学術論文

押し作業における対象物の軌道計画

栗栖正充* 吉川恒夫*

Trajectory Planning for an Object in Pushing Operation

Masamitsu Kurisu* and Tsuneo Yoshikawa*

In this paper, we propose a method of trajectory planning for an object in pushing operation, which is to move the object on a floor to desired position and orientation using one arm. The feature of this method is that not only position and orientation of the object but also friction between the arm and the object are considered. We suppose that the distribution of magnitude of friction between the object and the floor is known. First, the state equation of the system and constraint equations about state and control variables are derived from kinematic constraints of the object. Then we make a performance index about distance, and translate the trajectory planning into an optimal control problem with state and input constraints. The trajectory of the object is obtained by solving the problem numerically. In the latter part of this paper, the trajectory planning is extended to that with obstacle avoidance. Numerical examples show the effectiveness of the proposed method.

Key Words: Trajectory Planning, Pushing Operation

1. はじめに

人間に代わって様々な作業を高速かつ円滑に行う汎用性の高いロボットの研究、開発が勢力的に進められている。そのなかで近年盛んに行われている研究の一つに押し作業の研究がある。押し作業とは床面上におかれた対象物を目標位置、目標姿勢へ押し移動させるものである。押し作業が可能となれば、組立作業などにおいて作業台上の部品を把持することなく移動できるため、作業時間を短縮させることが期待できる。また手先効果器よりも大きな対象物を動かせるので、手先効果器の簡略化にもつながる。さらに押し作業を移動ロボットに適用すれば持ち上げが困難な大きい対象物なども運搬できる。

押し作業の研究で重要となるのは対象物と床面との間の摩擦をどのように扱うかである。対象物に加える力と対象物、床面に生じる摩擦力ならびに対象物の運動との関係を解析的に考察した研究が数多くなされている[1]~[3]。Masonは対象物を押す力が対象物と床面との間の圧力分布の重心に位置する点(摩擦中心)を通るとき、対象物が並進することを示している[4]。筆者らは対象物と床面との間の摩擦力の大きさの分布(摩擦力分布)および摩擦中心の位置を推定する方法を提案した[5]。これは手先に力覚センサを取り付けたアームで対象物を数回押し、対象物に加えた力と対象物の運動を測定すること

により仮想的に設定した対象物と床面との接触点における摩擦力分布を推定するものである。また、Lynchは力覚センサを用いない摩擦力分布の推定法を提案している[6]。一方実際に対象物を押し移動させる研究も多数発表されている[7]~[13]。しかし、位置と姿勢、さらには対象物と対象物を押すアームの手先との摩擦をも考慮して押し作業計画を行っているものはまだない。

本論文では、水平な床面上において対象物を目標位置、目標姿勢へ1本のアームで押し移動させるための対象物の軌道を計画する一手法を提案する。本手法では対象物とアームの手先との摩擦も考慮に入れている。ただし、対象物の形状、摩擦力分布などに関する情報は与えられているものとする。まず、対象物に関する運動学的拘束より系の状態方程式を導出する。さらに手先と対象物との滑りが生じないための条件、手先の速度ならびに加速度の制約などを状態量、制御量に関する制約式として定式化する。次に対象物を押すアームの手先の道のり、速度の分散などを評価関数とし、軌道計画問題を最適制御問題に帰着させる。この最適制御問題を共役勾配法を用いて数値的に解くことにより対象物の軌道を得る。さらに障害物が存在する場合、障害物と対象物との非接触条件を状態量の制約として表現し、障害物回避を含めた対象物の軌道計画へと拡張する。またこれらの有効性を数値例により検証する。

原稿受付 1994年2月7日

*京都大学工学部

*Faculty of Engineering, Kyoto University

Fig.1 Object frame

2. 問題の設定

2.1 対象物と仮定

対象物に関して与えられている情報は、形状、摩擦力分布および対象物とアームの手先との間の摩擦係数とする。対象物の摩擦力分布が与えられているということは、対象物の底面が有限個の点でのみ床面と接触するものと近似的に仮定し、それらの接触点の位置と各接触点に働く摩擦力の大きさが既知であることを意味するものとする。

ここで摩擦中心に原点を持ち対象物に固定された座標系 Σ_O から見た各要素を以下のように定義する (Fig.1)。

- ${}^O p_i$: i 番目の支持点の位置
- ${}^O v_i$: ${}^O p_i$ における対象物の速度
- a_i : ${}^O p_i$ に働く摩擦力の大きさ
- ${}^O p_c$: 対象物と手先との接触点
- ${}^O v_c$: ${}^O p_c$ における対象物の速度
- μ : ${}^O p_c$ における対象物、手先間の摩擦係数

