複数対象物体の包み込み把握 —運動学とすくい上げ条件—

原 田 研 介* 金 子 真*

Enveloping Grasp for Multiple Objects —Kinematics and Shovelling up Condition—

Kensuke Harada* and Makoto Kaneko*

This paper discusses the enveloping grasp of multiple objects under rolling contacts. We first provide a general mathematical formulation on the kinematic relationship for multiple objects enveloped by a multi-fingered robot hand, and then derive a condition for judging whether the rolling condition can be satisfied at each contact point. We also show a sufficient condition for shovelling up two objects. Finally, an experimental result is shown to confirm how easily two cylindrical objects can be shovelled up by a simple grasping motion.

Key Words: Enveloping Grasp, Multiple Objects, Rolling Contact

1. 緒 言

1.1 複数対象物体に対する包み込み把握

ロボットハンドとして最も単純なものに、グリッパ型ロボットハンドがある。これは自由度が少なく制御が簡単である反面、器用さが要求されるような環境には適さない。これに対し、人の手のような多くの指と関節を備えた多指ロボットハンドは、その自由度を巧みに利用して、複雑な作業を実現する潜在的な能力を備えている。

現在まで行われている多指ロボットハンドに関する研究は、指先により対象物を掴み、対象物を器用に操る指先把握に関する研究[1]~[7]と、手のひらや指の腹を用いて把握し、対象物を頑丈に把握する包み込み把握に関する研究[8]~[12]に大別することができる。いずれの把握形態においても、多指ハンドは単一の対象物を取り扱うことを大前提とした上で、把握の安定性、指先力の解析、対象物の操り等が議論されてきた。本論文ではこの大前提を取り除き、複数対象物体の把握問題について考察する。

二つの対象物体が指先により把握されている状態を考えよう。この場合、直感的に把握を持続させることは困難であり、微小外乱に対して把握系は容易に不安定になってしまうことが想像される。これに対して、**Fig. 1**に示すように、二つの対象物体が包み込み把握されている場合を考えよう。この場合、指先把握よりも外乱に対しての把握のロバスト性が期待できる。また、二つの対象物を包み込み把握する場合の有利性を主張できるも

う一つの例は摩擦が大きい場合である。この場合、単一の対象物を滑り動作を使ってパーム方向に移動させるのは極めて困難であるのに対し、二つの対象物がもし運動学的に転がり条件を満たしている場合、**Fig. 1**に示すように指リンクを斜めにして対象物の両側から押し付けることによって、比較的容易に対象物をすくい上げることができる。この場合、対象物はちょうど歯車で機械的に結合されているように相互に逆方向に回転しつつ、指リンク上を転がりながら上っていく。このように摩擦が大きい場合、二つの対象物の包み込み把握の方が単一対象物の包み込み把握の場合よりも条件によっては容易になることが予想される。以上が本研究を始めるに至った動機である。

本論文では、まず転がり接触を前提とした複数対象物を包み込み把握する場合のモデル化を行い、次に転がり可能な接触点の判定方法について新たに提案する。また、2対象物系において、転がり接触を利用して対象物がすくい上げられるための十分条件について考察を行う。最後に、多指ハンドを用いた二つの円柱対象物の包み込み把握実験により発想の妥当性を検証する。

Fig. 1 Enveloping grasp of multiple objects

原稿受付 1997年11月14日

*広島大学工学部

*Hiroshima University

1.2 関連研究

包み込み把握に関する研究：

包み込み把握に関する研究は現在まで数多く存在している。そのうち、Salisbury ら [8] は Whole-Arm Manipulation (WAM) の提案を行い、その基本概念について述べている。Bicchi [9]、中村ら [10]、小俣ら [11] は包み込み把握における接触力の決定の問題を扱っている。筆者ら [12] は、対象物にアプローチして包み込み把握を実現するまでのグローバルな運動計画について議論している。

複数対象物体の操りや把握に関する研究：

Dauchez ら [14]、Kosuge ら [15] は 1 対象物を把持したアームを二つ導入し、対象物同士の組み付けを行っているが、複数対象物を一度に操る観点からは論じていない。また、相山ら [13] は、複数の箱型対象物を 2 本のロボットアームにより挟み込み、持ち上げる問題に関する報告を行っているが、転がり接触を前提とした対象物の操りについては取り扱っていない。転がり接触を利用した操りに関する研究：

Kerr ら [1] や Montana [17] は転がり接触を利用して把握を行う場合の幾何学的関係式の導出を行っている。Li ら [18] は非ホロノミック冗長性を利用した転がりにおける軌道計画を行っている。Howard ら [19]、Maekawa ら [20] は転がり接触を利用して操りを行う場合の把握コンプライアンスについて論じている。また、Cole ら [4]、Sakar ら [5]、Paljug ら [6] は転がり接触を利用した対象物の操りについて論じている。

筆者らが知る範囲において、複数対象物体の包み込み把握の研究はこれがはじめてである。

2. モデル化

Fig. 2 は複数対象物体の包み込み把握のうち、 m 対象物系を n 本指で把握する場合をモデル化したものであり、第 j 指が第 i 対象物と、また第 i 対象物が第 l 対象物と接触している。 Σ_R は基準座標系を表し、 Σ_{Bi} ($i = 1, \dots, m$) は第 i 対象物の重心に固定された座標系、 Σ_{Fjk} ($j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, c_j$) は第 j 指の第 k 接触点を有する指リンクに固定された座標系

