えば, $\alpha = 0.0$ の場合, 微振動が現れることが確認できる。これらのことは, α を小さくすることにより, 式(7)における上限が大きくなることと対応している。

一方, Fig. 3 によると, $\alpha = 0.1, 0.2$ の場合は位置出力, 速度出力共に理想出力近傍に収束する。Fig. 4(c)では, 例えば $\alpha = 0.1$ の場合, Fig. 4(b)のような微振動は現れず, 出力は理想出力近傍に収束していることが確認できる。

このことより, 一般の産業用ロボットでは少なくとも $\alpha = 0.1$ に設定すれば, 測定誤差等に対する十分なロバスト性が得られるはずである。以下のシミュレ

Fig. 3 Learning process by experiment (parameter: α)

Fig. 4 Trajectories after learning by experiment (parameter: α)

シオン及び実験では安定な学習が可能のように、すべて $\alpha \geq 0.1$ に設定している。

3.2 学習ゲインの影響

式(9)は、位置誤差及び速度誤差それぞれの重み付き二次形式の和に $e^{-\lambda t}$ を掛けた積分値が α のオーダで減少することを示している。ここで λ は式(10)を常に正定値とする正定数であり、重み $e^{-\lambda t}$ は時間 t と共に小さくなる。つまり、式(10)は条件を緩やかにした出力の収束性を表しており、学習パラメータの設定の仕方によっては式(9)の意味では収束する場合でも、実際には時間とともに誤差が増大し、学習が破綻してしまう可能性がある。しかし、 λ を 0 の近傍にとれるように学習パラメータを設定すれば、全時間区間における重み $e^{-\lambda t}$ はほぼ一定となり、実用的にも安

定した学習が可能である。つまり、式(10)と(11)において $\rho_0, \rho_1, \epsilon_3$ が他項に比べ十分小さいとすれば、

$$\dot{\mathbf{r}}^T [(1-\alpha)\{\lambda(\mathbf{J} + \mathbf{H}(\mathbf{r}_k + \mathbf{q}_d)) + 2\mathbf{B}\} - \Phi] \dot{\mathbf{r}} \quad (12)$$

を常に正定値とするように $\mathbf{B}$ と Φ を設定すればよい。式(12)は安定な学習を可能とする十分条件である。

Fig. 5 は α を 0.1 とし、 Φ をパラメータとして式(12)を常に正定値とするような λ の最小値を示している。これはすべての試行においてシルベスタの判別法を用い、シミュレーションにより求めた。Fig. 5 によれば、ほぼ $(1-\alpha)2\mathbf{B} \geq \Phi$ とすることにより λ を 0 の近傍にとれる。これは式(12)において慣性項 $(\mathbf{J} + \mathbf{H})$ が他項に比べ非常に小さいためである。例えば、慣性項 $\mathbf{J}, \mathbf{H}$ が大きいダイレクトドライブマニピュレータ等を学習対象とするときには、 Φ を更に大きくしても λ を 0 の近傍にできるため、学習速度を更に加速できる可能性はあるが、少なくとも安定な学習のためには $(1-\alpha)2\mathbf{B} \geq \Phi$ が目安となる。

Fig. 6 は学習ゲイン Φ をパラメータとしたシミュレーションより得られた位置出力の学習過程である。忘却係数 $\alpha = 0.1$ 、初期入力 $\mathbf{u}_0 = \mathbf{0}$ とし、学習の傾

Fig. 5 Minimum λ to make Eq. (12) positive definite

Fig. 6 Learning process by simulation (parameter: Φ)

Fig. 7 Trajectories after 20 iterations of learning (parameter: Φ)

向を明確に観察したいため、ここでは長期メモリの更新は行っていない。Fig. 6 によると、 $\Phi \leq 2B$ のとき学習の進行に伴い位置誤差は減少し、 $\Phi \geq 2.5B$ のとき増加する。先に述べた条件によれば、 $1.8B \geq \Phi$ が安定な学習のための十分条件であり、シミュレーション結果はこれにほぼ対応している。

