学術論文

流体抗力を考慮した水中浮遊ロボットマニピュレータ の動的可操作性

足 達 康 行^{*1} 吉 田 和 夫^{*2}

Dynamic Manipulability of Unconstrained Underwater Robot Manipulator Considered the Fluid Drag Force

Yasuyuki Adachi^{*1} and Kazuo Yoshida^{*2}

In order to evaluate basic performance of a manipulator quantitatively, the manipulability and the dynamic-manipulability are generally used. These concepts were defined for a ground-fixed manipulator firstly, and then, the manipulability was applied to a free-flying space robot manipulator by using the generalized Jacobian matrix. However, these study for an unconstrained underwater robot have not been carried out, because all momentum of this system is not conservative.

In this paper, the dynamic manipulability of an unconstrained underwater robot is defined in the frequency range, by linearizing the kinematic equation and the equation of motion and extending the concept of the accelerance of motion. In this definition of the dynamic manipulability, it was shown that the mapping matrix from driving torque to acceleration of a hand, which is equal to accelerance of a robot system, includes ground-fixed and space robot manipulator dynamics. From the results obtained by the numerical calculations, it was made clear that the dynamic manipulability of an unconstrained underwater robot depends on the frequency of the driving torque, and it is not ellipsoid perfectly, and its measures are smaller than that of space robot because of fluid force acting on the robot.

Key Words: Unconstrained Underwater Robot, Fluid Force, Dynamic Manipulability, Dynamic Manipulability Measure, Accelerance

1. 緒 言

宇宙ロボットに代表される浮遊ロボットの研究が近年盛んに行われているが、それらの多くは運動量保存則を拘束条件として用いている。一方、宇宙と同様に浮遊状態が実現できる環境として水中があるが、この場合は宇宙と異なり周囲の流体の影響により運動量が保存されないため、宇宙ロボットの研究成果をそのまま適用することはできない。また、マイクロマシンのように超小型のロボットでは空気中においても空気の影響は大きい。このように、運動量が保存されない浮遊ロボットの研究は重要である。特に、海洋開発は今後ますます大深度へとその開発範囲を拡大していくことが予想されるが、この場合水中ロボットの利用は不可欠であり、マニピュレータを搭載した浮遊ロボットによる高精度な検査あるいは軽作業が要求されてくる。したがって、このような水中浮遊ロボットに搭載されるマニピュレータの基本性能は設計の段階でそれを客観的に評価し

ておくことが必要となる。

一般に、マニピュレータの基本性能を客観的に評価する指標として「作業領域」、「可操作性」、「動的可操作性」がある。これらの概念は、まず地上マニピュレータに対して定義され[1][2]、その後宇宙ロボットマニピュレータについても作業領域と可操作性が明らかにされた[3]。一方、水中浮遊ロボットマニピュレータについて、筆者らはその動的可操作性の解析を行ったが[4]、そこでは地上ロボットとの比較・検討のために、静止状態における動的可操作性であったため、コリオリ力や遠心力といった非線形項と同様に流体抗力を無視し、流体の付加質量のみを考慮したものであった。しかしながら、流体抗力の影響は水中浮遊ロボットの運動特性に大きく影響を与えるものと考えられる。

そこで本論文では、流体抗力を考慮した水中浮遊ロボットの動的可操作性について検討することを目的としている。動的可操作性は各関節に取り付けられたアクチュエータの駆動トルクとハンドの応答加速度の関係を示すもので、これはロボットのアクセラランスを求めることと等価である。そこで本論文では、流体抗力を含んだ水中浮遊ロボットの運動方程式および運動学方程式を線形化することによりロボットのアクセラランス

原稿受付 1995年3月28日

^{*1}慶應義塾大学理工学部(大学院)

^{*2}慶應義塾大学理工学部

^{*}Keio University (Graduate student)

^{*}Keio University

を求め、その動的可操作性の定式化を行う。また、その結果を用いて数値計算を行い、従来からの地上および宇宙ロボットマニピュレータと比較、検討を行う。

2. モデル化および流体力

2.1 水中浮遊ロボットのモデリング

本論文においては、Fig. 1 に示すように3次元空間内において静止流体中を運動する直列リンクマニピュレータを搭載した水中浮遊ロボットモデルを考える。ロボット本体をリンク0として、マニピュレータの各リンクはリンクの根本から順に1, 2, ..., n と番号を付ける。各リンクは剛体とし、その形状は円柱とする。リンク i とリンク $i+1$ の関節を関節 i とする。マニピュレータの各関節は1自由度の回転自由度を有している。マニピュレータの先端に取り付けられたハンドの位置と姿勢は6次元の位置ベクトルで表されるため、その作業空間は6次元空間となる。また本論文では、ロボットの自重と浮力は完全に釣り合っているものとし、その影響は考慮しない。

以下に本論文で用いる主な記号を示す。

- Σ_U : 慣性座標系
- Σ_0 : ロボット本体(リンク0)の重心を原点としリンク0に固定した座標系
- Σ_i : 関節 i を原点としてリンク i に固定した座標系
- jR_k : 座標系 j と k の間の座標変換行列 ($\in R^{3 \times 3}$)
- ${}^U r_i$: 慣性座標系 Σ_U から見たリンク i の重心の位置ベクトル
- $\dot{p}_i, \ddot{p}_i$: リンク座標系 Σ_i から見た関節 i の移動速度および加速度ベクトル
- $\phi_i(t)$: 関節 i の回転角変位
- $\omega_i(t)$: リンク座標系 Σ_i から見たリンク i の姿勢角速度ベクトル
- m_i, M_{ai} : リンク i の質量および付加質量テンソル
- I_i, I_{ai} : リンク i の重心回りの慣性テンソルおよび付加慣性テンソル
- l_0 : Σ_0 座標系から見たロボット本体の重心から関節1までの位置ベクトル

