学術論文

非ホロノミック機械系の平均化法による 挙動解析と振幅変調制御 —平面 2R 自由関節マニピュレータの位置制御—

中 村 仁 彦^{*1} 鈴 木 高 宏^{*1*2}

Behavior Analysis and Control by Amplitude Modulation of Nonholonomic Mechanical Systems via the Averaging Method —Positioning Control of Planar 2R Free-Joint Manipulators—

Yoshihiko Nakamura^{*1} and Takahiro Suzuki^{*1*2}

Manipulators with free joints fall in a class of second-order nonholonomic systems whose dynamical constraints are nonintegrable. Control of such systems is one of major research topics in robotics and control engineering. In the literature, the authors analyzed nonlinear behaviors of a two-joint manipulator with a free joint in response to a periodic input. The manipulator showed chaotic behaviors for larger input-amplitudes. A control method to position both joints via modulation of the input-amplitude was also proposed. Although the strategy was effective, it suffers from heuristics and difficulty for generalization. In this paper, behaviors of the free-joint manipulator with a periodic input are approximated via the 1st-order and 2nd-order averaging methods. The invariant manifolds of the averaged behavior are analyzed and identified by defining a “pseudo-Hamiltonian” on an “input-amplitude normalized phase plane”. A control method to reach a desired invariant manifold via modulation of the input-amplitude is also proposed and a termination control at the destination is formulated. The effectiveness of the proposed control methods is verified by computer simulations.

Key Words: Nonholonomic System, Underactuated Mechanism, Free-joint Manipulator, Averaging Method, Amplitude Modulation, Nonlinear Behavior

1. は じ め に

非ホロノミック系は、ロボット工学や非線形制御の分野で最近注目される主題の一つとなっている。その研究の多くは、自動車型の移動ロボットやトレイラ、または浮遊型宇宙ロボットなどのような、一階の不可積分な微分方程式拘束条件をもつ、一階非ホロノミック系を扱ったものである。これらの系は状態方程式がドリフト項のない対称 Affine 系で表され、フィードバック安定化不可能性についての Brockett の定理 [1] をはじめ、chained form [2] のような正準系への変換など、制御に関する一般的な考察が種々なされている。

一方、動力学的な拘束条件が不可積分な系は二階の微分方程式拘束条件で表され、二階非ホロノミック系と呼ばれる。このような系は状態方程式にドリフト項と呼ばれる入力に依存しない項を含み、一階非ホロノミック系に対する方法論をそのま

ま適用できない。Brockett の定理 [1] は一階の非ホロノミック系は平衡点に対する滑らかな時不変連続状態フィードバックを持たないこと（安定化不可能性）を示したが、二階の非ホロノミック系については、安定化不可能性は自明ではない。倒立振り子などのように平衡点に安定化可能な場合 [3] を除き、フィードバック安定化不可能な系の制御については未だ研究が十分になされていない。

フィードバック安定化不可能な二階非ホロノミック系の典型的な例として自由関節を持つマニピュレータが挙げられる [4]。自由関節マニピュレータは重力ポテンシャルが存在すれば倒立振り子と同様の系となり、自由関節の位相平面において重力ポテンシャルが極大・極小となる二点のみが平衡点となり、フィードバック安定化可能となる。一方、重力などのポテンシャルがない場合には速度 0 の点すべてが連結した平衡点集合となる。これは Brockett のいう「平衡点への滑らかな時不変連続状態フィードバック則」では安定化不可能であるが、その制約を破る何らかの制御則を用いることで多くの平衡点へ制御できる可能性が考えられる。自由関節マニピュレータは非ホロノミックマニピュレータ [5] のような特別な機構を必要とせず、構造が単純化できることが特徴である。

原稿受付 1997 年 7 月 22 日

^{*1} 東京大学大学院工学系研究科機械情報工学専攻

^{*2} 日本学術振興会特別研究員 (No.4032)

^{*1} Department of Mechano-Informatics, University of Tokyo

^{*2} the JSPS Research Fellow (No.4032)

自由関節をもつロボットアームについて、荒井と館は自由関節に電磁ブレーキを搭載したロボットアームの運動制御を行った[6]。Oriolo と中村はその力学的拘束条件が一般に二階の非ホロノミック拘束であることを示した[4]。中村と岩本は自由関節で連結された宇宙構造物を母衛星の回転によって形状制御することを提案した[7][8]。また中村、岩本、吉本は平面二関節の自由関節マニピュレータを周期入力によってその中心型平衡点へ安定化を行う方法を示した[9]。最近では、筆者らが二関節自由関節マニピュレータの一駆動関節による全関節の同時位置制御を実現した[10]~[12]。一方、荒井は一自由関節と二駆動関節の三回転関節(3R)で構成されるロボットアームの可制御性を構成的手法によって示し[13][14]、またそのフィードバック制御を行っている[15]。De Luca, Mattone, Oriolo は二階非ホロノミック系の一つのクラスとして二階 Caplygin 系を定義しその制御法を提案し、その一例として三関節冗長マニピュレータの手先位置を指定した際の internal motion の制御を行った[16]。これは入力を二つ持つ三関節自由関節マニピュレータと等価な問題と考えられる。また本研究におけるものと同様の二関節自由関節マニピュレータについても考察を行い、nilpotent approximation によって近似系を求めることで、文献[10]~[12]と同様の考え方で第一関節の不連続な周期入力を変化させることによる第二関節の位置制御を行っている[17]。

一般的な二次非線形系の制御に関しては、Bloch らによる Caplygin 系などの入力が二つ以上あるような系の制御についての研究がある[18]。また Baillieul は倒立振子のような安定化可能な孤立した平衡点をもつ系を対象として、平均化法を用いて平衡点の安定性の評価を行い、平均化系のエネルギーを定義することでエネルギー散逸制御を提案している[19]。

筆者らは文献[10]~[12]において、平面二関節の自由関節マニピュレータの周期入力に対する非線形挙動を解析し、振幅が大きくなるとカオス的になることを明らかにした。さらに微小な周期振動入力の振幅を変調することで二関節の位置制御を行う方法を提案した。この制御の有効性は実験的に確認されたが、シミュレーションによる解析結果から発見的に構築された方法であったため、安定性の証明や一般化が困難である欠点を持っていた。