Fig. 7 は上の条件において、シミュレーション及び実験より得られた学習後の軌跡である。(a)によると、 $\Phi = 2.5B$ のとき時間区間 $t \in [0, T]$ の終盤において誤差は増大している。これは先に述べたように、式(10)を常に正定値に対する λ が大きくなることと対応している。一方、学習ゲインが $\Phi = 2.0B$ である(b)によると、ここでは長期メモリの更新を行っていないので多少残存誤差はあるものの、学習後の出力は理想出力の近傍に収束する。実験結果でも、 $\Phi = 2.5B$ の場合(a')には、モータアンプの飽和により誤差の振幅は小さいが、(a)と全く同様の傾向が見られ、 $\Phi = 2.0B$ の場合(b')には、(b)と同様に出力は理想出力の近傍に収束する。以上のことより、安定な学習のための学習ゲインに関する十分条件を明確にした。

3.3 学習後の出力に与える各パラメータの影響

次に、各学習パラメータが学習制御性能に与える影響を検討した。Fig. 8, 9, 10 は忘却係数、長期メモリ更新頻度、及びP学習ゲインをそれぞれ変化させ、シミュレーションにより得た位置出力、速度出力の学習過程である。

学習後の残存誤差を比較すると、位置出力の残存誤

Fig. 8 Learning process by simulation ($\Phi = 2.0B$, $\alpha = 0.1$)

Fig. 9 Learning process by simulation ($\Phi = 2.0B$, $\alpha = 0.2$)

Fig. 10 Learning process by simulation
($\Phi=1.0B$, $\alpha=0.1$)

差に関しては忘却係数, 学習ゲイン, 長期メモリ更新頻度の設定の違いにより変化は見られないが, 速度出力の残存誤差に関しては学習ゲインが $\Phi=2.0B$ である Fig. 8, 9 に比べ, $\Phi=1.0B$ と小さい Fig. 10 では小さくなる. これは収束性を表す式 (9), (10), (11) において, Φ を小さくするとき, $\dot{r}$ に挟まれた速度誤差に関する重みが大きくなることと対応している.

一方, 学習速度を比較すると, Fig. 8, 9 に比べ, Fig. 10 では位置出力, 速度出力共に収束速度は遅くなる.

以上のことより, 学習ゲイン Φ を小さくすることにより学習速度は遅くなるものの, 学習後の速度出力誤差を小さくできることが確認できた. 実用に際しては, 学習速度との残存誤差とのトレードオフで Φ を決定することになる.

4. PI 形学習制御

前章の 3.2 では, 安定な学習のためには P 学習ゲイン Φ には制限があり, 学習速度には限界があることを述べた. 本章では学習速度の改善を目指し, 位置情報も用いる PI 形学習について検討する.

4.1 PI 形学習制御における収束条件

3.2 で見たように, サーボ系フィードバックゲイン A, B は, ほぼ非線形項を打ち消す程度に大きく, また, 動作中のコンフィグレーションは大きく変わらないと仮定して, ここでは以下のような線形化したダイナミクスを考える.

$$C\ddot{q}_k + B(\dot{q}_k - \dot{q}_d) + A(q_k - q_d) = u_k + \eta_k \quad (13)$$

ここで $q_k, u_k \in R^n$, $A, B, C \in R^{n \times n}$ であり, A, B, C は正定な実対称行列である.