ただし、摩擦中心とは摩擦力分布の重心を意味し、したがって以下の式が成立する。

$$\frac{\sum_{i=1}^n a_i {}^O p_i}{\sum_{i=1}^n a_i} = \mathbf{o} \quad (1)$$

さらに以下の仮定が成立しているものとする。

- 仮定 1) 対象物が床面上を移動しても、 ${}^O p_i$, a_i は変化しない。
- 仮定 2) 対象物の慣性力は摩擦力に対して無視できる。

未知対象物を扱う場合、対象物が大きく把持して持ち上げることができなければその動特性を知ることはできない。しかし摩擦力分布は視覚センサなどで対象物の形状を把握すれば文献 [5] や [6] で提案されている方法で推定できる。したがって本論文では摩擦力分布は既知としているが、対象物の慣性力は仮定 2) を設けることにより考慮しないことにしている。

2.2 軌道計画問題

本論文で扱う軌道計画とは、初期点 (初期位置、初期姿勢) で停止している対象物を目標点 (目標位置、目標姿勢) で停止するように 1 本のアームで押して移動させることを考えたとき、どのように対象物を押すかを計画することである。このとき、アームの手先が対象物を押す位置 (以下作用点と呼ぶ) において対象物と手先間に滑りが生じないようにすることも同時に考える。

仮定 2) より対象物の運動は運動学的拘束によって記述されるので、対象物を制御する量は作用点における手先の速度 ${}^O v_c$ となる。しかし手先の速度が不連続であったりその変化率が大いとき、仮定 2) が成立しないばかりでなく実際に押し操作を実現することが困難となる。よって計画の段階では手先の速度の変化率も考慮するために加速度の次元で考える。ここで後の式展開を簡単にするためにまず ${}^O v_c$ を以下のように速さ $\bar{v}_c (= \| {}^O v_c \|)$ と Σ_O の x 軸とをなす角 α とに分ける。

$${}^O v_c = \bar{v}_c {}^O n_\alpha, \quad {}^O n_\alpha = [\cos \alpha, \sin \alpha]^T \quad (2)$$

さらに $\bar{v}_c$ および α の変化率を表す量を以下のように定義する。

$$a_{\bar{v}} = \dot{\bar{v}}_c \quad (3)$$

$$a_\alpha = \dot{\alpha} \quad (4)$$

したがって対象物の軌道計画問題は、作用点の位置が与えられたとき、対象物を初期点から目標点まで移動させるための手先の速さの加速度 $a_{\bar{v}}(t)$ と手先の速度方向の角速度 $a_\alpha(t)$ とを前節で述べた条件のもとで求めるという問題になる。

3. 状態方程式の導出

3.1 運動学方程式

本節ではシステムの状態方程式を導く準備として、まず対象物の運動学方程式を示す。床面に固定された基準座標系を Σ_U とする。 Σ_U から見た Σ_O の原点の位置および姿勢角を ${}^U p_o$, θ , 作用点の位置を ${}^U p_c$ とすると次式が得られる。

$${}^U p_o = {}^U p_c - {}^U R_O {}^O p_c \quad (5)$$

ただし ${}^U R_O$ は

$${}^U R_O = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

で表される Σ_U と Σ_O との間の回転行列である。式 (5) を時間微分すると次式を得る。

$${}^U \dot{p}_o = {}^U \dot{p}_c - \dot{\theta} {}^U R_O D {}^O p_c, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

さらに対象物と手先との間には滑りが生じない場合を考えるので

$${}^U \dot{p}_c = {}^U R_O {}^O v_c \quad (8)$$

となる。したがって式 (2) (7) (8) より以下の運動学方程式を得る。

$${}^U \dot{p}_o = \bar{v}_c {}^U R_O {}^O n_\alpha - \dot{\theta} {}^U R_O D {}^O p_c \quad (9)$$

ただし $\dot{\theta}$ は $\bar{v}_c$ と α の関数になっており、その関数形は摩擦力分布によって定まる。そこで次にこの関数について述べる。

仮定 2) より、摩擦力による ${}^O p_c$ に関するモーメント ${}^O M_{fc}$ は 0 となるので、以下の関係式を得る。

$$\begin{aligned} {}^O M_{fc} &= \sum_{i=1}^n \left[-\{D({}^O p_i - {}^O p_c)\}^T \frac{{}^O v_i}{\| {}^O v_i \|} a_i \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Σ_U から見た i 番目の接触点の位置を ${}^U\mathbf{p}_i$ とすると

$${}^O\mathbf{v}_i = {}^UR_O^T \dot{\mathbf{p}}_i \quad (11)$$

である. さらに式 (9) と同様の展開により次式を得る.