Fig. 2 Model of the system

を表す。 p_{Bi} , R_{Bi} は基準座標系から見た Σ_{Bi} の位置ベクトル、ならびに姿勢を表す回転行列であり、同様に p_{Fjk} , R_{Fjk} は基準座標系から見た Σ_{Fjk} の位置ベクトル、ならびに姿勢を表す回転行列である。 ${}^{Bi}p_{Cjk}$ は Σ_{Bi} から見た第 i 対象物と第 j 指の第 k 接触点の位置ベクトルであり、同様な接点を Σ_{Fjk} で表したベクトルが ${}^{Fjk}p_{Cjk}$ である。また、 ${}^{Bi}p_{Cot}$ ($t = 1, \dots, r$) は Σ_{Bi} から見た対象物同士の接点の位置ベクトルである。把握系全体で対象物同士の接点は r 個あると仮定している。

2.1 拘束条件式

本節では、複数対象物系を n 本指で転がりを利用して包み込み把握する場合の運動学的関係式の導出を行う。第 i 対象物と第 j 指の第 k 接触点との接点は、 Σ_{Bi} と Σ_{Fjk} からみた接触点の位置ベクトルをそれぞれ用いることにより表すことができる。また、同様に第 i 対象物と第 l 対象物との接触点も Σ_{Bi} と Σ_{Bl} により表すことができる。つまり、

$$p_{Bi} + R_{Bi} {}^{Bi}p_{Cjk} = p_{Fjk} + R_{Fjk} {}^{Fjk}p_{Cjk} \quad (1)$$

$$p_{Bi} + R_{Bi} {}^{Bi}p_{Cot} = p_{Bl} + R_{Bl} {}^{Bl}p_{Cot} \quad (2)$$

である。接触点においては、滑りが生じないと仮定する。これは、接触点において静止摩擦係数が十分大きいことを意味する。つまり、第 i 対象物の速度と第 j 指の速度は接触点において等しくなっている。このとき、以下の式が得られる [1] [7]。

$$R_{Bi} {}^{Bi}\dot{p}_{Cjk} = R_{Fjk} {}^{Fjk}\dot{p}_{Cjk} \quad (3)$$

$$R_{Bi} {}^{Bi}\dot{p}_{Cot} = R_{Bl} {}^{Bl}\dot{p}_{Cot} \quad (4)$$

式 (1), (2) の時間に関する微分に、式 (3), (4) を考慮することにより、以下のような式が得られる。

$$D_{Bjk} \begin{bmatrix} \dot{p}_{Bi} \\ \omega_{Bi} \end{bmatrix} = D_{Fjk} \begin{bmatrix} \dot{p}_{Fjk} \\ \omega_{Fjk} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$D_{Oit} \begin{bmatrix} \dot{p}_{Bi} \\ \omega_{Bi} \end{bmatrix} = D_{Olt} \begin{bmatrix} \dot{p}_{Bl} \\ \omega_{Bl} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$D_{Bjk} = [I - (R_{Bi} {}^{Bi}p_{Cjk} \times)] \quad (7)$$

$$D_{Fjk} = [I - (R_{Fjk} {}^{Fjk}p_{Cjk} \times)] \quad (8)$$

$$D_{Oit} = [I - (R_{Bi} {}^{Bi}p_{Cot} \times)] \quad (9)$$

ここで、 I は単位行列で、 $(R_{Bi} {}^{Bi}p_{Cjk} \times)$, $(R_{Fjk} {}^{Fjk}p_{Cjk} \times)$, $(R_{Bi} {}^{Bi}p_{Cot} \times)$ はそれぞれ外積と等価な歪対称行列である。また、 ω_{Bi} , ω_{Fjk} は座標系 Σ_{Bi} , Σ_{Fjk} の Σ_R に関する回転角速度ベクトルである。第 j 指の第 k 接触点の速度は第 j 指の関節速度を用いて以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{Fjk} \\ \omega_{Fjk} \end{bmatrix} = J_{jk} \dot{\theta}_j \quad (10)$$

ここで、 J_{jk} は第 j 指の関節に関する第 k 接触点のヤコビ行列であり、 $\dot{\theta}_j$ は第 j 指の関節速度により構成されるベクトルである。式 (5) を式 (10) に考慮し、第 j 指のすべての接触

点についてまとめた形で記述することにより、次式が得られる。

$$D_{Bj} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{B1} \\ \boldsymbol{\omega}_{B1} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{p}}_{Bm} \\ \boldsymbol{\omega}_{Bm} \end{bmatrix} = D_{Fj} \dot{\boldsymbol{\theta}}_j \quad (11)$$

ここで、 $D_{Fj} = \begin{bmatrix} D_{Fj1} J_{j1} \\ \vdots \\ D_{Fjc_j} J_{jc_j} \end{bmatrix}$ であり、 D_{Bj} は D_{Bjk} ($k = 1, \dots, c_j$) により構成される行列である。次に、式 (6) を $t = 1, \dots, r$ についてまとめることにより次式が得られる。

$$D_O \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{B1} \\ \boldsymbol{\omega}_{B1} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{p}}_{Bm} \\ \boldsymbol{\omega}_{Bm} \end{bmatrix} = \mathbf{o} \quad (12)$$

