フレキシブルアームの動的軌道制御における内部安定化

原 田 研 介* 吉 川 恒 夫*

Internal Stabilization in Dynamic Trajectory Control of Flexible Manipulators

Kensuke Harada* and Tsuneo Yoshikawa*

In the end point trajectory control of flexible manipulators, a problem of stability arises. This stability is related to the internal stability, since the elastic variables become unstable in the end point control. Some problems have been existed in the end point trajectory control of flexible manipulators considering the internal stabilization.

In this paper, first we model a 2 d.o.f. flexible manipulator based on a finit-dimensional order model. Second, we construct a dynamic trajectory controller for the flexible manipulator considering the internal stabilization, and state the problems in controllers of flexible manipulators. Third, we propose a controller using a macro-micro manipulator system which has a small rigid arm at the tip of the flexible manipulator, and show that the problems can be solved by using the macro-micro manipulator system. Lastly, Simulation and experimental results are shown.

Key Words: Flexible Manipulators, Dynamic Trajectory Tracking, Internal Stability, Zero-Dynamics, Macro-Micro System

1. 結 言

近年、作業速度や作業性能の向上のため、マニピュレータの長腕化、軽量化が進められている。このとき、アームの剛性が低下し、そのために生じるたわみや振動が制御性能に悪影響を及ぼす。このような剛性の低いアーム（フレキシブルアーム）を取り扱う際には、この振動やたわみを補償することが重要な問題となる[1]。

一般にフレキシブルアームの手先にはエンドエフェクタがついていると考えられ、このエンドエフェクタによって何らかの作業を行うことを考えると、直接に手先位置、姿勢を制御する制御則が必要であると考えられる。フレキシブルアームの場合、直接手先位置のフィードバックを行うことを考えると、剛体のみから構成されるマニピュレータの場合と異なり、安定性の問題が生じる。これは、手先を制御しても弾性変位が発散する場合に不安定になる、内部安定性に関するものである。

高速高精度な手先の制御を行うことを考えると、制御系にアームの動特性を考慮にいれた動的制御を行うことが望ましいと考えられるが、現在までフレキシブルアームの動特性を考慮して手先を制御する研究は数多くのものがなされている[2]～[13]。これらは、おおまかに逆動力学問題である線形化入力に対する研究と、線形化入力を加えた後のフィードバック制御

器についての研究に分類できる。このうち、馬ら[2]、Bayo, Moulin[3]、Kwon, Book[4]、土屋、渡辺[5]は線形化入力の生成法について考察を行っている。また、フィードバック制御器に対する研究はいかにして内部安定性を確保するかが話題である。これらには、手先追従の問題を近似的に等価な関節目標軌道を追従させる問題に置き換えているもの[6]や、追従させる点を手先から内部安定性を確保できる点までずらすことによって、安定性を確保しているもの[7]～[10]がある。しかし、追従させる点が手先ではないため、追従させる点において振動が生じていなかったとしても、手先においては振動が生じている可能性がある。また、Vandegriftら[11]は特異振動法[12]を用いることにより内部安定化を行っている。しかし、特異振動法では近似的にシステムを時間のスケールで分割するため、手先が厳密に追従される保証はない。

一方、近年フレキシブルアーム（マクロ部）の先端に小さな剛体のマニピュレータ（マイクロ部）をつけた構造であるマクロ-マイクロシステムの動的軌道制御の研究[13]が行われている。しかし、この研究においてはマクロ部は各軸PD制御されており、内部安定性に関する考察はなされていない。

本論文では、フレキシブルアームの動特性を考慮した手先軌道制御を行う際の内部安定化についての考察を行う。まず、平面2自由度フレキシブルアームを用い、動的軌道制御系の構成を通じてフレキシブルアームの動的軌道制御における問題点を明確にする。次に、マクロ-マイクロシステムによる制御系の提案を行い、フレキシブルアームにおいて生じた問題点がマク

原稿受付 1995年5月1日

*京都大学

*Kyoto University

ローマイクロシステムを用いることにより解消できることを示す。マクロ-マイクロシステムによる制御系は内部安定性を保証し、厳密な手先追従を可能にする。最後に、提案した制御系の有効性をシミュレーションおよび実験によって確認する。

2. モデル化

本章においてはフレキシブルアームを有限次元近似したモデルを用いモデル化を行う。Fig. 1 に示すような平面 2 リンクフレキシブルアームを対象とする。台座に基準座標系 Σ_0 を固定する。基準座標から見た手先位置ベクトルを $\mathbf{p}$ とする。リンク i の関節変位を θ_i とする。リンク i 上の $y_i(x_i, t)$ はリンクの弾性変位を表す。これは一般に無限次元を持つ量であるが、ここでは、次のように変数分離し有限次元近似して表す。

$$y_i(x_i, t) = \sum_{j=1}^{m_i} \phi_{ij}(x_i) e_{ij}(t) \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

ここで、 m_i は仮定する振動モードの数であり、 $\phi_{ij}(x_i)$ は第 j 振動モードのモード関数、 $e_{ij}(t)$ はそれに対応するモード振幅である。 $\phi_{ij}(x_i)$ の形状は何らかの方法で決定されなければならないが、本論文では近似的に Euler-Bernoulli 梁の一端固定他端自由モデルを用いて決定した。

ラグランジュの方法を用いると、運動方程式は次式の形で求められる。

$$\mathbf{M}(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{h}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{D}\boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ は慣性行列、 $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ は遠心、コリオリ力に関する項、 $\mathbf{K}$ は剛性行列であり、 $\boldsymbol{\tau}$ は関節駆動力ベクトルである。また、 $\mathbf{D}$ は上に単位行列、下に 0 行列より構成される係数行列であり、 $\mathbf{x}$ は次式のとおりに関節変位ベクトル $\boldsymbol{\theta}$ と振動モード振幅ベクトル $\mathbf{e}$ より構成される一般化座標である。

$$\mathbf{x} = [\boldsymbol{\theta}^T \ \mathbf{e}^T]^T, \quad \boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2]^T \\ \mathbf{e} = [e_{11} \cdots e_{1m_1} \ e_{21} \cdots e_{2m_2}]^T \quad (3)$$

