脚ロボット Emu の非線形制御について

大須賀 公一* 岡 哲秀* 小野 敏郎*

Non-Linear Control of a Certain Legged Robot Emu

Koichi Osuka*, Tetsuhide Oka* and Toshiro Ono*

In this paper, we consider about a non-linear control scheme of a legged robot called Emu which we are going to develop. The main purpose of this paper is to ensure a kind of stability during the Emu standing-the Emu standing-up or sitting-down very slowly. The important point of our consideration is the following; (a) we treat the system as a slowly varying system and utilize a concept of frozen system, (b) we applied the exact linearization method to the frozen system. The stability is guaranteed by Lyapunov's Theory. The effectiveness of our method is shown by a simulation.

Key Words: Legged Robot, Non-linear System, Frozen System, Exact Linearization Method, Lyapunov's Theory

1. はじめに

二足歩行ロボットの研究は、種々の動機のもとで、古くから行われている[1]~[4]. 筆者らも、人間型マスタースレーブロボット[5]を開発していく際に必要となる関連技術のひとつとして研究を行っている. 具体的には、Fig. 1 に示すような概念図をもとに二足ロボット Emu の開発を進めている[6].

特に本研究では、従来から行われていた定常的な歩行・走行

動作に加えて、停止状態での膝の屈伸運動の実現に主眼を置いている. この場合注意すべきことは、系の運動方程式が非線形系となることに加えて、系の平衡点が定点ではなく、膝の屈伸角に応じて変化することである. したがって、しばしば用いられるひとつの平衡点での単純な近似線形化モデル(ひとつの平衡点まわりのテーラ展開による一次近似)に基づく固定した制御則では満足のいく結果が得られない可能性があり、なんらかの非線形制御則による合理的な制御が必要であると思われる. また、平衡点に応じて線形化モデルを用意し、制御則を切り替えてゆく方法も考えられるが、用意すべきモデルが多数必要になる、入力の不連続になりスムーズな動きが期待できない、などの点から必ずしも得策とは言い難い. さらに、制御則の設計のみならず、得られた制御系全体の安定性に関する理論的な考察も必要である.

そこで本論文では、その試みの第一段階として、Emu の胴体と脚部(1脚)にのみ注目し、一本足による低速屈伸運動について考察する. 具体的には、屈伸運動中の膝角度を緩やかに変動する時変パラメータとしてとらえることによって、システムを Slowly Varying System とみなし姿勢制御を行う. すなわち、時変パラメータを定数とみなした Frozen System に対して非線形制御則を設計し、それが元のシステムに対しても有効であることを理論的に確認する. そこでは、もとのシステムは厳密な線形化は不可能であるが、Frozen System は線形化可能なシステムになっていることがポイントとなる. このようにして設計された非線形制御則を用いれば、単一のモデルに基づきスムーズな動作が実現でき、合理的な制御系が構成できるものと期待できる.

本論文の構成は以下のとおりである. 第2章では、時変非線

Fig. 1 Legged robot Emu

原稿受付 1993年6月30日

*大阪府立大学工学部

*College of Engineering University of Osaka Prefecture

形システムに対する安定論と厳密な線形化についての基本的な結果を述べる。第3章では、本論文で考える具体的な制御対象を明確にする。第4章では、その制御対象に対して第2章で述べた結果を利用してある種の安定性を保証する制御則を設計する。第5章では、設計された制御則の有効性を確認するために行ったシミュレーション結果を示す。そして第6章で、まとめと今後の課題について述べる。

2. 準備

非自律系

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) \quad (1)$$

及び、その摂動系

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) + \boldsymbol{\Delta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(t)) \quad (2)$$

を考える。ただし、 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ は状態、 $\boldsymbol{\alpha}(t)$, $\boldsymbol{\beta}(t)$ は時変パラメータで適当な集合 $\Gamma \subset \mathbf{R}^m$, $\Lambda \subset \mathbf{R}^p$ に対して

$$\boldsymbol{\alpha}(t) \in \Gamma, \boldsymbol{\beta}(t) \in \Lambda \text{ for } \forall t \geq 0 \quad (3)$$

とする。このときシステム(1)は、が“十分小さい”とき、“Slowly Varying System”と呼ばれる[7]。また、任意の非負定数 r を考えたとき、各点 r に対して定義された自律系

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(r)) \quad (4)$$

をシステム(1)に対する“Frozen System”と呼ぶ[7]。

ここで次の仮定を設ける。

[A1] $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})$ は $\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}$ に関して十分滑らかである。

[A2] 点 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ は、任意の $\boldsymbol{\alpha}(r)$ に対してシステム(4)の平衡点である。

[A3] $\boldsymbol{\Delta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(t))$ は $\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}$ に関して十分滑らかで

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\Delta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(t))\| &< d_1(t) + d_2(t)\|\mathbf{x}\|, \\ |d_1(t)| &< \bar{d}_1, |d_2(t)| < \bar{d}_2, \forall t \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

を満たす関数 $d_1(t)$, $d_2(t)$ 及び正定数 $\bar{d}_1$, $\bar{d}_2$ が存在する。□

このとき以下の結果が得られる。

[補題1] 仮定[A1][A2]を満たす Frozen System[4]を考える。ただし、ある正定数 h に対して正定数 L_1, L_2 が存在し、

$$\left\| \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})}{\partial \mathbf{x}} \right\| < L_1, \left\| \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha})}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \right\| < L_2 \|\mathbf{x}\| \quad (6)$$