$${}^U\dot{\mathbf{p}}_i = \bar{v}_c {}^UR_O {}^On_\alpha + \dot{\theta} {}^UR_OD({}^Op_i - {}^Op_c) \quad (12)$$

式 (9) (11) を式 (10) に代入して整理すると次の関係式を得る.

$$\sum_{i=1}^n \frac{A_i \omega + B_i}{\sqrt{A_i \omega^2 + 2B_i \omega + 1}} a_i = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{\dot{\theta}}{\bar{v}_c} \\ A_i &= ({}^Op_i - {}^Op_c)^T ({}^Op_i - {}^Op_c) \\ B_i &= \{D({}^Op_i - {}^Op_c)\}^T n_\alpha \end{aligned}$$

押し操作では対象物の慣性力を考慮しなければ, 作用点における速度の大きさを固定した場合その速度方向が定まれば対象物の回転角速度は一意に定まる. すなわち $\frac{\dot{\theta}}{\bar{v}_c}$ は α に対して一意に定まる. したがって式 (13) より $\dot{\theta}$ は $\bar{v}_c$ と α の関数として以下のように表現できる.

$$\dot{\theta} = \bar{v}_c \omega(\alpha) \quad (14)$$

上式の $\omega(\alpha)$ が摩擦力分布に支配されることは式 (13) より容易に理解できよう. ただし関数 $\omega(\alpha)$ は α に関する陽関数の形で表現することができないため, 実際には α に対する $\omega(\alpha)$ の値は式 (13) を用いて数値的に求めなければならない.

以上をまとめると対象物の運動学方程式として次式を得る.

$$\begin{aligned} {}^U\dot{\mathbf{p}}_o &= \bar{v}_c \{ {}^UR_O {}^On_\alpha - \omega(\alpha) {}^UR_OD {}^Op_c \} \\ \dot{\theta} &= \bar{v}_c \omega(\alpha) \\ \dot{\bar{v}}_c &= a_{\bar{v}} \\ \dot{\alpha} &= a_\alpha \end{aligned} \quad (15)$$

3.2 制約条件

前節の運動学方程式の導出過程で作用点では対象物と手先間には滑りが生じないとしてきたが, この条件を満たすためには手先の速度方向 α に制約を加えなければならない. また, 押しで対象物を移動させるということを考えると, 速度の大きさ $\bar{v}_c$ などにも制約を加えなければならない. 以下では状態量となる $\bar{v}_c$, α , 制御量となる $a_{\bar{v}}$ に関する制約について述べる.

まず $\bar{v}_c$ と $a_{\bar{v}}$ についてであるが, 押し操作であること, さらに対象物の移動速度およびその変化率があまり大きくならないようにすることを考慮して以下の制約条件を加える.

$$0 \leq \bar{v}_c \leq \bar{v}_{\max} \quad (16)$$

$$|a_{\bar{v}}| \leq a_{\bar{v}\max} \quad (17)$$

ここで $\bar{v}_{\max}$ および $a_{\bar{v}\max}$ はそれぞれ速さとその加速度の最大値である.

次に α についてであるが, 作用点で対象物と手先間に滑りが生じないためには手先が対象物に加える力 OF_c が作用点における摩擦円錐内になければならない. Σ_O から見た作用点にお

ける対象物の内向き単位法線ベクトルを On_c とすると, OF_c が摩擦円錐内にある条件は以下の式で表される.

$${}^On_c^T \frac{{}^OF_c}{\|{}^OF_c\|} \geq \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}, \quad {}^OF_c = \sum_{i=1}^n \frac{{}^O\mathbf{v}_i}{\|{}^O\mathbf{v}_i\|} a_i \quad (18)$$

対象物の慣性力による影響を無視できる場合, 押し操作において対象物と手先間に滑りが生じないとき手先が対象物に加える力と手先の速度方向は一対一に対応し, 摩擦円錐の境界に対して α の境界 $\alpha_{\min}$, $\alpha_{\max}$ が定まる. 式 (11) を式 (18) に代入し式 (13) と連立させて解くと, 摩擦円錐に対応する α の範囲として次式を得る.

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max} \quad (19)$$

上式が α に関する制約条件となる.