なお、式 (2) の運動方程式は他のモデルを用いても同様な形によって導出される。

次に、マニピュレータの手先位置を表す二次元ベクトル $\mathbf{p}$ は次式で表せる。

$$\mathbf{p} = \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{f}_2(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{e}) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{f}_1(\boldsymbol{\theta})$ は弾性変位が生じていない場合の手先位置を表し、 $\mathbf{f}_2(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{e})$ が弾性変位による手先の変位を表す。この時間微分は次式のとおりである。

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}(\mathbf{x})\dot{\mathbf{x}} \quad (5)$$

$$\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} \quad (6)$$

ここで、フレキシブルアームは本来無限の振動モードを持つシステムであるが、本論文では有限次元近似された式 (1) によって導かれる手先位置について制御を行う。また、本稿では振動の高次モードが発散するようなスピルオーバーによる不安定な場合は考えない。

Fig. 1 A 2 d.o.f. flexible manipulator

3. フレキシブルアームによる制御系の構成

本章では平面 2 自由度フレキシブルアームを用い、動的軌道制御系の構成を通じてフレキシブルアームの動的軌道制御の問題点を明確にする。

3.1 関節駆動力

手先 $\mathbf{p}$ をその目標値 $\mathbf{p}_d$ に追従させることを考える。この追従を実現する関節駆動力は逆動力学問題を解くことによって得られる。具体的には式 (6) を式 (2) に代入し、それを $\boldsymbol{\tau}$ について解くことにより、次式のとおりに得られる。

$$\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D})^{-1}\{\mathbf{u} + \mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{h} + \mathbf{K}\mathbf{x}) - \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{x}}\} \quad (7)$$

なお、以降は簡単のため添え字は省略して示す。ここで、 $\mathbf{u}$ は手先を制御する新たな入力である。この関節駆動力を適用することにより、手先について $\mathbf{u} = \dot{\mathbf{p}}$ のような線形非干渉な系が得られる。ここで、 $(\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D})$ の正則性について、一般にこれは正則となるが [7]、フレキシブルアームは駆動関節と手先の間に柔軟性が存在する構造となるため、関節駆動力が直接には手先に伝わらない構造になっている。それゆえ、本論文で用いる平面 2 自由度フレキシブルアームの場合、 $\det(\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D})$ が極端に小さくなる。よって、これを避けるために、 $\mathbf{p}$ の代わりに次式の $\mathbf{p}_v$ を $\mathbf{p}_d$ に追従させることにする。

$$\mathbf{p}_v = \mathbf{f}_1 + \alpha \mathbf{f}_2 \quad (8)$$

これは $\alpha = 0$ のとき弾性変位を考慮しないときの手先位置に相当し、 $\alpha = 1$ のとき $\mathbf{p}_v = \mathbf{p}$ となる。この α を 1 から少し小さな値にすることで、手先における柔軟性の評価を下げ、 $\det(\mathbf{J}_v\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D})$ が極端に小さくなることを避けることを考える。本論文で用いるフレキシブルアームにおいて、これが有効であることを数値的に確認し、シミュレーションの章に示した。 $\mathbf{p}_v$ の時間微分は

$$\dot{\mathbf{p}}_v = \mathbf{J}_v\dot{\mathbf{x}} \quad (9)$$

となり、式 (7) の代わりに、関節駆動力は

$$\tau = (J_v M^{-1} D)^{-1} \{u_v + J_v M^{-1} (h + Kx) - \dot{J}_v \dot{x}\} \quad (10)$$

となる。また、式 (10) の関節駆動力を用いることで閉ループ系は p_v について次式のような線形な系となる。

$$u_v = \ddot{p}_v \quad (11)$$

この制御系は一見素直なように見える。しかし、後にシミュレーションで示すように、フレキシブルアームの場合 u_v として、剛体のマニピュレータに用いるような、 p_v のみを制御する制御器は不安定となる。よって、次節ではこれを安定にする制御器 u_v の構成を考える。

3.2 フィードバック制御系の構成

まず、運動方程式である式 (2) から導かれる状態方程式は次式で表せる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -M^{-1}(Kx + h) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}D \end{bmatrix} \tau \quad (12)$$

次に、式 (10) を適用した後に系がどのような挙動を示すかを見るために、状態方程式の変換を行う。この変換は状態方程式である式 (12) における状態変数 $[x^T \ \dot{x}^T]^T$ と $[p_v^T \ \dot{p}_v^T]^T$ 間で行う。ここで注意すべきことは、 x は θ , e から構成され、 $\dim \theta = \dim p_v = 2$ であるため、 x の次元は p_v の次元より大きいことである。つまり、変換は一意ではない。この変換を一意に行うには、新たに変数 z を設け、 $[x^T \ \dot{x}^T]^T$ と $[p_v^T \ \dot{p}_v^T \ z^T]^T$ の次元を合わせた上で変換を行えばよい。この変換は式 (5) を用いて次式のように表せる。

$$\begin{bmatrix} p_v - p_d \\ \dot{p}_v - \dot{p}_d \\ z - z_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_v & 0 \\ 0 & J_v \\ T_1 & T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_d \\ \dot{x} - \dot{x}_d \end{bmatrix} \quad (13)$$

また、式 (13) において T_i ($i = 1, 2$) はこの変換が正則になるように選ばれる定数行列である。ここで、 z の決定法には任意性がある。ここでの z ならびに、目標値 x_d , z_d の決定法はシミュレーションの章に示す。

この状態変数変換式 (13) を状態方程式である式 (12) に適用し、また、 τ から u_v への入力変換として式 (10) を用いると、変換された状態方程式は次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_v - \dot{p}_d \\ \ddot{p}_v - \ddot{p}_d \\ \dot{z} - \dot{z}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ Z_p & Z_{dp} & Z_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_v - p_d \\ \dot{p}_v - \dot{p}_d \\ z - z_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ Z_u \end{bmatrix} (u_v - \ddot{p}_d) \quad (14)$$

ここで、 I は 2×2 単位行列である。また、式 (12) から式 (14) の導出の仕方は付録に示されている。この式において、1,

2 行目は p_v についての状態方程式であり、完全に線形化されている。一方、3 行目はこのマニピュレータにおいて重要な役割を担っている。これは p_v を制御した際に系に残る自由度であり、 p_v のみを p_d に追従する制御則を用いても、この 3 行目の影響により系は不安定になる非線形方程式である。これはゼロダイナミクス [14] と呼ばれるものである。また、 z はそれに関する変数である。

