変形形状制御のための編み地のモデリング

和田 隆 広* 平 井 慎 一* 平 野 達 也* 川 村 貞 夫*

Modeling of Knitted Fabrics for Their Deformation Control

Takahiro Wada*, Shinichi Hirai*, Tatsuya Hirano* and Sadao Kawamura*

A new approach to the modeling of plain knitted fabrics is presented for their deformation control. There exist many manipulative operations that deal with deformable soft objects such as clothes, papers, wires, and so on. Most of these operations are still done manually by skilled workers and automatic control of these operations is required. Especially, automatic handling of knitted fabrics is desired in garment industries. Automatic handling of knitted fabrics is, however, difficult to be performed by machines since the knitted fabrics can be easily deformed and extended during the handling operations. It is needed to control the deformation of knitted fabrics during the operations. A mathematical model of the fabrics will enable us to derive efficient strategy to control their deformation. Therefore, a mathematical model of the fabrics is essential for the deformation control.

In this paper, we present a mathematical model of plain knitted fabrics based on their loop structure. Plain knitted fabrics consist of knitted loops and shapes of the fabric can be derived by computing the deformation of the loops involved in a fabric. It is, however, difficult and time consuming to calculate all deformed shapes of a huge number of knitted loops involved in a fabric. We thus propose a new procedure called *representative loop method* so that the deformation can be computed in an appropriate time. In the representative loop method, some representative loops are selected in advance in order to compute the deformed shapes of all other loops by interpolating those of the representative loops. The validity of the proposed method is then demonstrated through the comparison of the calculated shapes and the real images of deformed knitted fabrics.

Key Words: Deformable Objects, Knitted Fabrics, Modeling, Deformation Control, Cloth

1. は じ め に

生産現場には、布地、紙、ゴム、革製品など、柔らかく変形しやすい物体を扱う作業が数多く見受けられる。これらの作業の多くは、現在でも人手に頼る部分が多く、ロボットなどの機械システムによる作業の自動化が望まれている。このように柔らかく変形しやすい物体を操作する際には、ロボットなどの機械システム側だけの研究では不十分であり、対象物体の機械的性質を考慮した作業戦略を立てる必要がある。すなわち、柔軟物のハンドリングを自動化するためには、対象物体の力学的性質に関する解析やモデリングが重要となる。

本研究では、柔軟変形対象物体のなかで、特にニットを対象とする。ニットは、伸縮性に富む布地であり、複雑な変形特性を示す。そのために、自動生産が遅れている対象である。ニット製品生産の自動化のためには、ニットの変形特性を考慮に入れて、適切な機械システムを設計・製作する必要がある。さらに、生産工程において布地の変形形状を制御する必要があるた

め、伸縮変形を考慮に入れた機械システムの制御手法についても検討を要する。したがって、ニット製品の自動生産システムを構成するためには、ニットの変形の数理モデルが重要となる。

布地のモデリングに関して、いくつかの研究が成されている。Leaf は、無負荷状態での平編み地の形状を解析している [1]。このモデルでは、変形形状を記述できないため、ニットの変形形状制御には適用できない。川端らは、平編み地の 2 軸伸張特性を表現するためのモデルを提案している [2]。このモデルでは、布全体に作用する力と布の変形の関係を扱っている。しかしながら、編み目に関しては、その特性をモデルの計算に導入しているのみで、編み目の変形形状については考慮していない。また、このモデルでは、縦・横方向の均一な変形のみを扱っており、斜め方向の変形など、一般的な変形を扱っていない。ニット製品の生産においては、ニットの変形形状が必ずしも一様ではない。したがって、川端らのモデルは、ニットの変形形状制御には十分ではない。また、コンピュータグラフィックスの分野でも、布地の変形形状を表すモデルが提案されている。Weil は、布地の曲げ変形をモデル化している [3]。このモデルでは、操作点の位置は記述できるが、その間の布地の形状は懸垂線によって近似的に決定されるため、その部分の正確な形状、位置

原稿受付 1997 年 8 月 1 日

*立命館大学理工学部

*Faculty of Science and Engineering, Ritsumeikan University

は予測できない。Terzopoulos らは、連続体の弾性変形をコンピュータグラフィクスで表現するための、数理モデルを提案している。このモデルでは、ニットの編み構造のような複雑な構造の挙動を定式化するのには不適切であり、その手順についても触れられていない。さらに、位置決め作業の解析で重要であると考えられる幾何学的拘束を表現する手法についても、言及されていない。ニット製品の生産においては、変形形状の制御のみならず編み目の位置の制御が必要になる工程がある。上述のモデルでは、変形形状における編み目の位置を表現することができない。したがって、編み目を考慮に入れたニットのモデリング技法が望まれる。

本論文では、ニットの変形形状制御のために、編み目の形状を考慮に入れた、編み地の新しいモデリング手法を提案する。このモデルは編み地の変形を、編み目形状の変形を用いて表現する点に特徴がある。ニットを構成するすべての編み目形状の変形を計算することにより、編み地の変形を求めることができる。しかしながら、編み地は多くの編み目から構成されているため、すべての編み目の変形形状を計算することは困難である。そこで、代表的な編み目の形状を用いて他の編み目の形状を記述することにより、計算時間を削減する手法を提案する。この手法を本論文では、代表編み目法と呼ぶ。