ここで、 D_O は D_{Oit} ($i = 1, \dots, m$, $t = 1, \dots, r$) により構成される行列である。式 (11), (12) より、以下の式が導かれる。

$$\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{o}, \quad (13)$$

ここで

$$\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} -D_{F1} & \mathbf{o} & \cdots & \cdots & \mathbf{o} & D_{B1} \\ \mathbf{o} & -D_{F2} & \mathbf{o} & \cdots & \mathbf{o} & D_{B2} \\ & & \cdots & \cdots & & \\ \mathbf{o} & \mathbf{o} & \cdots & \cdots & -D_{Fn} & D_{Bn} \\ \mathbf{o} & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{o} & D_O \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = [\dot{\boldsymbol{\theta}}_1^T \cdots \dot{\boldsymbol{\theta}}_n^T \dot{\mathbf{p}}_{B1}^T \boldsymbol{\omega}_{B1}^T \cdots \dot{\mathbf{p}}_{Bm}^T \boldsymbol{\omega}_{Bm}^T]^T$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} {}^{F11} \mathbf{p}_{CF11}^T & {}^{Bi} \mathbf{p}_{CB11}^T & \cdots & {}^{Fncn} \mathbf{p}_{CFncn}^T & {}^{Bi} \mathbf{p}_{CB2ncn}^T \\ {}^{Bi} \mathbf{p}_{COi1}^T & {}^{Bi} \mathbf{p}_{COi1}^T & \cdots & {}^{Bi} \mathbf{p}_{COir}^T & {}^{Bi} \mathbf{p}_{COir}^T \end{bmatrix}^T$$

である。この式 (13) は対象物が指リンクに接触することを表す拘束条件式となる。式 (11) において、 $\dim D_{Bj} = 3c_j \times 6m$ かつ $\dim D_{Fj} = 3c_j \times s_j$ である。ここで、 s_j は第 j 指の関節数である。また、式 (12) において、 $\dim D_O = 3r \times 6m$ である。つまり、 $\dim \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = (3 \sum_{j=1}^n c_j + 3r) \times (\sum_{j=1}^n s_j + 6m)$ であることが分かる。また、式 (13) において、 $\mathbf{u}$ は転がりが生じている瞬間の接触点の位置ベクトルを表す。 $\mathbf{u}$ に関する詳しい議論は付録に示す。

2.2 独立な速度成分

式 (13) の拘束条件を評価するため、定数 α を以下のように導入する。

$$\alpha = \left(\sum_{j=1}^n s_j + 6m \right) - \left(3 \sum_{j=1}^n c_j + 3r \right) \quad (14)$$

$\alpha \leq 0$ かつ $\text{rank} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \sum_{j=1}^n s_j + 6m$ のとき、式 (13) の解は $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{o}$ となり、2 対象物系は完全拘束される [11]。それ

に対して、 $\alpha > 0$ は系には速度に関して自由度が残っていることを表す。よって、以降では $\alpha > 0$ を仮定し、さらに以下の場合を想定するものとする。

$$\text{rank} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 3 \sum_{j=1}^n c_j + 3r \quad (15)$$

次に、拘束の下での系の運動を考える。式 (15) の条件の下で、変数 $\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \dot{\mathbf{x}}$ ($\boldsymbol{\eta} \in R^\alpha$) を $\text{rank} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^n s_j + 6m$ となるように定義する。この $\boldsymbol{\eta}$ と式 (13) を用いることで、次の式を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{o} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \quad (16)$$

ここで、式 (16) は $\dot{\mathbf{x}}$ と $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ の間の座標変換と考えることができる。変数 $\boldsymbol{\eta}$ の選択には任意性があるが、 $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ ならびに $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ の一つの例を 3.2 節にあげる。式 (13) の拘束条件のために、 $\dot{\mathbf{x}}$ のうち α 個のみが独立な成分となる。また、 $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix}$ は正則であるため、逆行列をとることができる。逆行列をとることにより、次式のとおり、与えられた $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ に対して一意に $\dot{\mathbf{x}}$ を求めることができる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{X}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \dot{\boldsymbol{\eta}}. \quad (17)$$

2.3 接触点の速度

式 (13) において、接触点の位置ベクトルは $\mathbf{u}$ である。Kerr ら [1] によって提案された方法を 2 対象物系に拡張することで、接触点の速度を以下のように導出することができる。

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \dot{\mathbf{x}} \quad (18)$$

$\mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ の導出の詳細については付録に示されている。式 (17) を式 (18) に代入すると、次式が得られる。

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \mathbf{X}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (19)$$

つまり、 $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ が与えられると、式 (17) により $\dot{\mathbf{x}}$ が導出され、また式 (19) により $\dot{\mathbf{u}}$ が導出される。これにより複数対象物系の運動がすべて記述されたことになる。

本章でのモデル化は三次元空間内を運動する系に対して行った。運動が二次元平面内に限定される場合は、若干の記述の変更が必要である。まず、 $\dim \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = (2 \sum_{j=1}^n c_j + 2r) \times (\sum_{j=1}^n s_j + 3m)$ となる。また、それに伴い α の定義は

$$\alpha = \left(\sum_{j=1}^n s_j + 3m \right) - \left(2 \sum_{j=1}^n c_j + 2r \right) \quad (20)$$

となる。

3. 転がりの判定

3.1 条件式の導出

前章の結果を用い、ある状態が与えられたとき、接触点において転がりが生じることが可能かどうかを式(19)を用いて判定することができる。まず、式(19)に対応する接触点の速度に関する式をまとめて、以下のように書き直す。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{11} \\ B_i \end{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{C11} &= \mathbf{B}_{11}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ &\vdots \\ \begin{bmatrix} F_{jk} \\ B_i \end{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{Cjk} &= \mathbf{B}_{jk}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ &\vdots \\ \begin{bmatrix} B_i \\ B_l \end{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{COt} &= \mathbf{B}_{Ot}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 $\mathbf{UX} = [\mathbf{B}_{11}^T \cdots \mathbf{B}_{ncn}^T \mathbf{B}_{O1}^T \cdots \mathbf{B}_{Or}^T]^T$ である。式(21)において、どのような $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ を与えても、接触点の速度が0になるとき、その接触点では転がりを生じることができなくなっていると考えられる。つまり、以下のような定理が得られる。