が任意の $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) \in D(h) \times \Gamma$ に対して成り立っているものとする。ここに、 $D(h)$ は h によって定まる $\mathbf{R}^n$ の領域 $D(h) = \{\mathbf{x} | \|\mathbf{x}\| < h\}$ である。

このとき、ある正定数 k, η が存在し、(4)式の解 $\mathbf{x}(t)$ が

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}(t)\| &\leq k\|\mathbf{x}(0)\|e^{-\eta t}, \\ \forall \mathbf{x}(0) &\in D(h/k), \boldsymbol{\alpha}(r) \in \Gamma, t \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

を満たすならば、任意の $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(r)) \in D(h/k) \times \Gamma$ で次式を満たす実数値関数 $V_r(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(r))$ が存在する。

$$c_1\|\mathbf{x}\|^2 \leq V_r(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(r)) \leq c_2\|\mathbf{x}\|^2 \quad (8a)$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(r)) \leq -c_3\|\mathbf{x}\|^2 \quad (8b)$$

$$\left\| \frac{\partial V_r(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(r))}{\partial \mathbf{x}} \right\| \leq c_4\|\mathbf{x}\| \quad (8c)$$

$$\left\| \frac{\partial V_r(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(r))}{\partial \boldsymbol{\alpha}(r)} \right\| \leq c_5\|\mathbf{x}\|^2 \quad (8d)$$

ただし、 c_i ($i=1, \dots, 5$) は $w = \ln(2k^2)/(2\eta)$ を用いて以下のよう計算される定数である。

$$c_1 = \frac{1 - e^{-2L_1 w}}{2L_1}, c_2 = \frac{k^2(-e^{-2\eta w})}{2\eta}, c_3 = \frac{1}{2} \quad (9a)$$

$$c_4 = \frac{2k(1 - e^{-(\eta - L_1)w})}{\eta - L_1}, c_5 = \frac{2k^2 L_2}{\eta(\eta - L_1)}(1 - e^{-(\eta - L_1)w}) \quad (9a)$$

証明 $\Phi_r(\tau, \mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}(r))$ を時刻0, 状態 $\mathbf{x}$ を初期条件としたときの時刻 τ における(4)式の解とする。このとき、例えば $V_r(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(r))$ を

$$V_r(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(r)) = \int_0^w \Phi_r^T(\tau, \mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}(r)) \Phi_r(\tau, \mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}(r)) d\tau \quad (10)$$

とすればよい。詳しくは文献[7]の5.3節参照。■

この補題より次の定理が得られる。

[定理1] 仮定[A1][A2][A3]を満たすシステム(2)が与えられ、その公称値系(1)に対する Frozen System (4)が補題1の条件を満足しているとする。そうすると次の性質が得られる。

(i) ある定数 μ_i ($0 < \mu_i < 1$ ($i=1, 2, 3$)) に対して

$$\bar{d}_1 < \frac{c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)\mu_3 h}{c_4} \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} \quad (11a)$$

$$\bar{d}_2 < \mu_1 \frac{c_3}{c_4} \quad (11b)$$

$$\|\dot{\boldsymbol{\alpha}}(t)\| < \mu_2 \frac{c_3(1-\mu_1)}{c_5} \quad (11c)$$

が成り立っていれば、すべての $\mathbf{x}(0) \in B(h\sqrt{c_1/c_2})$ に対してある正定数 T_0 が存在して、摂動系(2)の解は

$$\|\mathbf{x}(t)\| < \begin{cases} k_0 \|\mathbf{x}(0)\| e^{-\eta_0 t} & (0 \leq t < T_0) \\ b_0 & (t \geq T_0) \end{cases} \quad (12)$$

を満足している。ただし、

$$b_0 = \frac{c_4 \bar{d}_1}{c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)\mu_3} \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} \quad (13a)$$

$$k_0 = \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} \quad (13b)$$

$$\eta_0 = \frac{c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)(1-\mu_3)}{2c_2} \quad (13c)$$

である。すなわち、(2)の解は Uniformly ultimately bounded[7]である。

(ii) (i)に加えて、 $\lim_{t \rightarrow \infty} d_1(t) = 0$ が成り立っていれば、摂動系(2)の解 $\mathbf{x}(t)$ は一様有界かつ $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ となる。

証明 補題1の成立より、式(10)の r を t で置き換えた関数

$$V_t(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) = \int_0^w \Phi_t^T(\tau, \mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}(t)) \Phi_t(\tau, \mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}(t)) d\tau \quad (14)$$

を考えると、 $D(h/k) \times \Gamma$ で次式が成立している。

$$c_1\|\mathbf{x}\|^2 \leq V_t(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) \leq c_2\|\mathbf{x}\|^2 \quad (15a)$$

$$\frac{\partial V_t}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) \leq -c_3\|\mathbf{x}\|^2 \quad (15b)$$

$$\left\| \frac{\partial V_t(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \mathbf{x}} \right\| \leq c_4\|\mathbf{x}\| \quad (15c)$$

$$\left\| \frac{\partial V_t(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \boldsymbol{\alpha}(t)} \right\| \leq c_5\|\mathbf{x}\|^2 \quad (15d)$$

