講座

把持と操りの基礎理論 3. 制御

Foundations of Grasping and Manipulation 3. Control

吉 川 恒 夫*

*京都大学大学院工学研究科

Tsuneo Yoshikawa*

*Faculty of Engineering, Kyoto University

[本講座は、ロボットのグリップやハンドによる把持と操りについて、理論的枠組みを構成し、これまでに得られている基本的な結果を分かりやすく位置付け、講述することを目的としている。第1回[1]は把持と操りを、拘束機構による対象物の拘束という一般的立場から見た場合の解析について述べ、第2回[2]は、多指ハンドの指先力の解析とその決定法について述べた。今回は多指ハンドによる、固定接触、転がり接触、滑り接触などを利用した、対象物の把持と操りのための制御則について述べる。]

5. 点接触の分類と拘束条件

5.1 点接触の分類

図23に示すような n 本の指からなるハンドによる対象物の把持、操りを考える。対象物および指先の曲面形状は、なめらかな曲面または頂点であり、少なくとも一方はなめらかな曲面であるとする。両者が1点のみで接触した状態を点接触と呼び、この接触点におけるなめらかな曲面に対する法線を接触法線と呼ぶ。

点接触は、そこに働く摩擦の種類によって、以下のように分類される[3]。

(a) 摩擦なし点接触： 接触点の両曲面上での相対的移動が自由で、接触力は接触法線の方向のみに働き、相対的移動に対する摩擦力は働かない。

(b) 摩擦あり点接触： 接触点の両曲面上での相対的並進運動に抵抗する摩擦力が働く。接触点回りの相対的回転運動は自由である。

(c) ソフトフィンガー型点接触： 接触点の両曲面上での相対的並進運動に抵抗する摩擦力が働くとともに、接触法線まわりの相対的回転運動に対しても抵抗する回転摩擦力が働く。

なお、いずれの接触においても両物体の離脱は自由である。摩擦力の大きさについては、接触法線方向の押しつけ

力に比例するというクーロンの経験法則が知られており、ここでもこれを摩擦力のモデルとして採用する。

また、接触点の状態はその曲面上での動き方によって以下のように分類される。

(A) 固定接触： 接触点が両曲面上で移動しないような接触である。(A1) 摩擦あり点接触による場合（法線まわりの回転が許される）と、(A2) ソフトフィンガー型接触による場合（法線まわりの回転を許さない）がある。

(B) ころがり接触： 両曲面が互いの曲面上で転がり合うような接触である。(B1) 一般転がり接触（法線まわりの回転を許す場合で、摩擦あり点接触に対応）と、(B2) 純粹転がり接触（法線まわりの回転を許さない場合で、ソフトフィンガー型接触に対応）に分けられる。

(C) すべり接触： 両曲面が滑り合うような接触である。固定接触、転がり接触において、摩擦力に打ち勝つ力を加えた場合、または、摩擦なし点接触の場合において生じる。

固定接触以外の (B) と (C) をまとめて非固定接触と呼ぶこともできる。

多指ハンドによる把持操りの制御においては、各接触点は上記のいずれかの接触をしていると仮定して、制御則を検討することになる。なお、ソフトフィンガー型接触は、

図23 n 本指ハンドによる対象物の把持と操り

原稿受付 1996年4月16日

キーワード: Robot Hand, Grasping, Manipulation, Fingertip Force, Control

*〒606 京都府左京区吉田本町

*Sakyo-ku, Kyoto

少ない本数の指で把持操作ができるので、小さくて軽い対象物を操る場合には特に重要であるが、接触面が大きく理論的検討が難しい。他方、点接触として扱える場合は、通常対象物が大きく、法線まわりのモーメントに対する最大許容値が相対的に小さくなるので、これに対応する (A2) や (B2) の接触状態を保持しつつ操作するのはかなり困難である。これらのことと説明の簡単化のために、ソフトフィンガー型接触は以下では扱わないことにする。

5.2 座標系の設定

図 23 に示すように、いくつかの座標系を設定する。 Σ_R はハンドの台座に固定された基準座標系、 Σ_B は対象物に固定された座標系、 Σ_{Fi} は指 i の指先リンクに固定された座標系である。 Σ_B の原点を $\mathbf{p}_B \in R^3$ (R^3 は三次元ベクトルの集合)、姿勢を回転行列 $\mathbf{R}_B \in R^{3 \times 3}$ ($R^{3 \times 3}$ は 3×3 次元行列の集合) で表す。同様に Σ_{Fi} の原点を $\mathbf{p}_{Fi}$ 、姿勢を $\mathbf{R}_{Fi}$ で表す。指 i の指先リンクと対象物は 1 点接触しているものとして、その接触点 C_i に原点をもつ、対象物側に固定された座標系を Σ_{CBi} 、同じく接触点に原点をもつ指側に固定された座標系を Σ_{CFi} とする。 Σ_{CBi} (Σ_{CFi}) の z 軸は、対象物 (指先) 表面の外向き法線方向にとる。法線が定まらない側は適当に定める。以下で左肩に添字のないベクトルは Σ_R で表したものとする。

5.3 拘束条件

本節では、固定接触、転がり接触、滑り接触のための条件を定式化する。

まず、対象物と指 i の指先が点接触するための条件を述べる。 Σ_B から見た任意の点の位置を $\mathbf{p} \in R^3$ 、 Σ_{Fi} から見たそれを $\mathbf{p}^{Fi} \in R^3$ とするとき、対象物と指先の表面形状が

$$S_B(\mathbf{p}) = 0, \quad S_{Fi}(\mathbf{p}^{Fi}) = 0 \quad (33)$$

で記述されると仮定する。ただし $S_B(\mathbf{p}) < 0$ となる $\mathbf{p}$ が対象物の内部の点であり、 $S_{Fi}(\mathbf{p}^{Fi})$ についても同様とする。これらの曲面上の点 $\mathbf{p}_{CBi}$ 、 $\mathbf{p}_{CFi}$ で両者が点接触するための必要十分条件は、次の 2 条件が成立することである。