[定理1]

任意の接触点において、転がりが生じることが可能となるための必要十分条件は以下で与えられる。

$$\mathbf{B}_{jk}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \neq \mathbf{0} \quad (j = 1, \dots, s_j \quad k = 1, \dots, c_j), \quad (22)$$

$$\mathbf{B}_{Ot}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \neq \mathbf{0} \quad (t = 1, \dots, r) \quad (23)$$

[証明]

十分性は明らかのため、必要性のみ証明する。 $\mathbf{B}_{jk}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \neq \mathbf{0}$ 、 $\mathbf{B}_{Ot}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \neq \mathbf{0}$ にもかかわらず、接触点において転がりが不可能となっているとする。ここでは特に第1対象物と第1指の第1接触点で転がりが不可能である場合を考える。このとき、式(21)の第1式の左辺は0となり、式(21)の第1式は以下のように書き換えられる。

$$\mathbf{0} = \mathbf{b}_{111} \dot{\eta}_1 + \cdots + \mathbf{b}_{11\alpha} \dot{\eta}_\alpha \quad (24)$$

ただし、 $\mathbf{B}_{11}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = [\mathbf{b}_{111} \cdots \mathbf{b}_{11\alpha}]$ 、 $\dot{\boldsymbol{\eta}} = [\dot{\eta}_1 \cdots \dot{\eta}_\alpha]^T$ である。ここで、2.3節の考察により $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ はそれぞれが独立に加えることができる。また、行列 $\mathbf{B}_{11}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ には $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ が含まれておらず、式(24)は $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ に関しては線形である。つまり、式(24)を満たすためには、 $\mathbf{b}_{111} = \cdots = \mathbf{b}_{11\alpha} = \mathbf{0}$ でなくてはならない。よって矛盾。また、他の接触点が転がり不可能な場合についても同様な議論が成立する。よって必要性が示された。□

ここで、行列 $\mathbf{B}_{jk}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 、 $\mathbf{B}_{Ot}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ は $\mathbf{x}$ を含んでいる。また、 $\mathbf{B}_{jk}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 、 $\mathbf{B}_{Ot}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ には、式(17)における行列 $\mathbf{X}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ が含まれている。この $\mathbf{X}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ は $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix}$ の逆行列により得られるが、行列の次元が大きくなることから、通常は数値的にしか逆行列をとることは不可能である。

Fig. 3 Two-object system used in numerical example

3.2 数値例

Fig. 3 に示すとおり、二つの円形の対象物を2本の2自由度指で包み込み把握する問題を考える。2本の指のうち、第1指は第1対象物と異なった2点で接しており、第2指は1点のみで第2対象物と接している。このとき、式(13)に対応する拘束条件式は以下のように導出される。

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{D}_{F1} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{B1} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{D}_{F2} & \mathbf{D}_{B2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ - \\ \dot{\theta}_2 \\ - \\ \dot{\mathbf{p}}_{B1} \\ \dot{\phi}_{B1} \\ \dot{\mathbf{p}}_{B2} \\ \dot{\phi}_{B2} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (25)$$

ここで、 $\boldsymbol{\theta}_1 = [\theta_{11} \theta_{12}]^T$ 、 $\boldsymbol{\theta}_2 = [\theta_{21} \theta_{22}]^T$ 、 $\mathbf{p}_{B1} = [x_{B1} y_{B2}]^T$ 、 $\mathbf{p}_{B2} = [x_{B2} y_{B2}]^T$ 、 $\dot{\phi}_{B1} = \omega_{B1}$ 、 $\dot{\phi}_{B2} = \omega_{B2}$ である。式(25)の行列は式(13)の $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ に対応するが、式(25)において $\dim \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 8 \times 10$ 、 $\text{rank} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 8$ であるため、式(20)を用いて $\alpha = 2$ となる。つまり、 $\dot{\mathbf{x}}$ のうち2成分のみ独立に選ぶことが可能となる。式(16)において、 $\boldsymbol{\eta}$ 、 $\boldsymbol{\Psi}$ を

$$\boldsymbol{\eta} = [\theta_{11} \quad \theta_{21}]^T$$

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

のように選ぶと、行列 $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \boldsymbol{\Psi} \end{bmatrix}$ は正則となる。数値計算において、物理パラメータは $r = 1.0$ 、 $l = 2.0$ 、 $d = 2.0$ のように設定した。また、対象物の位置姿勢ならびに接触点ベクトルを $\mathbf{p}_{B1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{2} \end{bmatrix}$ 、 $\mathbf{R}_{B1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $\mathbf{p}_{B2} = \begin{bmatrix} 2 \\ -\sqrt{2} \end{bmatrix}$ 、 $\mathbf{R}_{B2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 ${}^{B1}\mathbf{p}_{C11} = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ 、 ${}^{B1}\mathbf{p}_{C12} = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$ 、 ${}^{B2}\mathbf{p}_{C21} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi/9) \\ -\sin(2\pi/9) \end{bmatrix}$ のようにおくと、これを満たす関節角は $\theta_{11} = \pi/4$ 、 $\theta_{12} = \pi/2$ 、 $\theta_{21} = 0.3954$ 、 $\theta_{22} = 1.8735$ のようになる。この系に対し、式(21)の行列