そこで、式(14)を式(2)に沿って微分し、式(11)(15b)~(15d)を用いると、任意の $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t), \boldsymbol{\beta}(t)) \in D(h/k) \times \Gamma \times \Lambda$ に対して

$$\begin{aligned}
\dot{V}_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) &= \frac{\partial V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) \\
&+ \frac{\partial V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \boldsymbol{\alpha}(t)} \dot{\boldsymbol{\alpha}}(t) + \frac{\partial V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \mathbf{x}} \boldsymbol{\Delta}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(t)) \\
&\leq -c_3 \|\mathbf{x}\|^2 + c_5 \|\dot{\boldsymbol{\alpha}}\| \|\mathbf{x}\|^2 \\
&+ c_4 \|\mathbf{x}\|(\bar{d}_1 + \bar{d}_2 \|\mathbf{x}\|) \\
&= -(c_3 - c_5 \|\dot{\boldsymbol{\alpha}}\| - c_4 \bar{d}_2) \|\mathbf{x}\|^2 + \bar{d}_1 c_4 \|\mathbf{x}\| \\
&\leq -c_3(1 - \mu_1)(1 - \mu_2) \|\mathbf{x}\|^2 + \bar{d}_1 c_4 \|\mathbf{x}\| \\
&= -c_3(1 - \mu_1)(1 - \mu_2)(1 - \mu_3) \|\mathbf{x}\|^2 \\
&\quad - c_3 \mu_3(1 - \mu_1)(1 - \mu_2) \|\mathbf{x}\|^2 + \bar{d}_1 c_4 \|\mathbf{x}\| \\
&= -c_3(1 - \mu_1)(1 - \mu_2)(1 - \mu_3) \|\mathbf{x}\|^2 \\
&\quad - (c_3 \mu_3(1 - \mu_1)(1 - \mu_2) \|\mathbf{x}\| - \bar{d}_1 c_4) \|\mathbf{x}\|
\end{aligned} \quad (16)$$

が得られる。これより、

$$\|\mathbf{x}\| \geq \frac{\bar{d}_1 c_4}{c_3 \mu_3(1 - \mu_1)(1 - \mu_2)} \quad (17)$$

ならば

$$\dot{V}_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) \leq -c_3(1 - \mu_1)(1 - \mu_2)(1 - \mu_3) \|\mathbf{x}\|^2 \quad (18)$$

となっていることが分かる ($D(h/k) \times \Gamma \times \Lambda$ 内)。したがって、文献[7]の Lemma 4.8 を用いると本定理(i)が得られる。(ii)については、(17)式で $\bar{d}_1 = 0$ とすることで直感的には理解できる (詳しくは文献[7]の Lemma 4.9 参照)。■

また、次の1入力非線形時不変システムを考える。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_r(\mathbf{x}) + \mathbf{g}_r(\mathbf{x})u \quad (19)$$

ただし、 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ は状態、 $u \in \mathbf{R}$ は入力をあらわし、次の仮定を満たしているものとする。

[A4] $\mathbf{f}_r(\mathbf{x}), \mathbf{g}_r(\mathbf{x})$ は $\mathbf{x}$ に関して十分滑らかである。

[A5] $u=0$ のとき $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ はシステム(19)の平衡点である。□

そして、 $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ を含む適当な領域で、座標変換

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}(\mathbf{x}) \quad (20)$$

と新たな入力 $v \in \mathbf{R}$ を含む入力変換

$$u = a(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})v \quad (21)$$

を考える。ただし、 $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ は $\mathbf{T}(\mathbf{0})=\mathbf{0}$ を満たす微分同相写像、 $a(\mathbf{x})$ は滑らかな関数、 $b(\mathbf{x})$ は同様に滑らかな関数であるが、 $b(\mathbf{0}) \neq 0$ を満たすものとする。

このとき次の定義を与える[8]。

[定義] システム(19)が上のような座標変換(20)と入力変換(21)によって、可制御な線形システム

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}v \quad (22)$$

に変換されるとき、システム(19)は“**厳密な線形化可能である**”という。□

これに関して次の結果が知られている。

[定理2] システム(19)が $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ の近傍で厳密な線形化可能であるための必要十分条件は、以下の2条件を満たす $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ を含む適当な領域が存在することである。

(a) $\{ad_{f_r}^0 \mathbf{g}_r(\mathbf{0}), \dots, ad_{f_r}^{n-1} \mathbf{g}_r(\mathbf{0})\}$ が線形独立 (23)

(b) $\{ad_{f_r}^0 \mathbf{g}_r(\mathbf{x}), \dots, ad_{f_r}^{n-2} \mathbf{g}_r(\mathbf{x})\}$ が involutive (24)

ただし、 $ad_{f_r}^j \mathbf{g}_r(\mathbf{x})$ ($i=0, \dots, n-1$) は Lie bracket を

$$[f_r, g_r](\mathbf{x}) = \frac{\partial g_r}{\partial \mathbf{x}} f_r(\mathbf{x}) - \frac{\partial f_r}{\partial \mathbf{x}} g_r(\mathbf{x}) \quad (25)$$

としたとき

$$ad_{f_r}^0 \mathbf{g}_r(\mathbf{x}) = \mathbf{g}_r(\mathbf{x}) \quad (26a)$$

$$ad_{f_r}^j \mathbf{g}_r(\mathbf{x}) = [f_r, ad_{f_r}^{j-1} \mathbf{g}_r](\mathbf{x}) \quad (26b)$$