本論文の構成を以下に示す。第2節では、まずニットの編み組織について説明する。また、ニット製品の製造工程を分析し、編み目の位置決めが重要であることを示す。第3節では、ニットの変形形状を表現する数理モデルを提案する。第4節では、代表編み目法に基づいて、モデルの計算時間を削減する二つの手法を提案する。また、これらの手法を用いた計算例を示す。第5節では、実際の布地を変形させ、提案したモデルの計算結果と比較し、提案するモデリング技法の有効性を検証する。

2. ニット製品の製造工程の分析

2.1 ニットの編み組織

本節では、ニットの編み組織について説明する。編み地は1本または数本の糸から構成されている。Fig. 1 に示す編み組織は、平編みと呼ばれ、もっとも基本的な編み組織の一つである。Fig. 1 (a), (b) はそれぞれ、編み地の表、裏を表す。本論文では、この平編み地を対象とする。図に示すとおり、編み目の行方向、および列方向はそれぞれ、*course*, *wale*と呼ばれている。斜線の入った部分は編み目 (loop) と呼ばれる。

2.2 ニットの編み目の位置決め作業

ニット製品の製造工程では、編み目形状と編み目の位置決めが非常に重要な作業である。例えば、ニットを縫製する手法の一つに、リンキング縫製がある[5]。リンキングによって縫製された製品は、ニットの伸縮性等の特徴が活かされており、高級品とされている。Fig. 2 にリンキングの概念図を示す。図に示すように、リンキング縫製では、まず、対応する編み目をすべて一対一に位置決めする。その後、位置決めされた編み目にミシン針を挿入し、縫合する。このような位置決め作業では、編み目の位置および形状が重要であるため、布地の変形を表す数理モデルに、編み目の形状を表現する能力が要求される。Fig. 3 に示すように、位置決め作業では、編み地を変形させる

Fig. 1 Loop structure of plain knitted fabrics

Fig. 2 Linking of knitted fabrics

Fig. 3 Positioning operations of knitted fabrics

ことで、編み地の上のいくつかの編み目を目標の領域へ移動させる。通常、作業者は、これらの作業を次のように簡単に行っている。まず、布の曲げ変形を拘束するために、指を用いて布を引っ張る。次に、編み目の形状に注意しながら、指の位置を制御することで、目的とする位置決め作業を実現する。このように作業者は、優れた作業戦略を用いて、位置決めを効果的に行っている。このような位置決め作業を、機械システムで実現するためには、1) 編み地の上での多点位置制御メカニズム、ならびに2) 位置決めのための制御戦略、が必要であると考えられる。布の変形を拘束し、かつ布地上の編み目を位置決めするためには、人の指に代わる多点位置制御機構が必要である。ま

Fig. 4 Coordinate systems of knitted loops

た、位置決め作業を行うためには、編み目の位置と形状を効果的に制御するための戦略が必要である。したがって、ニットの自動生産のためには、編み目の位置と形状の両方を表現できる数理モデルが必要となる。

3. 編み地のモデリング

3.1 変形状の表現

本節では、平編み地の数理モデルを提案する。ここで、編み目が編み組織を持つことに注意する。そこで、編み地の変形を、編み目の変形によって記述することを考える。

本論文では、布が二次元平面内でのみ変形を行うと仮定する。Fig. 4 に示すように、編み目の中心線を抜き出す。布が変形する平面に固定された空間座標を、 $O-xy$ とする。布は、course, wale 方向にそれぞれ、 m, n 個の編み目を持つとする。図に示すように、第 i course, 第 j wale の編み目を、第 (i, j) 編み目と定義する。図中の、 x_i^0 と y_i^0 は第 $(i, 1)$ 編み目の左端の点の空間座標値である。個々の編み目の形状をモデリングするために、Fig. 5 に示すように、第 (i, j) 編み目を取り出す。編み目の左端から中心線に沿って測った距離を s と定義する。ここで、一つの編み目の糸の長さが変化しないと仮定し、その長さを L で表す。第 (i, j) 編み目において、 x 軸から測った座標 s における接線の角度を $\theta_{i,j}(s)$ で表す。編み目の変形状は、この $\theta_{i,j}(s)$ によって決定される。第 (i, j) 編み目の座標 s における空間座標 $x_{i,j}(s)$ および $y_{i,j}(s)$ は、次式で表現される。

$$\begin{bmatrix} x_{i,j}(s) \\ y_{i,j}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^s \cos \theta_{i,j}(s) ds + \sum_{k=1}^{j-1} \int_0^L \cos \theta_{i,k}(s) ds + x_i^0 \\ \int_0^s \sin \theta_{i,j}(s) ds + \sum_{k=1}^{j-1} \int_0^L \sin \theta_{i,k}(s) ds + y_i^0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