学習則は Fig. 1 に見るよう次式を用いる.

$$u_{k+1} = (1-\alpha)u_k + \alpha u_0 + \Phi(\dot{q}_d - \dot{q}_k) + \Psi(q_d - q_k) \quad (14)$$

なお, 以下では証明の簡便さから $c > 0$ というスカラーを導入し, $\Psi = c\Phi$ という仮定を置く. このとき, 例えば P 学習ゲインを $\Phi = \frac{1}{2}B$ と設定すれば, 出力が有界となる c の十分条件は式 (33) と (34) とより以下のようなになる (付録参照).

$$cB \leq \frac{4(1-\alpha)}{2-\alpha}A. \quad (15)$$

$$cC \leq \frac{2-3\alpha}{4(1-\alpha)}B. \quad (16)$$

4.2 P 形学習及び PI 形学習の比較

上に示した, 出力が有界となる十分条件及び PI 形学習の有効性を検証するために, シミュレーションを行った. P 学習ゲイン Φ をサーボ系 D ゲイン B の 1/2 に固定し, 初期入力 $u_0 \equiv 0$ とした. 理想軌道は第 3 章同様, 半径 50 mm の円とした. なお, ここでも学習の傾向を見るために長期メモリの更新は行っていない.

Fig. 11 は I 学習ゲイン Ψ をパラメータとした位置出力の学習過程である. Fig. 11 における c_0 は, 式 (15), (16) で示した条件を満足する c の最大値である. つまり, I 学習ゲインが, $\Psi < c_0\Phi (=1/2c_0B)$ ならば, 式 (15) と (16) を満足する.

Fig. 11 によると, $\Psi=0$ のときに比べ, $\Psi=0.5c_0\Phi$, $c_0\Phi$ の方が学習は速く進み, 残存誤差も小さくなる. 一方, I 学習ゲインが大きい $\Psi=10c_0\Phi$ のとき, Ψ は条件式 (15), (16) を同時に満足せず, 学習とともに誤差は累積している. なお, 式 (15) と (16) はあくまでも十分条件なので, $\Psi=5c_0\Phi$ のように条件を満足しない場合でも学習が機能することがある.

以上のことより, I ゲイン Φ に関し, 安定な学習を行うための十分条件が確認できた.

次に I ゲインを導入することによるもう一つの効果を示す. Fig. 12 は, 速度出力が不連続な理想軌道を

Fig. 11 Learning process by simulation (parameter: Ψ)

Fig. 12 Trajectories by simulation (parameter: Ψ)

与えたときの P 形学習 ($\Psi=0$) 及び PI 形学習 ($\Psi=c_0\Phi$) による学習後の軌跡である。速度出力が不連続のとき、もともと収束条件は満足されないため Fig. 12(b), (c) 共に過渡的な振動を起こしている。ただし、P 形学習では、一旦出力に誤差が生じるとその後の出力は影響を受け続け始点と終点が一致しないが、PI 形学習では、誤差が発生した後でも出力は改めて理想出力に向かい、始点と終点が一致している。このように PI 形学習は P 形学習に比べ、学習速度が改善されるだけでなく、過渡的な誤差に対するロバスト性も向上する。以上のことから PI 形学習の有効性を確認した。

5. 学習パラメータの設定方法

以上の P 形、及び PI 形学習制御の検討結果に基づき、学習パラメータの設定方法の一例を示しておく。

- (1) 従来の設計手法で各軸の速度フィードバックゲイン B を決定する。
- (2) 忘却係数を 0.1 と設定する。
- (3) $2(1-\alpha)B > \Phi$ を満足する領域において、P 学習ゲインをパラメータとした残存誤差及び学習速度のチャートを作成する。
- (4) 作業仕様より、許容誤差を見積もる。
- (5) 許容誤差を満足する結果を得る P 学習ゲインを (3) で作成したチャートを基に求め、その内最大のものを採用する。
- (6) I 学習ゲイン Ψ は、ダイナミクスを線形近似した上で式 (33), (34) を満足する適当な c を仮定し、 $\Psi=c\Phi$ より求める。
- (7) 長期メモリを 2 回ごとに更新して学習を行う。

6. 結 言

ロボットの軌道制御において、速度出力誤差を利用する P 形学習に忘却因子を導入した場合、忘却係数、学習ゲイン、長期メモリ更新頻度、といった学習パラメータが学習性能に与える影響を明確にするとともに、それらのパラメータの設定指針を明らかにした。