3.3 系の状態方程式

まず以下の量を定義する.

$$\beta = \frac{\alpha_{\max} + \alpha_{\min}}{2} \quad (20)$$

ここで $\boldsymbol{\xi} = [\xi_1, \dots, \xi_5]^T = [{}^U\mathbf{p}_o^T, \theta, \bar{v}_c, \gamma (= \alpha - \beta)]^T$ を状態変数, $\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T = [a_{\bar{v}}, \dot{\gamma} (= a_\alpha)]^T$ を制御入力とすると式 (15) (20) より系の状態方程式は以下ようになる.

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{u}) = [f_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{u}), \dots, f_5(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{u})]^T \quad (21)$$

ただし

$$\begin{aligned} f_1(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{u}) &= \xi_4 \{ \cos(\xi_3 + \xi_5 + \beta) \\ &\quad + ({}^Ox_c \sin \xi_3 + {}^Oy_c \cos \xi_3) \omega(\xi_5 + \beta) \} \\ f_2(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{u}) &= \xi_4 \{ \sin(\xi_3 + \xi_5 + \beta) \\ &\quad + (-{}^Ox_c \cos \xi_3 + {}^Oy_c \sin \xi_3) \omega(\xi_5 + \beta) \} \\ f_3(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{u}) &= \xi_4 \omega(\xi_5 + \beta) \\ f_4(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{u}) &= u_1 \\ f_5(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{u}) &= u_2 \end{aligned} \quad (22)$$

である. また状態変数の制約式は

$$g_{sj}(\mathbf{u}, t) \geq 0 \quad (j = 1, \dots, 4) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} g_{s1}(\mathbf{u}, t) &= \xi_4 \\ g_{s2}(\mathbf{u}, t) &= -\xi_4 + \bar{v}_{\max} \\ g_{s3}(\mathbf{u}, t) &= \xi_5 + \gamma_{\max} \\ g_{s4}(\mathbf{u}, t) &= -\xi_5 + \gamma_{\max} \end{aligned}$$

となり, 制御入力の制約式は

$$|u_1| \leq a_{\bar{v}\max} \quad (24)$$

となる. ここで $\gamma_{\max}$ は状態変数 ξ_5 の最大値であり次式で定義される.

$$\gamma_{\max} = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{2} \quad (25)$$

4. 最適制御問題と数値解

4.1 問題の定式化

軌道計画問題を定式化する．時間 $0 \leq t \leq t_f$ の間に対象物の状態を初期点 $\xi_0 = [\xi_{01}, \dots, \xi_{05}]^T$ から目標点 $\xi_f = [\xi_{f1}, \dots, \xi_{f5}]^T$ まで移すとき，アームの手先の道のりや速度の分散はできるだけ小さくしたいものとし，そのための評価関数として以下の式を用いる．

$$J(u) = \Phi(\xi(t_f)) + \int_0^{t_f} L(\xi, u) dt \quad (26)$$

$$\Phi(\xi(t_f)) = \sum_{i=1}^5 w_{p_i} \{\xi_i(t_f) - \xi_{fi}\}^2$$

$$L(\xi, u) = w_l \xi_4^2 + w_v \xi_4^2 + w_\theta \xi_5^2$$

ただし， w_{p_i} ($i = 1, \dots, 5$), w_l, w_v, w_θ は重みである．

これにより対象物の軌道計画問題は，状態方程式が式 (21) で与えられる系について，初期条件 $\xi(0) = \xi_0$ ，および式 (23)

Fig. 2 Friction distribution

(a) Trajectory of object

(24) で与えられる制約条件を満たし，式 (26) を最小にする制御入力 $u(t)$ を求めるという最適制御問題に帰着する．

4.2 最適制御入力の計算

系の状態方程式が非線形である場合，最適制御入力を解析的に求めるのは非常に難しい．そこで本論文では最適制御入力を共役勾配法の一つである Fletcher-Reeves 法 [14] を用いて計算機により数値的に求める．その際，制御入力の制約に関してはクリッピング法 [15] を適用する (付録 A 参照)．また状態変数の制約に関しては亀山らによって開発されたペナルティ法 [16] を用いる (付録 B 参照)．ここで用いたペナルティ法の特徴は初期制御入力を任意に選べることにある．なお初期制御入力は $u(t) = \mathbf{0}$ とした．