(条件 1) 点 $\mathbf{p}_{CBi}$ 、 $\mathbf{p}_{CFi}$ が Σ_R から見て同一点であること。すなわち

$$S_B(\mathbf{p}_{CBi}) = 0, \quad S_{Fi}(\mathbf{p}_{CFi}) = 0 \quad (34)$$

$$\mathbf{p}_B + \mathbf{R}_B \mathbf{p}_{CBi} = \mathbf{p}_{Fi} + \mathbf{R}_{Fi} \mathbf{p}_{CFi} \triangleq \mathbf{p}_{Ci} \quad (35)$$

ただし $\mathbf{p}_{Ci}$ は Σ_R から見た接触点 C_i の位置を表す。

(条件 2) 点 $\mathbf{p}_{Ci}$ 以外の点では互いに接触したり干渉したりしないこと。すなわち次式をみたすことである。

$$\max_{\mathbf{p} \neq \mathbf{p}_{Ci}} \{S_B(\mathbf{p}), S_{Fi}(\mathbf{p})\} > 0 \quad (36)$$

なお、対象物と指先の形状がいずれもなめらかな凸曲面の場合には、条件 2 は

(条件 2') 接触点において両曲面の外向き法線方向がちょうど逆向きであること、すなわち

$$\mathbf{n}_B(\mathbf{p}_{CBi}) = -\mathbf{n}_{Fi}(\mathbf{p}_{CFi}) \quad (37)$$

となることである。ただし $\mathbf{n}_B(\mathbf{p})$ および $\mathbf{n}_{Fi}(\mathbf{p})$ は

$$\mathbf{n}_B(\mathbf{p}) = \mathbf{R}_B \frac{\partial S_B(\mathbf{p}) / \partial \mathbf{p}}{\|\partial S_B(\mathbf{p}) / \partial \mathbf{p}\|} \quad (38)$$

$$\mathbf{n}_{Fi}(\mathbf{p}) = \mathbf{R}_{Fi} \frac{\partial S_{Fi}(\mathbf{p}) / \partial \mathbf{p}}{\|\partial S_{Fi}(\mathbf{p}) / \partial \mathbf{p}\|} \quad (39)$$

である。

ついで、点接触の状態が固定接触、転がり接触、滑り接触であるための条件を与えよう。滑り接触の場合には上述の点接触の条件のみでよい。しかし固定接触の場合は、次の条件が付加される。

(条件 3)

$$\mathbf{p}_{CBi} = \text{constant}, \quad \mathbf{p}_{CFi} = \text{constant} \quad (40)$$

さらに、転がり接触の場合には以上のような位置に関する条件のみでは表現できず、速度に関する条件が必要となる。すなわち条件 1, 2 のほかに、次の条件が必要となる。

(条件 4) 接触点の対象物面上での Σ_B に対する移動速度 $\mathbf{p}_{CBi}$ と指先面上での Σ_{Fi} に対する移動速度 $\mathbf{p}_{CFi}$ が、 Σ_R から見たときに等しくなること：

$$\mathbf{R}_B \mathbf{p}_{CBi} = \mathbf{R}_{Fi} \mathbf{p}_{CFi} \quad (41)$$

条件 1~3 から固定接触および滑り接触がホロノミックな拘束であり、条件 1, 2 と条件 4 から、転がり接触は一般にノンホロノミックな拘束であることが分かる。

ここで、対象物の運動速度と指先の運動速度の一般的な関係を与えておこう。式 (35) を微分して

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{R}_B \mathbf{p}_{CBi} + \mathbf{R}_B \dot{\mathbf{p}}_{CBi} \\ = \dot{\mathbf{p}}_{Fi} + \boldsymbol{\omega}_{Fi} \times \mathbf{R}_{Fi} \mathbf{p}_{CFi} + \mathbf{R}_{Fi} \dot{\mathbf{p}}_{CFi} \end{aligned} \quad (42)$$

が得られる。ただし $\boldsymbol{\omega}_B$ は対象物の回転角速度、 $\boldsymbol{\omega}_{Fi}$ は指先の回転角速度である。

固定接触の場合には、条件 3 から、 $\dot{\mathbf{p}}_{CBi} = \dot{\mathbf{p}}_{CFi} = 0$ であるので、式 (42) より

$$\dot{\mathbf{p}}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{R}_B \mathbf{p}_{CBi} = \dot{\mathbf{p}}_{Fi} + \boldsymbol{\omega}_{Fi} \times \mathbf{R}_{Fi} \mathbf{p}_{CFi} \quad (43)$$

すなわち

$$\mathbf{D}_{Bi} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_B \\ \boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{Fi} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{Fi} \\ \boldsymbol{\omega}_{Fi} \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{p}}_{Ci} \quad (44)$$

が成立する。ただし

$$D_{Bi} = [I_3 - [(R_B^B p_{CBi}) \times]] \quad (45)$$

$$D_{Fi} = [I_3 - [(R_{Fi}^{Fi} p_{CFi}) \times]] \quad (46)$$

であり, $[(R_B^B p_{CBi}) \times] \in R^{3 \times 3}$ は外積演算と等価な行列を表す。また I_3 は三次元単位行列である。また、転がり接触の場合にも、条件 4 から式 (42) の両辺の第 3 項が等しくなり、やはり式 (44) が成立する。固定接触の場合と異なるのは、式中の ${}^B p_{CBi}$ および ${}^{Fi} p_{CFi}$ が時変であり、式 (44) を微分して加速度の関係を求めたときに、これらのベクトルの時間微分項が現れてくる点である。