Fig. 1 Model of robot

l_i : リンク座標系 Σ_i から見た関節 i から関節 $i+1$ までの位置ベクトル

2.2 水中浮遊ロボットに作用する流体力

水中浮遊ロボットが静止流体中で運動するとき、ロボットは周囲の流体より反力を受ける。この反力を流体力といい、移動加速度に比例した慣性力、移動速度の二乗に比例した流体抗力、揚力およびカルマン渦の影響等がある。本論文においては、水中浮遊ロボットの運動に大きく影響すると考えられる慣性力と流体抗力を考慮する。

慣性力は物体の運動加速度と周囲の流体の付加質量および付加慣性モーメントの積で与えられる。この付加質量は物体の運動方向の形状に依存するため、テンソルとしての取り扱いが必要となる。種々の物体の形状に対する付加質量の値は文献[5]に詳しく示されている。

一方、各リンクに作用する流体抗力は、リンクの移動速度の2乗に比例した形で与えられる。たとえば、マニピュレータの各リンクに作用する流体抗力および各関節回りの抗力モーメントはその並進運動と回転運動があるために、単位長さあたりの流体抗力を求め、それを各リンクの全長に渡って積分することにより次式のように与えられる。

$$f_{di} = \frac{\rho}{2} C_{Di} D_i \int_0^{l_i} |\dot{p}_i + \omega_i \times x_i| (\dot{p}_i + \omega_i \times x_i) dx_i \quad (1)$$

$$t_{di} = \frac{\rho}{2} C_{Di} D_i \int_0^{l_i} x_i \times |\dot{p}_i + \omega_i \times x_i| (\dot{p}_i + \omega_i \times x_i) dx_i \quad (2)$$

ここで、 ρ , C_{Di} , D_i はそれぞれ流体の密度、抗力係数およびリンクの直径であり、また、 l_i および x_i はそれぞれリンクの長さおよび関節からリンクの軸方向の位置ベクトルである。抗力係数の値は物体の形状に依存し、さらにレイノルズ数の関数である。たとえば、物体の形状が円柱の場合はレイノルズ数が $10^3 < Re < 5 \times 10^5$ の広い範囲でその値はほぼ1.2と一定となっている[6]。

3. 動的可操作性の解析

マニピュレータの基本性能を評価する指標の一つである可操作性は運動学的な検討であるため[1][3]、アクチュエータの駆動トルクを含めたマニピュレータの詳細設計を行う場合には不十分である。そこで、動力学的な要素を取り入れてマニピュレータの基本性能を定量化した概念として動的可操作性(Dynamic Manipulability)あるいは動的可操度(Dynamic Manipulability Measure)がある[2][4]。この動的可操作性は関節空間で表される関節駆動トルクベクトルと作業空間で表されるハンドの加速度ベクトルの関係を示したもので、ロボットのアクセラランスを求めることにより得られる。ここでは、付加質量および流体抗力を考慮した水中浮遊ロボットの動的可操作性を運動学方程式および運動方程式を用いて以下のように定式化する。

3.1 運動学方程式

慣性座標系から見た本体の重心の位置ベクトルを

$${}^U r_0 = [x_0(t), y_0(t), z_0(t)]^T \quad (3)$$

$${}^U \theta_0 = [\phi_{0x}(t), \phi_{0y}(t), \phi_{0z}(t)]^T \quad (4)$$

とすると、各リンク座標系から見たリンク0の重心および各関

節の速度, 加速度, 角速度および角加速度はそれぞれ以下のよう
に与えられる.

- ・リンク 0 の重心

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{p}}_0 &= {}^U\mathbf{R}_0^T {}^U\dot{\mathbf{r}}_0 & \ddot{\mathbf{p}}_0 &= {}^U\mathbf{R}_0^T {}^U\ddot{\mathbf{r}}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 &= {}^U\mathbf{R}_0^T {}^U\dot{\boldsymbol{\theta}}_0 & \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 &= {}^U\mathbf{R}_0^T {}^U\ddot{\boldsymbol{\theta}}_0\end{aligned}$$

- ・関節 i ($i=1, 2, \dots, n$)

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{p}}_i &= {}^{i-1}\mathbf{R}_i^T [\dot{\mathbf{p}}_{i-1} + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{l}_{i-1}] \\ \ddot{\mathbf{p}}_i &= {}^{i-1}\mathbf{R}_i^T [\ddot{\mathbf{p}}_{i-1} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} \times \mathbf{l}_{i-1} + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times (\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{l}_{i-1})] \\ \boldsymbol{\omega}_i &= {}^{i-1}\mathbf{R}_i^T \boldsymbol{\omega}_{i-1} + \mathbf{e}_i \dot{\phi}_i \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_i &= {}^{i-1}\mathbf{R}_i^T \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} + \mathbf{e}_i \ddot{\phi}_i + ({}^{i-1}\mathbf{R}_i^T \boldsymbol{\omega}_{i-1}) \times \mathbf{e}_i \dot{\phi}_i\end{aligned}$$

ただし, $\mathbf{e}_i \in R^{3 \times 1}$ は関節 i の関節軸ベクトル, 添え字 T は行列
あるいはベクトルの転置を, ドットは時間微分をそれぞれ示す.