更に学習速度改善のために、位置出力誤差も取り入れた PI 形学習の検討を行い、近似モデルと考えられる線形時不変システムを対象に一様有界性の理論的証明を行い、シミュレーションによりその効果を確認した。

謝 辞

本研究の機会を与えてくださった高野陸男ヒューマンインタフェース研究所長、木暮賢司オプトメカトロニクス研究部長、酒井高志知能ロボット研究部長及び柿崎隆夫グループリーダーに感謝いたします。また、議論に加わっていただいた東京大学計数工学科有本研究室のみなさんに感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 内山, “試行による人工の手の高速パターン形成”, 計測自動制御学会論文集, Vol. 14-6, pp. 94-100 (1978)
- 2) S. Arimoto et. al., “Bettering Operation of Robots by

- Learning," Journal of Robotic Systems, Vol. 1-2, pp. 123-140 (1984)
- 3) S. Kawamura et al., "Realization of Robot Motion Based on a Learning Method," IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, SMC-18-1, pp. 126-134 (1988)
- 4) S. Arimoto, "Mathematical Theory of Learning with Applications to Robot Control," Adaptive and Learning Systems, pp. 379-388, Plenum Publishing Corp., (1986)
- 5) S. Arimoto, "Learning Control Theory for Robotic Motion," International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, Vol. 4-6, pp. 546-564 (1990)
- 6) S. Arimoto, "Learning for Skill Refinement in Robotic Systems," IEICE Trans., E74-2, pp. 235-243 (1991)
- 7) 浪花, 有本, "忘却因子を導入した速度形学習制御", システム制御情報学会誌, Vol. 5-2, pp. 71-79 (1992)
- 8) Y. Nanjo and S. Arimoto, "Experimental Studies on Robustness of a Learning Method with a Forgetting Factor for Robot Motion Control," Proc. of ICAR '91, Vol. 1, pp. 699-704 (1991)
- 9) K. Otani et. al., "Dynamic Parameter Identification of an Industrial Robot and Its Application to Trajectory Controls," Proc. of The 1992 IROS, Vol. 2, pp. 990-997 (1992)

A. 付 録

目標位置軌道 $q_d(t)$ を実現するための理想入力を $u_d(t)$ とするとき,

$$C\ddot{q}_d(t) = u_d(t) \quad (17)$$

であり, 式(13)との差をとることにより次式が得られる.

$$C\ddot{r}_k(t) + B\dot{r}_k(t) + Ar_k(t) = \Delta u_k(t) + \eta_k(t). \quad (18)$$

ここで,

$$\begin{aligned} r_k(t) &= q_k(t) - q_d(t), \\ \Delta u_k(t) &= u_k(t) - u_d(t) \end{aligned} \quad (19)$$

である.

A.1 証明の準備

まず, $\Delta u_{k+1} - \alpha \Delta u_0$ の重み付き二次形式積分を求める. 式(14)と(19)を利用すると, $\Psi = c\Phi$ と置いた

$$\begin{aligned} \Delta u_{k+1}(t) &= (1-\alpha)\Delta u_k(t) + \alpha\Delta u_0 \\ &\quad - \Phi\dot{r}_k(t) - c\Phi r_k(t) \end{aligned} \quad (20)$$

となる. これより,

$$\begin{aligned} &\int_0^t (\Delta u_{k+1} - \alpha\Delta u_0)^T \Phi^{-1} (\Delta u_{k+1} - \alpha\Delta u_0) d\tau \\ &= (1-\alpha)^2 \int_0^t \Delta u_k^T \Phi^{-1} \Delta u_k d\tau + \int_0^t \dot{r}_k^T \Phi \dot{r}_k d\tau \\ &\quad + c^2 \int_0^t r_k^T \Phi r_k d\tau - 2(1-\alpha) \int_0^t \dot{r}_k^T \Delta u_k d\tau \\ &\quad + 2c \int_0^t \dot{r}_k^T \Phi r_k d\tau - 2c(1-\alpha) \int_0^t r_k^T \Delta u_k d\tau \end{aligned} \quad (21)$$

となる. 式(21)の右辺第1, 2, 3項は $\Delta u, r, \dot{r}$ の二

次形式なのでそのままにしておき, 以下, 第4, 5, 6項を詳しく検討する.