4.3 数値例

提案した軌道計画法の有効性を数値例より検証する．数値例では重さ $1[\text{kg}]$, $0.2 \times 0.3[\text{m}]$ の直形状の底面を持つ対象物を想定した．Fig. 2 に対象物の摩擦係数分布を示す．床面との接触点の個数は 25 個である (なお，接触点の個数の決め方については文献 [5] を参照されたい)．初期点は $\xi_0 = [0, 0, 0, 0, 0]^T$ ($[\text{m}], [\text{m}], [\text{rad}], [\text{m/s}], [\text{rad/s}]$) とし，目標点は $\xi_f = [0, 1, -\pi, 0, 0]^T$ とした．また，作用点は ${}^0p_c = [0, -0.106]^T$ $[\text{m}]$ とし， $\mu = 0.2$ とした．以上の条件のもとに $t_f = 10[\text{sec}]$ ，時間刻み幅 $100[\text{msec}]$ ， $\bar{v}_{\max} = 0.3[\text{m/sec}]$ ， $\bar{a}_{\bar{v}\max} = 0.3[\text{m/sec}^2]$ ， w_{p_i} ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) = 10000， $w_l = w_v = w_\theta = 1$ とし計算を行った．この結果を Fig. 3 に示す．図中，対象物の中に描かれている 3 本の実線のうちの両端の 2 本の線分によって挟まれる領域は手先速度方向の許容範囲を表し，そのなかの線分が手先速度方向を示す．また，初期点から目標点まで続く点線は対象物の摩擦中心の軌跡を表す．これより対象物が目標点へ

(b) State variables and input variables

Fig. 3 Numerical example (A)

到達する軌道が得られていることが分かる。

また、形状、摩擦中心の位置がともに同じで摩擦力分布が周縁部に偏っている対象物、および形状が同じで摩擦中心の位置が対象物座標から見て x 軸の負の方向に 0.01 [m] ずれた対象物を想定し、上述の例と同様の条件で計算を行った。前者の対象物では Fig.3 に示す軌道よりもわずかに大きな円弧を描いて目標位置に到達する軌道が得られた。これは摩擦力分布が周縁部に偏っているため、対象物に生じる回転運動の曲率半径が大きくなるからである。また後者の対象物では、時計回りに回転するときの円弧軌道の曲率半径がさらに大きくなる軌道が得られた。これは摩擦中心の位置が摩擦円錐の左側の境界に近くなっているため、手先が滑らない範囲では対象物を時計回りに回転させるための回転半径を小さくできないためである。これらの結果は直感的に予想する結果と非常によく一致していると言える。

5. 障害物回避

ここでは前章までの手法を拡張し、初期点と目標点との間に障害物が存在する場合での軌道計画法を述べる。

5.1 状態量の制約

初期点と目標点との間に障害物が存在すると対象物の軌道、すなわち状態量に制約が加わることになる。以下では、移動させようとする対象物が障害物に接触しないために必要な状態量の制約を定式化する。なお、アームなししそれを搭載する車自体との接触については考慮しないこととする。

いま、初期点と目標点との間に存在する障害物の個数を l とする。また ${}^U\mathbf{p}_{bq} = [{}^Ux_{bq}, {}^Uy_{bq}]^T$ を q 番目の障害物の図心の位置、 r_{bq} を ${}^U\mathbf{p}_{bq}$ を中心とした障害物を含む円の最小半径とする (Fig. 4)。このとき対象物が q 番目の障害物と接触しないための条件は以下の式で与えられる。

$$\|{}^U\mathbf{p}_o - {}^U\mathbf{p}_{bq}\|^2 \geq (r_{bq} + r_o + r_w)^2 \quad (27)$$

ただし r_o は摩擦中心を中心とした対象物を含む円の最小半径であり、 r_w は安全余裕である。したがって状態量の制約式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} g_{bq}(\xi) &\geq 0 \quad (q = 1, \dots, l) \\ g_{bq}(\xi) &= (\xi_1 - {}^Ux_{bq})^2 + (\xi_2 - {}^Uy_{bq})^2 \\ &\quad - (r_{bq} + r_o + r_w)^2 \end{aligned} \quad (28)$$

5.2 数値解法

障害物回避を含めた対象物の軌道計画問題は、4.1 節で述べた最適制御問題に式 (28) を付加することによって定式化され

Fig. 4 Radius of object and obstacle

る。この定式化された最適制御問題はペナルティ法において式 (28) に対するペナルティ関数を作ることにより前章と同様にして数値的に解くことができる。

5.3 数値例

障害物回避も含めた軌道計画法の有効性を数値例により検証する。障害物は ${}^U\mathbf{p}_{b1} = [-0.25, 0.5]^T$, $r_{b1} = 0.15$, ${}^U\mathbf{p}_{b2} = [0.2, 1.2]^T$, $r_{b2} = 0.15$ とし、初期点 $\xi_0 = [0, 0, 0, 0, 0]^T$, 目標点 $\xi_f = [0, 1.8, 0, 0, 0]^T$ とした。また、 $r_w = \frac{1}{10}r_o$ とした。その他の値は 4.3 節で挙げた数値例と同じ値を用いた。以上の条件のもとに対象物を移動させる軌道を計算させた。この結果を Fig. 5 に示す。これより対象物が障害物に接触せずに目標点へ到達する軌道が得られていることが分かる。