滑り接触の場合には、固定接触や転がり接触と異なり、式 (42) が成立するのみである。この式を式 (44) と類似の形に書き改めると

$$\begin{aligned} D_{Bi} \begin{bmatrix} \dot{p}_B \\ \omega_B \end{bmatrix} + R_B^B \dot{p}_{CBi} \\ = D_{Fi} \begin{bmatrix} \dot{p}_{Fi} \\ \omega_{Fi} \end{bmatrix} + R_{Fi}^{Fi} \dot{p}_{CFi} \end{aligned} \quad (47)$$

となる。このとき Σ_B から見た対象物面上での指先の滑り速度 ${}^B v_{Si}$ は

$${}^B v_{Si} = {}^B \dot{p}_{CBi} - {}^B R_{Fi}^{Fi} \dot{p}_{CFi} \quad (48)$$

で与えられる。

以下では、まず各接触点において、固定接触ないし転がり接触する場合について議論を展開し、その後、滑り接触のある場合について述べる。

6. 固定/転がり接触のための制御則

本章では、 n 本指ハンドで、すべての指先と対象物を固定接触ないし転がり接触させながら対象物を把持し操る場合を扱う。固定接触および転がり接触については、それぞれの場合について別個に [4][5] などで制御則が提案されている。ここでは、これらの結果を統一した形で紹介する。したがって、例えば図 24 に示すような、いくつかの指先では固定接触、残りの指先では転がり接触を行わせるという場合も本章での定式化に含まれる点に注意されたい。なお、関連する研究が [6]~[8] などで行われている。

6.1 対象物の動特性

対象物の動特性が、位置変数 $\{p_B, R_B\}$ と速度変数 $\{\dot{p}_B, \omega_B\}$ 、およびこの速度変数に対応する一般化力 t_B を用いて

$$M_B \begin{bmatrix} \ddot{p}_B \\ \dot{\omega}_B \end{bmatrix} + h_B(p_B, R_B, \dot{p}_B, \omega_B) = t_B \quad (49)$$

で表示されるものとする。ただし M_B は一般化慣性テンソル、 h_B は遠心力、コリオリ力、重力などを表す。また

図 24 固定/転がり接触を伴う把持と操り

t_B は対象物が接触するハンドや環境から加えられる外力を表す。例えば、 Σ_B の原点 p_B を対象物の質量中心にとった場合には

$$M_B = \begin{bmatrix} m_B I_3 & 0 \\ 0 & H_B \end{bmatrix}, \quad h_B = \begin{bmatrix} -m_B g \\ \omega_B \times (H_B \omega_B) \end{bmatrix} \quad (50)$$

を得る。ただし、 m_B および H_B は対象物の質量および Σ_B から見た対象物の慣性テンソル、 g は重力加速度ベクトルである。

制御則を考える際には、対象物の姿勢変化速度の表示のために角速度ベクトル ω_B の代わりに、ロール・ピッチ・ヨーなどの姿勢を表示する三次元ベクトル $\phi \in R^3$ の微分値 $\dot{\phi}$ を用いる方が便利である。そこで対象物の位置姿勢の表示に 6 次元変数 $r_B = \text{col}[p_B, \phi]$ (col はすべて要素ベクトルを縦に並べたベクトルを意味する) を導入すると、速度ベクトル $\dot{r}_B$ と、もとの速度ベクトル $\text{col}[\dot{p}_B, \omega_B]$ は

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_B \\ \omega_B \end{bmatrix} = T(r_B) \dot{r}_B \quad (51)$$

によって関係付けられる。ただし

$$T(r_B) = \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & T_r(r_B) \end{bmatrix} \quad (52)$$

であり、 T_r はロール・ピッチ・ヨーなどの 3 変数の微分値と角速度ベクトル ω_B の間の変換行列である [9]。

先に与えた対象物の動特性 (51) を、 r_B を用いて表すと

$$M_B T \ddot{r}_B + h_{Br}(r_B, \dot{r}_B) = t_B \quad (53)$$

となる。ただし、 h_{Br} は

$$h_{Br} = h_B + M_B \dot{T} \dot{r}_B \quad (54)$$

である。また外力 t_B については、接触点 C_i で対象物に加えられる接触力を $f_{Ci} \in R^3$ とし

$$f_C = \text{col}[f_{C1}, f_{C2}, \dots, f_{Cn}] \quad (55)$$

$$D_B = \text{col}[D_{B1}, D_{B2}, \dots, D_{Bn}] \quad (56)$$

$$\dot{p}_C = \text{col}[\dot{p}_{C1}, \dot{p}_{C2}, \dots, \dot{p}_{Cn}] \quad (57)$$

とするとき、式 (44) より得られる

$$D_B \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_B \\ \boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{p}}_C \quad (58)$$

という関係と仮想仕事の原理より次式を得る.

$$\mathbf{t}_B = D_B^T \mathbf{f}_C \quad (59)$$

6.2 指の動特性

指 i は n_i 自由度を持つものとし、指 i の関節変数を $\mathbf{q}_i \in R^{n_i}$ とする. そして関節速度と手先速度の運動学的関係が

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{Fi} \\ \boldsymbol{\omega}_{Fi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{Fi} \dot{\mathbf{q}}_i \quad (60)$$