慣性座標系から見たハンドの位置ベクトル ${}^U\mathbf{r}_E(t)$ および姿
勢ベクトル ${}^U\boldsymbol{\theta}_E(t)$ は Fig. 1 より次式で与えられる.

$$\begin{aligned}{}^U\mathbf{r}_E &= [x_E(t), y_E(t), z_E(t)]^T = {}^U\mathbf{r}_0 + {}^U\mathbf{R}_0 \mathbf{l}_0 + \sum_{i=1}^n {}^{i-1}\mathbf{R}_i \mathbf{l}_i \\ {}^U\boldsymbol{\theta}_E &= [\phi_{Ex}(t), \phi_{Ey}(t), \phi_{Ez}(t)]^T = {}^U\mathbf{R}_0 {}^U\boldsymbol{\theta}_0 + \sum_{i=1}^n {}^{i-1}\mathbf{R}_i (\mathbf{e}_i \phi_i)\end{aligned}$$

上式を時間で微分し, 整理すると次式が得られる.

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\Phi}} \quad (5)$$

ただし,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{E}} &= \frac{d}{dt} [x_E(t), y_E(t), z_E(t), \phi_{Ex}(t), \phi_{Ey}(t), \phi_{Ez}(t)]^T \\ \dot{\mathbf{X}} &= \frac{d}{dt} [x_0(t), y_0(t), z_0(t), \phi_{0x}(t), \phi_{0y}(t), \phi_{0z}(t)]^T \\ \dot{\boldsymbol{\Phi}} &= \frac{d}{dt} [\phi_1(t), \phi_2(t), \phi_3(t), \dots, \phi_n(t)]^T\end{aligned}$$

であり, 係数行列 $\mathbf{A} \in R^{6 \times 6}$ および $\mathbf{B} \in R^{6 \times n}$ はロボット本体の
姿勢角およびマニピュレータの関節角変位の関数である. 式
(5) はハンドの移動速度, 姿勢角速度と本体の位置・姿勢の速
度および関節角速度との関係を示す運動学方程式である.

3.2 水中浮遊ロボットの運動方程式

Fig. 1 に示した水中浮遊ロボットモデルに流体力が作用する
場合のロボット本体の重心位置および各リンクの関節における
力およびモーメントの釣り合い式は, ニュートン・オイラー法
により次式のように得られる.

- ・マニピュレータの各関節 ($i=1, 2, \dots, n$)

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_i &= {}^i\mathbf{R}_{i+1} \mathbf{f}_{i+1} + (m_i \mathbf{I} + \mathbf{M}_{ai}) \ddot{\mathbf{s}}_i + \mathbf{f}_{di} \\ \boldsymbol{\tau}_i &= {}^i\mathbf{R}_{i+1} \boldsymbol{\tau}_{i+1} + (\mathbf{I}_i + \mathbf{I}_{ai}) \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{I}_i + \mathbf{I}_{ai}) \boldsymbol{\omega}_i \\ &\quad + \mathbf{s}_i \times (m_i \mathbf{I} + \mathbf{M}_{ai}) \ddot{\mathbf{s}}_i + \mathbf{l}_i \times ({}^i\mathbf{R}_{i+1} \mathbf{f}_{i+1}) + \mathbf{t}_{di}\end{aligned}$$

ただし, $\mathbf{f}_{n+1} = \boldsymbol{\tau}_{n+1} = \mathbf{0} \in R^{3 \times 1}$ でありハンドには外力は作用し
ない. $\mathbf{I} \in R^{3 \times 3}$ は単位行列であり, $\mathbf{f}_{di} \in R^{3 \times 1}$ および $\mathbf{t}_{di} \in R^{3 \times 1}$
はそれぞれ式(1)(2)で与えられる流体抗力および抗力による
モーメントからなるベクトルである. また,

$\mathbf{s}_i$: リンク座標系におけるリンク i の重心の位置ベクトル
 $\ddot{\mathbf{s}}_i$: 次式で与えられるリンク座標系におけるリンク i の重
心の移動加速度ベクトル

$$\ddot{\mathbf{s}}_i = \ddot{\mathbf{p}}_i + \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times \mathbf{s}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{s}_i)$$

- ・ロボット本体 (リンク 0)

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_0 &= {}^0\mathbf{R}_1 \mathbf{f}_1 + (m_0 \mathbf{I} + \mathbf{M}_{a0}) \ddot{\mathbf{s}}_0 + \mathbf{f}_{d0} \\ \boldsymbol{\tau}_0 &= {}^0\mathbf{R}_1 \boldsymbol{\tau}_1 + (\mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_{a0}) \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times (\mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_{a0}) \boldsymbol{\omega}_0 \\ &\quad + \mathbf{l}_0 \times ({}^0\mathbf{R}_1 \mathbf{f}_1) + \mathbf{t}_{d0}\end{aligned}$$

上式に前節で示したロボット本体の重心および各関節の移動
速度, 角速度, 移動加速度および角加速度を代入し, 各関節に
作用するモーメントがアクチュエータの駆動トルクに等しく,
ロボット本体には流体力以外の外力は作用しないとして整理す
ると, ロボット本体の変位, 姿勢角および各関節の回転角変位
を独立変数とした運動方程式は通常のマニピュレータと同様の
形式で次式のように与えられる.