本研究では、周期振動系に対して有効な近似解析法である平均化法[20]を用いて自由関節マニピュレータの周期入力に対する挙動を解析することで、入力振幅変調による制御法を解析的に構築する。2R 自由関節マニピュレータの周期入力に対する挙動の一次および二次の平均化系を求める。入力振幅で正規化した位相平面において平均化系のハミルトニアンを定義することによって、平均化系の挙動が位相平面において、ある不変多様体を描くことを明らかにする。その不変多様体が入力振幅に比例して速度方向に伸縮する性質から、入力振幅を変調することによって目標点を通る多様体への制御を行う方法を提案する。また目標点を通る多様体への安定化制御と目標点の近傍における停止制御による二関節の同時位置制御を提案し、シミュレーションによりその有効性を確認する。本研究における制御法は他の周期系についても一般化可能であり、特に平均化系におけるハミルトニアンは一般 n 関節の自由関節マニピュレータに対

して拡張可能であると考えられる。

2. 平面二関節自由関節マニピュレータ

2.1 系の動力学モデル

Fig. 1 に示される平面二関節の自由関節マニピュレータを考える。第一関節のみが駆動され第二関節は自由関節であり、また両方の回転軸は鉛直方向にある。これは非ホロノミック自由関節マニピュレータとして最も簡単なモデルである。この系のラグランジアンは次の式で表される。

$$L = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M \dot{\theta} \quad (1)$$

ここで $\theta \stackrel{\text{def}}{=} (\theta_1, \theta_2)^T$ は Fig. 1 に示す相対角で表された関節角であり、

$$M = \begin{pmatrix} A_1 + 2B \cos \theta_2 + A_2 & B \cos \theta_2 + A_2 \\ B \cos \theta_2 + A_2 & A_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

である。ただし A_1, A_2, B は次のような力学定数である。

$$\begin{aligned} A_1 &= m_1 s_1^2 + m_2 l_1^2 + I_1 \\ A_2 &= m_2 s_2^2 + I_2 \\ B &= m_2 l_1 s_2 \end{aligned} \quad (3)$$

また、 m_2, I_2 は第二リンクの質量と慣性を表し、 l_1, s_2 は Fig. 1 に示すように、それぞれ第 i リンクの長さおよび第 i 関節から第 i リンク重心までの距離を表す。運動方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} (A_1 + 2B \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 + (B \cos \theta_2 + A_2) \ddot{\theta}_2 \\ - B \sin \theta_2 (2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) &= \tau \quad (4) \\ (B \cos \theta_2 + A_2) \ddot{\theta}_1 + A_2 \ddot{\theta}_2 + B \sin \theta_2 \cdot \dot{\theta}_1^2 &= 0 \end{aligned}$$

ここで第二式は系の動力学拘束を表し、次式のように書き直せる。

$$(1 + c \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + c \sin \theta_2 \cdot (\dot{\theta}_1)^2 = 0 \quad (5)$$

ただし、 $c = \frac{B}{A_2}$ とした。上式は一般に不可積分であり、二階の非ホロノミック拘束となることが知られている[4]。

Fig. 1 2-link free-joint manipulator

2.2 平均化法を用いた解析

平均化法は非線形系の挙動が周期的または準周期的であるとき、その周期で平均化した方程式によって系の非線形挙動を近似解析する方法である。平均化法については以下の定理[20]が知られている。

定理 1 (周期系に対する平均化)

周期摂動系

$$\dot{x} = \varepsilon f_T(x, t) + O(\varepsilon^2) \quad (6)$$

(ただし f_T は周期 T の時間周期関数)

に対して、その平均化系

$$\dot{y} = \varepsilon f^0(y) \quad (7)$$

$$\left(\text{ただし } f^0(y) = \frac{1}{T} \int_0^T f_T(y, t) dt \right)$$

を考えると ε が十分小さいときタイムスケール $1/\varepsilon$ で

$$x - y = O(\varepsilon)$$

の誤差で近似される。 □

平均化法を適用するには摂動の大きさ ε に対して系が式 (6) のような形をもつことが必要である。これを正準系と呼ぶ。正準系への変換は、系の非摂動解から求められる。これは摂動が直接系を駆動して現れる local dynamics 項のみを平均化によって消去し、摂動の副作用として起こる global dynamics 項のみを抽出するためである。この具体的方法については以下を参照されたい。

式 (4) の 2R 自由関節マニピュレータに対して第一関節に周期入力を与えたときに非線形効果として現れる第二関節の挙動解析 [10]~[12] を定理 1 に基づいて行う。第一関節に周期入力 $\theta_1 = \theta_{10} + \varepsilon f_T(t)$ を加える。 $f_T(t)$ は $f_T(0) = 0$, $\dot{f}_T(0) = 0$ を満たす周期 T 、振幅 1 の周期関数であり、第一関節の運動は $\theta_1(kT) = \theta_{10}$, $\dot{\theta}_1(kT) = 0$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) を満たす周期運動となる。式 (5) にこの周期入力を代入する。まず非摂動解を求める。非摂動解とは摂動入力がない、すなわち $\varepsilon = 0$ のときの解である。 $\theta_2(0) = \theta_{20}$, $\dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_{20}$ 初期値とすると、非摂動解は $\theta_2 = \theta_{20} + \dot{\theta}_{20}t$, $\dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_{20}$ となるが、これによって変換された正準系は非周期項 $t \sin \omega t$ を含むため平均化法を適用することができない。

そこで、 $q = \theta_2$, $p = \dot{\theta}_2/\varepsilon$ なる変数変換を施すと次式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \varepsilon p \\ \dot{p} &= -(1 + c \cos q) \ddot{f}_T(t) - \varepsilon c \sin q \cdot (\dot{f}_T(t))^2 \end{aligned} \quad (8)$$

この非摂動解は $q = q_0$, $p = p_0 - (1 + c \cos q_0) \dot{f}_T(t)$ となり、

$$\phi = p + (1 + c \cos q) \dot{f}_T(t) \quad (9)$$

による変換 $(q, p) \mapsto (q, \phi)$ を行くと、次のような式 (8) の正準系が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \varepsilon (\phi - (1 + c \cos q) \dot{f}_T(t)) \\ \dot{\phi} &= \varepsilon \left(-c \phi \sin q \cdot \dot{f}_T(t) + \frac{c^2}{2} \sin 2q \cdot (\dot{f}_T(t))^2 \right) \end{aligned} \quad (10)$$

この正準系は各項がすべて t について陽に周期的であり定理 1 の平均化法を適用することができる。このようにして得られた正準系は、元の系の周期 T によるポアンカレ写像の連続系として表したものを意味する [21]。