式(21)の右辺第4項は次のように二次形式とスカラとの和で上から抑えられる⁷⁾. なお, この式が文献5), 6)において指摘されているように受動性を表す式である.

$$\begin{aligned} &-2(1-\alpha) \int_0^t \dot{r}_k^T \Delta u_k d\tau \\ &\leq -(1-\alpha) \{ \dot{r}_k^T(t) C \dot{r}_k(t) + r_k^T(t) A r_k(t) \} \\ &\quad + (1-\alpha) (\|C\| + \|A\|) \varepsilon_1^2 - 2(1-\alpha) \int_0^t \dot{r}_k^T B \dot{r}_k d\tau \\ &\quad + (1-\alpha) \int_0^t \dot{r}_k^T \Phi \dot{r}_k d\tau + (1-\alpha) \|\Phi^{-1}\| \varepsilon_2^2. \end{aligned} \quad (22)$$

式(21)の右辺第5項は次式のようになる.

$$\begin{aligned} &2c \int_0^t \dot{r}_k^T \Phi r_k d\tau \\ &= c \{ r_k^T(t) \Phi r_k(t) \} - c \{ r_k^T(0) \Phi r_k(0) \}. \end{aligned} \quad (23)$$

式(21)の右辺第6項は式(18)を利用して以下のようになる.

$$\begin{aligned} &-2c(1-\alpha) \int_0^t r_k^T \Delta u_k d\tau \\ &= -2c(1-\alpha) \int_0^t r_k^T C \ddot{r}_k d\tau - 2c(1-\alpha) \int_0^t r_k^T B \dot{r}_k d\tau \\ &\quad - 2c(1-\alpha) \int_0^t r_k^T A r_k d\tau + 2c(1-\alpha) \int_0^t r_k^T \eta_k d\tau. \end{aligned} \quad (24)$$

Φ は正定対称行列なので, 式(24)の右辺第1項は,

$$\begin{aligned} &-2c(1-\alpha) \int_0^t r_k^T C \ddot{r}_k d\tau \\ &= -2c(1-\alpha) \left\{ \int_0^t \frac{\partial}{\partial \tau} (r_k^T C \dot{r}_k) d\tau - \int_0^t \dot{r}_k^T C \dot{r}_k d\tau \right\} \\ &= -2c(1-\alpha) r_k^T(t) C \dot{r}_k(t) + 2c(1-\alpha) r_k^T(0) C \dot{r}_k(0) \\ &\quad + 2c(1-\alpha) \int_0^t \dot{r}_k^T C \dot{r}_k d\tau \\ &\leq c(1-\alpha) \{ C \dot{r}_k(t) \}^T \Phi^{-1} \{ C \dot{r}_k(t) \} \\ &\quad + c(1-\alpha) r_k^T(t) \Phi r_k(t) \\ &\quad + c(1-\alpha) \{ C \dot{r}_k(0) \}^T \Phi^{-1} \{ C \dot{r}_k(0) \} \\ &\quad + c(1-\alpha) r_k^T(0) \Phi r_k(0) + 2c(1-\alpha) \int_0^t \dot{r}_k^T C \dot{r}_k d\tau \end{aligned} \quad (25)$$

となる. 式(24)の右辺第2項に関しては以下のようになる.

$$\begin{aligned} &-2c(1-\alpha) \int_0^t r_k^T B \dot{r}_k d\tau \\ &= -c(1-\alpha) \int_0^t \frac{\partial}{\partial \tau} (r_k^T B r_k) d\tau \\ &= -c(1-\alpha) r_k^T(t) B r_k(t) + c(1-\alpha) r_k^T(0) B r_k(0). \end{aligned} \quad (26)$$

さらに式(24)の右辺第4項は以下のようになる.