$$\mathbf{M}^* \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\Phi}} \\ \ddot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1(\boldsymbol{\Phi}, \dot{\boldsymbol{\Phi}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \\ \mathbf{b}_2(\boldsymbol{\Phi}, \dot{\boldsymbol{\Phi}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{D1}(\boldsymbol{\Phi}, \dot{\boldsymbol{\Phi}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \\ \mathbf{F}_{D2}(\boldsymbol{\Phi}, \dot{\boldsymbol{\Phi}}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで, $\mathbf{M}^* \in R^{(n+6) \times (n+6)}$ は流体の付加質量および付加慣性モ
ーメントを考慮したロボットの慣性行列であり, ロボットの姿
勢角の関数である. また, 左辺第2項はコリオリ力および遠心
力による非線形項であり, 左辺第3項は流体抗力による項であ
る. 右辺の $\boldsymbol{\tau} \in R^{n \times 1}$ は関節空間で定義されたアクチュエータ
の駆動トルクからなるベクトルである.

3.3 方程式の線形化

式(5)の運動学方程式および式(6)の運動方程式はその係数
行列が時間の関数となっている. また, 運動方程式はコリオリ
力, 遠心力および流体抗力といった非線形項を含んでいる. そ
こで, ここではこれらの方程式を初期状態からの微小変動およ
び等価線形化法を用いてそれぞれ定係数線形方程式に近似す
る.

3.3.1 運動学方程式の線形化

マニピュレータの各関節の初期姿勢からの変動は微小である
として次のように仮定する.

$$\phi_i(t) = \phi_i(0) + \delta\phi_i(t) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

また, このような各関節の微小変動入力に対するロボット本体
の応答も微小であるとして,

$$\begin{aligned}x_0(t) &= x_0(0) + \delta x_0(t), & y_0(t) &= y_0(0) + \delta y_0(t) \\ z_0(t) &= z_0(0) + \delta z_0(t) \\ \phi_{0x}(t) &= \phi_{0x}(0) + \delta\phi_{0x}(t), & \phi_{0y}(t) &= \phi_{0y}(0) + \delta\phi_{0y}(t) \\ \phi_{0z}(t) &= \phi_{0z}(0) + \delta\phi_{0z}(t)\end{aligned} \quad (8)$$

とする. 式(7)(8)を式(5)に代入してテイラー展開し2次以
上の微小量を省略すると次式のような定係数線形方程式が得ら
れる.

$$\dot{\mathbf{E}} = \bar{\mathbf{A}}\dot{\mathbf{X}} + \bar{\mathbf{B}}\dot{\boldsymbol{\Phi}} \quad (9)$$

ここで, 各係数行列はそれぞれロボット本体の初期姿勢角およ
びマニピュレータの初期角変位の関数で時間に関して定数行列
である.

3.3.2 運動方程式の線形化

式(6)で与えられる運動方程式は, コリオリ力, 遠心力およ
び流体抗力の非線形力が存在する. また, 慣性行列は時間の関
数となっている. そこでここでは, 上記の微小変動による近似
および等価線形化法によって運動方程式を線形近似する.

まず, コリオリ力および遠心力は各リンクの重心の加速度ベ
クトルおよび関節トルクを求める式における次の項によって生
じる.

- (a) $({}^{i-1}\mathbf{R}_i^T \boldsymbol{\omega}_{i-1}) \times \mathbf{e}_i \dot{\phi}_i$
- (b) $\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times (\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{l}_{i-1})$ あるいは $\boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{s}_i)$
- (c) $\boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{I}_i + \mathbf{I}_{ai}) \boldsymbol{\omega}_i$ (オイラーの公式より)

これらの項はいずれも剛体運動における座標変換行列が剛体の姿勢角の関数であり、この姿勢角が時間の関数であるために生じたものである。たとえば、速度ベクトル $\dot{\mathbf{p}}$ と座標変換行列 $\mathbf{R}$ の積の時間微分は以下になる。

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{R}\dot{\mathbf{p}}) = \mathbf{R}\frac{d}{dt}\dot{\mathbf{p}} + \left(\frac{d}{dt}\mathbf{R}\right)\dot{\mathbf{p}} \quad (10)$$

上式の右辺第2項により、前記の(a)(b)および(c)の各非線形項が生じる。そこで、前述の微小変動の近似を用いる。すなわち、座標変換行列 $\mathbf{R}$ はロボット本体の姿勢角あるいはマニピュレータの回転角変位の関数であるが、これに式(7)(8)のような微小変動を代入しテイラー展開する。

$$\mathbf{R}[\Phi(0) + \delta\Phi(t)] \approx \mathbf{R}[\Phi(0)] + \delta\Phi(t) \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \Phi(0)} \quad (11)$$

また、速度ベクトル $\dot{\mathbf{p}}$ は式(7)(8)より初期状態からの微小変動部の微分であるから、

$$\dot{\mathbf{p}} = \frac{d}{dt}(\delta\mathbf{p})$$

となる。上式と式(11)より、

$$\mathbf{R}\dot{\mathbf{p}} \approx \mathbf{R}[\Phi(0)] \frac{d}{dt}(\delta\mathbf{p}) + \left\{ \delta\Phi(t) \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \Phi(0)} \right\} \frac{d}{dt}(\delta\mathbf{p})$$