これより式 (14) をもとに制御器の構成を行う。式 (14) は弾性変位が動作平面内に限られるとき可制御となる。本論文においては最適レギュレータを適用し、次式の評価関数を仮定する。

$$V = \int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} p_v - p_d \\ \dot{p}_v - \dot{p}_d \\ z - z_d \end{bmatrix}^T Q \begin{bmatrix} p_v - p_d \\ \dot{p}_v - \dot{p}_d \\ z - z_d \end{bmatrix} + [u_v - \ddot{p}_d]^T R [u_v - \ddot{p}_d] \right) dt \quad (15)$$

これを最少にする状態フィードバック則を求める問題となる。これを解くことにより結局次式のような入力 u_v が得られる。

$$u_v = \ddot{p}_d + K_1(\dot{p}_d - \dot{p}_v) + K_2(p_d - p_v) + K_3(z_d - z) \quad (16)$$

最適レギュレータを用いた場合、状態方程式 (14) において Z_p , Z_{dp} , Z_z , Z_u は x , $\dot{x}$ の関数であるため、この制御器のゲイン K_1 , K_2 , K_3 も同様にマニピュレータの姿勢によって変化する。ただし実時間で最適レギュレータを解くのは困難であるため、これらゲインを x_d , $\dot{x}_d$ の関数として目標軌道ごとにあらかじめ計画するものとする。

さて、式 (16) は剛体ロボットでよく用いられる制御器にゼロダイナミクスに関する変数のフィードバックを加えただけの形となっている。この式 (16) を用いることで、 z に対する内部安定性を考慮した制御系を構成できる。ただし、この制御器においては p_v に対する制御と z に対する制御が干渉しており、 z における制御誤差の影響が p_v の誤差として反映されてしまう。

以上の結果より、フレキシブルアームに内部安定性を確保するような動的軌道制御系を構成する場合の問題点として次の二つを挙げる。

問題点 1 駆動関節と手先の間に柔軟性が存在する構造となるため、 $\det(JM^{-1}D)$ が極端に小さくなる。

問題点 2 z に対する内部安定性を考慮した制御系を構成した場合、 p に対する制御と z に対する制御が干渉し、 z の制御誤差の影響が p の誤差として現れてしまう。

本章での制御法を実際のマニピュレータに適用する場合、まず、式 (8) において $\alpha = 1$ とする。次に、関節駆動力として式 (10) を用い、式 (10) 中の u_v として式 (16) を用いて制御を行う。ここで、 $\det(JM^{-1}D)$ が小さいため制御できない場合、 α を少し小さい値にし、その α の値について式 (10),

式 (16) を求め、制御を行う。そして、 α を小さくする操作を制御が成功するまで繰り返す。

本章の最後に、本章での制御方は Yim の方法 [9] を拡張した形となっている。Yim は式 (8) のように α で手先をパラメータ化しているが、 $\alpha = 0$ においてゼロダイナミクスが安定になるという性質より、 α を 1 から安定になるまで小さくしている。しかし、彼も式 (16) と類似の制御器を用いていることから、この制御器によって安定性が確保されるため、 α で手先をパラメータ化する必要性はないに思える。本章での方法は $\det(\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D})$ を確保するために手先を α でパラメータ化している。これにより、 α をなるべく 1 に近い値にすることを考える。また、Yim はゼロダイナミクスに関する変数として、 $\mathbf{e}$ 、 $\dot{\mathbf{e}}$ を用いている。しかし、本章の方法では式 (13) の変換則が正則であれば、必ずしも $\mathbf{e}$ 、 $\dot{\mathbf{e}}$ を用いる必要性はない。本章での方法は式 (13)(14) を用いることにより、これをより一般的に $\mathbf{z}$ とおき、ゼロダイナミクスの導出を状態方程式の変換により考えている。この拡張は次章の定式化を容易にする。

4. マクロ-マイクロシステムによる制御系の構成

本章では前章で導かれたフレキシブルアームにおける問題点をマクロ-マイクロシステムを用いることで解決することを考え、制御系の提案を行う。

Fig. 2 に示すような 2 自由度フレキシブルアーム (マクロ部) の先端に 2 自由度の剛体により構成されるマイクロ部を持つマクロ-マイクロシステムを考える。2 章と同様な方法でモデル化すると、次式の同様な運動方程式が得られる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{h} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{D}_M\boldsymbol{\tau}_M + \mathbf{D}_m\boldsymbol{\tau}_m \quad (17)$$

ここで、前章の場合とは異なり、上式において一般化座標 $\mathbf{x}$ はマクロ部の関節変位 $\boldsymbol{\theta}_M$ 、マイクロ部の関節変位 $\boldsymbol{\theta}_m$ 、モード振幅 $\mathbf{e}$ より構成され、関節駆動力はマクロ部の $\boldsymbol{\tau}_M$ とマイクロ部の $\boldsymbol{\tau}_m$ より構成される。つまり、

$$\mathbf{x} = [\boldsymbol{\theta}_M^T \quad \boldsymbol{\theta}_m^T \quad \mathbf{e}^T]^T, \quad \boldsymbol{\theta}_M = [\theta_{M1} \quad \theta_{M2}]^T \\ \boldsymbol{\theta}_m = [\theta_{m1} \quad \theta_{m2}]^T, \quad \mathbf{D}_M = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}]^T, \quad \mathbf{D}_m = [\mathbf{0} \quad \mathbf{I} \quad \mathbf{0}]^T$$

である。また、本論文のマクロ-マイクロシステムの場合 $\dim \mathbf{p} = \dim \boldsymbol{\theta}_M = \dim \boldsymbol{\theta}_m = \dim \boldsymbol{\tau}_M = \dim \boldsymbol{\tau}_m = 2$ である。また、マクロ-マイクロシステムは可補償 [15] であるとする。これは手先誤差がマイクロ部によって補償できることで