3.2 絡み部のモデリング

ニットは、1 本もしくは数本の糸が絡まり合うことで構成されているため、その絡まり部分における糸の挙動が布地の変形状に影響する。そこで、糸の絡まり部分の性質を、次のようにモデリングする。Fig. 6 に示すように、第 (i, j) 編み目と第 $(i-1, j)$ 編み目の絡み部分に着目する。布地が変形すると、

Fig. 5 Description of deformation of (i, j) -th loop

Fig. 6 Intertwined part of knitted loops

Fig. 7 Spring model of intertwined part

この二つの編み目は互いに干渉し合う。この干渉により、からまり部分の糸は半径方向へ変形する。この現象は、二つの編み目の糸の半径方向のバネによってモデル化できると仮定する。また、絡まり部分の糸の接線方向には、摩擦力が働く。摩擦力は、2 本の糸の接触部分において、糸が接線方向へ滑るのを妨げている。そこでこの摩擦力を、絡み部の糸の接線方向のバネによってモデル化できると仮定する。結果として、編み目間の干渉は、Fig. 7 に示すような、糸の半径方向と接線方向の 2 本のバネでモデル化される。ここで、 $A_{i,j}$, $D_{i-1,j}$, $C_{i,j}$, $F_{i-1,j}$, $Q_{i,j}$, $G_{i-1,j}$, $S_{i,j}$, および $P_{i-1,j}$ は第 $(i-1, j)$, (i, j) 編み目の交点である。点 $A_{i,j}$ および $D_{i-1,j}$ に対応する (i, j) , $(i-1, j)$ 編み目における左端からの距離を、それぞれ、 $s_{A_{i,j}}$, $s_{D_{i-1,j}}$ とおく。点 $C_{i,j}$ および $F_{i-1,j}$ に対応する (i, j) , $(i-1, j)$ 編み目における左端からの距離を、それぞれ、 $s_{C_{i,j}}$ および $s_{F_{i-1,j}}$ とおく。次に、距離 $s_{B_{i,j}}$, $s_{E_{i-1,j}}$, $s_{H_{i-1,j}}$, $s_{R_{i,j}}$ を以下のよう定め、対応する編み目上の点を、図に示すように、 $B_{i,j}$,

$E_{i-1,j}$, $H_{i-1,j}$, $R_{i,j}$ とする.

$$s_{Bi,j} = \frac{1}{2}(s_{Ai,j} + s_{Ci,j}) \quad (2)$$

$$s_{Ei-1,j} = \frac{1}{2}(s_{Di-1,j} + s_{Fi-1,j}) \quad (3)$$

$$s_{Hi-1,j} = \frac{1}{2}(s_{Gi-1,j} + s_{Pi-1,j}) \quad (4)$$

$$s_{Ri,j} = \frac{1}{2}(s_{Qi,j} + s_{Si,j}) \quad (5)$$

点 $A_{i,j}$, $B_{i,j}$, $C_{i,j}$, $E_{i,j}$ の初期位置を, $A_{i,j}^0$, $B_{i,j}^0$, $C_{i,j}^0$, $E_{i,j}^0$ とする. 図に示すように, $A_{i,j}^0, \vec{C}_{i,j}^0$ に平行な単位ベクトルを $\mathbf{b}$, $\mathbf{b}$ に直交する単位ベクトルを $\mathbf{a}$ とおく. ベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ は, 初期形状によって決まり, 編み目が変形しても変化しないと仮定する. ベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 方向のバネ係数をそれぞれ, k_a, k_b とおく. また, $\mathbf{K} = \text{diag}(k_a, k_b)$ とする. 糸の半径方向, 接線方向の2本のバネのポテンシャルエネルギー $U_{i,j}^{AC}$ は, 次式で与えられる.

$$U_{i,j}^{AC} = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{z}_{i,j}^T \mathbf{K} \Delta \mathbf{z}_{i,j} \quad (6)$$

ここで, $\Delta \mathbf{z}_{i,j}$ は, 絡まり部ベクトルの変化分の $\mathbf{a}$ 方向成分と $\mathbf{b}$ 方向成分からなるベクトルである. すなわち,

$$\Delta \mathbf{z}_{i,j} = \left[\begin{array}{l} (B_{i,j} \vec{E}_{i-1,j} - B_{i,j}^0 \vec{E}_{i-1,j}^0)^T \mathbf{a}, \\ (B_{i,j} \vec{E}_{i-1,j} - B_{i,j}^0 \vec{E}_{i-1,j}^0)^T \mathbf{b} \end{array} \right]^T \quad (7)$$

同様に, 点 $Q_{i,j}$ および $S_{i,j}$ における二つのバネのポテンシャルエネルギー $U_{i,j}^{QS}$ が定められる. 第 (i, j) 編み目と第 $(i-1, j)$ 編み目の干渉によるバネのポテンシャルエネルギー $U_{i,j}^{spring}$ は, 次式で与えられる.

