重力場における複数対象物の平衡把握とそのロバスト性

原 田 研 介* 金 子 真*

Equilibrium Grasp and its Robustness for Multiple Objects
under Gravitational Field

Kensuke Harada* and Makoto Kaneko*

This paper discusses the robustness of the equilibrium grasp of multiple objects. We first provide a general mathematical formulation on the kinematic relationship for multiple objects grasped by a multi-fingered robot hand assuming that the rolling condition is satisfied at each contact point. We define the rolling based redundancy under gravitational field, in which the grasped objects have degrees of freedom of motion through rolling even if the finger posture is fixed. When the finger-object system is rotated, the equilibrium before rotation is lost if the system has the rolling based redundancy. However, if the system can find another equilibrium state close to the original one, we say that there exists the neighborhood equilibrium. We evaluate the robustness of the equilibrium state by utilizing the rotating angle, where the system loses the neighborhood equilibrium. We show several numerical examples to verify our idea.

Key Words: Robustness, Neighborhood Equilibrium, Multiple Objects, Rolling Contact, Rolling Based Redundancy

1. 緒 言

ロボットハンドとして最も単純なものに、グリッパ型ロボットハンドがある。これは自由度が少なく制御が簡単である反面、器用さが要求されるような環境には適さない。これに対し、人の手のような多くの指と関節を備えた多指ロボットハンドは、その自由度を巧みに利用して、複雑な作業を実現する潜在的能力を備えている。

従来ロボットハンドについては、把握の安定性を確保する把握形態や把握制御則に関する研究 [1]~[4] や、把握平衡や Force Closure (任意の外力, 外モーメントに抗することができる把握形態) を実現する研究 [5] [6], 滑りや転がりを利用した対象物の操りに関する研究 [7]~[9] が行われてきたが、いずれも単一対象物を取り扱うことが大前提となっていた。これに対し Dauchez ら [10], Kosuge ら [11] は複数アームのそれぞれに単一対象物を把握させて、全体のロボットシステムとして複数対象物を取り扱う問題について論じているが、個々の対象物レベルでは Force Closure 条件が成り立っているため、それぞれのアームに着目すれば単一対象物を取り扱っているのと同じである。南ら [12] は、複数の箱型対象物を 2 本のロボットアームにより挟み込み、持ち上げる問題に関する報告を行っており、また組み立て作業の分野においては、Mattikalli ら [13] が複数の物体の安定な配置決定法について論じているが、いずれの研

究も対象物の転がりといった運動学的自由度がない場合に限定されている。これに対し、筆者らは転がり接触まで許して複数対象物を把握する場合、指先把握よりも包み込み把握のほうが有利であることに着目し、把握系の運動学および重力場におかれた複数対象物の持ち上げの力学的条件について考察してきた [14] [15]。一方、単一対象物体を包み込み把握する場合、ハンドと対象物の接触点数を増やすことにより容易に Force Closure が実現できるものの、転がり条件を満足する複数対象物体に対して少ない指数で Force Closure を実現することは一般に容易ではない。この点を踏まえて、本論文では Force Closure という強い拘束条件を把握系に期待するのではなく、重力場における複数対象物体の平衡把握問題を取り扱う。したがって Force Closure に比べ、対象物に課される拘束は弱くなる。平衡把握の定義は、対象物に作用する力とモーメントが釣り合うことである。ここで、円柱と楕円柱がテーブルに置かれていて、テーブルを水平面から傾けていく場合を想定してみよう (Fig. 1)。円柱の場合はテーブル面が少しでも傾くと転がり始め、その後平衡状態になることはない。ところが楕円柱の場合はテーブル面が傾くと平衡状態は一時的にくずれるものの、やがて次の平衡状態に落ち着く。このことは、楕円柱は円柱に比べて平衡把握に関して外乱に対してロバストであるとみなすことができる。

本論文では、このような平衡把握のロバスト性を、さらに複数対象物把握問題に拡張して考察する。任意の平衡状態にある把握系においてその重力場の方向を変えた場合、一般に平衡状態が失われるが、その近傍で再び平衡することが保証されるとき、把握系は近傍平衡であると定義する。一方、重力場の方