6. おわりに

押し作業における対象物の軌道を計画する手法を提案した。さらにその手法を拡張することにより障害物回避も含めた軌道計画を行う手法を提案した。また、これらの有効性を数値例で示した。この手法により、床面におかれた対象物を 1 本のアームで押して移動させる際、対象物の位置だけでなく姿勢も含めた軌道が計画できる。さらに、障害物が存在してもそれらに対象物が接触しない軌道を得ることができる。なお本論文ではふれなかったが、アームの手先と対象物との接触点の選び方によっては得られる軌道が非常に長い経路であったり、場合によっては目標点に到達する軌道が得られないこともある。したがって、より最適な軌道を得るためには接触点を選ぶ計画が必要である。また、本論文では床面が水平であることを前提としているが、床面が傾いている場合は重力の影響により対象物の姿勢によって摩擦力分布が変化すると思われる。この場合仮定 1) が成立しなくなるため同じ枠組みで軌道を計画することはできなくなる。しかしなんらかの方法で対象物の姿勢による摩擦力分布の変化を推定し、関数 $\omega(\theta)$ を姿勢も変数とする関数 $\omega(\alpha, \theta)$ で表すことができれば、床面が傾いている場合でもまったく同じ枠組みで軌道を計画することが可能となる。これらは今後の課題である。さらに、実際の押し作業では摩擦力分布の推定誤差や摩擦力分布が押し作業中に変化するという軌道計画の段階では現れない不確定な要素が存在するため、計画した軌道に沿って安定に押し作業を遂行させるための制御則の提案および実機による実験を行うことも今後の課題である。

参考文献

- [1] M.A. Peshkin and A.C. Sanderson: "The Motion of a Pushed, Sliding Workpiece," IEEE Journal of Robotics and Automation, vol.4, no.6, pp.569-598, 1988.
- [2] S. Goyal, A. Ruina and J. Papadoulos: "Limit Surface and Moment Function Description of Planar Sliding," Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.794-799, 1989.
- [3] S.H. Lee and M.R. Cutkosky: "Fixture Planning With Friction," ASME Journal of Engineering for Industr., vol.113, pp.320-327, 1991.
- [4] M.T. Mason: "Mechanics and Planning of Manipulator Pushing Operations," The International Journal of Robotics Research, vol.5, no.3, pp.53-71, 1986.
- [5] 吉川, 栗栖: "対象物押し操作にもとづく摩擦力分布の推定法", 日本

(a) Trajectory of object

(b) State variables and input variables

Fig. 5 Numerical example (B)

ロボット学会誌, vol.10, no.5, pp.632-638, 1992.

- [6] K.M. Lynch: "Estimation of the Friction Parameters of Pushed Objects," Proc. '93 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.186-193, 1993.
- [7] 沢田, 稲葉, 井上: "ビジュアルフィードバックを用いたマニピュレータによる押し操作の研究", 第5回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.599-600, 1987.
- [8] 長田, 山浦: "力覚センサを用いたマニピュレータによる押し操作の研究", 第29回 SICE 学術講演会予稿集, pp.483-484, 1990.
- [9] S. Takagi and Y. Okawa: "Rule-Based Control of a Mobile Robot for the Push-a-Box Operation," Proc. IEEE/RSJ Int. Workshop. on Intelligent Robots and Systems, pp.1338-1343, 1991.
- [10] K.M. Lynch: "The Mechanics of Fine Manipulation by Pushing," Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2269-2276, 1992.
- [11] K.M. Lynch, H. Maekawa and K. Tanie: "Manipulation and Active Sensing by Pushing Using Tactile Feedback," Proc. '92 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligence Robots and Systems, 1992.
- [12] S. Akella and M.T. Mason: "Posing Polygonal Object in the Plane by Pushing," Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2255-2262, 1992.
- [13] 大川, 横山: "移動ロボットによる箱押し作業の制御", 日本ロボット学会誌, vol.11, no.1, pp.148-155, 1993.
- [14] 嘉納: システムの最適理論と最適化, コロナ社, 1987.
- [15] V.H. Quintana and E.J. Davison: "Clipping-off Gradient Algorithms to Compute Optimal Controls with Constrained Magnitude," The International Journal of Control, vol.20, no.2, pp.243-255, 1974.
- [16] 亀山, 佐山: "状態制約を受ける最適制御問題に対するペナルティ法", 計測自動制御学会論文集, vol.10, no.3, pp.272-277, 1974.