$B_{11}(x, u)$, $B_{12}(x, u)$, $B_{21}(x, u)$, $B_{O1}(x, u)$ を MATLAB を用いて計算すると、以下ようになる。

$$B_{11}(x, u) = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.1220 \times 10^{-15} \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -0.0862 \times 10^{-15} \\ 0.0 & -0.0862 \times 10^{-15} \end{bmatrix}$$

$$B_{12}(x, u) = \begin{bmatrix} 0.1148 \times 10^{-15} & -0.1220 \times 10^{-15} \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0812 \times 10^{-15} & -0.0862 \times 10^{-15} \\ -0.0812 \times 10^{-15} & 0.0862 \times 10^{-15} \end{bmatrix}$$

$$B_{21}(x, u) = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 \\ -1.5783 & -1.1396 \\ 1.0116 & 0.7325 \\ 1.2056 & 0.8730 \end{bmatrix}$$

$$B_{O1}(x, u) = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 \\ -0.9742 & -0.5405 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.9742 & -0.5405 \end{bmatrix}$$

この結果より、行列 $B_{11}(x, u)$, $B_{12}(x, u)$ はその成分が正確に 0 かあるいは 0 と数値誤差程度でしか変わらない値となっているため、0 行列となっていると考えられる。それに対して、行列 $B_{21}(x, u)$, $B_{O1}(x, u)$ は値をもっている。つまり、定理 1 により、第 2 対象物は接触点において転がりが可能であるが、第 1 対象物は指との接触点において転がることができないことが分かる。

4. すくい上げの条件

1 章において、複数対象物に対して包み込み把握を行う場合に、転がりを有効に利用して容易に対象物がすくい上げられることを述べた。このすくい上げのメカニズムを説明するのが本章の目的である。本章の解析は、複数対象物のうち特に 2 対象物系について行う。

2 対象物系の運動をある平面内に射影することで、その平面内での運動を考える。Fig. 4 に示すとおり、二つの対象物同士の共通接平面を Π とする。この接平面に垂直な平面で対象物同士の接点を通り、重力加速度ベクトルがその平面内に含まれる平面 Γ を考える。この平面 Γ 上に射影された対象物系の運動を考える。仮定として、ロボット指は対象物をこぼさないために十分な接触力が発生可能であるとする。また、3 章の解析にもとづき、接触点においては転がりが可能である条件を満たすとする。さらに、これら接触点は平面 Γ 内での転がりが可能であるとする。平面 Γ 内での 2 対象物系に加わる力の様子を Fig. 5 に示す。ここでは、簡単のためそれぞれの対象物と接するアームは 1 本であるか、あるいは複数であっても平面 Γ に射影した場合、ほとんど重なるとする。転がり接触により対象物がすくい上げられるための対象物の回転方向は、平面 Γ 上で第 1 対象物について左回りで第 2 対象物について右回りである。ここで、対象物がアーム上を転がりながら包み込まれる条件を示す。

Fig. 4 Definition of the projection plane

Fig. 5 The two-object system projected on Γ

[定理 2]

二つの対象物が二つの指リンクによって挟み込まれている状態を考える。このとき、指リンクの水平運動により対象物がすくい上げられるための十分条件は、対象物と指リンクとの二つの接触点が共に、対象物同士の接触点を含む水平線より下側になることである。

[証明]

平面 Γ 上に射影された、対象物と指リンクとの幾何学的関係は式 (11), (12) を用いることにより、次式によって表される。

$$D_{F\gamma}\dot{\theta}_\gamma = D_{B\gamma}\dot{p}_{B\gamma} \quad (26)$$

ここで、添字 γ は二次元平面 Γ 上で考えていることを表し、また $D_{F\gamma}\dot{\theta}_\gamma$ は次式により定義される。

$$D_{F\gamma}\dot{\theta}_\gamma = [v_1 \ 0 \ -v_2 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

ここで、 $v_1(>0)$, $v_2(>0)$ はそれぞれ第 1, 第 2 対象物と接する指リンクの水平方向の変位速度である。また、式 (26) において、 $D_{B\gamma}$, $p_{B\gamma}$ は次式により定義される。

$$D_{B\gamma} = \begin{bmatrix} D_{B11\gamma} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_{B21\gamma} \\ D_{O11\gamma} & -D_{O21\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -B^1 y_{C11\gamma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & B^1 x_{C11\gamma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -B^2 y_{C21\gamma} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & B^2 x_{C21\gamma} \\ 1 & 0 & -B^1 y_{CO1\gamma} & -1 & 0 & B^2 y_{CO1\gamma} \\ 0 & 1 & B^1 x_{CO1\gamma} & 0 & -1 & -B^2 x_{CO1\gamma} \end{bmatrix},$$

Fig. 6 Variables in eqs. (27), (28), (29) and (30)

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{B\gamma} &= [x_{B1\gamma} \ y_{B1\gamma} \ \phi_{B1\gamma} \ x_{B2\gamma} \ y_{B2\gamma} \ \phi_{B2\gamma}]^T \\ {}^{B1}\mathbf{p}_{C11\gamma} &= [{}^{B1}x_{C11\gamma} \ {}^{B1}y_{C11\gamma}]^T \\ {}^{B2}\mathbf{p}_{C21\gamma} &= [{}^{B2}x_{C21\gamma} \ {}^{B2}y_{C21\gamma}]^T \\ {}^{Bi}\mathbf{p}_{CO1\gamma} &= [{}^{Bi}x_{CO1\gamma} \ {}^{Bi}y_{CO1\gamma}]^T \quad (i=1,2) \end{aligned}$$