Fig. 2 A macro-micro system

あり、マイクロ部が作業平面に対して十分な自由度を持てば満足される。

以上を用いて、動的軌道制御系を構成する。まず、運動方程式 (17) に手先加速度の関係式 $\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{J}\ddot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{x}}$ を代入し、これを $\boldsymbol{\tau}_m$ について解くことにより、マイクロ部の関節駆動力が次式のとおりに得られる。

$$\boldsymbol{\tau}_m = (\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}_m)^{-1}\{\mathbf{u} + \mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{h} + \mathbf{K}\mathbf{x} - \mathbf{D}_M\boldsymbol{\tau}_M) - \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{x}}\} \quad (18)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ は $\mathbf{p}$ を制御する新たな入力である。この関節駆動力を適用することで、手先について $\mathbf{u} = \ddot{\mathbf{p}}$ のような線形非干渉な系を得ることができる。この式 (18) は前章における式 (7) に対応しており、式 (18) でも $\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}_m$ の正則性を吟味しなければならない。しかし、マイクロ部は剛体によって構成されるため、マイクロ部の関節と手先の間に柔軟性は存在しない。よってマイクロ部が特異姿勢にない限り $\det(\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}_m)$ は十分な値を持つ [13]。このことを本論文で用いるマクロ-マイクロシステムについて数値的に確認し、シミュレーションの章に示した。これにより、前章における問題点 1 が、まずマクロ-マイクロシステムを用いることで解決された。つまり、この場合追従させる点を $\mathbf{p}$ から $\mathbf{p}_v$ にずらすようなことはしなくてもよい。

次に、内部安定性を確保する制御系の構成を行う。運動方程式である式 (17) から導かれる状態方程式は次式で表せる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{h}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}_M \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_M \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}_m \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_m \quad (19)$$

次に、状態方程式の変換を行うが、状態変数の変換則は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p} - \mathbf{p}_d \\ \dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}_d \\ \mathbf{z} - \mathbf{z}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J} \\ \mathbf{T}_1 & \mathbf{T}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \\ \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d \end{bmatrix} \quad (20)$$

となる。この状態変数変換である式 (20) を式 (19) に適用し、また、 $\boldsymbol{\tau}_m$ から $\mathbf{u}$ への入力変換として式 (18) を用いると、前章において式 (12) から式 (14) を導いたのと同様にして状態方程式 (19) が次式のとおりに変換される。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}_d \\ \ddot{\mathbf{p}} - \ddot{\mathbf{p}}_d \\ \dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_p & \mathbf{Z}_{dp} & \mathbf{Z}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} - \mathbf{p}_d \\ \dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}_d \\ \mathbf{z} - \mathbf{z}_d \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_u & \mathbf{Z}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} - \ddot{\mathbf{p}}_d \\ \boldsymbol{\tau}_M \end{bmatrix} \quad (21)$$

次に、この変換された状態方程式を手先についての状態方程式とゼロダイナミクスについての状態方程式に分離する。式 (21) において、1, 2 行目は手先についての状態方程式であり、3 行目がゼロダイナミクスである。ここで、手先変数 $\mathbf{p}$ 、 $\dot{\mathbf{p}}$ は 3 行目のゼロダイナミクスに影響を及ぼすが、ゼロダイナミクスに

関する変数 $\mathbf{z}$ は 1, 2 行目の手先に関する式に影響を及ぼしていない。つまり、手先は理想的には誤差 0 の追従が可能となっている。そのとき、 $\mathbf{p} - \mathbf{p}_d \cong \mathbf{0}$, $\dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}_d \cong \mathbf{0}$, $\mathbf{u} - \ddot{\mathbf{p}}_d \cong \mathbf{0}$ とすることができる。したがって、ゼロダイナミクスのうち、 $\mathbf{p} - \mathbf{p}_d$, $\dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}_d$, $\mathbf{u} - \ddot{\mathbf{p}}_d$ のかかっている $\mathbf{Z}_p$, $\mathbf{Z}_{dp}$, $\mathbf{Z}_u$ の影響は無視できると考えられる。これら無視すると、状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}_d \\ \ddot{\mathbf{p}} - \ddot{\mathbf{p}}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} - \mathbf{p}_d \\ \dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} (\mathbf{u} - \ddot{\mathbf{p}}_d) \quad (22)$$

$$\dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}_d = \mathbf{Z}_z[\mathbf{z} - \mathbf{z}_d] + \mathbf{Z}_M \boldsymbol{\tau}_M \quad (23)$$

のように分離される。式 (22) は剛体のマニピュレータと同様な手先についての状態方程式である。式 (23) は弾性変位がマクロ部の動作平面内の場合可制御となる。式 (23) に対して最適レギュレータを構成する。具体的には評価関数

$$V = \int_0^\infty ([\mathbf{z} - \mathbf{z}_d]^T \mathbf{Q}_M [\mathbf{z}_v - \mathbf{z}_d] + \boldsymbol{\tau}_M^T \mathbf{R}_M \boldsymbol{\tau}_M) dt \quad (24)$$

を最少にする状態フィードバック則を求める問題となる。これを解くことにより $\boldsymbol{\tau}_M$ に対する制御器を導出する。これと、 $\mathbf{u}$ に対する制御器を合わせて結局次式のように内部安定性を確保する制御器が構成できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \ddot{\mathbf{p}}_d + \mathbf{K}_1(\dot{\mathbf{p}}_d - \dot{\mathbf{p}}) + \mathbf{K}_2(\mathbf{p}_d - \mathbf{p}) \\ \boldsymbol{\tau}_M &= \mathbf{K}_3(\mathbf{z}_d - \mathbf{z}) \end{aligned} \quad (25)$$

なお、マクロ-マイクロシステムの場合、 $\mathbf{K}_3$ が $\mathbf{x}$, $\dot{\mathbf{x}}$ の関数となり、姿勢依存である。よって、 $\mathbf{x}_d$, $\dot{\mathbf{x}}_d$ の関数として計画を行う。この式を見ると、前章の場合の式 (16) とは異なり、手先を制御する入力 $\mathbf{u}$ は $\mathbf{z}$ に対する制御が含まれておらず、 $\mathbf{z}$ に対する制御は $\boldsymbol{\tau}_M$ が受け持っている。よって、この制御形は非干渉化されており、 $\mathbf{p}$ の制御が $\mathbf{z}$ に影響を受けることはない。これにより前章における問題点 2 も解決された。これらの結果はフレキシブルアームの軌道制御にマクロ-マイクロシステムを用いることの有効性を示している。

なお、本章での方法を実際のマクロ-マイクロシステムに適用する場合、マイクロ部の関節駆動力として式 (18) を用いる。また、式 (18) 中の $\mathbf{u}$ として式 (25) の 1 式目を用いる。また、マクロ部の関節駆動力として式 (25) の 2 式目を用いる。