付録 A. クリッピング法を適用した Fletcher-Reeves 法

制御入力に制約がある最適制御問題はクリッピング法を用いることにより数値的に解くことができる。以下ではクリッピン

グ法を適用した Fletcher-Reeves 法による最適制御計算アルゴリズム [15] において入力を二次元とした場合について述べる。

状態方程式が式 (21) で与えられる系について, 初期条件

$$\xi(0) = \xi_0 \quad (29)$$

および式 (24) で与えられる制約条件を満たし, 式 (26) を最小にする制御入力 $u(t)$ を求める。

乗数ベクトル $\lambda(t) = [\lambda_1(t), \dots, \lambda_5(t)]^T$ を導入して

$$H = -L(\xi, u) + \lambda^T f(\xi, u) \quad (30)$$

と置くとオイラーの方程式, 横断性条件から以下の式を得る。

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H}{\partial \xi} \quad (31)$$

$$\lambda(t_f) = -\frac{\partial \Phi}{\partial \xi(t_f)} \quad (32)$$

[アルゴリズム]

- i) 飽和のない, すなわち $|u_1| \leq a_{\bar{v} \max}$ である初期入力 $u_0(t)$ ($0 \leq t \leq t_f$) を選ぶ。
- ii) 式 (21) (29) を用いて, $\xi_0(t) = \xi(t; u_0)$ を得る。 $u_0(t)$, $\xi_0(t)$ を用いて, 式 (31) (32) を $t = t_f$ から $t = 0$ まで逆時間に解き, $\lambda_0(t) = \lambda(t; u_0)$ を得る。これより勾配 J_{u_0} を計算し, 単位勾配方向ベクトルを $s_0 = -J_{u_0} / \|J_{u_0}\|$ とする。ここで $J_{u_i} = [J_{u_{1i}}, J_{u_{2i}}]^T$, $\|J_{u_i}\|$ は次式で与えられる。

$$J_{u_i} = -\frac{\partial H}{\partial u_i} \quad (33)$$

$$\|J_{u_i}\| = \sqrt{\int_0^{t_f} \{J_{u_{1i}}^2(t) + J_{u_{2i}}^2(t)\} dt} \quad (34)$$

$i = 0$ と置いてステップ iv) へいく.

- iii) $|u_{1i}| > a\bar{v}_{\max}$ かつ $u_{1i} J_{u_{1i}} < 0$ となる時間区間を飽和区間 S_i とし, 残りの時間区間を U_i とする. さらに $i \geq 1$ に対する単位勾配方向ベクトル s_i を次式により定める.

$$s_i(t) = -\frac{Ju_i}{\|Ju_i\|} + \zeta_i \begin{bmatrix} \delta(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} s_{i-1}(t) \quad (35)$$

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t \in U_i \\ 0 & t \in S_i \end{cases}$$

ただし ζ_i は

$$\zeta_i = \begin{cases} \zeta^o & \zeta^o < \zeta^m \text{ のとき} \\ \rho \zeta^m & \zeta^o \geq \zeta^m \text{ のとき} \\ 0 & I_2 = 0 \text{ または } I_3 = 0 \end{cases} \quad (36)$$

(ρ は定数で $0 < \rho < 1$)

で与えられ, さらに

$$\zeta^o = I_1/I_2, \quad (I_2 \neq 0), \quad \zeta^m = I_1/I_3, \quad (I_3 \neq 0)$$

$$I_1 = \int_{U_i} J_{u_i}^T Ju_i dt, \quad I_2 = \int_{U_i} J_{u_{i-1}}^T Ju_{i-1} dt,$$

$$I_3 = - \int_{U_i} J_{u_i}^T Ju_{i-1} dt$$

である.