原稿受付 1998 年 2 月 18 日

*広島大学工学部

*Hiroshima University

Fig. 1 A cylindrical and an ellipsoidal objects on table

向を徐々に変えていった場合、やがて近傍平衡も実現できなくなってしまう、把握系が壊れてしまう。このときの角度を平衡把握のロバスト性の指標とする。論文の構成としては、第2章では、転がり接触を仮定して複数対象物の把握のモデル化を行う。第3章では従来の平衡把握の条件を複数対象物系に対して拡張し、数値例によりどのような複数対象物把握系に対して平衡把握が満足されるかを吟味する。第4章では近傍平衡の定義を行い、把握のロバスト性について議論する。

2. モデル化

Fig. 2 は、 m 対象物系を n 本指で把握する場合をモデル化したものであり、第 j 指が第 i 対象物と転がり接触し、第 i 対象物が第 l 対象物と転がり接触している場合を表している。 Σ_R は基準座標系を表し、 Σ_{Bi} ($i = 1, \dots, m$) は第 i 対象物の重心に固定された座標系、 Σ_{Fjk} ($j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, c_j$) は第 j 指の第 k 接触点を有する指リンクに固定された座標系を表し、 c_j は第 j 指の接触点数を表す。 $\mathbf{p}_{Bi}$, $\mathbf{R}_{Bi}$ は基準座標系から見た Σ_{Bi} の位置ベクトル、ならびに姿勢を表す回転行列であり、同様に $\mathbf{p}_{Fjk}$, $\mathbf{R}_{Fjk}$ は基準座標系から見た Σ_{Fjk} の位置ベクトル、ならびに姿勢を表す回転行列である。 ${}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk}$ は Σ_{Bi} から見た第 i 対象物と第 j 指の第 k 接触点の位置ベクトルであり、同様な接点を Σ_{Fjk} で表したベクトルが ${}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk}$ である。また、 ${}^{Bi}\mathbf{p}_{COt}$ ($t = 1, \dots, r$) は Σ_{Bi} から見た第 i 対象物と第 l 対象物の接触点の位置ベクトルであり、 r は対象物同士の接触点数を表す。なお、本論文では表記の便宜上、指と対象物同士の接触点と対象物同士の接触点とを区別して表記するため、対象物同士の接触点には添字に O を加えて ${}^{Bi}\mathbf{p}_{COt}$ のような形とした。また、第 j 指は s_j 個の関節を持つ。

第 i 対象物と第 j 指の第 k 接触点との接点は、 Σ_{Bi} と Σ_{Fjk} からみた接触点の位置ベクトルをそれぞれ用いることにより表すことができる。また、同様に第 i 対象物と第 l 対象物の接触点も Σ_{Bi} と Σ_{Bl} により表すことができる。つまり、

$$\mathbf{p}_{Bi} + \mathbf{R}_{Bi} {}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk} = \mathbf{p}_{Fjk} + \mathbf{R}_{Fjk} {}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk} \quad (1)$$

$$\mathbf{p}_{Bi} + \mathbf{R}_{Bi} {}^{Bi}\mathbf{p}_{COt} = \mathbf{p}_{Bl} + \mathbf{R}_{Bl} {}^{Bl}\mathbf{p}_{COt} \quad (2)$$

である。接触点においては、滑りが生じないと仮定する。これは、接触点において静止摩擦係数が十分大きいことを意味する。また、これらの接触点では転がり接触すると仮定する。このため、第 i 対象物と第 j 指の接触点の転がりによる微小変位、あるいは第 i 対象物と第 l 対象物の接触点の転がりによる微小変位は等しくなる [7] [9]。つまり、

$$\mathbf{R}_{Bi} \Delta {}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk} = \mathbf{R}_{Fjk} \Delta {}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk} \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_{Bi} \Delta {}^{Bi}\mathbf{p}_{COt} = \mathbf{R}_{Bl} \Delta {}^{Bl}\mathbf{p}_{COt} \quad (4)$$

Fig. 2 Model of the system

である。ここで、 Δ は変分を表す。式 (1)、式 (2) の変分に、式 (3)、式 (4) を考慮することにより、以下のような式が得られる。

$$\mathbf{D}_{Bjk} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p}_{Bi} \\ \Delta \phi_{Bi} \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{Fjk} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p}_{Fjk} \\ \Delta \phi_{Fjk} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{D}_{Oit} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p}_{Bi} \\ \Delta \phi_{Bi} \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{Olt} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p}_{Bl} \\ \Delta \phi_{Bl} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{D}_{Bjk} = [I - (\mathbf{R}_{Bi} {}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk} \times)] \in R^{3 \times 6}$$

$$\mathbf{D}_{Fjk} = [I - (\mathbf{R}_{Fjk} {}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk} \times)] \in R^{3 \times 6}$$

$$\mathbf{D}_{Oit} = [I - (\mathbf{R}_{Bi} {}^{Bi}\mathbf{p}_{COt} \times)] \in R^{3 \times 6}$$