最後に、本章での制御法において式 (18) のマイクロ部の関節駆動力は文献 [13] のものと同様であるが、それ以降のマクロ部の制御器の導出が新しい点である。文献においてマクロ部は各軸 PD 制御されている。ここで不安定になるような現象は報告されていない。しかし、ゼロダイナミクスである式 (23) において、変数 $\mathbf{z}$ を構成する要素としては $\boldsymbol{\theta}_M$ と $\mathbf{e}$ が考えられる。各軸 PD 制御では、これらのうち $\boldsymbol{\theta}_M$ のみしか制御しておらず、式 (25) を用いることによりマクロ部の振動を抑えることができる。また、文献においては安定性に関する議論はなされていない。

Table 1 Parameters of flexible manipulator

	link 1	link 2
length [m]	0.728	0.763
diameter [m]	0.013	0.008
mass of end tip [kg]	4.10	1.10
bending rigidity [N·m ²]	288.8	41.4
inertia of end-tip [kg·m ²]	1.73×10^{-2}	2.22×10^{-3}

Table 2 Parameters of micro manipulator

	link m1	link m2
length [m]	0.041	0.084
mass [kg]	0.192	0.130
center of mass [m]	0.014	—

5. シミュレーション

本章では、前章までの結果をシミュレーションによって確認する。

5.1 フレキシブルアームの構成

フレキシブルアームのシミュレーションには Fig.1 に示す 2 自由度マニピュレータを用いた。この物理パラメータを Table 1 に示す。シミュレーションにおいては各リンクの振動モードは 2 次モードまでを考慮に入れている。また、式 (13) の変換則においては、まず $\mathbf{z}$ として $\mathbf{z} = [\mathbf{e}^T \ \mathbf{e}^T]^T$ とおいた。 $\mathbf{x}$ の目標値 $\mathbf{x}_d$ としては $\mathbf{x}_d = [\boldsymbol{\theta}_{Rd}^T \ \mathbf{0}^T]^T$ とおいた。 $\boldsymbol{\theta}_{Rd}$ は剛体の逆運動学問題をといて得られる目標関節角である。この $\mathbf{x}_d$ を用いて $\mathbf{z}_d = \mathbf{T}_1 \mathbf{x}_d + \mathbf{T}_2 \dot{\mathbf{x}}_d$ により $\mathbf{z}_d$ を定めた。

5.2 マクロ-マイクロシステムの構成

次に、マクロ-マイクロシステムとして、Fig.2 に示すようにマクロ部として前節での 2 自由度フレキシブルアームを用い、その先端に 2 自由度のマイクロ部をつけたものを考える。このマイクロ部は一つの回転関節と一つの直動関節を持っている。このマイクロ部のパラメータを Table 2 に示す。また、本節においても前節同様振動モードは 2 次までを考慮した。マクロ-マイクロシステムではゼロダイナミクスに関する変数 $\mathbf{z}$ としては $\mathbf{z} = [\boldsymbol{\theta}_M^T \ \mathbf{e}^T \ \dot{\boldsymbol{\theta}}_M^T \ \dot{\mathbf{e}}^T]^T$ また、 $\mathbf{x}_d = [\boldsymbol{\theta}_{Md}^T \ \boldsymbol{\theta}_{md}^T \ \mathbf{0}^T]^T$ とした。ここで $\boldsymbol{\theta}_{Md}$, $\boldsymbol{\theta}_{md}$ は文献 [15] の方法にしたがって可補償性 [15] を最大にする関節軌道の計画を行った。またこの $\mathbf{x}_d$ を用い、 $\mathbf{z}_d = \mathbf{T}_1 \mathbf{x}_d + \mathbf{T}_2 \dot{\mathbf{x}}_d$ により $\mathbf{z}_d$ を定めた。

5.3 シミュレーション結果

まず、3, 4 章においてフレキシブルアームにおいて生じる問題点 1 がマクロ-マイクロシステムを用いることで解決できることを述べたことの確認を行う。

フレキシブルアームに対して、式 (10) の $(\mathbf{J}_v \mathbf{M}^{-1} \mathbf{D})$ の正則性をみるため、様々な α の値に対して $\det(\mathbf{J}_v \mathbf{M}^{-1} \mathbf{D})$ の値を見る。Fig. 3(a) には α を 0 から 2 まで変化させたときの結果が示されている。 $\alpha = 0$ が弾性変位を考慮しないときの手先位置、 $\alpha = 1$ が実際の手先位置を表す。図より分かるように、 $\alpha = 1$ のとき $\det(\mathbf{J}_v \mathbf{M}^{-1} \mathbf{D})$ は 10^{-8} 程度に落ち込んでいる。ただし、シミュレーションにおいては α が 0.98 辺りより制御できるようになったため、 $\alpha = 0.98$ として以降のシミュレーションを行っ

(b) The case of macro-micro manipulator system

Fig. 3 Values of $\det(J_v M^{-1} D)$

た. このとき, 変換された状態方程式 (14) の極は $0, 0, 0, 0, -2.49 \times 10^{-14} \pm 2.71 \times 10^2 i, -2.65 \times 10^1 \pm 1.34 \times 10^2 i, 2.65 \times 10^1 \pm 1.34 \times 10^2 i, 2.65 \times 10^{-15} \pm 2.13 \times 10^2 i$ となる. 最初の四つの 0 が p_v に対する極であり, 残りが z に対する極である. これより, ゼロダイナミクスは不安定な極を持っている. この不安定性を内部安定性を考慮した制御系で制御する.

次に, マクロ-マイクロシステムに対して $(JM^{-1}D_m)$ の正則性を見るために, 手先を α でパラメータ化した $(J_v M^{-1} D_m)$ の行列式の値をみる. これは Fig. 3(b) に示されている. マイクロ部は剛体で構成されているため, フレキシブルアームのように $\alpha = 1$ で小さくなるようなことはない.

次に, マニピュレータに軌道を描かせる. このシミュレーションでは内部安定性が確保されることの確認を行い, ならびに 3, 4 章での問題点 1, 2 がマクロ-マイクロシステムを用いることで解決できることを確認する.

目標軌道として基準座標から見て $[1, 0.]^T$ から出発して 4 秒で半径 $0.15[m]$ の円を描く次式の軌道を与える.

$$p_d = \begin{bmatrix} 1 - 0.15 \sin(2\pi\phi) \\ 0.15 \{1 - \cos(2\pi\phi)\} \end{bmatrix}$$

$$\phi = 70 \left(\frac{t}{4}\right)^9 - 315 \left(\frac{t}{4}\right)^8 + 540 \left(\frac{t}{4}\right)^7 - 420 \left(\frac{t}{4}\right)^6 + 126 \left(\frac{t}{4}\right)^5$$

この模様を Fig. 4 に示す. この軌道を描かせるシミュレーションとして以下のシミュレーション (I), (II), (III) を行った.