$$U_{i,j}^{spring} = U_{i,j}^{AC} + U_{i,j}^{QS} \quad (8)$$

全編み目の絡まり部分のポテンシャルエネルギー U^{spring} は, 次式で表現できる.

$$U^{spring} = \sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^n U_{i,j}^{spring} \quad (9)$$

3.3 糸の曲げ変形のモデリング

次に, 糸の曲げ変形を定式化する. ここで, 編み目の任意の点における曲げモーメントが, その点における糸の曲率の自然状態からの変化分に比例すると仮定する. このとき, 第 (i, j) 編み目の曲げによる弾性エネルギー $U_{i,j}^{bend}$ は次式で与えられる.

$$U_{i,j}^{bend} = \int_0^L \frac{1}{2} R_f \left(\frac{d\theta_{i,j}(s)}{ds} - \frac{d\theta_{i,j}^0(s)}{ds} \right)^2 ds \quad (10)$$

ここで, $\theta_{i,j}^0(s)$ は自然状態における角度 $\theta_{i,j}(s)$ である. また, R_f は, 糸の曲げ剛性である. 全編み目の曲げの弾性エネルギー U^{bend} は, 次式で表現できる.

$$U^{bend} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n U_{i,j}^{bend} \quad (11)$$

全編み目のポテンシャルエネルギー U は, 絡み部におけるバネのポテンシャルエネルギーと糸の曲げによる弾性エネルギーの和であると仮定する. すなわち,

$$U = U^{spring} + U^{bend}. \quad (12)$$

編み地の形状は, 糸の曲げ変形のポテンシャルエネルギーと, 糸の絡まり部分のポテンシャルエネルギーとの比によって定まる. したがって, 編み地の変形形状は, 曲げ剛性 R_f の値ならびにバネ定数 k_a, k_b の値に強く影響される.

ニットには, 様々な位置拘束と力拘束が与えられる. これらの制約のもとで, ポテンシャルエネルギー U が最小になる関数 $\theta_{i,j}(s)$ ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$) を求めることにより, ニットの变形形状を求めることができる.

4. 代表編み目法による変形形状の計算

4.1 モデルパラメータ

編み地の変形形状を求めるためには, おおのこの編み目の変形を計算しなくてはならない. 線状物体の変形形状を計算する手法として, パラメータ化と最適化を用いる手法が提案されている [6]. 本論文では, 編み地の変形形状の計算に, この手法を用いる. まず, 関数 $\theta_{i,j}(s)$ を基底関数 $\phi_1(s), \dots, \phi_{n_b}(s)$ の線形和で表す.

$$\theta_{i,j}(s) \triangleq \sum_{k=0}^{n_b} a_{i,j}^k \phi_k(s) = \mathbf{a}_{i,j}^T \boldsymbol{\phi} \quad (13)$$

ここで, $\boldsymbol{\phi} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n_b}]^T$ は, 基底関数ベクトルであり, $\mathbf{a}_{i,j} = [a_{i,j}^1, a_{i,j}^2, \dots, a_{i,j}^{n_b}]^T$ は第 (i, j) 編み目の $\boldsymbol{\phi}$ に対する係数ベクトルである. 式 (13) を式 (12) に代入すると, ポテンシャルエネルギー U は, 係数ベクトル $\mathbf{a}_{i,j}$ ($i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$) と第 $(i, 1)$ 編み目の左端の空間座標値 x_i^0 および y_i^0 ($i = 1, \dots, m$) の関数となる. つまり, ポテンシャルエネルギー U を与えられた拘束条件の下で最小とするような, 係数ベクトル $\mathbf{a}_{i,j}$ および座標値 x_i^0, y_i^0 を求めることで, 全編み目の変形形状が計算できる. 本論文では, ベクトル $\mathbf{a}_{i,j}$ および $\boldsymbol{\phi}_{i,j}$ をそれぞれ, 編み目パラメータ, 編み目関数と呼ぶ.

編み地のモデルに必要なパラメータの数は, 一般に大きくなる. 例えば, 編み地のサイズが 10×10 であり, 編み目関数が 8 個の場合, 編み目パラメータは 800 個, 各 course の左端座標値は 20 個あり, 結局モデルパラメータは 820 個となる. モデルパラメータの数が多くなると, 変形形状の計算に膨大な時間を要し, 実際には計算ができないという場合が生じる. したがって, モデルパラメータの数は, できる限り減らす必要がある.