で定義されるベクトル場である。

証明) 文献[8]参照。■

システム(19)が厳密な線形化可能であれば、具体的な座標変換と入力変換は以下のように計算される[8]

Step 1) 次式を満たす非零関数 $\Phi(\mathbf{x})$ を計算する。

$$L_{ad_{f_r}^i} \Phi(\mathbf{x}) = 0 \quad (i=0, 1, \dots, n-2) \quad (27)$$

ただし、 $L_a b$ はスカラー関数 b のベクトル場 $\mathbf{a}$ による Lie 微分と呼ばれ、

$$L_a b = \frac{\partial b}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a} \quad (28)$$

と定義されるスカラー関数である。

Step 2) Step 1 で求めた関数 $\Phi(\mathbf{x})$ を用いて座標変換と入力変換

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(\mathbf{x}) \\ L_{f_r} \Phi(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{f_r}^{n-1} \Phi(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$u = -\frac{L_{f_r}^n \Phi(\mathbf{x})}{L_{g_r} L_{f_r}^{n-1} \Phi(\mathbf{x})} + \frac{1}{L_{g_r} L_{f_r}^{n-1} \Phi(\mathbf{x})} v \quad (30)$$

を計算する。□

その結果、(19)式は線形システム

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}v \quad (31)$$

に変換される。ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ & & & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

である。

3. 制 御 対 象

本報告では、Fig. 1 の Emu に対して、以下のような仮定を置く。

[E1] 胴体部には腕、頭などはなく、その重心は腰関節上にある。

[E2] 一脚であり、脚リンクは均質である。

[E3] 膝関節の屈伸動作は他の運動に影響されず、 α を任意に指定できる。

[E4] 足首関節にはアクチュエータが無。

[E5] 足首は地面から離れず、横滑りもしない。□

その結果 Emu は、Fig. 2 のような3リンク系としてモデリングされることになる。

ここで、 l を第1、第2リンクの長さ、 m を第1、第2リンクの質量、 l_B を第3リンクの長さ、 m_B を第3リンクの質量、 g を重力加速度とする。また、 θ_A を足首関節の角度、 α を膝関節の角度、 θ_B を腰関節の角度とし、いずれも時計まわりを正とする。入力は腰関節部に装着されたモータ (ロータの慣性モーメント J_M) の発生トルク u であり、モータのトルクは減速比 1 : n の減速器をととして腰関節を駆動する。

さらに、 $I_1 = I_2 = ml^2/12$ 、 $I_3 = m_B l_B^2/12$ と置き、

Fig. 2 A simplified model of Emu

$$J_3 = I_3, \quad \bar{J}_3 = J_3 + n^2 J_M \quad (33 \text{ a})$$

$$J_2 = J_3 + \frac{1}{4} m l^2 + m_B l^2 + I_2, \quad R_2 = \left(\frac{m}{2} + m_B \right) l \quad (33 \text{ b})$$

$$J_1 = J_2 + \frac{5}{4} m l^2 + m_B l^2 + I_1, \quad R_1 = \left(\frac{3m}{2} + m_B \right) l \quad (33 \text{ c})$$

とすると本系の運動方程式は次式ようになる。

$$J(\alpha) \ddot{\theta} + C_1(\alpha) C_2(\dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) + C_3(\alpha) \dot{\alpha} \dot{\theta} + G(\alpha, \theta) = E u \quad (34)$$

ただし,

$$\theta = [\theta_A \quad \theta_B]^T \quad (35 \text{ a})$$

$$J(\alpha) = \begin{bmatrix} J_1 + 2R_2 l \cos \alpha & J_3 \\ J_3 & \bar{J}_3 \end{bmatrix} \quad (35 \text{ b})$$

$$J(\alpha) = \begin{bmatrix} -2R_2 l \sin \alpha & J_2 + R_2 l \cos \alpha \\ 0 & J_3 \end{bmatrix} \quad (35 \text{ c})$$

$$C_2(\dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) = [\dot{\alpha}^2 \quad \ddot{\alpha}]^T \quad (35 \text{ d})$$

$$C_3(\alpha) = \begin{bmatrix} -2R_2 l \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (35 \text{ e})$$

$$G(\alpha, \theta) = \begin{bmatrix} -R_1 g \sin \theta_A - R_2 g \sin(\theta_A + \alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35 \text{ f})$$

$$E = [0 \quad 1]^T \quad (35 \text{ g})$$

[Remark 1] 注意すべきことは、本系はいわゆるマッチング条件[9]を満たしていないということである。したがって、マニピュレータのように計算トルク法による非線形補償ができない。△

この時、次の問題を解くことがここでの目的である。

《問題》 Fig. 2 の制御対象において、膝関節 $\alpha(t)$ が

$$\alpha(t) \in \Gamma = \{\alpha | \alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \forall t \geq 0\} \quad (36 \text{ a})$$

$$|\dot{\alpha}(t)| \leq 1, \quad \forall t \geq 0 \quad (36 \text{ b})$$

$$|\ddot{\alpha}(t)| \leq 1, \quad \forall t \geq 0 \quad (36 \text{ c})$$

を満たす範囲で変化する状況を考える（緩やかに屈伸運動を行う）。このとき、任意の時間 t で

(S1) 系全体が転倒しない、

(S2) 第3リンクはできるだけ水平に保つ。

を達成する制御器を設計せよ。□

4. 制御則の設計

ここでは上の問題を解くために、次のような制御系設計手順をとった。

Step 1) 各時刻 t で $\dot{\alpha}(t)=0, \ddot{\alpha}(t)=0$ とし、さらに仕様(S2)を考慮して、 $\alpha(t)$ が一定の場合の平衡点 $\theta_0(t)$ を計算する。