- (I) フレキシブルアームに対して剛体ロボットに対する制御を行った場合.
- (II) フレキシブルアームに対して内部安定性を考慮した制御を行った場合.
- (III) マクロ-マイクロシステムに対して内部安定性を考慮した制御を行った場合.

Fig. 4 Desired trajectory in the simulation

シミュレーション (I) においてはフィードバック制御器として式 (16) の代わりに

$$u_v = \ddot{p}_d + K_v(\dot{p}_d - \dot{p}_v) + K_p(p_d - p_v)$$

とした. K_p, K_v としては,

$$K_p = \text{diag}[1000 \ 1000] \quad K_v = \text{diag}[100 \ 100]$$

とおいた. シミュレーション (II) では, 式 (15) の最適レギュレータの重み関数は

$$Q = \text{diag}[1 \times 10^5 \ 1 \times 10^5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

$$R = \text{diag}[1 \ 1]$$

とおいた. この重み関数を用い, $x_d, \dot{x}_d$ に対して目標軌道上で 0.4 秒ごと合計 11 点でゲインの計算を行い, これらを直線補間することで, 式 (16) のゲインの計画を行った. シミュレーション (III) では, 最適レギュレータにおいて評価関数式 (24) の重み行列の値は

$$Q_M = \text{diag}[5 \times 10^7 \ 5 \times 10^7 \ 1 \times 10^8 \ 1 \times 10^8 \\ 1 \times 10^8 \ 1 \times 10^8 \ 1 \times 10^3 \ 1 \times 10^3 \\ 1 \times 10^4 \ 1 \times 10^4 \ 1 \times 10^4 \ 1 \times 10^4]$$

$$R_M = \text{diag}[1 \ 2]$$

とした. この値を用い, 式 (25) のゲイン K_3 の計画を行った. また

$$K_1 = \text{diag}[8000 \ 8000] \quad K_2 = \text{diag}[160 \ 180]$$

とした. すべてのシミュレーションにおいてサンプリングタイムは $1[\text{msec}]$ とした.

これらのシミュレーションの結果を Fig. 5~7 に示す. それぞれ (a) は手先の追従誤差を表し, (b) はリンク 1 先端の弾性変位, (c) はリンク 2 先端の弾性変位を表す. シミュレーション (I) では不安定であり, まったく制御できていない. それに対して, シミュレーション (II) の内部安定性を考慮した制御系では (a)(b)(c) すべてにおいて安定な応答が得られている. ただし, (a) においては最大 $8[\text{mm}]$ 程度の手先の誤差が生じている. この誤差は実際の手先位置 p ではなく p_v を追従させていることと, 式 (16) の制御器において p_v に対する制御と z に対する制御が干渉しているために生じているものと考えられるが, このうち前者による誤差は最大 $1[\text{mm}]$ 程度であるため, 後者による影響が大きいと考えられる. 次に, シミュレーション (III) では, マクロ-マイクロシステムを用いることにより, (a) の追

Fig. 5 Results of simulation (I)

Fig. 6 Results of simulation (II)

Fig. 7 Results of simulation (III)

従誤差のグラフより、追従誤差は1[mm]以下に押さえられている。前節のフレキシブルアームのみの場合よりも小さな値となっている。これは、フレキシブルアームにおいて生じる問題点1, 2をマクロ-マイクロシステムが解決しているためである。ここで、マクロ-マイクロシステムにおいては $\mathbf{p}$ の $\mathbf{p}_d$ に対する追従性が保証されるため、誤差は0となるべきであるが、グラフでは誤差が残っている。この誤差は、サンプリングタイムを小さくすることで、相対的に小さくすることが可能である。最後に、シミュレーション(II), (III)では、Fig. 6, 7の(b)(c)より弾性変位が生じている。しかし、これらは目標軌道に対して生じるものであり、これによって安定性が損なわれるものではない。

次に、マクロ-マイクロシステムに対する制御系の振動抑制の効果を見るため、手先を $\mathbf{p} = [0.99 \ -0.01]^T$ から $\mathbf{p}_d = [1 \ 0]^T$ へと定点制御を行う。以下に示すシミュレーション(IV), (V)を行った。

(IV) マクロ-マイクロシステムに対して、マクロ部を各軸 PD 制御を行った場合。

(V) マクロ-マイクロシステムに対して、内部安定性を考慮し

た制御系を用いた場合。

シミュレーション(IV)ではマクロ部に対する各軸 PD 制御として

$$\boldsymbol{\tau}_M = \mathbf{K}_{Mp}(\boldsymbol{\theta}_{Md} - \boldsymbol{\theta}_M) + \mathbf{K}_{Md}(\dot{\boldsymbol{\theta}}_{Md} - \dot{\boldsymbol{\theta}}_M)$$

を用いた。ここで、

$$\mathbf{K}_{Mp} = \text{diag}[2000 \ 1000] \quad \mathbf{K}_{Md} = \text{diag}[500 \ 500]$$

とした。またシミュレーション(V)は、ゲインの設定はシミュレーション(III)と同じである。

この結果をFig. 8, 9に示す。シミュレーション(IV)において生じている残留振動がシミュレーション(V)では除かれている。これはマクロ-マイクロシステムにおけるマクロ部に対する振動抑制の効果を示している。

6. 実 験

本章では、前章において示されたマクロ-マイクロシステムを用いることの有効性を実験によって検証する。

Fig. 8 Results of simulation (IV)

Fig. 9 Results of simulation (V)

Fig. 10 Experimental setup

6.1 実験システム

対象とするマニピュレータは前章で用いたものと同様なマクロ-マイクロシステムを用いた。また、パラメータの値も前章のものと同様である。実験システムの概要は Fig. 10 に示してある。マクロ部、マイクロ部の各関節には光学式のエンコーダが装備されており、各関節の回転変位、直動変位を測定することが可能である。各関節の速度については得られる関節変位のデータをサンプリング時間で差分することで得ている。マクロ部の各関節には振動モードの2次までを計測するため、2ヶ所に歪みゲージが張り付けてある。これらのセンサより得たデータをカウンタボード、A/Dボードを介してPC (i486DX2 66 [Mhz]) に取り込む。また、手先位置を直接測定するために手先には発光LEDがつけてあり、そのLEDの位置をCCDカメラより、ビデオトラッカを用いて計測し、PCに取り込む。これらのデータより各関節入力を計算し、計算された入力はD/A