式 (10) に定理 1 を適用すると、 $\dot{f}_T(t)$ の積分は $f_T(T) - f_T(0) = 0$ となり次式のような近似系が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\bar{q}} &= \varepsilon \bar{\phi} \\ \dot{\bar{\phi}} &= \varepsilon \frac{c^2 K}{2} \sin 2\bar{q} \end{aligned} \quad (11)$$

これが系の平均化方程式である。ただし K は $K = \frac{1}{T} \int_0^T (\dot{f}_T(t))^2 dt$ であり、 $\bar{q}$, $\bar{\phi}$ はそれぞれ q , ϕ に対応する平均化された状態量である。式 (11) の解はヤコビ楕円関数 [20] を用いて次のように求まる。

$$\bar{q} = \begin{cases} \text{am}(at + C_2, k) - \frac{\pi}{2} & (0 < k < 1) \\ \sin^{-1} \left(\frac{1}{k} \text{sn} \left(-kat - kC_2, \frac{1}{k} \right) \right) - \frac{\pi}{2} & (k > 1) \\ \sin^{-1} (\tanh(at + C_2)) - \frac{\pi}{2} & (k = 1) \end{cases} \quad (12)$$

ここで

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{\frac{2}{1 + C_1}} \\ a &= \frac{\varepsilon \omega n}{\sqrt{2}k} \\ C_1 &= \cos 2q_0 + \left(\frac{2\phi_0}{c} \right)^2 \\ C_2 &= \int_0^{q_0 + \frac{\pi}{2}} \frac{dz}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 z}} \end{aligned}$$

とした。また q_0 , ϕ_0 は q , ϕ すなわち θ_2 と $\dot{\theta}_2/\varepsilon$ の初期値を表す。式 (12) において、 $\theta = \text{am}(u, k)$ は振幅関数と呼ばれるものであり、次の積分方程式を満たす θ によって定義される。

$$\int_0^\theta \frac{dz}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 z}} = u$$

また $\text{sn}(u, k) \stackrel{\text{def}}{=} \sin(\text{am}(u, k))$ はヤコビ楕円関数である。

式 (12) で表される解軌道について議論するのはやや困難だが、式 (11) から直接に時間 t を消去することで次式のように $\bar{q}$ と $\bar{\phi}$ の平面における軌道が得られる。

$$\bar{\phi}^2 + c^2 K (\cos \bar{q})^2 = \text{const.} \quad (13)$$

本論文では第一、第二関節ともに回転関節の場合を考えているが、第一関節への入力が周期的であるとの前提から第一関節が直動関節である場合でも平均化の結果は同様になることが確認できる。

2.3 平均化系の不変多様体

式 (13) を Hamilton 系の不変多様体と見ることができ、これを以下に示す。式 (1) に $\dot{\theta}_1 = \varepsilon \dot{f}_T$, $\dot{\theta}_2 = \varepsilon p = \varepsilon (\phi - (1 + c \cos q) \dot{f}_T)$ を代入すると次式を得る。

$$L = \frac{1}{2} \varepsilon^2 ((A_1 - A_2 c^2 \cos^2 q) \dot{f}_T^2 + A_2 \phi^2) \quad (14)$$

これを平均化すると次のようになる。

$$\bar{L} = \frac{1}{2} \varepsilon^2 A_2 (\bar{A}_1 K - c^2 K \cos^2 \bar{q} + \bar{\phi}^2) \quad (15)$$

ただし $\bar{A}_1 = \frac{A_1}{A_2}$ である。 $\bar{L}$ を $\varepsilon^2 A_2$ で割って正規化し定数項を除くと

$$\bar{L} = \frac{1}{2} (-c^2 K \cos^2 \bar{q} + \bar{\phi}^2) \quad (16)$$

となる。上式においてポテンシャル的な項を $\bar{U} = \frac{1}{2} c^2 K \cos^2 \bar{q}$ 、運動エネルギー的な項を $\bar{T} = \frac{1}{2} \bar{\phi}^2$ と置くと $\bar{L} = \bar{T} - \bar{U}$ の形で表される。一般化運動量 $\bar{J}$ を $\bar{T}$ から次のように定義すると

$$\bar{J} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{\phi}} = \frac{\bar{\phi}}{\varepsilon} \quad (17)$$

これを用いてこの平均化系のハミルトニアン $\bar{H}$ が次式のように求められる。

$$\bar{H} = \bar{J} \bar{q} - \bar{L} = \frac{1}{2} (\bar{\phi}^2 + c^2 K \cos^2 \bar{q}) \quad (18)$$

これらより $\bar{H} = \bar{T} + \bar{U}$ となる。 $\bar{H}$ の時間微分は 0 になることは式 (11) から容易に示すことができるので、この平均化系はハミルトニアンを保存するいわゆる Hamilton 系（保存系）とみなすことができる。平均化方程式 (11) の解として求めた式 (13) の軌道は、 $(\bar{q}, \bar{\phi})$ 平面において ε に関係なく (q, ϕ) の初期値のみで定まる不変量を持つ不変多様体として表される。一方、第二関節の速度は $\dot{\theta}_2 = \varepsilon \bar{p} = \varepsilon \bar{\phi}$ であることから、第二関節の位相平面 $(\theta_2, \dot{\theta}_2)$ で表したときは軌道が ε に比例して速度 $\dot{\theta}_2$ 方向に伸縮することが分かる。言い換えれば保存系の性質を持ちながら、入力振幅 ε を変えることにより ϕ の値を変えることができるという特徴を持つ。以下ではこの $\bar{H}$ を平均化系の擬ハミルトニアンと呼ぶ。

Fig. 2 はこの 2R 自由関節マニピュレータの挙動を平均化前の式 (8) でシミュレーションによって求めたものであり、**Fig. 3** は平均化後の式 (11) の平均化方程式から解析的に求められたものである。両方とも第二関節位相平面においてポアンカレ写像[†]で表されている。ここで第一関節への周期入力 $f_T(t) = 1 - \cos \omega t$ 、 $\varepsilon = 0.04$ 、 $\omega = 4\pi$ を用いた。各図におけるそれぞれの点線状の軌道は $(\theta_2, \dot{\theta}_2)$ の様々な初期値からのものである。

平均化系におけるエネルギーについては Baillieul により平均化ポテンシャルが定義されているが、我々の定義する擬ハミルトニアンは正規化位相平面における保存量であるので、静止目標点における値は入力振幅によらず不変でかつ速度が 0 でない点では入力振幅変調によりその値を変えることができることが特徴である。また文献 [19] では摩擦のようなエネルギー消散項を導入することによる平衡点への安定化制御を示したが、本章で提案する制御法は保存系としての性質を保ったまま入力振幅をパラメータとして系の挙動を操作する、カオス制御における OGY 法 [22] により近い手法である。