$$2c(1-\alpha)\int_0^t \mathbf{r}_k^T \boldsymbol{\eta}_k d\tau \\ \leq c(1-\alpha)\int_0^t \mathbf{r}_k^T (c\boldsymbol{\Phi}) \mathbf{r}_k d\tau + c(1-\alpha)\|(c\boldsymbol{\Phi})^{-1}\| \varepsilon_2^2. \quad (27)$$

以上の式を式(21)へ代入して、まとめると次式が得られる。

$$\int_0^t (\Delta \mathbf{u}_{k+1} - \alpha \Delta \mathbf{u}_0)^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} (\Delta \mathbf{u}_{k+1} - \alpha \Delta \mathbf{u}_0) d\tau \\ \leq (1-\alpha)^2 \int_0^t \Delta \mathbf{u}_k^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} \Delta \mathbf{u}_k d\tau \\ + \mathbf{r}_k^T(t) [-(1-\alpha)\mathbf{A} + c\boldsymbol{\Phi} + c(1-\alpha)\boldsymbol{\Phi} \\ - c(1-\alpha)\mathbf{B}] \mathbf{r}_k(t) \\ + \dot{\mathbf{r}}_k^T(t) [-(1-\alpha)\mathbf{C} + c(1-\alpha)\mathbf{C}^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} \mathbf{C}] \dot{\mathbf{r}}_k(t) \\ + \int_0^t \mathbf{r}_k^T [c^2 \boldsymbol{\Phi} - 2c(1-\alpha)\mathbf{A} + c^2(1-\alpha)\boldsymbol{\Phi}] \mathbf{r}_k d\tau \\ + \int_0^t \dot{\mathbf{r}}_k^T [\boldsymbol{\Phi} - 2(1-\alpha)\mathbf{B} + (1-\alpha)\boldsymbol{\Phi} \\ + 2c(1-\alpha)\mathbf{C}] \dot{\mathbf{r}}_k d\tau \\ + (1-\alpha)(\|\mathbf{C}\| + \|\mathbf{A}\|) \varepsilon_2^2 + (1-\alpha)\|\boldsymbol{\Phi}^{-1}\| \varepsilon_2^2 \\ - \alpha c \{ \mathbf{r}_k^T(0) \boldsymbol{\Phi} \mathbf{r}_k(0) \} + c(1-\alpha)\|\mathbf{C}^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} \mathbf{C}\| \varepsilon_1^2 \\ + c(1-\alpha)\|\mathbf{B}\| \varepsilon_1^2 + c(1-\alpha)\|(c\boldsymbol{\Phi})^{-1}\| \varepsilon_2^2. \quad (28)$$

A.2 出力の一樣有界性の証明

以上の準備を踏まえ出力の一樣有界性を証明する。一般に次式は成立し、

$$(1-\alpha)\int_0^t \Delta \mathbf{u}_i^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} \Delta \mathbf{u}_i d\tau \\ \leq \int_0^t (\Delta \mathbf{u}_i - \alpha \Delta \mathbf{u}_0)^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} (\Delta \mathbf{u}_i - \alpha \Delta \mathbf{u}_0) d\tau \\ + \alpha(1-\alpha)\int_0^t \Delta \mathbf{u}_0^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} \Delta \mathbf{u}_0 d\tau \quad (29)$$

これと式(28)を用いると次式が得られる。

$$s_{k+1}(t) \\ \leq (1-\alpha)s_k(t) + \alpha s_0(t) \\ + \mathbf{r}_k^T(t) [c\{(2-\alpha)\boldsymbol{\Phi} - (1-\alpha)\mathbf{B}\} - (1-\alpha)\mathbf{A}] \mathbf{r}_k(t) \\ + \dot{\mathbf{r}}_k^T [(1-\alpha)(-\mathbf{C} + c\mathbf{C}^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} \mathbf{C})] \dot{\mathbf{r}}_k(t) \\ + \int_0^t \mathbf{r}_k^T [c\{c(2-\alpha)\boldsymbol{\Phi} - 2(1-\alpha)\mathbf{A}\}] \mathbf{r}_k d\tau \\ + \int_0^t \dot{\mathbf{r}}_k^T [(2-\alpha)\boldsymbol{\Phi} - 2(1-\alpha)\mathbf{B} + 2c(1-\alpha)\mathbf{C}] \dot{\mathbf{r}}_k d\tau \\ + \varepsilon^2. \quad (30)$$