Fig. 6 に示すとおりに、一般性を失うことなく、座標系 $\Sigma_{R\gamma}$, $\Sigma_{B1\gamma}$, $\Sigma_{B2\gamma}$ の座標系はすべて方向が一致し、さらに x 方向が水平となる瞬間を考える。対象物と指リンクとの二つの接触点が共に、対象物同士の接触点を含む水平線より下に来る場合、以下のとおりに定義できる。

$${}^{B1}y_{C11\gamma} - {}^{B1}y_{CO1\gamma} \triangleq -l_{y1} < 0 \quad (27)$$

$${}^{B2}y_{C21\gamma} - {}^{B2}y_{CO1\gamma} \triangleq -l_{y2} < 0 \quad (28)$$

さらに、幾何学的関係より、以下のように定義できる。

$${}^{B1}x_{C11\gamma} - {}^{B1}x_{CO1\gamma} \triangleq -l_{x1} < 0 \quad (29)$$

$${}^{B2}x_{C21\gamma} - {}^{B2}x_{CO1\gamma} \triangleq l_{x2} > 0 \quad (30)$$

式 (27), (28), (29), (30) を用いることにより、式 (26) は $\dot{\phi}_{B1\gamma}$, $\dot{\phi}_{B2\gamma}$ について以下のように解くことができる。

$$\dot{\phi}_{B1\gamma} = (v_1 + v_2)l_{x2}/(l_{y1}l_{x2} + l_{x1}l_{y2}) > 0 \quad (31)$$

$$\dot{\phi}_{B2\gamma} = -(v_1 + v_2)l_{x1}/(l_{y1}l_{x2} + l_{x1}l_{y2}) < 0 \quad (32)$$

式 (31), (32) より、第 1 対象物は左回りに回転し、第 2 対象物は右回りに回転することが分かる。

以上より、指が対象物を左右から押し付ける場合、アームと対象物の接触点を対象物同士の接触点より下にするだけで、複数対象物の包み込みが実現されることが分かる。直感的に、複数対象物を転がりにより操作するのは困難であると考えられるが、包み込み把握に関しては、大変容易であることが分かる。これは、複数対象物体の包み込み把握の一つの利点を表している。

5. 実験

本章では、実験を通じて複数対象物体の包み込み把握のもつ有利性について考察する。実験にはハンドシステム Hiroshima-Hand [12] を用いた。Hiroshima-Hand は 3 本指を持っており、各指は平面 3 自由度持っている。対象物としては二つの円柱対象物を用いた。二つの円柱は、それぞれ直径が 33 [mm], 15 [mm] で、最初テーブル上に並べて置かれている。

(a) Approach phase

(b) Lifting phase 1

(a) Lifting phase 2

(b) Grasping phase

Fig. 7 Experimental results

実験の様子は、連続写真として Fig. 7 に示されており、テーブルに置かれている二つの対象物が徐々に持ちあげられている。ハンドが対象物に接してからは、ハンドの各関節は一定トルクにより制御されている。その際の各関節のトルクは、左側の指については、根元から 0.025 [Nm], 0.025 [Nm], 0.0125 [Nm] とした。また右側には 2 本の指があるため、各関節のトルクは左側の指の半分とした。図に示すとおり、各指は一定トルクにより制御されているにもかかわらず、対象物は容易にすくい上げられ、包み込み把握が実現されている。指先把握でこのような二つの対象物を安定に把握することは、一般に困難であると考えられる。この実験結果は複数対象物に対する包み込み把握の潜在的有利性を示している。また、前章の定理 2 は、二つの円柱対象物に対する包み込み把握が成功したことに対する原理を説明している。なお、3 本指ハンドによって二つの円柱対象物を包み込み把握するデモンストレーションに興味のある読者はビデオプロシーディング [21] を参照されたい。

6. 結 言

本論文では、複数対象物体の包み込み把握に関する報告を行った。まず、転がり接触をする n 本指 m 対象物系の包み込み把握のモデル化を行った。次に、対象物が転がり接触を保ちながらリンク上を転がることが可能かどうかを確かめるため、多点接触の下での転がりができるための必要十分条件を示した (定理 1)。この定理を確かめるため数値例を示した。また、二つの対象物に対し、すくい上げが可能となる十分条件を示した (定理 2)。また、簡単な制御則で二つの円柱対象物に対する包み込み把握が実現できることを実験により確認した。本論文では、どのように複数対象物を把握すると力学的平衡が満足できるか、あるいはどのように把握すると静止摩擦条件を満足する接触力が発生できるかについては、議論を行っていない。また、対象物同士、あるいは対象物と指は転がり接触するとし、滑りは生じないとした。これらに関しては今後の課題であると考ええる。

最後に、本研究は文部省科研費重点領域研究「知能ロボット」

の一貫として行われたものである。また、本論文を完成させるにあたり、実験の過程で協力をしていただいた、広島大学工学部の学生 Nophawit Thaiprasert 君に感謝します。