[†]ここでは第一関節の初期位相 $\theta_1 = \theta_{10}$ 、 $\dot{\theta}_1 = 0$ における超断面、言い換えれば入力周期 T ごとのポアンカレ写像をとっている。

Fig. 2 Simulated behaviors of the 2R-FJM

Fig. 3 Averaged behaviors of the 2R-FJM

2.4 二次平均化による近似精度の向上

系の非線形挙動に対する力学的理解を得るには上に示した一次平均化で十分であった。しかし一次平均化の近似精度は ε のオーダーであり、Fig. 2, 3 から分かるように十分には小さくない入力振幅に対しては若干のモデル化誤差が生ずる。これは制御設計上、特に後述する目標点における停止制御において影響を及ぼす。そこで以下の定理 [20] による二次平均化によって近似精度の向上を行う。

定理 2 (周期系に対する二次平均化)

周期摂動系

$$\dot{x} = \varepsilon f_T(x, t) + \varepsilon^2 g_T(x, t) + O(\varepsilon^3)$$

(ただし f_T, g_T は周期 T の時間周期関数)

に対して、次式の平均化系を考える。

$$\dot{y} = \varepsilon f^o(y) + \varepsilon^2 f^{1o}(y) + \varepsilon^2 g^o(y)$$

ただし

$$f^1(x, t) = \frac{\partial f_T}{\partial x} y^1(x, t) - \frac{\partial y^1}{\partial x} f^0(x)$$

$$y^1(x, t) = \int_0^t (f_T(x, \tau) - f^0(x)) d\tau + a(x)$$

ここで $a(x)$ は y^1 の平均が 0 になるような x の滑らかな関数である。このとき ε が十分小さければタイムスケール $1/\varepsilon$ で

$$x = y + \varepsilon y^1(y(t), t) + O(\varepsilon^2)$$

が成り立つ。□

式 (10) の正準系にこの二次平均化を適用する。ただし $f_T = 1 - \cos \omega t$ とする。このとき

$$y^1 = \begin{pmatrix} (1 + c \cos q) \cos \omega t \\ c \phi \sin q \cos \omega t - \frac{c^2 \omega}{8} \sin 2q \sin 2\omega t \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$f^1 = \begin{pmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

となる。ただし

$$f_1^1 = 2c\phi \sin q \cos \omega t + \frac{c\omega}{2} \sin q \sin 2\omega t + \frac{c^2 \omega}{8} \sin 2q \sin 2\omega t$$

$$f_2^1 = -c\phi^2 \cos q \cos \omega t - \frac{c\omega}{2} \phi \cos q \sin 2\omega t$$

$$- \frac{c^2 \omega}{4} \phi (2 - \cos 2q) \sin 2\omega t$$

$$+ \frac{c^2 \omega^2}{4} \cos 2q (\cos \omega t - \cos 3\omega t)$$

$$+ \frac{c^3 \omega^2}{32} (\cos q + 7 \cos 3q) \cos \omega t$$

$$- \frac{c^3 \omega^2}{32} (5 \cos q + 3 \cos 3q) \cos 3\omega t$$

である。 $f^1(x, t)$ の平均をとると $f_1^{10} = 0$, $f_2^{10} = 0$ となるので $f^{10}(x) \equiv 0$ であり、よって二次の平均化系の式は結局、式 (11) と同じものになり近似式は次のようになる。

$$q = \bar{q} + \varepsilon(1 + c \cos \bar{q}) \cos \omega t + O(\varepsilon^2)$$

$$\phi = \bar{\phi} + \varepsilon c \bar{\phi} \sin \bar{q} \cos \omega t - \varepsilon \frac{c^2 \omega}{8} \sin 2\bar{q} \sin 2\omega t + O(\varepsilon^2) \quad (21)$$

これは周期 T ごとで見れば

$$q(nT) = \bar{q} + \varepsilon(1 + c \cos \bar{q}) + O(\varepsilon^2)$$

$$\bar{q}(nT) = \bar{q} + \varepsilon c \bar{q} \sin \bar{q} + O(\varepsilon^3) \quad (22)$$

となり式 (11) の誤差が ε の一次でなく ε の二次のオーダーであることが分かる。

筆者らは前研究 [10]~[12] においてシミュレーションから導出した、第二関節位相平面におけるポアンカレ軌道が楕円状の閉軌道となり、摂動振幅に応じて速度方向に伸縮するという仮説を示した。本研究における平均化法による解析はそれを裏付けるものである。平均化法は周期入力に対する非線形系の挙動を解析するのに有効な手法であり、非ホロノミック系の制御の一つの方法として Lie Bracket 運動のような周期的 (回帰的) な入力によるものがあることを考えると、平均化法は非ホロノミック系の制御系を設計・解析する一般性のある手法といえる。

3. 第一関節の周期運動による第二関節の制御

筆者らは、文献 [10]~[12] においてこの自由関節マニピュレータの第一関節への入力のみによる二関節の位置制御法を提案した。その基本戦略は、(i) まず第一関節を位置決めし、(ii) その後第一関節への周期入力により第二関節を位置決めするというものであった。(i) は、第一関節の単純なフィードバック制御や Oriolo と中村による平衡多様体への漸近安定化 [4] によって達成される。したがって、(ii) の制御を実現できれば第一関節のみの駆動で両関節の位置決めができる。本節では平均化系における不変多様体を目標の多様体として、擬ハミルトニアンをフィードバックすることによって多様体への安定化を行う入力振幅変調制御と、多様体に沿って目標点の十分近傍に到達したときに次の一周期後の第二関節の速度が 0 となるような入力振幅を計算する開ループ停止制御を定式化し、これらによって第一関節の周期運動による第二関節の位置決め制御法を構築する。