Step 2) (34) (35) 式を $e(t) = \theta(t) - \theta_0(t)$ に関する方程式に変換する。

Step 3) に関するレギュレータを構成する。□

4.1 $\theta_0(t)$ の計算

まず、(34) (35) 式で

$$\dot{\theta}(t)=0, \quad \ddot{\theta}(t)=0, \quad u(t)=0 \quad (37 \text{ a})$$

$$\dot{\alpha}(t)=0, \quad \ddot{\alpha}(t)=0 \quad (37 \text{ b})$$

と置くことによって、

$$-R_1 g \sin \theta_A(t) - R_2 g \sin(\theta_A(t) + \alpha(t)) = 0 \quad (38)$$

が、また、仕様(S2)より

$$\theta_A(t) + \alpha(t) + \theta_B(t) = -\frac{\pi}{2} \quad (39)$$

が得られる。これらより求めるべき $\theta_0(t)$ は

$$\theta_0(t) = \begin{bmatrix} \theta_{0A}(t) \\ \theta_{0B}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1} \left(\frac{-R_2 \sin \alpha(t)}{R_1 + R_2 \cos \alpha(t)} \right) \\ -\frac{\pi}{2} - \alpha(t) - \tan^{-1} \left(\frac{-R_2 \sin \alpha(t)}{R_1 + R_2 \cos \alpha(t)} \right) \end{bmatrix} \quad (40)$$

となる。

4.2 運動方程式の変換

次に、 $e(t) = \theta(t) - \theta_0(t)$ とおいて、(34) (35) 式を $e(t)$ に関する運動方程式に変換すると

$$J(\alpha) \ddot{e} + G(\alpha, e + \theta_0) + \delta(\dot{e}, \alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) = E u \quad (41)$$

となる。ただし、

$$\delta(\dot{e}, \alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) = J(\alpha) \ddot{\theta}_0 + C_1(\alpha) C_2(\dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) + C_3(\alpha) \dot{\alpha} \dot{\theta}_0 + C_3(\alpha) \dot{\alpha} \dot{e} \quad (42)$$

である。そこで、 $x = [x_a^T, x_b^T]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [e^T \ \dot{e}^T]^T$ と置き (41) (42) 式を状態方程式表現すると次のようになる。

$$\dot{x} = f_n(x, \alpha(t)) + g_n(\alpha(t)) u + \Delta(x, \beta(t)) \quad (43)$$

ただし、

$$J_1(\alpha(t)) = \frac{1}{\bar{J}_3(J_1 + 2R_2 l \cos \alpha(t)) - J_3^2} \quad (44 \text{ a})$$

$$R_s(x_1, \alpha(t)) = R_1 g \sin(x_1 + \theta_{0A}(t)) + R_2 g \sin(x_1 + \alpha(t) + \theta_{0A}(t)) \quad (44 \text{ b})$$

$$R_c(x_1, \alpha(t)) = R_1 g \cos(x_1 + \theta_{0A}(t)) + R_2 g \cos(x_1 + \alpha(t) + \theta_{0A}(t)) \quad (44 \text{ c})$$

$$\beta(t) = [\alpha(t), \dot{\alpha}(t), \ddot{\alpha}(t)]^T \quad (44 \text{ d})$$

$$\begin{aligned} f_n(\mathbf{x}, \alpha(t)) &= \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ -J(\alpha(t))^{-1}G(\alpha(t), \mathbf{x}_a + \boldsymbol{\theta}_0(t)) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ J_I(\alpha(t))\bar{J}_3 R_s(x_1, \alpha(t)) \\ -J_I(\alpha(t))\bar{J}_3 R_s(x_1, \alpha(t)) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44 \text{ e})$$

$$\begin{aligned} g_n(\alpha(t)) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ J(\alpha(t))^{-1}E \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -J_I(\alpha(t))J_3 \\ J_I(\alpha(t))(J_1 + 2R_2 l \cos \alpha(t)) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44 \text{ f})$$

$$\begin{aligned} \Delta(\mathbf{x}, \beta(t)) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ -J(\alpha(t))^{-1}\delta(\mathbf{x}_b, \alpha(t), \dot{\alpha}(t), \ddot{\alpha}(t)) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_0 + J(\alpha)^{-1}(C_1(\alpha)C_2(\alpha, \dot{\alpha}) + C_3(\alpha)\dot{\alpha}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_0) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} & J(\alpha)^{-1}C_3(\alpha)\dot{\alpha} \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (44 \text{ g})$$

と置いた。

このとき、(44)式より(43)式に対して以下の性質が成り立っていることが分かる。

[性質1] $f_n(\mathbf{x}, \alpha(t))$, $g_n(\alpha(t))$ は $\mathbf{x}, \alpha(t)$ に関して十分滑らかである。

[性質2] $\dot{\alpha}(t)=0$, $\ddot{\alpha}(t)=0$ ならば, $\mathbf{x}=\mathbf{0}$, $u=0$ は一つの平衡点である。