ここで、 I は単位行列で、 $(\mathbf{R}_{Bi} {}^{Bi}\mathbf{p}_{Cjk} \times)$, $(\mathbf{R}_{Fjk} {}^{Fjk}\mathbf{p}_{Cjk} \times)$, $(\mathbf{R}_{Bi} {}^{Bi}\mathbf{p}_{COt} \times)$ はそれぞれ外積と等価な歪対称行列である。また、 $\Delta \phi_{Bi}$, $\Delta \phi_{Fjk}$ は座標系 Σ_{Bi} , Σ_{Fjk} の Σ_R に関する微小回転角ベクトルである。 Σ_{Fjk} の微小変位量は第 j 指の関節変位を用いて以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p}_{Fjk} \\ \Delta \phi_{Fjk} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{jk} \Delta \theta_j \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{J}_{jk} \in R^{6 \times s_j}$ は第 j 指の関節に関する第 k 接触点のヤコビ行列であり、 $\Delta \theta_j$ は第 j 指の関節変位により構成されるベクトルである。式 (5) を式 (7) に考慮し、第 j 指のすべての接触点についてまとめた形で記述することにより、次式が得られる。

$$\mathbf{D}_{Bj} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p}_{B1} \\ \Delta \phi_{B1} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{p}_{Bm} \\ \Delta \phi_{Bm} \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{Fj} \Delta \theta_j \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{D}_{Fj} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{Fj1} \mathbf{J}_{j1} \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{Fjc_j} \mathbf{J}_{jc_j} \end{bmatrix} \in R^{3c_j \times s_j}$ であり、 $\mathbf{D}_{Bj} \in R^{3c_j \times 6m}$ は、構成する行列のうち第 k ($k = 1, \dots, c_j$) 行に着

目すると、第 (k, i) 要素が D_{Bjk} で、それ以外が $\mathbf{0}$ により構成される行列である。次に、式 (6) を対象物同士のすべての接触点についてまとめて、以下のように記述する。

$$D_O \begin{bmatrix} \Delta p_{B1} \\ \Delta \phi_{B1} \\ \vdots \\ \Delta p_{Bm} \\ \Delta \phi_{Bm} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (9)$$

ここで、 $D_O \in R^{3r \times 6m}$ は、構成する行列のうち第 t ($t = 1, \dots, r$) 行に着目すると、 $i < l$ の場合、第 (t, i) 要素が D_{Oit} で第 (t, l) 要素が $-D_{Olt}$ により構成され、それ以外の要素が $\mathbf{0}$ により構成される行列である。式 (8)、式 (9) より、ロボット指の関節の微小変位と対象物の変位との関係式が以下のとおりに得られる。

$$D_F \Delta \theta = D_B \Delta p_B \quad (10)$$

ここで、

$$D_F = \begin{bmatrix} D_{F1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & D_{Fn} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in R^{(3\sum_{j=1}^n c_j + 3r) \times (\sum_{j=1}^n s_j)}$$

$$\Delta \theta = [\Delta \theta_1^T \cdots \Delta \theta_n^T]^T \in R^{\sum_{j=1}^n s_j}$$

$$D_B = [D_{B1}^T \cdots D_{Bn}^T D_O^T]^T \in R^{(3\sum_{j=1}^n c_j + 3r) \times 6m}$$

$$\Delta p_B = [\Delta p_{B1}^T \Delta \phi_{B1}^T \cdots \Delta p_{Bm}^T \Delta \phi_{Bm}^T]^T \in R^{6m}$$

である。式 (10) において、 $\text{rank} D_B = \text{rank}[D_B \ D_F \Delta \theta]$ のとき、解として、 $\Delta \theta$ に対応する Δp_B が存在する。特に $\text{rank} D_B = 6m$ のとき $\Delta \theta$ に対応する Δp_B が唯一存在し、 $\text{rank} D_B < 6m$ のとき $\Delta \theta$ が決まっても Δp_B において任意性が残り、対象物の運動に $6m - \text{rank} D_B$ 自由度の冗長自由度が存在することになる。接触点において転がり接触を仮定したため、対象物は指リンク上を転がりにより移動する。ここで以下の定義を行う。