文献 [10]~[12] では周期ごとに第一関節への入力振幅をフィードバック誤差から決定する、入力振幅変調制御によって、第二関節の制御を行う方法を提案した。この方法は発見的に構築されたものであり、安定性解析や一般化が困難であるという問題を持っていた。具体的に言うと、文献 [10]~[12] では、周期入力に対する第二関節の位相平面のポアンカレ写像における楕円状多様体を楕円で近似し、その半径の誤差を一周期ごとにフィードバックして入力振幅を変調することで目標点を通る多様体への制御を実現した。そのため楕円による近似に解析的な保証がなく、 $\theta_2 = 0$ または $\pm\pi$ 付近を通る多様体について半径の誤差をフィードバック的に修正する必要があった。それに対して本論文では、楕円状多様体を平均化系における楕円関数による閉軌道で近似し、平均化系の閉軌道において不変な擬ハミルトニアンをフィードバックすることで一周期ごとにおける近似精度が解析的に保証される。また目標点における停止制御については、文献 [10]~[12] と本論文とで結果はまったく変わらないが、一周期後の第二関節の位置・速度を求める近似式を求めるのに文献 [10]~[12] では非摂動解まわりで級数展開してかなり複雑な計算を要したのに対し、本論文では二次平均化を用いることでその計算は比較的容易である。

3.1 不変多様体への安定化制御

式 (11) より、この平均化系は二つの中心型平衡点 $(\bar{q}, \bar{\phi}) = (\pm\pi/2, 0)$ と二つの鞍状点 $(\bar{q}, \bar{\phi}) = (0, 0), (\pi, 0)$ をもつ。それ以外の目標点、すなわち $\dot{\theta}_2 = 0$ となるそれぞれの点については式 (13) で表される不変多様体に対応する。この不変多様体は目標点を通り、どちらか一方の中心型平衡点の周りを回る楕円状の軌道となる。

不変多様体はある一定の摂動振幅に対しては不変であるが、式 (18) の下で述べたように摂動振幅を変化させることで擬ハミルトニアン $\bar{T}$ の値を変えることができる。すなわち、 $\bar{T} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 = \frac{1}{2} (\dot{q}/\varepsilon)^2$, $\bar{U} = \frac{1}{2} c^2 K \cos^2 \bar{q}$ よりポテンシャル成分 $\bar{U}$ はその値を変えず、運動エネルギー成分 $\bar{T}$ のみが

$$\bar{T} \mapsto \bar{T}' = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}\right)^2 \bar{T} \quad (23)$$

のように変化する．ここで $\bar{T}'$ は入力振幅を ε から ε' に変えたときの $\bar{T}$ の値を示す．目標点を $(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) = (q_d, \dot{q}_d)$ としたとき，目標点を通る不変多様体の擬ハミルトニアンは

$$H_d = T_d + U_d = \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{q}_d}{\varepsilon} \right)^2 + \frac{1}{2} c^2 K \cos^2 q_d$$

となる．入力振幅変調のアルゴリズムは

$$\varepsilon_d = \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{-(T_d - \bar{T})}{U_d - \bar{U}}} = \sqrt{\frac{-(\dot{q}_d^2 - \dot{\bar{q}}^2)}{c^2 K (\cos^2 q_d - \cos^2 \bar{q})}} \quad (24)$$

とする．式 (24) において根号中の値が負や 0 または無限大にならず ε_d が値を持てば，その時の擬ハミルトニアンは

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{\bar{q}}}{\varepsilon_d} \right)^2 + \frac{1}{2} c^2 K \cos^2 \bar{q} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{q}_d}{\varepsilon_d} \right)^2 + \frac{1}{2} c^2 K \cos^2 q_d \end{aligned}$$

となり，正規化位相平面 $(\bar{q}, \dot{\bar{q}})$ 上での座標が目標点を通る不変多様体上の $(\bar{q}, \dot{\bar{q}}/\varepsilon_d)$ にジャンプする．平均化系については不変多様体に一度乗ったあとは一定の入力振幅に対してその多様体から外れることはない．ただし平均化前の系に対しては $\varepsilon(\varepsilon_d)$ が十分に小さくないと一周後には目標点の不変多様体から ε^2 のオーダーの誤差で外れてしまう．よって十分小さい ε となる，速度の誤差が小さいところで安定化しやすい．そこで，入力振幅に上限を設けることで平均化系による近似精度を保ち，また下限も設けることで系の運動が事実上停止してしまわないようにすることで実際の系についてこの入力振幅変調制御を適用可能となる．また根号中の符号が負となる際にはある基準振幅 ε_{std} によって根号中の符号が正となるまで励振する．通常目標点は停止点とするので $\dot{q}_d = 0$ である．

この入力振幅変調は入力の一周期ごとに行われ，目標点を通る不変多様体へのフィードバック制御となる．またこの制御はパラメータ ε を変えることで現在点を通る不変多様体を変えるという観点では，カオス制御における OGY 法 [22] と関連する．ただし OGY 法は目標の平衡点（主に鞍状点）へ収束する安定多様体に乗せることを考えたのに対し，本方法は目標点は平衡点ではなく不変多様体も中心多様体であるところが大きく異なる．

3.2 目標点近傍における停止制御

不変多様体への収束を果たした後は，文献 [10]～[12] に示したような目標点における停止制御が必要となる．本節では，平均化の結果を用いてその停止制御の定式化を行う．文献 [10]～[12] における結果の導出には近似計算に多くの計算量を要する困難なものであったが，本研究における定式化は平均化の過程から比較的容易に導出される．

2.3 節の結果から式 (11) の平均化系は ε の二次の精度をもつことが分かる．ここで式 (11) をまとめた式

$$\ddot{\bar{q}} = \varepsilon^2 \frac{c^2 \omega^2}{4} \sin 2\bar{q}$$

を n 周期後の点 $(\bar{q}_n, \dot{\bar{q}}_n) = (\bar{q}, \dot{\bar{q}})|_{t=nT}$ のまわりで展開すると

$$\ddot{\bar{q}} = \varepsilon^2 \frac{c^2 \omega^2}{4} \sin 2\bar{q}_n + \varepsilon^2 \frac{c^2 \omega^2}{2} \cos 2\bar{q}_n \cdot \Delta\bar{q} + O(\varepsilon^2 \Delta\bar{q}^2) \quad (25)$$

となる．ここで $\dot{\bar{q}}$ が十分小さく $\dot{\bar{q}} = O(\varepsilon^2)$ となると仮定すると

$$\Delta\bar{q} = \int_0^t \dot{\bar{q}} dt = O(\varepsilon^2)$$

と考えられる．よって式 (25) を $t = nT$ から $(n+1)T$ まで積分することにより

$$\begin{aligned} \dot{\bar{q}} &= \dot{\bar{q}}_n + \varepsilon^2 \frac{c^2 \omega^2}{4} \sin 2\bar{q}_n \cdot T + \varepsilon^2 \frac{c^2 \omega^2}{2} \cos 2\bar{q}_n \cdot O(\varepsilon^2) + O(\varepsilon^6) \\ &= \dot{\bar{q}}_n + \varepsilon^2 \frac{c^2 \omega}{4} \sin 2\bar{q}_n \cdot T + O(\varepsilon^4) \end{aligned} \quad (26)$$