[性質3] (i) $\Delta(\mathbf{x}, \beta(t))$ は $\mathbf{x}, \beta$ に関して十分滑らかで,

$$\|\Delta(\mathbf{x}, \beta(t))\| < d_1(t) + d_2(t)\|\mathbf{x}\| \quad (45)$$

を満たす正値関数 $d_1(t) < \delta_1$, $d_2(t) < \delta_2$ が存在する (δ_1, δ_2 は適当な正定数)。

(ii) $\dot{\alpha}(t)=0$, $\ddot{\alpha}(t)=0$ ならば, 次式が成立する。

$$\Delta(\mathbf{x}, \beta(t)) = \mathbf{0}, \quad \forall \mathbf{x} \quad (46) \quad \square$$

4.3 制御則

そうすると定理2を用いることにより次の補題が得られる。

[補題2] 任意の $\alpha(r) \in \Gamma$, 有界な領域

$$\bar{D}(h) = \{\mathbf{x} | \forall \mathbf{x} : \|\mathbf{x}\| < h, R_c(x_1, \alpha(r)) \neq 0\} \quad (47)$$

及び $u \in \mathbf{R}$ に対して定義されたシステム

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_n(\mathbf{x}, \alpha(r)) + \mathbf{g}_n(\alpha(r))u \quad (48)$$

を考える。ただし, $\mathbf{f}_n, \mathbf{g}_n$ は(44 e) (44 f)式の通りである。この時, (48)式に任意の $(\alpha(r), \mathbf{x}, \lambda) \in \Gamma \times \bar{D}(h) \times \mathbf{R}^+$ で定義された入力

$$\begin{aligned} u &= u(\mathbf{x}, \alpha(r)) \\ &= \frac{R_s(x_1, \alpha(r))[J_I(\alpha(r))R_c(x_1, \alpha(r)) - x_3^2] + \nu}{J_I(\alpha(r))\bar{J}_3 R_c(x_1, \alpha(r))} \end{aligned} \quad (49 \text{ a})$$

$$\nu = [-\lambda^4 - 4\lambda^3 - 6\lambda^2 - 4\lambda]T(\mathbf{x}; \alpha(r)) \quad (49 \text{ b})$$

$$T(\mathbf{x}; \alpha(r)) = \begin{bmatrix} (J_1 + 2R_2 l \cos \alpha(r))x_1 + J_3 x_2 \\ (J_1 + 2R_2 l \cos \alpha(r))x_3 + J_3 x_4 \\ R_3(x_1, \alpha(r))x_3 R_c(x_1, \alpha(r)) \end{bmatrix} \quad (49 \text{ c})$$

を加えたシステム

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha(r)) \\ &= \mathbf{f}_n(\mathbf{x}, \alpha(r)) + \mathbf{g}_n(\alpha(r))u(\mathbf{x}, \alpha(r)) \end{aligned} \quad (50)$$

を考えると, 以下が得られる。

(i) 任意 $(\alpha(r), \mathbf{x}) \in \Gamma \times \bar{D}(h)$ に対してある正定数 $\bar{L}_1, \bar{L}_2$ が存在し,

$$\left\| \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha)}{\partial \mathbf{x}} \right\| < \bar{L}_1, \quad \left\| \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha)}{\partial \alpha} \right\| < \bar{L}_2 \|\mathbf{x}\| \quad (51)$$

が $(\alpha(r), \mathbf{x}) \in \Gamma \times \bar{D}(h)$ で成立する。

(ii) ある正定数 $\bar{k}, \bar{\eta}$ が存在し, (50)式の解 $\mathbf{x}(t)$ に対して

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}(t)\| &\leq \bar{k}\|\mathbf{x}(0)\|e^{-\bar{\eta}t}, \\ \forall \mathbf{x}(0) &\in \bar{D}(h/\bar{k}), \alpha(r) \in \Gamma, t \geq 0 \end{aligned} \quad (52)$$

成立する。

証明 (i) $\mathbf{f}_n, \mathbf{g}_n, u$ が十分滑らかであることから得られる。

(ii) まず, 性質2と(46)式より $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ が(50)式の平衡点であることは容易に確かめられる。さらに, 定理2の二条件をチェックすることにより, (48)式は任意の $(\alpha(r), \mathbf{x}) \in \mathbf{R} \times \bar{D}(h)$ において厳密な線形化が可能であることがわかる。したがって, (27)~(30)式の計算を行うことにより $\mathbf{x}$ と $\mathbf{z}$ との間の座標変換

$$\mathbf{z} = [z_1 z_2 z_3 z_4]^T = T(\mathbf{x}; \alpha(r)) \quad (52)$$

及び, 入力変換(49 a)式が得られ, それらを用いることにより線形システム(31)が得られる。そこで, v として(49 b)と選ぶと, 得られた(閉ループ)線形システムにおいて $\mathbf{z}=\mathbf{0}$ は指数漸近安定になる。ところで, 座標変換 $\mathbf{z} = T(\mathbf{x}; (r))$ は微分同相写像であったので, $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ も指数漸近安定になる。■

以上から本報告の結論である次の定理が得られる。

[定理3] システム(43)に対して入力

$$u = \frac{R_s(x_1, \alpha(t))[J_I(\alpha(t))R_c(x_1, \alpha(t)) - x_3^2] + \nu}{J_I(\alpha(t))\bar{J}_3 R_c(x_1, \alpha(t))} \quad (53 \text{ a})$$

$$\nu = [-\lambda^4 - 4\lambda^3 - 6\lambda^2 - 4\lambda]T(\mathbf{x}; \alpha(t)) \quad (53 \text{ b})$$