で与えられるものとする. ここで $\mathbf{J}_{Fi} \in R^{6 \times n_i}$ はヤコビ行列である. また、指 i の動特性が

$$\mathbf{M}_{Fi}(\mathbf{q}_i) \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{h}_{Fi}(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) = \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_{CFi} \quad (61)$$

で表示されるものとする. ただし $\boldsymbol{\tau}_i$ は指の関節駆動入力, そして、 $\mathbf{M}_{Fi}$ は一般化慣性テンソル, $\mathbf{h}_{Fi}$ は遠心力, コリオリ力, 重力, 関節摩擦などを表す. $\boldsymbol{\tau}_{CFi}$ は指先に対象物から加えられる接触力 $-\mathbf{f}_{Ci}$ (指先から対象物に加えられる力 $\mathbf{f}_{Ci}$ の逆の力) に等価な関節力である. この $\boldsymbol{\tau}_{CFi}$ と $\mathbf{f}_{Ci}$ の関係式は、式 (44) (60) が得られる運動学的関係

$$\dot{\mathbf{p}}_{Ci} = D_{Fi} \mathbf{J}_{Fi} \dot{\mathbf{q}}_i \quad (62)$$

と仮想仕事の原理から

$$\boldsymbol{\tau}_{CFi} = -(\mathbf{D}_{Fi} \mathbf{J}_{Fi})^T \mathbf{f}_{Ci} = -\mathbf{J}_{CFi}^T \mathbf{f}_{Ci} \quad (63)$$

で与えられる. ただし $\mathbf{J}_{CFi} = \mathbf{D}_{Fi} \mathbf{J}_{Fi}$ である.

各指の動特性 (61) をすべてまとめて表示すると

$$\mathbf{M}_F(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}_{CF}^T \mathbf{f}_C \quad (64)$$

となる. ここで

$$\mathbf{q} = \text{col}[\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n] \quad (65)$$

$$\mathbf{J}_{CF} = \text{diag}[\mathbf{J}_{CF1}, \mathbf{J}_{CF2}, \dots, \mathbf{J}_{CFn}] \quad (66)$$

であり、diag はブロック対角行列を表す. $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\tau}_{CF}$ なども、式 (65) と同様に定義する.

6.3 制御則

対象物位置 $\mathbf{r}_B$ に対する目標軌道 $\mathbf{r}_{Bd}(t)$ が指定された場合の、固定/転がり接触のための制御則を与える. また同時に指先力ないし内力も同時に望ましい値にできることを示す.

対象物の速度 $\dot{\mathbf{r}}_B$ と指関節の速度 $\dot{\mathbf{q}}$ の関係は、式 (51) (44) (60) から次式のようになる.

$$D_B \mathbf{T}(\mathbf{r}_B) \dot{\mathbf{r}}_B = \mathbf{J}_{CF} \dot{\mathbf{q}} \quad (67)$$

簡単のため、各指が3自由度を持ち ($n_i = 3$), 特異点がない場合について議論を進める. この場合 $\mathbf{J}_{CFi}$ が正則であり、したがって $\mathbf{J}_{CF}$ も正則となる. ゆえに式 (67) を時間微分して $\ddot{\mathbf{q}}$ について解くことにより

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_{CF}^{-1} \{ D_B \mathbf{T} \ddot{\mathbf{r}}_B + (\dot{D}_B \mathbf{T} + D_B \dot{\mathbf{T}}) \dot{\mathbf{r}}_B - \dot{\mathbf{J}}_{CF} \dot{\mathbf{q}} \} \quad (68)$$

を得る. したがって対象物の加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_B$ が与えられれば、上式から固定/転がり接触を保つための指の関節加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ を一意に定めることができる. さらに $\mathbf{r}_B$, $\dot{\mathbf{r}}_B$ の状態のもとに $\ddot{\mathbf{r}}_B$ を実現する $\mathbf{t}_B$ は式 (53) によって一意に定まる.

次に、対象物に合力 $\mathbf{t}_B$ を加えるための指先接触力について考える. 3.2 節 [2] の議論に基づき、式 (59) の一般解として

$$\mathbf{f}_C = (\mathbf{D}_B^T)^+ \mathbf{t}_B + \mathbf{E} \tilde{\mathbf{f}} \quad (69)$$

を得る. ここで右肩の $+$ は疑似逆行列を表す. 上式右辺第 1 項が合力 $\mathbf{t}_B$ を発生し、第 2 項は内力を表す. $\mathbf{E} \in R^{3n \times (3n-6)}$ は $\mathbf{D}_B^T \mathbf{E} = \mathbf{0}$ を満たす列フルランクの任意の行列であり、 $\tilde{\mathbf{f}} \in R^{3n-6}$ は $\mathbf{E}$ の列方向の内力の大きさを表すパラメータベクトルである[†]. よって合力 $\mathbf{t}_B$ と内力 $\tilde{\mathbf{f}}$ によって指先での接触力 $\mathbf{f}_C$ が一意に定まる.