ただし実際は式 (22) より近似誤差は $O(\varepsilon^3)$ と考えねばならない．これにより $\dot{\bar{q}}$ が十分小さいとき一周後の $(\bar{q}, \dot{\bar{q}})$ は次のように近似される．

$$\begin{aligned} \bar{q}_{n+1} &= \bar{q}_n + \dot{\bar{q}}_n T + \varepsilon^2 \frac{c^2 \omega^2}{4} \sin 2\bar{q}_n \cdot \frac{T^2}{2} + O(\varepsilon^3) \\ &= \bar{q}_n + O(\varepsilon^2) \end{aligned}$$

$$\dot{\bar{q}}_{n+1} = \dot{\bar{q}}_n + \varepsilon^2 \frac{\pi c^2 \omega}{2} \sin 2\bar{q}_n + O(\varepsilon^3) \quad (27)$$

ここで式 (22) を考慮すると

$$\begin{aligned} q_{n+1} &= \bar{q}_{n+1} + \varepsilon(1 + c \cos \bar{q}_{n+1}) + O(\varepsilon^2) \\ \dot{q}_{n+1} &= \dot{\bar{q}}_{n+1} + \varepsilon c \dot{\bar{q}}_{n+1} \sin \bar{q}_{n+1} + O(\varepsilon^3) = \dot{\bar{q}}_{n+1} + O(\varepsilon^3) \end{aligned} \quad (28)$$

すなわち $\dot{q}_{n+1} = 0$ とする入力振幅 ε_d が次のように求められる．

$$\varepsilon_d = \sqrt{\frac{-2\dot{\bar{q}}_n}{\pi c^2 \omega \sin 2\bar{q}_n}} \quad (29)$$

これは前研究 [10]～[12] におけるものと一致する．

3.3 吸引領域の拡大

以上に述べた二つの制御を組み合わせることによって，第一関節の周期運動による第二関節の位置制御を実現できる．しかし式 (13) または式 (18) から分かるように，Fig. 3 のように $\theta_2 = 0$ 軸をはさんで分かれた二対の不変多様体と同じエネルギー値を持つため，任意な初期点から任意な目標点への位置制御としてはまだ不十分である．例えば $\theta_2 > 0$ にある目標点に対しては同じ半平面上にある初期点からしか位置制御が行えない．そこで，任意の目標点に対して位置制御が可能となるよう，吸引領域の拡大を行う．

吸引領域の拡大には以下のような方法をとる．なお目標点が $\theta_2 > 0$ にある場合を考え， $\theta_2 < 0$ にある場合については括弧内に表示している．

- (i) 現在点が位相平面の第一または第四象限（第二または第三象限）にあればそのまま目標点を通る不変多様体への安定化を行う．
- (ii) 現在点が第二象限（第四象限）にある場合， $(\theta_2, \dot{\theta}_2) = (0, \pm v_{ex})$ を通る不変多様体へ安定化を行う．
- (iii) 現在点が第三象限（第一象限）にある場合， $(\theta_2, \dot{\theta}_2) = (\pm q_{ex}, 0)$ を通る不変多様体へ安定化を行う．

以上により，第三象限 → 第二象限 → 第一象限，第四象限，という流れができ，位相平面上のどの点からも目標点と同じ半平面へ移した後に，目標点を通る不変多様体への安定化を行える．

ここで象限の境界、特に $\dot{\theta}_2 = 0$ での議論が必要である。特異点である $\theta_2 = 0, \pm\pi$ および $\theta_2 = \pm\pi/2$ を除く点は第一関節の周期運動により励振され、必ず $|\dot{\theta}_2| > 0$ なる速度を持った点へ移行する。さらに二次平均化の観点からいえば、式 (28) より $q = \bar{q} + \varepsilon(1 + c\cos\bar{q})$ であり、入力振幅 ε によって実際の θ_2 の座標と平均化系における座標との間におおよそ ε の誤差を生じるため平均化系における特異点 $\theta_2 = 0, \pm\pi, \pm\pi/2$ も元の系上では特異点であり続けることはない。しかし、鞍状点 $\theta_2 = 0$ の位置がずれることは同時に二つの半平面を分ける境界が変わることを意味し、目標点が $\theta_2 = 0$ に非常に近い場合にはどちらの半平面に属するかが ε によって変わり制御が困難になることが考えられる。

4. シミュレーション

4.1 安定化制御

Fig. 4, 5 は不変多様体への安定化制御による平均化系の制御結果を表している。第一関節への周期入力の前節と同じく $f_T = 1 - \cos\omega t$, $\omega = 4\pi$ であり、初期点および目標点は $(\theta_2, \dot{\theta}_2) = (0.5, 0) (1.0, 0)$ である。また ε の上限・下限はそれぞれ $\varepsilon_{\min} = 0.01$, $\varepsilon_{\max} = 0.2$ [rad] とし、 ε の変調値が 0 または虚数になったときは基準振幅 $\varepsilon_{\text{std}} = 0.04$ [rad] で駆動するとした。両図ともに横軸は第二関節の角度 θ_2 [rad] だが、縦軸については Fig. 4 では正規化された関節角速度 $p = \dot{\theta}_2/\varepsilon$ で、Fig. 5 では実際の関節角速 $\dot{\theta}_2$ である。それぞれの図において実線は軌道全体を表し、白丸はそのポアンカレ写像を表している。また Fig. 6, 7 は上記の制御における入力振幅および擬ハミルトニアンの変化の軌跡を横軸を時間として表したものである。Fig. 6 から系は、はじめ基準振幅 $\varepsilon_{\text{std}} = 0.04$ [rad] で励振され $t = 4.5$ [sec] で入力振幅変調制御により $\varepsilon = 0.1727$ [rad] に変調されている。そのため正規化位相平面で表されている Fig. 4 では縦軸 $p = \dot{\theta}_2/\varepsilon$ の値が不連続に変化するため軌道のジャンプが見られるが、Fig. 5 のように通常の位相平面では連続的につながっている。また Fig. 7 から一度の入力振幅変調により擬ハミルトニアンが目標点における値になっていることが分かる。