が得られる。上式の右辺第2項は2次の微小量であり、これを省略すると

$$\mathbf{R}\dot{\mathbf{p}} \approx \mathbf{R}[\Phi(0)]\dot{\mathbf{p}} \quad (12)$$

と近似できる。したがって、式(10)の微分は

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{R}\dot{\mathbf{p}}) \approx \mathbf{R}[\Phi(0)]\ddot{\mathbf{p}}$$

となり、コリオリ力および遠心力の非線形項は微小近似により省略することができる。

一方、流体抗力は式(1)(2)で示されるように各関節の速度および角速度に関し非線形である。この流体抗力を流体力学的に線形近似する方法としてオセーン近似があるが[6]、この近似はレイノルズ数が非常に小さい場合 ($Re < 1$) に限られており、通常のロボットではほとんど非現実的な領域となるため、このような近似を用いることはできない。そこで、ここでは次式のように各関節に作用する流体抗力およびそれによるモーメントを係数 α_f, α_m を用いて次式のようにそれぞれ近似する。

$$\hat{\mathbf{f}}_{di} = \frac{\rho}{2} C_{Di} D_i \alpha_{fi} \int_0^{l_i} (\dot{\mathbf{p}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{x}_i) d\mathbf{x}_i \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{t}}_{di} = \frac{\rho}{2} C_{Di} D_i \alpha_{mi} \int_0^{l_i} \mathbf{x}_i \times (\dot{\mathbf{p}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{x}_i) d\mathbf{x}_i \quad (14)$$

ここで、係数 α_{fi}, α_{mi} は等価線形化法によって決定する[7]。この近似式に3.1節で示した各関節の移動速度および角速度を代入し積分を実行して整理すると式(6)の流体抗力の項は次式のように線形化される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{D1}(\Phi, \dot{\Phi}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \\ \mathbf{F}_{D2}(\Phi, \dot{\Phi}, \mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{F}}_D \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここで、係数行列 $\hat{\mathbf{F}}_D \in R^{(6+n) \times (6+n)}$ はロボット本体の姿勢角および関節の回転角変位の関数である。

さらに、運動方程式における慣性行列および式(15)の係数行列 $\hat{\mathbf{F}}_D$ についても微小変動を用いて近似し、それぞれ 2×2 のブロック行列で示すと、式(6)の運動方程式は次式のように定係数線形方程式に近似される。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{11} & \tilde{\mathbf{M}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{M}}_{21} & \tilde{\mathbf{M}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\Phi} \\ \ddot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_{D11} & \tilde{\mathbf{f}}_{D12} \\ \tilde{\mathbf{f}}_{D21} & \tilde{\mathbf{f}}_{D22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

ここで、

$\tilde{\mathbf{M}}_{11} \in R^{n \times n}$; マニピュレータに関する慣性行列

$\tilde{\mathbf{M}}_{22} \in R^{6 \times 6}$; ロボット本体に関する慣性行列

$\tilde{\mathbf{M}}_{12} \in R^{6 \times n}, \tilde{\mathbf{M}}_{21} \in R^{n \times 6}$; マニピュレータと本体の動的干渉による慣性行列

である。

3.4 動的可操作性的定式化

前述のようにマニピュレータの動的可操作性は、関節座標系で表された駆動トルクベクトルとハンドの作業空間で定義されたハンドの加速度ベクトルとの関係を示すもので、流体抗力を考慮した水中浮遊ロボットの場合は以下のように定式化できる。

式(9)の線形化された運動学方程式を次式のように変形する。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{E}} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}} & \tilde{\mathbf{A}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

上式において、行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ および $\tilde{\mathbf{B}}$ は初期姿勢の関数で時間に関し定数行列であるため、上式を時間で微分すると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{E}} \\ \ddot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}} & \tilde{\mathbf{A}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\Phi} \\ \ddot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

式(17)(18)を式(16)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{11} & \tilde{\mathbf{M}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{M}}_{21} & \tilde{\mathbf{M}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}} & \tilde{\mathbf{A}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{E}} \\ \ddot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_{D11} & \tilde{\mathbf{f}}_{D12} \\ \tilde{\mathbf{f}}_{D21} & \tilde{\mathbf{f}}_{D22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}} & \tilde{\mathbf{A}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{E}} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (19)$$

ただし、上式においてマニピュレータに冗長性がある場合 ($n > 6$) は逆行列は疑似逆行列となる。

ここで、角関節に取り付けたアクチュエータに次式で与えられるような周期的な駆動トルクを入力する。

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{H}_{\tau i} \exp(j\omega t) \quad (20)$$

ただし、

$\mathbf{H}_{\tau i}$: 関節 i に入力する駆動トルクの振幅

j : 虚数単位 ($=\sqrt{-1}$)

ω : 角振動数 [rad/sec]