一般に, 隣り合う編み目を観察すると, 編み目の形状は似ている場合が多い. したがって, いくつかの代表的な編み目を選び出し, それ以外の編み目の形状は, 代表的な編み目の形状の近似で表すことができると考えられる. 力や変位を布地に与える点, すなわち作用点の近傍では, 編み目の形状が大きく変化する. このような作用点近傍に対しては, 代表となる編み目を多く割り当てることにより, モデルの精度を確保することができると期待される. 逆に, 編み目の形状があまり変化しない箇所, 例えば作用点から離れたところでは, 代表的な編み目の割り当てを減らすことができる. 特に, wale 方向, course 方向の同様

な変形に対しては、一つの代表的な編み目で編み地の変形を表現することが可能である。以上のように、いくつかの代表的な編み目の形状により、編み地全体の変形状を表す手法を、代表編み目法と呼ぶ。また、代表編み目法で用いる、他の編み目の形状を表現するための代表的な編み目のことを、本論文では代表編み目と呼ぶ。代表編み目法では、代表編み目をどのように選ぶかが重要である。代表編み目を布地上のどこに設定するかは、モデルに要求される精度や、対象とする作業に依存する。

4.2 内挿を用いた編み目形状の計算

本節では、代表編み目法の一例として、内挿で編み目パラメータを近似する手法を提案する。編み目関数 $\phi(s)$ および 編み目パラメータ $\mathbf{a}_{i,j}$ は、それぞれ次式で与えられているとする。

$$\phi(s) = \left[\sin \frac{2\pi}{L} s, \dots, \sin \frac{2\pi}{L} ts, \cos \frac{2\pi}{L} s, \dots, \cos \frac{2\pi}{L} ts, s, 1 \right]^T \in R^{2t+2} \quad (14)$$

$$\mathbf{a}_{i,j} = [a_{i,j}^1, a_{i,j}^2, \dots, a_{i,j}^{2t+2}]^T \in R^{2t+2} \quad (15)$$

編み目形状ならびにその曲率の連続性を考慮すると、編み目パラメータは独立ではない。以下、編み目パラメータ間の関係を調べる。ここで、第 (i,j) 編み目の部分編み目パラメータ $\hat{\mathbf{a}}_{i,j}$ を次式で定義する。

$$\hat{\mathbf{a}}_{i,j} \triangleq [a_{i,j}^1, a_{i,j}^2, \dots, a_{i,j}^{2t}]^T \in R^{2t} \quad (16)$$

第 (i,j) 編み目の右端と、第 $(i,j+1)$ 編み目の左端において、角度と曲率が一致しなければならない。したがって、第 (i,j) 編み目および第 $(i,j+1)$ 編み目 $(i=1, \dots, m; j=1, \dots, n)$ は、次式で表される境界条件を満たさなければならない。

$$\theta_{i,j}(L) = \theta_{i,j+1}(0), \quad (17)$$

$$\frac{d\theta_{i,j}(L)}{ds} = \frac{d\theta_{i,j+1}(0)}{ds} \quad (18)$$

式 (14) を式 (17) に代入し、次式を得る。

$$\mathbf{a}_{i,j+1}^{2t+2} = [0, 0, \dots, 0, 1, 1, \dots, 1] (\hat{\mathbf{a}}_{i,j} - \hat{\mathbf{a}}_{i,j+1}) + a_{i,j}^{2t+1} L + a_{i,j}^{2t+2} \quad (19)$$

式 (14) を式 (18) に代入し、次式を得る。

$$\mathbf{a}_{i,j+1}^{2t+1} = \frac{2\pi}{L} [1, 2, \dots, t, 0, 0, \dots, 0] (\hat{\mathbf{a}}_{i,j} - \hat{\mathbf{a}}_{i,j+1}) + a_{i,j}^{2t+1} \quad (20)$$

編み目パラメータ間には式 (19), (20) で与えられる制約がある。したがって、部分編み目パラメータ $\hat{\mathbf{a}}_{i,j}$ ($i=1, \dots, m, j=1, \dots, n$) と編み目パラメータの一部 $a_{i,1}^{2t+1}$ および $a_{i,1}^{2t+2}$ が既知であれば、式 (19), (20) を用いることにより、残りの編み目パラメータ $a_{i,j}^{2t+1}$ および $a_{i,j}^{2t+2}$ ($i=1, 2, \dots, m; j=2, 3, \dots, n$) を計算できる。このとき、境界条件式 (17) および (18) は自動的に満たされる。

ここで、隣り合う編み目の形状が急激に変化しないことに着目し、部分編み目パラメータを、ある代表的な編み目の編み目パラメータの内挿で近似的に表現することによって、モデルの計算時間を削減する手法を提案する。まず、布地を長方形の領域に分割し、その4隅に代表編み目を設定する。そし

Fig. 8 Interpolation of loop parameters

て、Fig. 8 に示すように、その長方形の内部の編み目形状を、4隅の代表編み目の形状を用いて表現する。ニットの編み目が、wale, course のように縦横へ配列されているため、長方形分割が妥当である。いま、代表編み目となる編み目の数が、wale, course に沿ってそれぞれ、 p, q 個であり、合計として $p \times q$ 個あるとする。このとき、Fig. 8 に示すように、代表編み目は、 $\mathbf{a}_{m_k, n_l}$ ($k=1, 2, \dots, p; l=1, 2, \dots, q$) で表されるとする。ただし、 $m_1 = n_1 = 1, m_p = m, n_q = n$ である。つまり、布の4隅は、必ず代表編み目とする。ここで、第 $(m_k, 1)$ 編み目 ($k=1, 2, \dots, p$) における編み目パラメータ $\mathbf{a}_{m_k, 1}$ ならびに第 (m_k, n_l) 編み目 ($k=1, 2, \dots, p; l=2, 3, \dots, q$) における部分編み目パラメータ $\hat{\mathbf{a}}_{m_k, n_l}$ を、代表編み目パラメータと定義する。代表編み目以外の編み目パラメータ $\mathbf{a}_{i,j}$ は、すべて代表編み目パラメータから計算することができる。この手法を用いると、モデルパラメータの数が削減される。例えば、編み地が 10×10 であり、編み目関数の数が8の場合に4隅のみに代表編み目を設定すると、代表編み目パラメータの数と各 course の左端座標値の数の和は48個となり、当初の820個と比較して、パラメータの数が減少していることが分かる。これによって、計算時間が削減されると考えられる。