参 考 文 献

- [1] J. Kerr and B. Roth: "Analysis of Multifingered Hands," The Int. J. of Robotics Research, vol.4, no.4, pp.3-17, 1986.
- [2] 中村, 永井, 吉川: "複数のロボット機構による協調的操りの力学", 日本ロボット学会誌, vol.4, no.5, pp.489-498, 1986.
- [3] 金子, 今村, 横井, 谷江: "摩擦を考慮した多指ハンドの剛性モデルによる安定把握解析", 日本ロボット学会誌, vol.7, no.3, pp.161-171, 1989.
- [4] A.B.A. Cole, J.E. Hauser and S.S. Sastry: "Kinematics and Control of Multifingered Hands with Rolling Contacts," IEEE Trans. on Automatic Control, vol.34, no.4, pp.398-404, 1989.
- [5] N. Sakar, X. Yun and V. Kumar: "Dynamic Control of 3-D Rolling Contacts in Two-Arm Manipulation," Proc. of 1993 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.978-983, 1993.
- [6] E. Paljug, X. Yun and V. Kumar: "Control of Rolling Contacts in Multi-Arm Manipulation," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.10, no.4, pp.441-452, 1994.
- [7] 吉川: "把持と操りの基礎理論 3. 制御", 日本ロボット学会誌, vol.14, no.4, pp.505-511 (解説記事), 1996.
- [8] K. Salisbury et al.: "Preliminary Design of a Whole-Arm Manipulation Systems (WAMS)," Proc. of 1988 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.256-260, 1988.
- [9] A. Bicchi: "Force Distribution in Multiple Whole-Limb Manipulation," Proc. of 1993 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.196-201, 1993.
- [10] 中村, 張, 吉本: "パワーグラスプとそのロバスト性の評価法", 日本ロボット学会誌, vol.13, no.6, pp.866-874, 1995.
- [11] 小俣, 永田: "多指ハンドによるパワーグラスプの力学的特性", 日本ロボット学会誌, vol.13, no.4, pp.525-531, 1995.
- [12] M. Kaneko, Y. Hino and T. Tsuji: "On Three Phases for Achieving Enveloping Grasps," Proc. of 1997 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1997.
- [13] 相山, 南, 新井: "双腕協調による複数対象物体の操作", 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会論文集, pp.457-458, 1997.
- [14] P. Dauchez and X. Delebarre: "Force-Controlled Assembly of two Objects with a Two-arm Robot," Robotica, vol.9, pp.299-306, 1991.
- [15] K. Kosuge, M. Sakai and K. Kanitani: "Decentralized Coordinated Motion Control of Manipulators with Vision and Force Sensors," Proc. of 1995 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2456-2462, 1995.
- [16] 原田, 金子: "複数対象物体の包み込み把握—2 対象物系のモデル化と転がりを利用した包み込み把握の実現—", 日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1997.
- [17] D.J. Montana: "The Kinematics of Contact and Grasp," The Int. J. of Robotics Research, vol.7, no.3, pp.17-32, 1988.
- [18] Z. Li and J. Canny: "Motion of Two Rigid Bodies with Rolling Constraint," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.6, no.1, pp.62-72, 1990.
- [19] W.S. Howard and V. Kumar: "Modeling and Analysis of Compliance and Stability of Enveloping Grasps," Proc. of 1995 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1367-1372, 1995.
- [20] H. Maekawa, K. Tanie and K. Komoriya: "Kinematics, Statics and Stiffness Effect of 3D Grasp by Multifingered Hand with Rolling Contact at the Fingertip," Proc. of 1997 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.78-85, 1997.
- [21] M. Kaneko and T. Tsuji: "Realization of Enveloping Grasp," 1997 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (Video Proceeding), 1997.

付録 A. 接触点の速度の導出

付録においては、式 (13) に含まれるベクトル $\mathbf{u}$ の導出について述べる。まず、用いる関係式を記述する。対象物と指リンクの表面形状は次式で記述される。

$$S_{Bi}({}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk}) = 0 \quad S_{Fjk}({}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk}) = 0 \quad (33)$$

接触点においては、曲面同士が接するため、両曲面の法線方向が互いに逆向きになる。つまり、

$$\mathbf{R}_{Bi}{}^{Bi}\mathbf{e}_{Cjk} = -\mathbf{R}_{Fjk}{}^{Fjk}\mathbf{e}_{Cjk} \quad (34)$$

$$\mathbf{R}_{Bi}{}^{Bi}\mathbf{e}_{COt} = -\mathbf{R}_{Bl}{}^{Bl}\mathbf{e}_{COt} \quad (35)$$

となる。ここで、 ${}^{Bi}\mathbf{e}_{Cjk} = \frac{\partial S_{Bi}({}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk})/\partial {}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk}}{\|\partial S_{Bi}({}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk})/\partial {}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk}\|}$, ${}^{Fjk}\mathbf{e}_{Cjk} = \frac{\partial S_{Fjk}({}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk})/\partial {}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk}}{\|\partial S_{Fjk}({}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk})/\partial {}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk}\|}$ である。式 (34) と式 (35) を時間に関して微分すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{Bi} \times \mathbf{R}_{Bi}{}^{Bi}\mathbf{e}_{Cjk} + \mathbf{R}_{Bi}\mathbf{A}_{CBjk}{}^{Bi}\dot{\mathbf{p}}_{Cjk} \\ = -\boldsymbol{\omega}_{Fjk} \times \mathbf{R}_{Fjk}{}^{Fjk}\mathbf{e}_{Cjk} - \mathbf{R}_{Fjk}\mathbf{A}_{CFjk}{}^{Fjk}\dot{\mathbf{p}}_{Cjk} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{Bi} \times \mathbf{R}_{Bi}{}^{Bi}\mathbf{e}_{COt} + \mathbf{R}_{Bi}\mathbf{A}_{COit}{}^{Bi}\dot{\mathbf{p}}_{COt} \\ = -\boldsymbol{\omega}_{Bl} \times \mathbf{R}_{Bl}{}^{Bl}\mathbf{e}_{COt} - \mathbf{R}_{Bl}\mathbf{A}_{COlt}{}^{Bl}\dot{\mathbf{p}}_{COt} \end{aligned} \quad (37)$$