以上の準備のもとに、ハンド/対象物系における、指関節駆動入力 $\boldsymbol{\tau}$, 対象物加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_B$, 内力の大きさ $\tilde{\mathbf{f}}$ の間の関係は、式 (64) (68) (69) (53) より

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}_W \mathbf{T} \ddot{\mathbf{r}}_B + \mathbf{J}_{CF}^T \mathbf{E} \tilde{\mathbf{f}} + \mathbf{Q} \quad (70)$$

で与えられる. ただし

$$\mathbf{M}_W = \mathbf{M}_F \mathbf{J}_{CF}^{-1} D_B + \mathbf{J}_{CF}^T (\mathbf{D}_B^T)^+ \mathbf{M}_B \quad (71)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{M}_F \mathbf{J}_{CF}^{-1} \{ (\dot{D}_B \mathbf{T} + D_B \dot{\mathbf{T}}) \dot{\mathbf{r}}_B - \dot{\mathbf{J}}_{CF} \dot{\mathbf{q}} \} + \mathbf{h}_F + \mathbf{J}_{CF}^T (\mathbf{D}_B^T)^+ \mathbf{h}_{Br} \quad (72)$$

である. また $\tilde{\mathbf{f}}$ は接触力 $\mathbf{f}_C$ を式 (69) の形に分解したときの内力成分の大きさを表すベクトルを意味し

$$\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{E}^+ [\mathbf{I} - (\mathbf{D}_B^T)^+ \mathbf{D}_B^T] \mathbf{f}_C \quad (73)$$

で与えられるものである.

[†] $\mathbf{E}$ は $[\mathbf{I} - (\mathbf{D}_B^T)^+ \mathbf{D}_B^T]$ から最大個数の独立な列ベクトルの 1 組をならべて作った行列を $\hat{\mathbf{E}}$ とするとき、任意の正則な行列 $\mathbf{T}_E$ を用いて $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{E}} \mathbf{T}_E$ と表せるものである.

以上の準備ものとにシステムの非線形な特性を線形化するために、次の制御則を考える。

$$\tau_d = M_W T u_B + J_{CF}^T E u_I + Q \quad (74)$$

ここで u_B , u_I は新しい制御入力であり、後に定める。

制御則 (74) をハンド/対象物系に適用し、 τ_d を指の関節駆動入力 τ として用いると閉ループ系の特性は式 (70) より次式で与えられる。

$$M_W T (\ddot{r}_B - u_B) + J_{CF}^T E (\ddot{f} - u_I) = 0 \quad (75)$$

$\text{rank} D_B = 6$ であれば、すなわち指先位置が命題 2.5 [2] の一般配置条件を満たせば、式 (75) より

$$\ddot{r}_B = u_B, \quad \ddot{f} = u_I \quad (76)$$

が得られる。すなわち、制御則 (74) によってシステムが線形化される。このことを以下に示そう。

式 (75) の両辺に $D_B^T J_{CF}^{-T}$ を乗じ、 $\text{rank} D_B = 6$ であることから $D_B^T (D_B^T)^+ = I_6$ となることに注意すれば

$$(D_B^T J_{CF}^{-T} M_F J_{CF}^{-1} D_B + M_B) T (\ddot{r}_B - u_B) + D_B^T E (\ddot{f} - u_I) = 0 \quad (77)$$

を得る。さらに $D_B^T E = 0$ であるので、 $\ddot{r}_B - u_B = 0$ を得る。ついでこれを元の式 (75) に代入することによって $\ddot{f} - u_I = 0$ を得る。よって式 (76) が示された。

さて残る問題は u_B , u_I の定め方であるが、これは適当なサーボ制御則を用いるとよい。例えば

$$u_B = \ddot{r}_{Bd} + K_V (\dot{r}_{Bd} - \dot{r}_B) + K_P (r_{Bd} - r_B) \quad (78)$$

$$u_I = \ddot{f}_d + K_I \int_0^t (\dot{f}_d - \dot{f}) dt' \quad (79)$$

とすると位置誤差 $e_p = r_{Bd} - r_B$ および力誤差 $e_f = \dot{f}_d - \dot{f}$ について

$$\ddot{e}_p + K_V \dot{e}_p + K_P e_p = 0 \quad (80)$$

$$\dot{e}_f + K_I e_f = 0 \quad (81)$$

が得られ、 K_V , K_P , K_I を適当に定めることにより、漸近的に位置と力の目標軌道 r_{Bd} , $\dot{f}_d$ を漸近的に実現することができる。

注意：転がり接触の場合について文献 [5] では力制御方向のサーボ制御則 (79) に対応するものとして、フィードフォワード項のみで積分フィードバック項のないものを用いている。その理由は、 $\ddot{f}$ とは異なる内力パラメータに関して線形化した結果、積分フィードバック項を用いると、式 (76) に対応する線形化が保証できなくなるためであると考えられる [10]。ここで与えた制御則 (74) では E を導入することによってその問題点を解決している。

以上で固定接触も転がり接触も表向きは同じ制御則で制御できることが明らかにされた。しかしながら、実際に転がり接触の場合に対して制御則 (74) を実施しようとする、固定接触の場合と異なる点はいくつか存在する。まず計画段階では (1) 目標軌道の計画が一般に難しい、特にノンホロノミック性による冗長性を利用しようとする、格段に難しくなる、しかし一方、(2) 固定接触の場合よりはより広範な最終対象物および指位置姿勢に到達できる、などの点がある。また制御実施段階では、 D_B に含まれる $B r_{CBi}$ (対象物座標系 Σ_B から見た接触点位置)、および J_{CF} に含まれる $F_i r_{CFi}$ (指先座標系 Σ_{Fi} から見た接触点位置) が定数ベクトルでなくなるので、 $\dot{D}_B$ や $\dot{J}_{CF}$ の計算が少し複雑になるという点が挙げられる。したがって転がり接触の場合には各時刻におけるこれらの接触位置ベクトルおよびそれらの速度ベクトルを何らかの方法で直接計測できることが望ましい。もし計測できなければ、これらの値を他の情報から推定しなければならず、一般にかなりやっかいな計算を必要とする。