部分編み目パラメータ $\hat{\mathbf{a}}_{i,j}$ は、代表編み目の部分編み目パラメータ $\hat{\mathbf{a}}_{m_{k-1}, n_{l-1}}, \hat{\mathbf{a}}_{m_{k-1}, n_l}, \hat{\mathbf{a}}_{m_k, n_{l-1}}$ および $\hat{\mathbf{a}}_{m_k, n_l}$ の内挿によって、次式のように表されると仮定する。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{a}}_{i,j} = & (1 - \lambda_{k,i})(1 - \mu_{l,j})\hat{\mathbf{a}}_{m_{k-1}, n_{l-1}} \\ & + (1 - \lambda_{k,i})\mu_{l,j}\hat{\mathbf{a}}_{m_{k-1}, n_l} + \lambda_{k,i}(1 - \mu_{l,j})\hat{\mathbf{a}}_{m_k, n_{l-1}} \\ & + \lambda_{k,i}\mu_{l,j}\hat{\mathbf{a}}_{m_k, n_l} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\lambda_{k,i} \triangleq \frac{i - m_{k-1}}{m_k - m_{k-1}}, \quad \mu_{l,j} \triangleq \frac{j - n_{l-1}}{n_l - n_{l-1}} \quad (22)$$

ただし、 k, l はそれぞれ、 $k-1 < i \leq k$ および $l-1 < j \leq l$ を満たす整数である。式 (21) は、領域の4隅の代表編み目パラメータから領域内部の部分編み目パラメータを求める、線形補間式を、式 (22) は、その補間の係数を表す。隣り合う編み目の形状が急激に変化せず、次第に変化していく場合には上式は妥当であると考えられる。また、編み地の左端の編み目は次式を満たすように決定する。

Fig. 9 Calculated shapes

$$\mathbf{a}_{i,1} = (1 - \lambda_{k,i})\mathbf{a}_{m_{k-1},1} + \lambda_{k,i}\mathbf{a}_{m_k,1} \quad (23)$$

式 (21) および式 (23) を用いることにより、式 (19) および式 (20) が計算できる。つまり、式 (19)、(20) および式 (21) より、すべての編み目パラメータは代表編み目パラメータから計算することができる。つまり、代表編み目パラメータおよび各 course の左端座標を用いて、式 (12) で表される編み地のポテンシャルエネルギー U を表現することができる。

内挿を使った代表編み目法の有効性を確認するために、布地全体の4隅のみを代表編み目に設定する。編み地を斜め方向へ引っ張った場合の変形状の計算結果を、Fig. 9 に示す。ただし、絡まり部分におけるバネ定数および糸の曲げ剛性はそれぞれ、 $k_a = 1.0$ 、 $k_b = 0.01$ および $R_f = 1.0$ である。ここで、 k_a 、 k_b 、および R_f の値は、第5節の実験結果で用いる布地と同じものを想定した。簡単のため、wale、course への引っ張り実験を行い、その両方の結果が実験とよく一致するような係数を試行錯誤によって求めた。幾何学的拘束条件として次式を与えている。

$$\begin{aligned} x_{3,1}(3.6) &= 0.46, & y_{3,1}(3.6) &= 7.5, \\ x_{2,1}(6.7) &= 2.4, & y_{2,1}(6.7) &= 5.0, \\ x_{1,3}(0.5) &= 6.2, & y_{1,3}(0.5) &= 0.13, \\ x_{10,8}(4.9) &= 25, & y_{10,8}(4.9) &= 27, \\ x_{9,9}(8.1) &= 28, & y_{9,9}(8.1) &= 22, \\ x_{7,10}(7.6) &= 30, & y_{7,10}(7.6) &= 18 \end{aligned} \quad (24)$$

この拘束は、第5節の Fig. 12 に示すように、布の左下端と、右上端を斜めにクランプし、左下端を固定し、右上端を右上へ引っ張る状況を表している。計算に要した時間は、CPU に DEC Alpha 21164 (433 [MHz]) を使用して、65.9 [h] であった。