ここで、 $\mathbf{A}_{CBjk} = \partial {}^{Bi}\mathbf{e}_{Cjk}/\partial {}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk}^T$, $\mathbf{A}_{CFjk} = \partial {}^{Fjk}\mathbf{e}_{Cjk}/\partial {}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk}^T$ である。

さて、接触点是对象物や指先リンクの表面上にあるため、 ${}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk}$, ${}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk}$ は三次元転がり接触の場合二次元ベクトル $\boldsymbol{\xi}_{CBjk}$, $\boldsymbol{\xi}_{CFjk}$ を用いて†表すことができる [4] [5]。つまり、

$${}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk} = {}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk}(\boldsymbol{\xi}_{CBjk}) \quad (38)$$

$${}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk} = {}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk}(\boldsymbol{\xi}_{CFjk}) \quad (39)$$

$${}^{Bi}\dot{\mathbf{p}}_{Cjk} = \mathbf{L}_{CBjk}\dot{\boldsymbol{\xi}}_{CBjk} \quad (40)$$

$${}^{Fjk}\dot{\mathbf{p}}_{Cjk} = \mathbf{L}_{CFjk}\dot{\boldsymbol{\xi}}_{CFjk} \quad (41)$$

となる。ここで、 $\mathbf{L}_{CBjk} = \partial {}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk}/\partial \boldsymbol{\xi}_{CBjk}^T$, $\mathbf{L}_{CFjk} = \partial {}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk}/\partial \boldsymbol{\xi}_{CFjk}^T$ である。式 (36), (37), (3), (4), (40), (41) より次のような関係式が導かれる。

$$\mathbf{W}_{Cjk} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\xi}}_{CBjk} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_{CFjk} \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{jk} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{Bi} \\ \boldsymbol{\omega}_{Fjk} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\mathbf{W}_{COt} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\xi}}_{COit} \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_{COlt} \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{Ot} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{Bi} \\ \boldsymbol{\omega}_{Bl} \end{bmatrix} \quad (43)$$

ここで、

$$\mathbf{W}_{Cjk} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{Bi}\mathbf{L}_{CBjk} & \mathbf{R}_{Fjk}\mathbf{L}_{CFjk} \\ \mathbf{R}_{Bi}\mathbf{A}_{CBjk}\mathbf{L}_{CBjk} & \mathbf{R}_{Fjk}\mathbf{A}_{CFjk}\mathbf{L}_{CFjk} \end{bmatrix}$$

†二次元平面内の転がりの場合 1 変数で表す。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{W}_{COt} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{Bi} \mathbf{L}_{COit} & \mathbf{R}_{Bi} \mathbf{L}_{COlt} \\ \mathbf{R}_{Bi} \mathbf{A}_{COit} \mathbf{L}_{COit} & \mathbf{R}_{Bi} \mathbf{A}_{COlt} \mathbf{L}_{COlt} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{Y}_{jk} &= \begin{bmatrix} \mathbf{o} & \mathbf{o} \\ (\mathbf{R}_{Bi}^{Bi} \mathbf{e}_{CBjk} \times) & (\mathbf{R}_{Fjk}^{Fjk} \mathbf{e}_{CFjk} \times) \end{bmatrix} \\
 \mathbf{Y}_{Ot} &= \begin{bmatrix} \mathbf{o} & \mathbf{o} \\ (\mathbf{R}_{B1}^{B1} \mathbf{e}_{COit} \times) & (\mathbf{R}_{B2}^{B2} \mathbf{e}_{COlt} \times) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

である。式(42), (43)の左辺の行列 $\mathbf{W}_{Cjk}$, $\mathbf{W}_{COt}$ は6行4列の行列である。ただし、6行のうち、4行のみが独立である。

なぜなら、式(34)と式(35)は、法線ベクトルが単位ベクトルなためそれぞれ2行のみが独立であり、式(3), (4)は、2表面に対する接線方向の運動を表すが、それぞれの表面で接線ベクトルは互いに共通となるため2行のみが独立であるからである[4]。これより、式(42), (43)を $\dot{\mathbf{x}}_{CBjk}$, $\dot{\mathbf{x}}_{CFjk}$, $\dot{\mathbf{x}}_{COit}$, $\dot{\mathbf{x}}_{COlt}$ について解くことができ、さらに式(40), (41)に代入することで ${}^{Bi}\dot{\mathbf{p}}_{CBjk}$, ${}^{Fjk}\dot{\mathbf{p}}_{CFjk}$, ${}^{Bi}\dot{\mathbf{p}}_{COit}$, ${}^{Bl}\dot{\mathbf{p}}_{COlt}$ を求めることができる。

原田研介 (Kensuke Harada)

1968年9月28日生。1997年3月京都大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了。博士(工学)。同年4月広島大学助手。現在に至る。ロボットハンド、ロボットマニピュレータの力学と制御に関する研究に興味を持つ。計測自動制御学会、日本機械学会などの会員。(日本ロボット学会正会員)

金子 真 (Makoto Kaneko)

1954年1月18日生。1981年3月東京大学工学系研究科博士課程卒業。工学博士。同年4月通産省工業技術院機械技術研究所入所。1990年4月、九州工業大学情報工学部助教授。1993年10月広島大学教授。現在に至る。ロボットハンド、力覚センサ、触覚ベースタクトアクティブセンシングなどの研究に興味を持つ。IEEE、計測自動制御学会、日本機械学会などの会員。(日本ロボット学会正会員)。