を加えたとする。ただし,

$$\alpha(t) \in \Gamma, |\dot{\alpha}(t)| < \varepsilon, \quad (54 \text{ a})$$

$$\delta_1 < \varepsilon_1, \delta_2 < \varepsilon_2 \quad (54 \text{ b})$$

とする。

このとき, 補題2が成立し, 以下が得られる。

(i) ある定数 ($0 < \mu_i < 1$ ($i=1, 2, 3$)) 及び, (47)式で用いた定数 h に対して,

$$\varepsilon < \mu_2 \frac{\bar{c}_3(1-\mu_1)}{\bar{c}_4} \quad (55 \text{ a})$$

$$\varepsilon_1 < \frac{\bar{c}^3(1-\mu_1)(1-\mu_2)\mu_3 h}{\bar{c}_4} \sqrt{\frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_2}} \quad (55 \text{ b})$$

$$\varepsilon_2 < \mu_1 \frac{\bar{c}_3}{\bar{c}_4} \quad (55 \text{ c})$$

となっていれば, すべての $\mathbf{x}(0) \in B(h\sqrt{\bar{c}_1/\bar{c}_2})$ に対してある定数 $\bar{T}$ が存在して, 閉ループ系(43) (53)の解は,

$$\|\mathbf{x}(t)\| \leq \begin{cases} k_0 \|\mathbf{x}(0)\| e^{-\gamma_0 t} & (0 \leq t < \bar{T}) \\ b_0 & (t \geq \bar{T}) \end{cases} \quad (56)$$

を満足する。ただし,

$$b_0 = \frac{\bar{c}_4 \delta_1}{\bar{c}_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)\mu_3} \sqrt{\frac{\bar{c}_2}{\bar{c}_1}}, \quad k_0 = \sqrt{\frac{\bar{c}_2}{\bar{c}_1}} \quad (57 \text{ a})$$

$$\gamma_0 = \frac{\bar{c}_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)(1-\mu_3)}{2\bar{c}_2}, \quad \bar{w} = \frac{\ln(2\bar{k}^2)}{2\bar{\eta}} \quad (57 \text{ b})$$

$$\begin{aligned}\bar{c}_1 &= \frac{1 - e^{-2L_1\bar{\omega}}}{2\bar{L}_1}, \quad \bar{c}_2 = \frac{\bar{k}^2(1 - e^{-2\bar{\eta}\bar{\omega}})}{2\bar{\eta}}, \quad \bar{c}_3 = \frac{1}{2} \\ \bar{c}_4 &= \frac{2\bar{k}(1 - e^{-(\bar{\eta} - L_1)\bar{\omega}})}{\bar{\eta} - \bar{L}_1}, \quad \bar{c}_5 = \frac{2\bar{k}^2\bar{L}_2}{\bar{\eta}(\bar{\eta} - \bar{L}_1)}(1 - e^{-(\bar{\eta} - L_1)\bar{\omega}})\end{aligned}\quad (57c)$$

(57d)

とおいた。ここに、 $L_i, \bar{k}, \bar{\eta}$ は補題 2 で定義された定数である。

(ii) (i)に加えて、 $\lim_{t \rightarrow \infty} d_1(t) = 0$ が成り立っていれば、閉ループ系 (43) (53) の解 $x(t)$ は有界となり、かつ $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ となる。

証明) システム (43) に入力 (53) を加えると

$$\dot{x} = f(x, \alpha(t)) + \Delta(x, \beta(t)) \quad (58)$$

が得られる。まず、本系については、性質 1~3 が成立しているので、仮定 A1~A3 が満足されている。さらに、 $\Delta = 0$ とおいた系に対する Frozen system (50) に対しては補題 2 の (i)(ii) が成立している。したがって、補題 1 が成立し、その結果、定理 1 により与結果が得られる。■

[Remark 2] 定理 3 の結果を元の運動方程式に関して解釈し直すと、(i) 膝関節の運動を (55) 式の意味で緩やかに行えば、Emu は転倒することなく屈伸運動が実現できる、(ii) 膝関節を固定すれば、その姿勢での平衡点は漸近安定になる、という結論が得られる。△

[Remark 3] (55) 式を満たす運動は必ず存在する ($\alpha(t)$ の速度、加速度を小さくしていけば満たされる)。また、許容される $\alpha(t)$ の変化パターンも (57) 式等を用いて定量的に計算することができる。ただし本結果は十分条件であるので、実際に

は、より大きな $\alpha(t)$ の変化に対しても不安定になることはない。△

5. シミュレーション

上で求めた制御則の有効性を確認するために Fig. 2 のモデルを用いて簡単なシミュレーションを行った。十分小さな $\alpha(t)$ の変動に対して、本制御則が有効に働くことは明らかなので、ここでは、どの程度までの変動に耐えられるかの確認を行うことを主眼においた。用いたモデルの大きさは、 $l = 0.1$ [m]、 $l_B = 0.3$ [m]、質量は $m = 0.323$ [Kg]、 $m_B = 3.86$ [Kg] とした。また、入力モータへの入力電流とし、その時のトルク定数を $K_T = 0.2087$ [Nm/A] とした。その他、シミュレーションに必要なパラメータを Table 1 にまとめておく。

$\alpha(t)$ の一例として $-\pi/2$ [rad] から 0 [rad] (直立) までを $T = 10$ [sec] で変化するように次式で与えた。