- iv) まず $u_{i+1}(t; \kappa) = [u_{1(i+1)}(t; \kappa), u_{2(i+1)}(t; \kappa)]^T$ を以下の式で与える.

$$u_{1(i+1)}(t; \kappa) = \text{sat}(u_{1i}(t) + \kappa s_{1i}(t)) \quad (37)$$

$$u_{2(i+1)}(t; \kappa) = u_{2i}(t) + \kappa s_{2i}(t) \quad (38)$$

ここに関数 $\text{sat}(x)$ は

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} a\bar{v}_{\max} & x \geq a\bar{v}_{\max} \\ x & |x| \leq a\bar{v}_{\max} \\ -a\bar{v}_{\max} & x \leq -a\bar{v}_{\max} \end{cases} \quad (39)$$

である. $J(u_{i+1}(t; \kappa))$ を最小にする κ を求め, これを κ_i とし, $u_{i+1}(t) = u_{i+1}(t; \kappa_i)$ と置く.

- v) $\xi_{i+1}(t) = \xi(t; u_{i+1})$, $\lambda_{i+1}(t) = \lambda(t; u_{i+1})$ を ii) と同様に計算して, $J(u_{i+1})$, Ju_{i+1} を計算する.

- vi) $|J(u_{i+1}) - J(u_i)|$ が 0 に十分近ければ停止. そうでなければ $i = i + 1$ として, ステップ iii) へいく.

付録 B. ペナルティ法

状態変数の制約を含む最適制御問題はペナルティ法 [16] によって数値的に解くことができる. 以下にこのペナルティ法について簡単に紹介する.

まず状態変数の制約式 (23) に対して以下のペナルティ関数を定義する.

$$\pi_j(g_{sj}, \sigma_k) = \begin{cases} \left[g_{sj}(\xi) - \frac{\sigma_k}{2} h_j(t) \right]^2 + 3 \left[\frac{\sigma_k h_j(t)}{2} \right]^2, & g_{sj}(\xi) \leq 0 \\ \frac{[\sigma_k h_j(t)]^3}{g_{sj}(\xi) + \sigma_k h_j(t)}, & g_{sj}(\xi) \geq 0 \end{cases}$$

($j = 1, \dots, 4$) (40)

ここで添字 k は反復計算において k 回目の反復を意味する. また $\sigma_0 > \sigma_1 > \dots$ で $\lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_k = 0$, $h_j(t)$ はラグランジュ乗数に対応する関数であり $[0, t_f]$ において正値をとるものとする. ただし本論文では $h_j(t) \equiv 1$, $\sigma_0 = 0.1$, $\sigma_{k+1} = \frac{1}{10} \sigma_k$ とした. このペナルティ関数を用いて新しい評価関数を

$$J_{1k} = J + \frac{1}{\sigma_k} \sum_{j=1}^4 \int_0^{t_f} \pi_j(g_{sj}, \sigma_k) dt \quad (41)$$

とする. 計算法は, まず $k = 0$ としてクリッピング法を適用した Fletcher-Reeves 法により最適制御入力 u_0 を求める. 次にこの u_0 を初期値として $k = 1$ に対する最適制御入力 u_1 を求める. この繰り返しを $|u_{k+1} - u_k|$ が十分小さくなり, かつ状態量の制約が満たされるようになるまで続ける. ただし各 k に対する最適制御入力 u_k を求める際に必要となる乗数ベクトル λ の計算には以下の式を用いる.

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H}{\partial \xi} - \sum_{j=1}^4 \begin{cases} \left[h_j(t) - \frac{2}{\sigma_k} g_{sj}(\xi) \right] \frac{\partial g_{sj}(\xi)}{\partial \xi}, & g_{sj}(\xi) \leq 0 \\ \frac{\sigma_k^2 h_j(t)^3}{[g_{sj}(\xi) + \sigma_k h_j(t)]^2} \frac{\partial g_{sj}(\xi)}{\partial \xi}, & g_{sj}(\xi) \geq 0 \end{cases} \quad (42)$$

栗栖正充 (Masamitsu Kurisu)

1964年6月30日生. 1989年京都大学工学部資源工学科卒業. 1991年京都大学大学院工学研究科応用システム科学専攻修士課程修了. 同年同研究科機械工学専攻博士後期課程に進学し現在に至る. システム制御情報学会学生会員.

(日本ロボット学会学生会員)

吉川恒夫 (Tsuneo Yoshikawa)

1941年12月19日生. 1964年京都大学工学部精密工学科卒業. 1969年同大学大学院博士課程修了. 同年同大学工学部助手. 1970年同大学助教授. 1986年同大学教授 (オートメーション研究施設). 1989年5月より同大学工学部応用システム科学教室教授となり, 1991年5月より同大学工学部機械工学教室教授. ロボット工学および制御工学の研究に従事. 工学博士. システム制御情報学会, 計測自動制御学会, 日本機械学会, IEEEなどの会員. (日本ロボット学会正会員)