なお、以上の制御則が実施可能なためには、式 (69) の指先接触力が摩擦条件を満足しなければならない。この問題は本稿の第 2 回において紹介した指先力決定問題にほかならない。内力成分の $\tilde{f}$ を適当に選ぶことにより、摩擦条件を満足しつつ、かつ適切な方向と大きさをもつ指先力を決定しなければならないのである。このような指先力が存在しない場合には、把持操りの軌道計画から改めねばならない。特に転がり接触の場合は接触点が移動するので、当然制御時間区間のあらゆる時刻に対して摩擦条件を調べなければならない。

7. 滑り接触のための制御則

滑り接触制御は、固定接触や転がり接触制御に比較して、滑り接触点における摩擦力に打ち勝って滑らせなければならず、そのため望み通りの滑りの確実な実行は他の 2 種の接触制御に比較して、かなり困難である。外乱にも影響されやすい。しかし、ロボットハンドによる把持操りの能力の向上には有用な機能である。

滑り接触を伴う把持操り動作の制御については、文献 [11] で二次元平面における握り替えのための滑り動作制御則が提案されている。文献 [12][13] では、三次元空間で、3 本指ハンドを用いた滑り接触を伴う操りのための制御則が与えられている。以下では、これらの結果をもとに、できるだけ統一した形の制御則を与えることを試みる。なお、静止摩擦係数が動摩擦係数に比べてかなり大きい場合には、非滑り接触から滑り接触への移行が滑らかでなく、スティックスリップが生じるなどの問題があることが知られているが、ここではすでに滑り接触状態にあるときの制御則について考える。

簡単のため、複数の接触点のうち1点のみで滑り接触を行わせる場合のみを扱い、さらにこの滑り接触点においては、対象物がなめらかな表面をもち、指先が頂点であると仮定するが、より一般的な場合についても同様な形の制御則を与えることができる。滑りを行わせる指を指1とし、他のすべての指先では固定接触ないし転がり接触を行わせるものとする。したがって指1以外の接触点については式(44)が成立し、接触点 C_1 の移動速度については、式(47)で ${}^{Fi}\dot{\mathbf{p}}_{CFi} = \mathbf{0}$ として

$$\mathbf{D}_{B1} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_B \\ \boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} + \mathbf{R}_B {}^B\dot{\mathbf{p}}_{CB1} = \mathbf{D}_{F1} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{F1} \\ \boldsymbol{\omega}_{F1} \end{bmatrix} \quad (82)$$

となる。 ${}^B\dot{\mathbf{p}}_{CB1}$ を Σ_{CB1} で表示すると z 軸成分は0となるので、 Σ_{CB1} の x, y, z 軸方向単位ベクトルを $\mathbf{x}_{CB1}, \mathbf{y}_{CB1}, \mathbf{z}_{CB1}$ とするとき、上式左辺第2項は

$$\mathbf{R}_B {}^B\dot{\mathbf{p}}_{CB1} = \mathbf{D}_\xi \dot{\boldsymbol{\xi}} \quad (83)$$

と変形できる。ただし $\mathbf{D}_\xi \in R^{3 \times 2}$ は

$$\mathbf{D}_\xi = [\mathbf{x}_{CB1} \ \mathbf{y}_{CB1}] = \mathbf{R}_{CB1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (84)$$

である。また $\dot{\boldsymbol{\xi}} = [\dot{\xi}_x \ \dot{\xi}_y]^T$ であり、 $\dot{\xi}_x$ および $\dot{\xi}_y$ は滑り速度 ${}^{CB1}\dot{\mathbf{r}}_{CB1}$ の $\mathbf{x}_{CB1}$ および $\mathbf{y}_{CB1}$ 方向の成分を表す。以上の式をすべての接触点についてまとめると

$$\dot{\mathbf{p}}_C = \mathbf{D}_B \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_B \\ \boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_\xi \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{J}_{CF} \dot{\mathbf{q}} \quad (85)$$

となる。これを時間微分すると

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{CF} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_{CF} \dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{D}_B (\mathbf{T} \ddot{\mathbf{r}}_B + \dot{\mathbf{T}} \dot{\mathbf{r}}_B) + \dot{\mathbf{D}}_B \dot{\mathbf{T}} \dot{\mathbf{r}}_B \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{D}_\xi \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\xi}} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{D}}_\xi \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\xi}} \end{aligned} \quad (86)$$

を得る。これを $\ddot{\mathbf{q}}$ について解くことにより

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}} &= \mathbf{J}_{CF}^{-1} \left\{ \mathbf{D}_B \mathbf{T} \ddot{\mathbf{r}}_B + (\dot{\mathbf{D}}_B \mathbf{T} + \mathbf{D}_B \dot{\mathbf{T}}) \dot{\mathbf{r}}_B \right. \\ &+ \left. \begin{bmatrix} \mathbf{D}_\xi \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\xi}} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{D}}_\xi \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\xi}} - \dot{\mathbf{J}}_{CF} \dot{\mathbf{q}} \right\} \end{aligned} \quad (87)$$

よって現在のシステムの状態 ($\mathbf{r}_B, \dot{\mathbf{r}}_B, \mathbf{r}_B, {}^B\mathbf{r}_{CB1}, {}^B\dot{\mathbf{x}}_i$) が計測でき、対象物の加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_B$ と指先の滑り加速度 $\ddot{\boldsymbol{\xi}}$ が与えられれば、上式を用いて、滑り動作を実現するための指の関節加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ を一意に定めることができる。また対象物の加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_B$ を実現するための合力 $\mathbf{t}_B$ は式(53)によって一意に定まる。