Fig. 4 Simulated result (response)

Table 1 Parameters

parameter	value	parameter	value
J_1	0.1085 [Kgm ²]	n	25
J_2	0.0642 [Kgm ²]	R_1	0.444 [Kgm]
J_3	0.0232 [Kgm ²]	R_2	0.412 [Kgm]
J_M	3.89×10^{-5} [Kgm ²]	λ	10

Fig. 3 Angle of knee $\alpha(t)$

Fig. 5 Simulated result (input current)

Fig. 6 Simulated result (stick diagram)

$$\alpha(t) = \begin{cases} \frac{8\pi}{3T^2}t^3 - \frac{\pi}{2} & \left(0 \leq t < \frac{T}{4}\right) \\ -\frac{8\pi}{3T^2}\left(t - \frac{T}{2}\right)^3 + \frac{\pi}{T}t - \frac{3}{4}\pi & \left(\frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4}\right) \\ -\frac{3\pi}{3T^2}(t-T)^3 & \left(\frac{3T}{4} \leq t \leq T\right) \end{cases} \quad (59)$$

Fig. 3 に $\alpha(t)$ を示しておく。

このような設定のもとで、制御則(53)によって制御を行った。Fig. 4~Fig. 6 がその結果で、Fig. 4 が足首関節の角度 θ_A と腰関節の角度 θ_B を、Fig. 5 がそのときの制御入力（モータへの電流）を、Fig. 6 が全体の運動をスティック線図で表現したものである（ただし、紙面の制約上、胴体は短く描かれているが、動特性は同じである）。これらの図より、無理なく起立動作が行われていることが分かる。

[Remark 4] ここでは示さないが、同じ動作を線形制御則（例えば初期姿勢に置ける線形器近似モデルを用いて LQ 制御則を設計する）で行わせると、転倒した。これは、起立動作が進むにつれ、モデルが変化していくにもかかわらず、固定されたフィードバックゲインで制御しているため、ある意味では当然である。また、シミュレーションでは $T=0.2$ [sec] まで本制御則で起立が可能であることが確認できた（Remark 3 参照）。ただしその場合、入力電流等は非常に大きくなり現実的

ではなかった。

△

6. お わ り に

本報告では、Emu の実現に向けて、緩やかな屈伸運動を行うための制御系設計法について考察し、その結果、定理 3 (Remark 2) を得た。さらにシミュレーションによって、その妥当性を検証した。ここで考察したことは次のような意味で重要である。

- (i) これまで、二足歩行ロボットの屈伸運動についての制御理論的考察はほとんどなされていなかった。
- (ii) 本報告の中で取り扱った 4 次のシステム(48)式は厳密な線形化可能なシステムの例になっている。

また、今後の課題としては、

- (a) 定理 3 で得られた結果をより積極的に制御則の設計に反映させること（ここでは終局的有界性の確認をしたことに留まっている）、

- (b) 本報告の結果を実験によって検証すること、

などがあげられる。

謝辞：本研究にご援助いただいた(財)カシオ科学振興財団に心より感謝致します。また、種々の助言をいただいた本学和田光代先生に謝意を表します。

参 考 文 献

- [1] M. H. Raibert: "Legged Robot That Balance," The MIT Press, 1984.
- [2] The Int. J. of Robotics Research, vol. 3, no. 2, 1984.
- [3] 日本ロボット学会誌, vol. 1, no. 3, 1983.
- [4] 日本ロボット学会誌, vol. 11, no. 3, 1993.
- [5] 大須賀, 小野: "マスタースレーブ型二足歩行ロボットについて", 第 2 回ロボットシンポジウム予稿集, pp. 139-144, 1992.
- [6] K. Osuka, Y. Ikawa and T. Ono: Legged Robot Emu: "Development of Emu-1," Proc. of JAPAN/USA Symposium on Flexible Automation, vol. 1, pp. 753-757, 1992.
- [7] H. K. Khalil: "Nonlinear Systems," pp. 163-236, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [8] A. Isidori: "Nonlinear Control Systems," pp. 145-217, Springer-Verlag, 2nd. Edition 1989.
- [9] 美多, 大須賀: "ロボット制御工学入門", pp. 188-194, (株)コロナ社, 1989.

大須賀公一 (Koichi Osuka)

1959 年 11 月 16 日生。1984 年 3 月大阪大学大学院基礎工学研究科修士課程修了。同年 4 月(株)東芝入社。1986 年 10 月大阪府立大学工学部助手、同講師を経て、1992 年 4 月同大学工学部機械システム工学科助教授となり現在に至る。ロボティクス、メカニカルシステムのロボパスト制御に関する研究に従事。工学博士。(日本ロボット学会正会員)

小野敏郎 (Toshiro Ono)

1936 年 11 月 22 年生。1965 年京都大学大学院工学研究科博士課程修了。京都大学助手、講師、大阪府立大学助教授を経て、現在、同大学工学部機械システム工学科教授。確率制御理論、推定理論の応用、環境計画、質量動的測定などの研究に従事。工学博士。(日本ロボット学会正会員)

岡 哲秀 (Tetsuhide Oka)

1968 年 11 月 18 日生。1992 年 3 月大阪府立大学工学部機械工学科卒業。同年 4 月同大学大学院博士前期課程入学、現在に至る。歩行ロボットの研究に従事。(日本ロボット学会学生会員)