ここで、

$$s_k(t) = (1-\alpha)\int_0^t \Delta \mathbf{u}_k^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} \Delta \mathbf{u}_k d\tau, \quad (31)$$

$$\varepsilon_2 = (1-\alpha)(\|\mathbf{C}\| + \|\mathbf{A}\|) \varepsilon_2^2 + (1-\alpha)\|\boldsymbol{\Phi}^{-1}\| \varepsilon_2^2 \\ + c(1-\alpha)\|\mathbf{C}^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} \mathbf{C}\| \varepsilon_1^2 + c(1-\alpha)\|\mathbf{B}\| \varepsilon_1^2 \\ + c(1-\alpha)\|(c\boldsymbol{\Phi})^{-1}\| \varepsilon_2^2 > 0. \quad (32)$$

とおいた、式(30)において $\mathbf{r}_k$, $\dot{\mathbf{r}}_k$ に挟まれた各行列を

$$\begin{cases} -\mathbf{V}_1 = c\{(2-\alpha)\boldsymbol{\Phi} - (1-\alpha)\mathbf{B}\} - (1-\alpha)\mathbf{A} \\ -\mathbf{V}_2 = (1-\alpha)(-\mathbf{C} + c\mathbf{C}^T \boldsymbol{\Phi}^{-1} \mathbf{C}) \\ -\mathbf{W}_1 = c\{c(2-\alpha)\boldsymbol{\Phi} - 2(1-\alpha)\mathbf{A}\} \\ -\mathbf{W}_2 = (2-\alpha)\boldsymbol{\Phi} - 2(1-\alpha)\mathbf{B} + 2c(1-\alpha)\mathbf{C} \end{cases} \quad (33)$$

と定義するとき、

$$-\mathbf{V}_1 \leq 0, \quad -\mathbf{V}_2 \leq 0, \quad -\mathbf{W}_1 \leq 0, \quad -\mathbf{W}_2 \leq 0 \quad (34)$$

であれば次式が成立する。

$$s_{k+1}(t) \leq (1-\alpha)s_k(t) + \alpha s_0(t) + \varepsilon^2. \quad (35)$$

この漸化式から、

$$s_k(t) \\ \leq (1-\alpha)^k s_0(t) + [1 - (1-\alpha)^k] \{\alpha s_0(t) + \varepsilon^2\} / \alpha \\ \leq s_0(t) + \varepsilon^2 / \alpha \quad (36)$$

が得られ、 $s_k(t)$ は k に関して一樣に有界であることが示された。以下、 $s_k(t)$ の一樣有界性が示されれば、文献4)、5)と同様に出力の有界性、収束性を示すことができる。

証明終わり。

南條義人 (Yoshito NANJO)

1961年8月24日生。1987年早稲田大学大学院理工学研究科修士課程(機械工学専攻)修了。同年4月、日本電信電話(株)入社。現在、NTTヒューマンインタフェース研究所知能ロボット研究部研究主任。ロボット運動制御系の研究に従事。日本機械学会会員。

(日本ロボット学会正会員)

有本 卓 (Suguru ARIMOTO)

1936年8月3日生。1959年京都大学理学部卒業。沖電気工業KK、東京大学工学部助手、講師を経て、1968年大阪大学基礎工学部助教授、1973年同教授、1988年東京大学工学部教授となり現在に至る。工学博士。ロボティクス、制御理論、信号処理、情報理論などの研究に従事。日本機械学会、情報処理学会、計測自動制御学会などの会員。IEEEのFellow会員。

(日本ロボット学会正会員)