4.3 均一な編み目形状の計算

前節では、代表編み目の内挿によって他の編み目形状を表現する方法を提案した。本節では、ある範囲において、編み目の変形状が wale 方向もしくは course 方向に均一である場合を扱う。この場合、編み地の変形状が一つの編み目の形状を縦横へ繰り返したものであると考えられる。そこで、一つの代表編み目の形状を用いてすべての形状を決定する手法を提案する。この手法では、モデルパラメータの数が、一つの編み目パ

Fig. 10 Calculated shape of walewise deformation

ラメータのみになるため、計算時間削減の効果が大きい。例えば、編み目関数の個数が8個の場合、編み目パラメータの数が8個と、編み目の左端座標値の y 軸方向への距離一つが変数となり、合計9個がモデルパラメータの数となる。当初の820個と比較して分かるように、パラメータの数が非常に削減されている。さらに、このような均一な変形を扱う作業も実際に多く存在するため、本手法の必要性は高い。

変形が wale 方向または course 方向へ均一であることは次式で定式化される。

$$\begin{aligned} \theta_{i,j}(s) &= \theta_{1,1}(s) \quad \forall i, j \\ x_i^0 &= x_1^0 = 0 \quad \forall i, j \\ y_{i+1}^0 - y_i^0 &= y_2^0 - y_1^0 = \alpha \end{aligned} \quad (25)$$

Wale 方向への均一な変形を計算する場合、 α を与え、wale 方向への変形量を定める。したがって、モデル中での変数は、 $\theta_{1,1}$ である。さらに、次式を幾何学的拘束として与える。

$$\begin{aligned} \theta_{1,1}(0) &= \theta_{1,1}(L) = 0 \\ x_{1,1}(0) &= y_{1,1}(0) = y_{1,1}(L) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

一方、course 方向への均一な変形を計算する場合、 $\theta_{1,1}(s)$ および $y_2^0 - y_1^0 = \alpha$ が変数となる。また、次式の拘束条件を与える。

$$\begin{aligned} \theta_{1,1}(0) &= \theta_{1,1}(L) = 0 \\ x_{1,1}(0) &= y_{1,1}(0) = y_{1,1}(L) = 0 \\ x_{1,1}(L) &= C_w \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、 C_w は一つの編み目の course 方向の幅を表す。

Wale 方向および course 方向への変形状の計算結果を、それぞれ Fig. 10 および Fig. 11 に示す。ここで、バネ定数および曲げ剛性は、それぞれ $k_a = 1.0$ 、 $k_b = 0.01$ 、および $R_f = 1.0$ である。初期状態における α の値を α^0 とおく。Fig. 10 の計算例では、 $\alpha = 1.1\alpha^0$ においてある。初期状態における C_w を C_w^0 とおく。Fig. 11 の例では、 $C_w = 1.1C_w^0$ である。計算に要した時間は、CPU に DEC Alpha 21164 (433 [MHz]) を用いて、Fig. 10 の場合、1.36 [sec]、Fig. 11 の場合、0.35 [sec] であった。

5. 実験結果

提案したモデルの有効性を示すために、モデルを用いた計算結果と実際の布地の変形状を比較する。

Fig. 11 Calculated shape of coursewise deformation

Fig. 12 Experimental condition in non-uniform deformation

編み地を斜め方向へ引っ張った場合の様子を、**Fig. 12** に示す。図に示すように、布の頂点を約 $45[\text{deg}]$ の角度でクランプし、前節の計算例で与えた拘束式 (24) を実現するように、左下端のクランプ部を固定し、右上端部を右上へ引っ張った。使用した布地は綿製の平編み地であり、サイズは、無負荷状態で、約 $33[\text{mm}] \times 28[\text{mm}]$ である。また、布地の変形を観察するための CCD カメラは、撮影する画像中に布地がすべて入るように設置した。撮像範囲は、 $39[\text{mm}] \times 34[\text{mm}]$ である。

斜め方向へ引っ張った場合の変形状のモデルによる計算結果を **Fig. 13** に示す。この図を見て分かるように、クランプした箇所に近い部分では、比較的計算結果と実際の変形が一致している。しかしながら、クランプから離れた部分では、計算結果と実際の変形があまり一致していない。このことは、布地の四隅に代表編み目を設定したため、クランプ部の影響が、クランプした箇所から遠い部分まで、内挿によって伝達されたことが原因の一つであると考えられる。このような現象は、代表編み目を適切に設定することで、解決できると考えられる。

Wale 方向および course 方向へ引っ張った場合の様子を、**Fig. 14** に示す。使用した布地は斜めに引っ張った場合と同種の平編み地であり、サイズは無負荷状態で、 $60[\text{mm}] \times 60[\text{mm}]$ である。また、両端より $10[\text{mm}]$ 程度の幅をクランプし、変位を与えた。Wale 方向への変形の場合、カメラで撮影している画像中の編み目間の距離 α が初期状態の距離の 1.1 倍になるように、クランプ部を引っ張った。同様に、course 方向への変形