Fig. 8~11 は同じ制御法を平均化しない元の系に対して適用した場合の結果である。各パラメータは Fig. 4~7 と同様である。また破線は目標点を通る不変多様体を表している。Fig. 8 の (θ_2, p) 平面では ε にかかわらず目標多様体は不変であるが、縦軸が実際の関節角速度である Fig. 9 では ε が変化するとともにその目標多様体が変わってしまうので、破線は最終的に安定化された軌道における ε に対応したものを表している。平均化系も元の系も入力振幅変調によって目標点を通る不変多様体へと収束しているが、最終的に収束したときの入力振幅は平均化系が約 0.1727 [rad] であったのに対して元の系については約 0.01 [rad] であった。これは、Fig. 4 と Fig. 8 を比較すれば分かるように、どちらの系も初期状態は運動エネルギー項が 0 のため基準振幅による駆動でしばらく励振された後、最大振幅を下回る入力振幅になったところで振幅変調を行い目標の不変多様体への収束を試みる。平均化系の場合はそこで収束に成功するが、元の系については近似誤差のためすぐには収束せず Fig. 8 のように一周期後に誤差が生じる。そのため何度か入力

Fig. 4 Controlled trajectory of the averaged 2R-FJM (in normalized phase plane)

Fig. 5 Controlled trajectory of the averaged 2R-FJM (in actual phase plane)

Fig. 6 Input amplitude for the averaged 2R-FJM

Fig. 7 Pseudo-Hamiltonian of the averaged 2R-FJM under the control

Fig. 8 Controlled trajectory of the 2R-FJM (in normalized phase plane)

Fig. 9 Controlled trajectory of the 2R-FJM (in actual phase plane)

Fig. 10 Input amplitude for the 2R-FJM

Fig. 11 Pseudo-Hamiltonian of the 2R-FJM under the control

振幅の変調を繰り返した後、最終的に収束を果たすのは、近似が十分によくなる入力振幅の小さいところとなっている。そして多様体への収束をはば果たした後にもなお、入力振幅は0.0100から0.0106の間でわずかながら変動している。Fig. 5とFig. 9の違いが大きいのは目標の不変多様体は正規化位相平面 (θ, p) 上で一定となるものであり、通常の位相平面 $(\theta, \dot{\theta})$ 上では入力振幅によって縦方向に伸び縮みするので、入力振幅が変調されることで通常の位相平面上ではFig. 5とまったく異なる軌道を通っているように見える。しかし正規化位相平面上ではFig. 4とFig. 8のように目標の不変多様体が完全に一致していることが分かる。

4.2 任意点間の位置制御

Fig. 12~15は任意点間の位置制御のシミュレーション結果である。初期点は $(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) = (-0.5 [\text{rad}], 0, 0, 0)$ で目標点は $(0 [\text{rad}], 1.0 [\text{rad}], 0, 0)$ とした。位置制御は以下の手順に従った：(1) 第一関節を目標点へ位置決め、(2) 第一関節の周期運動の振幅

Fig. 12 Sim: Controlled trajectory of the 2R-FJM (in normalized 2nd-joint's phase plane)

Fig. 13 Sim: Controlled trajectory of the 2R-FJM (in actual 2nd-joint's phase plane)

Fig. 14 Sim: Input amplitude for the 1st joint of the 2R-FJM

Fig. 15 Sim: Pseudo-Hamiltonian of the 2R-FJM under the control

変調によって第二関節を目標点を通る不変多様体へ安定化、(3) 最後に目標点近傍において停止制御。ここでは(1)の制御 θ_1 誤差のみによる単純なフィードバック制御とした。また(2),(3)の第一関節の周期入力 $f_T = 1 - \cos \omega t$, $\omega = 4\pi [\text{rad/sec}]$ とした。また ε は節 3.1 と同様に $\varepsilon_{\text{std}} = 0.04 [\text{rad}]$, $\varepsilon_{\text{min}} = 0.01 [\text{rad}]$, $\varepsilon_{\text{max}} = 0.2 [\text{rad}]$ とした。吸引領域拡大制御においては $q_{\text{ex}} = 0.1 [\text{rad}]$, $v_{\text{ex}} = 0.2 [\text{rad/sec}]$ とした。Fig. 12 は第二関節の速度を ε で正規化した p を縦軸とする、正規化第二関節位相平面において軌道を表した。Fig. 13 は同じ結果を縦軸を第二関節速度そのものとした通常の第二関節位相平面における軌道で表したものである。それぞれにおいて実線は軌道全体を、白丸はそのポアンカレ写像を表している。また Fig. 14, 15 は横軸に時間、縦軸にそれぞれ入力振幅 ε 、擬エネルギー $\bar{H}$ をとり、それらの時間変化を表している。

図から、まず第一関節の位置制御に伴い第二関節がおおよそ $(\theta_2, \dot{\theta}_2) = (-1.2, -0.25)$ へ移動し、そこで吸引領域拡大制御によってまず位相平面の第三象限において $(\theta_2, \dot{\theta}_2) = (\pm 0.1, 0)$ に対応する多様体へ安定化されて $(\theta_2, \dot{\theta}_2) = (-\pi + 0.1, 0)$ を通過し、次に第二象限に入ったところで $(\theta_2, \dot{\theta}_2) = (0, \pm 0.2)$ を通る多様体へ安定化されることで $(\theta_2, \dot{\theta}_2) = (0, 0.2)$ を通過し、そして第一象限に入り、目標点 $(\theta_2, \dot{\theta}_2) = (1.0, 0)$ を通る多様体への安定化が行われ、最後に目標点近傍において停止制御によって停止している。ここで全体として要した時間は 45.57 [sec], 目標多様体への安定化における入力振幅はおおよそ 0.07 から 0.08 [rad], 目標点での停止制御における最終入力振幅は 0.0425 [rad] であった。以上から、本研究において提案した制御法の有効性が示された。

5. 結 論

本研究における結論は以下の通りである。

- (1) 駆動関節を一つだけ持つ二関節自由関節マニピュレータの周期摂動入力に対する非線形挙動を平均化法を用いて解析

し、入力振幅で正規化した位相平面上で表した。

- (2) 入力振幅正規化位相平面上で平均化系のハミルトニアンを定義し、二関節自由関節マニピュレータの平均化系がそれを保存するハミルトン系であり、その挙動が入力振幅正規化位相空間上で不変多様体を描くことを示した。
- (3) 入力振幅正規化位相平面上では入力振幅の変調によって正規化位相速度をジャンプさせられることから、目標点を通る不変多様体への入力振幅変調制御による安定化制御を提案した。
- (4) 目標点近傍において入力振幅を変調することにより一周期後の速度を 0 にする停止制御のアルゴリズムを示した。
- (5) 目標点を通る不変多様体への安定化制御と目標点近傍における停止制御を組み合わせることで任意点間の位置決め制御法を構築した。
- (6) 提案した制御法の有効性をシミュレーションにより示した。