このときの、ロボットの初期状態からの運動もやはり周期的であるので、それぞれ以下のようにおく。

- ・ 関節 i の初期状態からの応答角変位

$$\delta\phi_i(t) = H_{\phi i}(j\omega) \exp(j\omega t) \quad (21)$$

- ・ ロボット本体の初期状態からの応答変位および応答角変位

$$\delta x_0(t) = H_{x0}(j\omega) \exp(j\omega t)$$

$$\delta y_0(t) = H_{y0}(j\omega) \exp(j\omega t)$$

$$\delta z_0(t) = H_{z0}(j\omega) \exp(j\omega t)$$

$$\delta\phi_{0x}(t) = H_{\phi 0x}(j\omega) \exp(j\omega t)$$

$$\delta\phi_{0y}(t) = H_{\phi 0y}(j\omega) \exp(j\omega t)$$

$$\delta\phi_{0z}(t) = H_{\phi 0z}(j\omega) \exp(j\omega t) \quad (22)$$

- ・ ハンドの応答変位および応答角変位

$$x_E(t) = H_{xE}(j\omega) \exp(j\omega t)$$

$$\begin{aligned}
y_E(t) &= H_{yE}(j\omega) \exp(j\omega t) \\
z_E(t) &= H_{zE}(j\omega) \exp(j\omega t) \\
\theta_{Ex}(t) &= H_{\theta Ex}(j\omega) \exp(j\omega t) \\
\theta_{Ey}(t) &= H_{\theta Ey}(j\omega) \exp(j\omega t) \\
\theta_{Ez}(t) &= H_{\theta Ez}(j\omega) \exp(j\omega t)
\end{aligned} \quad (23)$$

ここで、式(20)～(23)を式(19)に代入すると、次の周波数領域における関係式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_E(j\omega) \\ \mathbf{H}_X(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}} & \tilde{\mathbf{A}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{Q}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_\tau \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (24)$$

ただし、

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_E(j\omega) &= [H_{xE}, H_{yE}, H_{zE}, H_{\theta Ex}, H_{\theta Ey}, H_{\theta Ez}]^T \\
\mathbf{H}_X(j\omega) &= [H_{0x}, H_{0y}, H_{0z}, H_{\theta 0x}, H_{\theta 0y}, H_{\theta 0z}]^T \\
\mathbf{H}_\tau(j\omega) &= [H_{\tau 1}, H_{\tau 2}, H_{\tau 3}, \dots, H_{\tau n}]^T \\
\mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix} = -\omega^2 \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{11} & \tilde{\mathbf{M}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{M}}_{21} & \tilde{\mathbf{M}}_{22} \end{bmatrix} \\
&\quad + j\omega \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_{D11} & \tilde{\mathbf{f}}_{D12} \\ \tilde{\mathbf{f}}_{D21} & \tilde{\mathbf{f}}_{D22} \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (25)$$

式(24)より、ハンドの変位および姿勢角の周波数応答は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_E(j\omega) &= \{\tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{Q}_{11}^{-1} + \mathbf{Q}_{11}^{-1} \mathbf{Q}_{12} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{Q}_{21} \mathbf{Q}_{11}^{-1}) \\
&\quad - \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{S}^{-1} \mathbf{Q}_{21} \mathbf{Q}_{11}^{-1})\} \mathbf{H}_\tau
\end{aligned} \quad (26)$$

ただし、

$$\mathbf{S} = \mathbf{Q}_{22} - \mathbf{Q}_{21} \mathbf{Q}_{11}^{-1} \mathbf{Q}_{12}$$

周期的な関節駆動トルクに対するハンドの加速度ベクトルの周波数応答は、

$$\mathbf{H}_{\dot{E}}(j\omega) = -\omega^2 \mathbf{H}_E(j\omega)$$

であるから、結局ハンドの応答加速度ベクトルとアクチュエータの駆動トルクベクトルの関係式は

$$\mathbf{H}_{\dot{E}}(j\omega) = \mathbf{J}_D(j\omega) \mathbf{H}_\tau \quad (27)$$

で与えられる。ただし、

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{J}}_D(j\omega) &= -\omega^2 \{\tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{Q}_{11}^{-1} + \mathbf{Q}_{11}^{-1} \mathbf{Q}_{12} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{Q}_{21} \mathbf{Q}_{11}^{-1}) \\
&\quad - \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{S}^{-1} \mathbf{Q}_{21} \mathbf{Q}_{11}^{-1})\}
\end{aligned} \quad (28)$$

である。式(28)は関節空間で定義された駆動トルクベクトルとハンドの作業空間におけるハンドの加速度ベクトルを周波数領域で結びつける写像行列であり、本ロボットシステムのアクセラランスを表している。式(27)(28)により、流体抗力を考慮した水中浮遊ロボットマニピュレータの動的可操作性を検討することができる。

ここで、式(25)において流体抗力、付加質量および付加慣性モーメントを0にすると、

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix} = -\omega^2 \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{11} & \tilde{\mathbf{M}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{M}}_{21} & \tilde{\mathbf{M}}_{22} \end{bmatrix}$$

となり、式(28)の写像行列は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{J}}_D(j\omega) &= \{\tilde{\mathbf{B}}(\tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} + \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \tilde{\mathbf{M}}_{12} \tilde{\mathbf{S}}^{-1} \tilde{\mathbf{M}}_{21} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1}) \\
&\quad - \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\mathbf{S}}^{-1} \tilde{\mathbf{M}}_{21} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1})\}
\end{aligned} \quad (29)$$

ただし、

$$\tilde{\mathbf{S}} = \tilde{\mathbf{M}}_{22} - \tilde{\mathbf{M}}_{21} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \tilde{\mathbf{M}}_{12}$$

この結果は宇宙ロボットマニピュレータにおける写像行列に厳密に一致する[4]。さらに、ロボット本体の質量および慣性モーメントを無限大にすると、

$$\lim_{M_{22} \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{J}}_D(j\omega) = \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{M}}_{11}^{-1} \quad (30)$$