対象物に合力 $\mathbf{t}_B$ を加えるための指先接触力について考える。指1が加え得る接触力については、滑りを行わせるために、次のような制約を満たす必要がある。滑り接触点における法線方向 ($-\mathbf{z}_{CB1}$) の接触力の大きさを f_ξ とすると、動摩擦係数 μ_d を用いて、接触力は

$$\mathbf{f}_{CB1} = \mathbf{R}_{CB1} \begin{bmatrix} \mu_d \dot{\xi}_x / \|\dot{\boldsymbol{\xi}}\| \\ \mu_d \dot{\xi}_y / \|\dot{\boldsymbol{\xi}}\| \\ -1 \end{bmatrix} f_\xi = \mathbf{e}_\xi f_\xi \quad (88)$$

と表される。ただし $\mathbf{e}_\xi$ は滑り接触点における接触力の方向を表す (接触法線方向の長さが1の) ベクトルである。そこで今

$$\mathbf{f}_{C\xi} = \text{col} [f_\xi, \mathbf{f}_{C2}, \mathbf{f}_{C3}, \dots, \mathbf{f}_{Cn}] \quad (89)$$

を導入すると

$$\mathbf{f}_C = \mathbf{T}_\xi \mathbf{f}_{C\xi}, \quad \mathbf{T}_\xi = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_\xi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{3(n-1)} \end{bmatrix} \quad (90)$$

となり、したがって式(59)は

$$\mathbf{t}_B = \mathbf{D}_B^T \mathbf{f}_C = \mathbf{D}_B^T \mathbf{T}_\xi \mathbf{f}_{C\xi} \quad (91)$$

と表され、 $\mathbf{f}_{C\xi}$ に対する一般解として

$$\mathbf{f}_{C\xi} = (\mathbf{D}_B^T \mathbf{T}_\xi)^+ \mathbf{t}_B + \mathbf{E}_\xi \tilde{\mathbf{f}}_\xi \quad (92)$$

を得る。ただし $\mathbf{E}_\xi \in R^{(3n-2) \times (3n-8)}$ は $(\mathbf{D}_B^T \mathbf{T}_\xi) \mathbf{E}_\xi = \mathbf{0}$ を満たす列フルランクの行列であり、 $\tilde{\mathbf{f}}_\xi \in R^{3n-8}$ は $\mathbf{E}_\xi$ の列ベクトル方向の内力の大きさを表すパラメータベクトルである。

以上の準備のもとに、滑り接触の場合の制御則として

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_d &= \mathbf{M}_{W\xi} \mathbf{T} \mathbf{u}_B + \mathbf{A} \mathbf{u}_\xi + \mathbf{J}_{CF}^T \mathbf{T}_\xi \mathbf{E}_\xi \mathbf{u}_{I\xi} + \mathbf{Q}_\xi \\ &= \mathbf{L}_\xi \mathbf{u}_W + \mathbf{Q}_\xi \end{aligned} \quad (93)$$

が導ける。ただし

$$\mathbf{M}_{W\xi} = \mathbf{M}_F \mathbf{J}_{CF}^{-1} \mathbf{D}_B + \mathbf{J}_{CF}^T \mathbf{T}_\xi (\mathbf{D}_B^T \mathbf{T}_\xi)^+ \mathbf{M}_B \quad (94)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_F \mathbf{J}_{CF}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_\xi \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (95)$$

$$\mathbf{Q}_\xi = \mathbf{Q} + \mathbf{M}_F \mathbf{J}_{CF}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{D}}_\xi \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\xi}} \quad (96)$$

$$\mathbf{L}_\xi = [\mathbf{M}_{W\xi} \mathbf{T} \ \mathbf{A} \ \mathbf{J}_{CF}^T \mathbf{T}_\xi \mathbf{E}_\xi] \quad (97)$$

$$\mathbf{u}_W = \text{col} [\mathbf{u}_B, \mathbf{u}_\xi, \mathbf{u}_{I\xi}] \quad (98)$$

である。そして制御則(93)を用いた閉ループ系の特性は

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{W\xi} \mathbf{T} (\ddot{\mathbf{r}}_B - \mathbf{u}_B) + \mathbf{A} (\ddot{\boldsymbol{\xi}} - \mathbf{u}_\xi) \\ + \mathbf{J}_{CF}^T \mathbf{T}_\xi \mathbf{E}_\xi (\ddot{\tilde{\mathbf{f}}}_\xi - \mathbf{u}_{I\xi}) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (99)$$

となる。したがって L_ξ が正則であれば、

$$u_B = \ddot{r}_B, u_\xi = \ddot{\xi}, u_{I\xi} = \ddot{f}_\xi \quad (100)$$

が得られシステムの特性が線形化される。したがって新しい入力 $u_B, u_\xi, u_{I\xi}$ を、例えばサーボ制御則

$$u_B = \ddot{r}_{Bd} + K_V(\dot{r}_{Bd} - \dot{r}_B) + K_P(r_{Bd} - r_B) \quad (101)$$

$$u_\xi = \ddot{\xi}_d + K_{V\xi}(\dot{\xi}_d - \dot{\xi}) + K_{P\xi}(\xi_d - \xi) \quad (102)$$

$$u_{I\xi} = \ddot{f}_{\xi d} + K_{I\xi} \int_0^t (\ddot{f}_{\xi d} - \ddot{f}_\xi) dt' \quad (103)$$

によって定めれば、対象物の加速度の目標値 $\ddot{r}_{Bd}$ 、滑り加速度の目標値 $\ddot{\xi}_d$ 、および内力パラメータの目標値 $\ddot{f}_{\xi d}$ が漸近的に実現されることになる。