Fig. 13 Computed shape superimposed on CCD image

Fig. 14 Experimental condition in uniform deformation

Fig. 15 Computed walewise deformed shape superimposed on CCD image

の場合は、上述の距離 C_w が初期状態の距離の 1.1 倍になるように、クランプ部を引っ張った。ただし、布地の変形を観察するための CCD カメラは、布地のほぼ中央に設置した。撮像範囲は、wale 方向の場合、 $11[\text{mm}] \times 12[\text{mm}]$ 、course 方向の場合、 $13[\text{mm}] \times 15[\text{mm}]$ である。

Wale 方向および course 方向へ引っ張った変形状の計算結

Fig. 16 Computed coursewise deformed shape superimposed on CCD image

果を、編み地の変形形状を CCD カメラからの画像に重ね合わせた結果をそれぞれ、Fig. 15 および Fig. 16 に示す。これらの図を見て分かるように、計算結果が、実際の糸のほぼ中心を通っていることが確認できる。これにより、均一な引っ張りを行う場合には、本モデルおよび計算手法が、編み目の変形形状を表現するための手段として有効であることが分かる。

6. お わ り に

本論文では、ニット製品の製造工程自動化を目的として、編み目の位置および変形形状が記述できるニットの数理モデルを提案した。さらに、モデルの計算時間を短縮するために、代表編み目法を提案した。代表編み目法としては、1) 一般の変形に適用可能な、内挿補間を用いる計算手法、および、2) 均一な変形

を記述可能な計算手法、を提案し、実験によりその有効性を確認した。実際の布地の変形との比較から斜め方向への引っ張りに対しては、クランプした部分に近い部分では、計算結果と実際の変形形状が比較的良好に一致することが分かった。また、均一な変形の場合は、ほぼ計算結果と実際の変形が一致していることを確認し、モデルの有効性を示した。

不均一な変形を記述する際に、代表編み目法を用いた場合、急激な変形を記述することができない。これは、編み目パラメータの補間の性質による限界であると考えられる。この問題は、代表編み目を適切に増やすことにより、解決できる。そこで、変形の種類に応じて、適切な代表編み目を決定する手法を確立することが今後の課題として挙げられる。また、糸の曲げ剛性 R_f と絡まり部分でのバネ剛性 k_a , k_b の系統的な同定方法も、今後の課題の一つである。さらに、提案するモデルを用いて、制御戦略を提案することも今後の重要な課題である。

参 考 文 献

- [1] B.G.A.V. Leaf: "Models of the Plain-Knitted Loop," Journal of the Textile Institute Transactions, vol.51, no.2, pp.49-58, 1960.
- [2] 川端 他: "平編布(平編地)の二軸伸長特性に関する理論的研究, 第1報 理論", 日本繊維機械学会論文集, vol.23, no.5, pp.95-108, 1970.
- [3] J. Weil: "The synthesis of Cloth Objects," Computer Graphics, vol.20, no.4, pp.49-54, 1986.
- [4] D. Terzopoulos, et al.: "Elastically Deformable Models," Computer Graphics, vol.21, no.4, pp.205-214, 1987.
- [5] センイ・ジャナル編: ニット素材・縫製ブック, pp.53-61, センイ・ジャナル, 1994.
- [6] S. Hirai, H. Wakamatsu and K. Iwata: "Modeling of Deformable Thin Parts for Their Manipulation," Proc. of IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.2955-2960, 1994.

和田隆広 (Takahiro Wada)

1971年8月3日生。1994年立命館大学理工学部機械工学科卒業。1996年同大学大学院理工学研究科情報システム専攻修士課程修了。同年同大学理工学研究科総合理工学専攻博士課程後期課程に入学。現在に至る。ニット製品の自動生産など、柔軟物体のマニピュレーションに関する研究に従事。計測自動制御学会, 日本繊維機械学会, 繊維学会, IEEEの学生会員。(日本ロボット学会学生会員)

平野達也 (Tatsuya Hirano)

1972年11月29日生。1996年立命館大学理工学部機械工学科卒業。同年より同大学大学院博士課程前期課程に在籍。(日本ロボット学会学生会員)

平井慎一 (Shinichi Hirai)

1963年3月19日生。1990年京都大学大学院工学研究科博士課程数理工学専攻単位取得退学。同年大阪大学工学部電子制御機械工学科助手。1995年同助教授。1996年立命館大学理工学部ロボティクス学科助教授となり、現在に至る。1990年度計測自動制御学会論文賞。1996年度日本機械学会ロボティクスメカトロニクス部門業績賞。日本機械学会, 計測自動制御学会, IEEEなどの会員。(日本ロボット学会正会員)

川村貞夫 (Sadao Kawamura)

1956年7月10日生。1981年大阪大学基礎工学部生物工学科卒業。1986年同大学大学院博士課程修了。工学博士。同年大阪大学基礎工学部助手。1987年立命館大学理工学部機械工学科助教授。1995年同教授。1996年立命館大学理工学部ロボティクス学科教授。学習制御, ロボットの運動制御, 空気圧駆動システム, ワイヤ駆動システム, 人間運動特性の計測・解析などの研究に従事。IEEE, システム制御情報学会, 日本機械学会, 計測自動制御学会等の会員。(日本ロボット学会正会員)