となり、地上ロボットマニピュレータの写像行列が得られる[2]。したがって、式(28)による水中浮遊ロボットの写像行列は宇宙ロボットマニピュレータおよび地上マニピュレータを含んだより一般的な行列である。

3.5 動的可操作性の定式化

従来研究されてきた地上マニピュレータおよび宇宙マニピュレータの動的可操作性 w_D は、式(29)(30)で与えられる写像行列がロボットの姿勢角だけで表されるため以下のように定式化される[2]。

$$w_D = |\det[\tilde{\mathbf{J}}_D(j\omega)]| \quad (n=6)$$

$$w_D = \sqrt{\det[\tilde{\mathbf{J}}_D(j\omega) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_D(j\omega)^T]} \quad (n>6)$$

しかしながら、水中浮遊ロボットの場合は流体抗力が存在するために、式(15)における係数行列 $\tilde{\mathbf{F}}_D$ に含まれる等価線形化法による係数が各関節の角速度の組み合わせに依存している。したがって、この場合の動的可操作性は上式の定式化では不十分である。そこでここでは、関節空間で定義された各関節の入力駆動トルクの振幅ベクトルのノルムを

$$|\mathbf{H}_\tau| = \sqrt{H_{\tau 1}^2 + H_{\tau 2}^2 + \dots + H_{\tau n}^2} = 1$$

とし、上式を満たすように各関節の駆動トルクの振幅をそれぞれ次のように与える。

$$H_{\tau 1} = \sin \eta_{n-1} \cdot \sin \eta_{n-2} \cdots \sin \eta_2 \cdot \sin \eta_1$$

$$H_{\tau 2} = \sin \eta_{n-1} \cdot \sin \eta_{n-2} \cdots \sin \eta_2 \cdot \cos \eta_1$$

$$H_{\tau 3} = \sin \eta_{n-1} \cdot \sin \eta_{n-2} \cdots \cos \eta_2$$

⋮

$$H_{\tau n-1} = \sin \eta_{n-1} \cdot \cos \eta_{n-2}$$

$$H_{\tau n} = \cos \eta_{n-1}$$

このとき、各関節の角速度の組み合わせに依存する場合の動的可操作性は次式に示すような積分形で定式化することができる。

・ $n=6$ の場合 (冗長性がない場合)

$$w_D = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int_0^{2\pi} |\det[\tilde{\mathbf{J}}_D(j\omega)]| d\eta_1 d\eta_2 \cdots d\eta_{n-1} \quad (31)$$

・ $n>6$ の場合 (冗長性がある場合)

$$w_D = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int_0^{2\pi} \sqrt{|\det[\tilde{\mathbf{J}}_D(j\omega) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_D(j\omega)^T]|} d\eta_1 d\eta_2 \cdots d\eta_{n-1} \quad (32)$$

式(31)(32)のように、水中浮遊ロボットの動的可操作性は入力駆動トルクの振動数の関数となる。したがって、水中浮遊ロボットの動的可操作性は次式のように得られた動的可操作性を振動数について積分した値でその基本性能を評価することが必要となる。

$$\bar{w}_D = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \int_{\omega_1}^{\omega_2} K(\omega) w_D(\omega) d\omega \quad (33)$$

ただし、 $K(\omega)$ は振動数に関する重み関数である。

4. 数値計算例

以上の定式化にしたがい、宇宙ロボットおよび流体抗力を考慮した水中浮遊ロボットの動的可操作性および動的可操作性の計算例を以下に示す。数値計算においては簡単のため Fig. 2 に示すような2リンクのマニピュレータを搭載した浮遊ロボッ

Fig. 2 Calculation model

(a) in space

(b) in water ($\omega=1.0[\text{rad/sec}]$)

Fig. 3 Dynamic manipulability ellipsoid

トを考え、ロボットの運動は X - Y 平面内の 2 次元運動とする。また、Table 1 に本計算で用いた浮遊ロボットの諸元を示す。

地上あるいは宇宙マニピュレータの場合、入力する各関節の駆動トルクの大きさには無関係に動的 manipulability を検討することができるが、水中浮遊ロボットの場合はその定式化において微小変動を仮定しているために、あらかじめ入力トルクによるロボットの変動が大きくなならないような駆動トルクを計算してお

Table 1 Specification of robot

		Vehicle	Manipulator	
		Link 0	Link 1	Link 2
Mass	[kg]	1.4	0.35	0.35
Moment of Inertia	[kg·m ²]	0.4	0.005	0.005
I_i	[m]	0.2	0.4	0.4
a_1	[m]	—	0.2	0.2
Added Mass	[kg]	1.4	0.35	0.35
Added Inertia	[kg·m ²]	0.0	0.005	0.005

(a) $\theta=0[\text{deg}]$ (b) $\theta=90[\text{deg}]$ (c) $\theta=180[\text{deg}]$ (d) $\theta=270[\text{deg}]$

--- : at Ground : in Space — : in Perfect Fluid
 : in Water ($\omega=2 \text{ rad/sec}$) — : in Water ($\omega=1 \text{ rad/sec}$)

Fig. 4 Dynamic manipulability measure (w_D)