以上から、線形化制御則 (93) とサーボ制御則 (101)～(103) が目標とする滑り動作を遂行できるためには、

(i) L_ξ が正則であること

(ii) 得られる f_C が接触点 C_1 で動摩擦条件 (88) を、そして他の接触点で静止摩擦条件を満たすことがひとつの十分条件であることが分かる。

具体的なハンド/対象物系と把持/操りの作業内容が与えられれば、上の2条件を用いてその作業が遂行可能かどうかを数値的に判定することは可能である。しかし、これらの条件を保証する物理的意味の明確な条件が与えられることが望ましく、これは今後の課題の一つである。

8. おわりに

本講座では、ロボットのグリップやハンドによる把持と操りについて、統一的な視点から一般論の展開を試みた。

把持/操りに関した研究としては、ここに紹介したもののほか、把持に基づかない操り (graspless manipulation) [14]～[17]、組立作業計画 [18][19]、環境との接触を考慮した把持/操り [7]、インピーダンス制御の考え方に基づく把持/操り [20][21]、など種々の結果が得られているが、これらについてはそれぞれの文献を参照されたい。

本稿が今後のロボットハンドによる把持/操りの技術の発展と実用化になんらかの形でプラスになるならば、筆者にとって望外の幸いである。最後に、本稿に対して有益な討論をいただいた、京都大学工学部助手 井村順一氏に心から感謝の意を表す。

参考文献

- [1] 吉川: “把持と操りの基礎理論 1. 受動拘束と能動拘束”, 日本ロボット学会誌, vol.13, no.7, pp.950–957, 1995.
- [2] 吉川: “把持と操りの基礎理論 2. 指先力”, 日本ロボット学会誌, vol.14, no.1, pp.48–54, 1996.

- [3] M.T. Mason and J.K. Salisbury Jr.: “Robot Hands and the Mechanics of Manipulation,” MIT Press, Cambridge, Mass., 1985.
- [4] Z. Li, P. Hsu, and S. Sastry: “Grasping and Coordinated Manipulation by a Multifingered Robot Hand,” Int. J. Robotics Res., vol.8, no.4, pp.33–50, 1989.
- [5] A.B.A. Cole, J.E. Hauser, and S.S. Sastry: “Kinematics and Control of Multifingered Hands with Rolling Contact,” IEEE Trans. on Automatic Control, vol.34, no.4, pp.398–404, 1989.
- [6] T. Yoshikawa and K. Nagai: “Dynamic Manipulation/Grasping Control of Multifingered Robot Hands,” Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1027–1033, 1993.
- [7] T. Yoshikawa and Xin-Zhi Zheng: “Coordinated Dynamic Hybrid Position/Force Control for Multiple Robot Manipulators Handling One Common Object,” International Journal of Robotics Research, vol.12, no.3, pp.219–230, 1993.
- [8] E. Paljug, X. Yun and V. Kumar: “Control of Rolling Contacts In Multi-Arm Manipulation,” IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.10, no.4, pp.441–452, 1992.
- [9] T. Yoshikawa: Foundations of Robotics, MIT Press, Cambridge, Mass., 1990.
- [10] 中村: “指の制御”, 計測と制御, vol.30, no.5, pp.395–399, 1991.
- [11] A.B.A. Cole, J.E. Hauser, and S.S. Sastry: “Dynamic Control of Sliding by Robot Hands for Regrasping,” IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.8, no.1, pp.42–52, 1992.
- [12] 吉川, 横小路, 永山: “3本指ハンドによる対象物の操りにおける滑り運動の解析”, 日本ロボット学会誌, vol.10, no.3, pp.394–401, 1992.
- [13] 鄭, 中島, 吉川: “3指ハンドを用いた操りにおける指の滑りと対象物運動の制御”, 日本ロボット学会誌, vol.13, no.6, pp.813–821, 1995.
- [14] M.T. Mason: “Mechanics and Planning of Manipulator Pushing Operation,” International Journal of Robotics Research, vol.5, no.3, pp.53–71, 1986.
- [15] 相山, 稲葉, 井上: “グラスプレス・マニピュレーションの研究: 操作形態の分類とピポット操作実現”, 日本ロボット学会誌, vol.14, no.1, pp.114–121, 1996.
- [16] K.M. Lynch: “The Mechanics of Fine Manipulation by Pushing,” Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2269–2276, 1992.
- [17] 栗栖, 吉川: “押し作業における対象物の軌道計画”, 日本ロボット学会誌, vol.13, no.8, pp.1115–1121, 1995.
- [18] 平井, 浅田, 得丸: “組立作業における物体の接触状態遷移に関する運動学的解析とそのネットワーク表現の自動生成”, 計測自動制御学会論文集, vol.24, no.4, pp.84–91, 1988.
- [19] 余, 横小路, 吉川: “拘束状態における二種類の運動自由度の定義と組立作業計画への応用”, システム制御情報学会論文誌, vol.8, no.2, pp.80–90, 1995.
- [20] M.R. Cutkosky and I. Kao: “Computing and Controlling the Compliance of Robot Hand,” IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.5, no.2, pp.151–165, 1989.
- [21] 永井, 吉川: “アーム・多指ハンド機構による把持と操り”, 日本ロボット学会誌, vol.13, no.7, pp.994–1005, 1995.

吉川恒夫 (Tsuneo Yoshikawa)

1941年12月19生。1964年京都大学工学部精密工学科卒業。1969年同大学大学院博士課程修了。同年同大学工学部助手。1970年同大学助教授。1986年同大学教授 (オートメーション研究施設)。1989年5月より同大学工学部応用システム科学教室教授となり、1991年5月より同大学工学部機械工学教室教授。ロボット工学および制御工学の研究に従事。工学博士。システム制御情報学会、計測自動制御学会、日本機械学会、IEEEなどの会員。

(日本ロボット学会正会員)