謝辞 東京大学工学部機械情報工学科の吉本堅一教授には数多くの助言をいただいた。なお、本研究は平成 7 年度文部省科学研究費補助金基盤研究 (B) (No.07455110), 平成 8 年度文部省科学研究費補助金特別研究員奨励費 (No.08004032), および日本学術振興会未来開拓学術研究推進事業 (No.96P00801) の援助を受けた研究の一部である。

参 考 文 献

- [1] R.W. Brockett: "Asymptotic stability and feedback stabilization," In R.W. Brockett, R.S. Millman, and H.J. Sussmann, editors, *Differential Geometric Control Theory*, vol.27 of *Progress in Mathematics*, pp.181-208. Birkhäuser, Boston, 1983.
- [2] C. Canudas de Wit and O.J. Sørndalen: "Exponential stabilization of mobile robots with nonholonomic constraints," *IEEE Trans. on Automatic Control*, pp.1791-1797, 1992.
- [3] 濃沼, 中村: "自由関節を持つリンク系の非線形構造について", 第 13 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.693-694, 川崎, Nov. 1995.
- [4] G. Oriolo and Y. Nakamura: "Free-joint manipulators: Motion control under second-order nonholonomic constraints," In *IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems (IROS'91)*, pp.1248-1253, Osaka, Nov. 1991.
- [5] 中村, 鄭, O.J. Sørndalen: "非ホロノミック・マニピュレータの実験的研究", *日本ロボット学会誌*, vol.14, no.5, pp.694-702, 1996.
- [6] H. Arai and S. Tachi: "Position control of a manipulator with passive joints using dynamic coupling," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol.7, no.4, pp.528-534, 1991.
- [7] 中村, 岩本: "自由関節で連結された宇宙構造物の形状制御", *日本ロボット学会誌*, vol.11, no.6, pp.883-891, 1993.
- [8] Y. Nakamura and R. Iwamoto: "Space multibody structure connected with free joints and its shape control," In *32nd Conf. on Decision and Control (CDC'93)*, San Antonio, Texas, 1993.
- [9] 中村, 岩本, 吉本: "ドリフト項をもつ非ホロノミック機械の制御", *日本ロボット学会誌*, vol.13, no.6, pp.830-837, 1995.
- [10] 鈴木, 濃沼, 中村: "非ホロノミック現象の制御", 第 1 回日本 IFToMM 会議シンポジウム前刷集, pp.13-18, 東京, May 1995.
- [11] Y. Nakamura, T. Suzuki and M. Koinuma: "Nonlinear behavior and control of underactuated robotic mechanisms," In G. Giralt and G. Hirzinger, editors, *ROBOTICS RESEARCH: The seventh International Symposium* (Oct. 1995, Herrsching am Ammersee, Germany), pp.67-77, Springer-Verlag, London, 1996.
- [12] 中村, 濃沼, 鈴木: "自由関節を持つ平面アームのカオスの挙動と非線形制御—ドリフトを持つ非ホロノミック機械の制御—", *日本ロボット学会誌*, vol.14, no.4, pp.602-611, 1996.

- [13] H. Arai: "Controllability of a 3-dof manipulator with a passive joint under a nonholonomic constraint," In 1996 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA '96), pp.3707-3713, Minneapolis, MN, April 1996.
- [14] 荒井: "非駆動関節を有する3自由度マニピュレータの非ホロノミック拘束下における可制御性", 日本ロボット学会誌, vol.14, no.5, pp.751-758, 1996.
- [15] 城間, 荒井, 谷江: "非駆動関節を有する3自由度マニピュレータの非ホロノミック拘束下におけるフィードバック制御", 第14回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.771-772, 新潟, Nov. 1996.
- [16] A. De Luca, R. Mattone and G. Oriolo: "Dynamic mobility of redundant robots using end-effector commands," In 1996 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA '96), pp.1760-1767, Minneapolis, MN, April 1996.
- [17] A. De Luca, R. Mattone and G. Oriolo: "Control of under-actuated mechanical systems: Application to the planar 2r robot," In 35th IEEE Conf. on Decision and Control (CDC '96), pp.1455-1460, Kobe, Japan, Dec. 1996.
- [18] A. Bloch, M. Reyhanoglu and N. McClamroch: "Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems," IEEE Trans. on Automatic Control, vol.37, no.11, pp.1746-1757, 1992.
- [19] J. Baillieul: "Stable average motions of mechanical systems subject to periodic forcing," In Dynamics and Control of Mechanical Systems: The Falling Cat and Related Problems: Fields Institute Communications, vol.1, Providence, R.I., 1993. American Mathematical Society.
- [20] J.A. Sanders and F. Verhulst: Averaging Methods Nonlinear Dynamical Systems. Springer-Verlag, 1985.
- [21] S. Wiggins: Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos. Springer-Verlag, 1990.
- [22] E. Ott, C. Grebogi, and J.A. Yorke: "Controlling chaos," Physical Review Letters, vol.64, no.11, pp.1196-1199, March 1990.

中村仁彦 (Yoshihiko Nakamura)

1977年京都大学工学部精密工学科卒業。1982年同大学大学院博士課程退学。同年より1987年まで同大学助手。1987年より1991年までカリフォルニア大学サンタバーバラ校助教授、準教授。同年4月東京大学工学部機械情報工学科助教授。1997年同大学院工学系研究科機械情報工学科教授。工学博士。運動学的冗長性、閉リンク機構の駆動冗長性、複数のロボット機構の協調、宇宙ロボットの制御、非ホロノミックな拘束を受ける機械の運動制御などに興味をもつ。日本機械学会、計測自動制御学会、システム制御情報学会、IEEE、ASMEなどの会員。

(日本ロボット学会正会員)

鈴木高宏 (Takahiro Suzuki)

1970年7月23日生。1993年東京大学工学部機械情報工学科卒業。1995年同大学院修士課程修了。同年より同博士課程進学。1996年4月より日本学術振興会特別研究員。非ホロノミックロボットシステム、非線形系の制御、ロボットシステムにおけるカオス現象などに興味をもつ。日本機械学会、IEEEなどの会員。

(日本ロボット学会学生会員)