くことが必要である。本論文においては、入力駆動トルクの振幅ベクトルのノルムを

$$|H_z| = \sqrt{H_{z1}^2 + H_{z2}^2} = 0.05[\text{kgf}\cdot\text{m}]$$

として計算を行っている。

Fig. 3(a)(b)に宇宙ロボットおよび水中浮遊ロボットで入

力トルクの振動数が $1.0[\text{rad/s}]$ の場合の動的可操作性楕円体の計算結果を示す。これらの図より、水中浮遊ロボットの動的可操作性楕円体は付加質量の影響により宇宙ロボットよりも小さい、また宇宙ロボットと異なり、水中浮遊ロボットの動的可操作性は厳密には楕円体とはならない。特に、ハンドの位置が本体から遠いほど顕著である。これは、ハンドの位置が本体から遠い場合のマニピュレータの姿勢は伸びた状態であり、流体抗力の影響を受けやすくなるためである。

つぎに、Fig. 4(a)～(d)にハンドの代表的な方向の動的可操作性を示す。ただし、横軸は関節1からハンドまでの距離を示し、縦軸の動的可操作性は地上ロボットの動的可操作性の最大値で正規化してある。また、ここでは付加質量のみを考慮した完全流体中の浮遊ロボットおよび入力トルクの振動数 $2.0[\text{rad/s}]$ とした場合の計算結果も示す。文献[4]にも示されているとおり、宇宙ロボットの動的可操作性はロボットの初期姿勢によっては地上ロボットよりも大きくなる。また、完全流体中および水中の浮遊ロボットの動的可操作性は付加質量および付加慣性モーメントの影響により、宇宙ロボットよりも小さくなる。さらに、水中浮遊ロボットの場合は、入力駆動トルクの振動数によって動的可操作性の値は異なり、振動数が高いほど完全流体中の結果に近くなり、振動数が低いほどその値は流体抗力の影響によって小さくなる。この傾向は入力駆動トルクの振幅を一定としているためであり、入力変位振幅を一定とした応答解析では逆に振動数が高くなるほど流体抗力の影響は大きくなる。流体抗力を考慮した水中浮遊ロボットの動的可操作性はこのように入力駆動トルクの振動数の影響を受ける。したがって、実際のシステムにおいてマニピュレータの動的可操作性を総合的に検討する場合は、式(33)を用いてその基本性能を評価することが必要となる。

5. 結 言

本論文では、マニピュレータの動的可操作性はその写像行列がアクセラランスと等価であるとして、流体抗力を考慮した水中浮遊ロボットマニピュレータの動的可操作性について検討した。ここでは、水中浮遊ロボットの運動学方程式および運動方程式を線形化し、入力駆動トルクに対するハンドのアクセラランスを求めることにより、その動的可操作性が周波数領域で定

式化できることを明らかにし、数値計算によって水中浮遊ロボットマニピュレータの動的可操作性および動的可操作性を検討した。その結果をまとめると以下ようになる。

- (1) 流体抗力を考慮した水中浮遊ロボットの動的可操作性は、そのアクセラランスを求めることにより周波数領域で定式化されることを明らかにした。この定式化において、関節空間で定義された駆動トルクと作業空間で定義されたハンドの加速度ベクトルを結びつける写像行列は、流体抗力によって運動量が保存されない水中浮遊ロボットだけでなく従来の地上および宇宙ロボットの写像行列を拡張した、より一般的な表現であることを示した。
- (2) 流体抗力が存在する水中浮遊ロボットの動的可操作性は、流体抗力の影響により完全な楕円体とはならないことが明らかとなった。
- (3) 水中浮遊ロボットの動的可操作性は宇宙ロボットと比べ小さく、また入力駆動トルクの振動数に依存することが明らかとなった。特に、振動数を低くすると動的可操作性は小さくなることが明らかとなった。そこで、実際のシステムでマニピュレータの動的可操作性を総合的に検討する場合は、振動数で積分した平均的な動的可操作性でその基本性能を評価することを提案した。

参 考 文 献

- [1] 吉川: “ロボットアームの可操作性”, 日本ロボット学会誌, vol. 2, no. 1, pp. 63-67, 1984.
- [2] 吉川: “ロボットアームの動的可操作性”, 計測自動制御学会論文集, vol. 21, no. 9, pp. 970-975, 1985.
- [3] 梅谷, 吉田: “宇宙用マニピュレータの作業領域および可操作性解析”, 計測自動制御学会論文集, vol. 26, no. 2, pp. 188-195, 1990.
- [4] 足達, 吉田: “水中浮遊ロボットの作業領域と動的可操作性”, 日本ロボット学会誌, vol. 12, no. 6, pp. 863-871, 1994.
- [5] T. Sarpkaya and M. Isaacson: Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures, Van Nostrand Reinhold Company, pp. 47-51, 1981.
- [6] 日本機械学会編: (新版)機械工学便覧 A 5 流体工学, pp. 99-100, 1986.
- [7] 振動工学ハンドブック編集委員会編: 振動工学ハンドブック, 養賢堂, pp. 416-417, 1976.

足達康行 (Yasuyuki Adachi)

1953年6月8日生。1978年慶應義塾大学大学院(機械工学)修士課程修了。同年(株)東京久栄入社。現在、慶應義塾大学大学院後期博士課程在学中。水中浮遊ロボットに関する研究に従事。日本機械学会会員。(日本ロボット学会正会員)

吉田和夫 (Kazuo Yoshida)

1949年9月22日生。1978年慶應義塾大学博士課程修了。工学博士。主に柔軟な構造物およびアームの制御、振動制御の研究に従事。現在、慶應義塾大学理工学部機械工学科教授。日本機械学会、計測自動制御学会、建築学会などの会員。(日本ロボット学会正会員)