ボードを通してアンプに送り込まれ、各関節を駆動する。各関節のモータはハーモニックドライブの減速機を装備している。なお、サンプリングタイムについては、ビデオトラッカが16.7 [msec] と大変長いので、ビデオトラッカの手先位置のデータを関節角や弾性変位量より計算される手先位置を用いて補間することにし、3.3 [msec] とした。

各リンクのモード振幅 e はリンクに貼られた歪ゲージにより測定されるが、測定法を以下に示す。まず、リンク i の根元から x_{i1} の距離の歪ゲージの信号 b_{i1} には次の関係が成立する。

$$b_{i1} = S \sum_{j=1}^{m_i} \phi_{ij}''(x_{i1}) e_{ij}(t)$$

ここで、 S は実験的に求める定数であり、ここでは、測定されるリンク先端の弾性変位が実際のもとの一致するように設定した。また、 $*$ は $*$ の微分を表す。この式を仮定する振動モードの数

Fig. 11 Experimental results of macro-micro system

m_i 箇所の歪み信号について求める. 結局, $e_{i1}(t) \cdots e_{im_i}(t)$ は次式によって導出される.

$$\begin{bmatrix} e_{i1}(t) \\ \vdots \\ e_{im_i}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} \phi''_{i1}(x_{i1}) & \cdots & \phi''_{im_i}(x_{i1}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi''_{i1}(x_{im_i}) & \cdots & \phi''_{im_i}(x_{im_i}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_{i1} \\ \vdots \\ b_{im_i} \end{bmatrix}$$

なお, 本実験においては振動モードは2次まで考慮したため, $m_i = 2$ である. また, $\dot{e}$ は e を差分することで得た.

6.2 実験と結果

手先目標軌道としては前章のシミュレーション (I), (II), (III) における軌道と同じ円軌道を4秒で1周させる軌道を用いた. この実験はシミュレーション (III) に対応する. ここで, 実験においては最適レギュレータの重み行列の値は

$$\begin{aligned} Q_M &= \text{diag} [5 \times 10^7 \quad 5 \times 10^7 \quad 1 \times 10^7 \quad 1 \times 10^7 \\ &\quad 1 \times 10^7 \quad 1 \times 10^7 \quad 1 \times 10^3 \quad 1 \times 10^3 \\ &\quad 1 \times 10^3 \quad 1 \times 10^3 \quad 1 \times 10^3 \quad 1 \times 10^3] \\ R_M &= \text{diag} [1 \quad 2] \end{aligned}$$

とした. この値を用い, 式 (25) のゲイン K_3 の計画を行った. また

$$K_1 = \text{diag} [8000 \quad 8000] \quad K_2 = \text{diag} [30 \quad 30]$$

とした. なお, 実験におけるマニピュレータでは重力の影響がある. よって $x_d = [\theta_{Md}^T \quad \theta_{md}^T \quad e_d^T]^T$ とした. ここで e_d は重力による初期たわみ量である.

Fig. 11 に実験結果を示す. 若干振動が残っているが, 実験結果においてほぼ良好な結果を得ているといえる.

7. 結 言

本論文では, フレキシブルアームの動的制御における安定性を保証する制御法について述べた. まず, フレキシブルアームを有限次元近似モデルでモデル化した. また, それに基づき内部安定性を確保する制御系の構成を行った. また, フレキシブルアームにおいて生じる問題点がマクロ-マイクロシステムを

用いることで解決できることを示した. そして, これらの制御系の有効性をシミュレーションおよび実験によって確認した.

ここで, 3.1 節において p の代わりに p_v を追従させることで, $\det(J_v M^{-1} D)$ が小さくなるのが避けられることは数値的のみによって確認された. これを理論的に確認することは今後の課題であると考えている. また, 4章において $\det(J M^{-1} D_m)$ が十分な値を持つとしたことにも同様な課題があると考えている.

参 考 文 献

- [1] R.H. Cannon and Jr., E. Schmitz: "Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot," The Int. J. of Robotics Research, vol.3, no.3, pp.62-74, 1984.
- [2] 馬, 浅田, 得丸: "フレキシブルロボットアームのモデル簡略化に関する考察と逆動力学問題の解法", 計測自動制御学会論文集, vol.25, no.4, pp.440-447, 1989.
- [3] E. Bayo and H. Moulin: "An Efficient Computation of the Inverse Dynamics of Flexible Manipulators in the Time Domain," Proc. of 1989 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.710-715, 1989.
- [4] D.S. Kwon and W.J. Book: "A Time-Domain Inverse Dynamic Tracking Control of a Single-Link Flexible Manipulator," Trans. of ASME Journal of DSMC, vol.116, pp.193-200, 1994.
- [5] 土屋, 渡辺: "柔軟マニピュレータの逆運動学・逆動力学", 第11回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.665-668, 1994.
- [6] F. Pfeiffer and B. Gebler: "A Multistage-Approach to the Dynamics and Control of Elastic Robots," Proc. of 1988 Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2-8, 1988.
- [7] A. De Luca, P. Lucibello and G. Ulivi: "Inversion Techniques for Trajectory Control of Flexible Arms," Journal of Robotic Systems, 6(4), pp.325-344, 1989.
- [8] S.K. Madhavan and S.N. Singh: "Variable Structure Trajectory Control of an Elastic Arm," J. of Robotic Systems 10(1), pp.23-44, 1993.
- [9] W. Yim: "Inverse Cartesian Trajectory Control and Stabilization of a Three-Axis Flexible Manipulator," J. of Robotic Systems, 11(4), pp.311-326, 1994.
- [10] L. Benvenuti and M.D. Benedetto: "End-Point Tracking for a Flexible Robot Arm," Preprints of the 4th IFAC Symp. on Robot Control, pp.687-692, 1994.
- [11] M.W. Vandegrift, F.L. Lewis and S.Q. Zhu: "Flexible Robot Arm Control by a Feedback Linearization/Singular Perturbation Approach," J. of Robotic Systems, 11(7), pp.591-603, 1994.
- [12] B. Siciliano and W.J. Book: "A Singular Perturbation Approach to Control of Lightweight Flexible Manipulators," The International Journal of Robotics Research, vol.7, no.4, pp.79-90, 1988.
- [13] T. Yoshikawa, K. Hosoda, T. Doi and H. Murakami: "Dynamic Trajectory Tracking Control of Flexible Manipulator by Macro-Micro Manipulator System," Proc. of 1994 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1804-1809, 1994.
- [14] A. Ishidori and C.I. Byrnes: "Output Regulation of Nonlinear Systems," IEEE Trans. on Automatic Control, vol.35, no.2, pp.131-140,

1990.

- [15] T. Yoshikawa, K. Hosoda, T. Doi and H. Murakami: "Quasi-Static Trajectory Tracking Control of Flexible Manipulator by Macro-Micro Manipulator System," Proc. of 1993 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.210-214, 1993.

A. 付 録

付録においては、式 (12) から式 (14) の導出について述べる。まず、運動方程式から導かれる状態方程式 (12)、ならびに関節駆動力である式 (10) を式 (13) の表記にあわせて次式のように書き直す。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d \\ \ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d \\ -M^{-1}K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ M^{-1}D \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\tau} = (J_v M^{-1} D)^{-1} \{ \mathbf{u}_v - \ddot{\mathbf{p}}_d + J_v M^{-1} K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) - \dot{J}_v(\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d) \} \quad (27)$$

次に、式 (26) に式 (13) を 1 回微分したものを作用させる、次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_v - \dot{\mathbf{p}}_d \\ \ddot{\mathbf{p}}_v - \ddot{\mathbf{p}}_d \\ \dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}_d \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} J_v & \mathbf{0} \\ \dot{J}_v & J_v \\ T_1 & T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d \\ M^{-1}\{D\boldsymbol{\tau} - K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)\} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_v - \dot{\mathbf{p}}_d \\ \dot{J}_v(\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d) + J_v M^{-1}\{D\boldsymbol{\tau} - K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)\} \\ T_1(\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d) + T_2 M^{-1}\{D\boldsymbol{\tau} - K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)\} \end{bmatrix} \quad (28) \end{aligned}$$

次に、式 (28) に $\boldsymbol{\tau}$ から $\mathbf{u}_v$ への入力変換として式 (27) を作用させる。式 (28) の 2 行目からは

$$\ddot{\mathbf{p}}_v - \ddot{\mathbf{p}}_d = \mathbf{u}_v - \ddot{\mathbf{p}}_d \quad (29)$$

が得られる。次に、3 行目は次式のとおりになる。

$$\begin{aligned} & \dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}_d \\ &= \{ (T_2 M^{-1} D)(J_v M^{-1} D)^{-1} J_v - T_2 \} M^{-1} K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) \\ & \quad + \{ T_1 - (T_2 M^{-1} D)(J_v M^{-1} D)^{-1} \dot{J}_v \} (\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d) \\ & \quad + (T_2 M^{-1} D)(J_v M^{-1} D)^{-1} (\mathbf{u}_v - \ddot{\mathbf{p}}_d) \\ & \triangleq C_x(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) + C_{dx}(\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d) + C_u(\mathbf{u}_v - \ddot{\mathbf{p}}_d) \quad (30) \end{aligned}$$

次に、式 (13) の変換則を $[\mathbf{x}^T \ \dot{\mathbf{x}}^T]^T$ について解くと次式を得る。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \\ \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} J_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J_v \\ T_1 & T_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_v - \mathbf{p}_d \\ \dot{\mathbf{p}}_v - \dot{\mathbf{p}}_d \\ \mathbf{z} - \mathbf{z}_d \end{bmatrix} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} F_{11}(\mathbf{p}_v - \mathbf{p}_d) + F_{12}(\dot{\mathbf{p}}_v - \dot{\mathbf{p}}_d) + F_{13}(\mathbf{z} - \mathbf{z}_d) \\ F_{21}(\mathbf{p}_v - \mathbf{p}_d) + F_{22}(\dot{\mathbf{p}}_v - \dot{\mathbf{p}}_d) + F_{23}(\mathbf{z} - \mathbf{z}_d) \end{bmatrix} \quad (31) \end{aligned}$$

式 (31) を式 (30) に代入することで、式 (14) の 3 行目が次式のとおりに得られる。

$$\begin{aligned} & \dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}_d \\ &= C_x \{ F_{11}(\mathbf{p}_v - \mathbf{p}_d) + F_{12}(\dot{\mathbf{p}}_v - \dot{\mathbf{p}}_d) + F_{13}(\mathbf{z} - \mathbf{z}_d) \} \\ & \quad + C_{dx} \{ F_{21}(\mathbf{p}_v - \mathbf{p}_d) + F_{22}(\dot{\mathbf{p}}_v - \dot{\mathbf{p}}_d) + F_{23}(\mathbf{z} - \mathbf{z}_d) \} \\ & \quad + C_u(\mathbf{u}_v - \ddot{\mathbf{p}}_d) \\ &\triangleq Z_r(\mathbf{p}_v - \mathbf{p}_d) + Z_{dr}(\dot{\mathbf{p}}_v - \dot{\mathbf{p}}_d) + Z_z(\mathbf{z} - \mathbf{z}_d) \\ & \quad + Z_u(\mathbf{u}_v - \ddot{\mathbf{p}}_d) \quad (32) \end{aligned}$$

これらの結果を合わせて式 (14) が得られる。

原田研介 (Kensuke Harada)

1968 年 9 月 28 日生。1992 年京都大学工学部機械工学科卒業。1994 年京都大学大学院修士課程機械工学専攻修了。現在、同大学院博士後期課程在学中。フレキシブルアームの制御の研究に従事。計測自動制御学会の学生会員。(日本ロボット学会学生会員)

吉川恒夫 (Tsuneo Yoshikawa)

1941 年 12 月 19 日生。1964 年京都大学工学部精密工学科卒業。1969 年同大学大学院博士課程修了。同年同大学工学部助手。1970 年同大学助教授。1986 年同大学教授 (オートメーション研究施設)。1989 年 5 月より同大学工学部応用システム科学教室教授となり、1991 年 5 月より同大学工学部機械工学教室教授。ロボット工学および制御工学の研究に従事。工学博士。システム制御情報学会、計測自動制御学会、日本機械学会、IEEE などの会員。(日本ロボット学会正会員)