[定義 1]: 転がり冗長性

指関節を固定しても対象物が滑りを伴わず転がりによって動ける自由度をもつ場合、つまり、

$$\text{rank} D_B < 6m$$

のとき、系は

$$\kappa = 6m - \text{rank} D_B$$

自由度の転がり冗長性を持つ。

なお、式 (10) において、行列 D_F, D_B は θ, p_B 以外にも接触点の位置ベクトルである ${}^{Bi}p_{C11}, {}^{F11}p_{C11}, \dots, {}^{Bi}p_{COt}$ の関数である。接触点において転がりが生じる場合、このベクトル $\mathbf{u}$ が変化する。接触点の位置ベクトル $\mathbf{u}$ は、Kerr ら [7] によって提案された方法を複数対象物系に拡張することで、以下のように導出することができる。

$$\Delta \mathbf{u} = U_B \Delta p_B + U_F \Delta \theta \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{u} = [{}^{Bi}p_{C11}^T, {}^{F11}p_{C11}^T, \dots, {}^{Bi}p_{COt}^T]^T$ である。

モデル化は三次元空間内のハンドに対して行ったが、ハンドと対象物の動作が二次元平面に限定される場合には、モデル化に若干の変更が必要である。まず、三次元において外積に等価な歪対象行列 $\mathbf{a} \times$ は $(\mathbf{a} \times) = [-a_y \ a_x]$ によって再定義される。また、 $D_B \in R^{(\sum_{j=1}^n 2c_j + 2r) \times 3m}$ となる。次章以降、定式化は三次元で行うが、数値例は簡単のため二次元で行う。

3. 平衡把握の解析

3.1 平衡把握の条件

本節では複数対象物の把握系の静力学的関係式を導出し、その式をもとに平衡把握の条件を紹介する。対象物にロボット指から加わる接触力と対象物重心に加わる力との関係式は、式 (10) を用いて、次式のように導出される。

$$\mathbf{f}_B = D_B^T \mathbf{f}_C - \mathbf{m}g \quad (12)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_B &= [\mathbf{f}_{B1}^T \ \mathbf{n}_{B1}^T \cdots \mathbf{f}_{Bm}^T \ \mathbf{n}_{Bm}^T]^T \in R^{6m} \\ \mathbf{f}_C &= [\mathbf{f}_{C11}^T \cdots \mathbf{f}_{COt}^T]^T \in R^{3\sum_{j=1}^n c_j + 3r} \\ \mathbf{m} &= [\mathbf{m}_1^T \ \mathbf{0} \cdots \mathbf{m}_m^T \ \mathbf{0}]^T \in R^{6m} \end{aligned}$$

であり、 $\mathbf{f}_{Bi} \ \mathbf{n}_{Bi}$ ($i = 1, \dots, m$) は第 i 対象物重心に働く力とモーメントを表し、 $\mathbf{f}_{Cjk}$ ($j = 1, \dots, n, k = 1, \dots, c_j$) は第 j 指の第 k 接触点に対象物に加える力を表す。また、 $\mathbf{f}_{COt}$ ($t = 1, \dots, r$) は対象物間の接触力ベクトルであり、第 i 対象物と第 l 対象物間の接触では、 $i < l$ のとき第 l 対象物が第 i 対象物に加える力と定義する。 $\mathbf{m}g$ は対象物に加わる重力に関する項である。

対象物が平衡状態にあることを考える。平衡状態では、式 (12) において $\mathbf{f}_B = \mathbf{0}$ を満足する接触力 $\mathbf{f}_C$ が存在し、またその接触力が静止摩擦円錐の中に入る。以下のとおりに単一対象物に関する平衡把握を複数対象物系に拡張する。

[定理 1]: 平衡把握

複数対象物把握系が把握平衡できるための必要十分条件は次式を満たすことである。

$$\text{rank} D_B^T = \text{rank}[D_B^T \ \mathbf{m}] \quad (13)$$

$$\mathbf{f}_{Cjk}^T \mathbf{e}_{Cjk} \geq \frac{\|\mathbf{f}_{Cjk}\|}{\sqrt{1 + \mu_{jk}^2}} \quad \left(\begin{array}{l} j = 1, \dots, n \\ k = 1, \dots, c_j \end{array} \right) \quad (14)$$

$$\mathbf{f}_{COt}^T \mathbf{e}_{COt} \geq \frac{\|\mathbf{f}_{COt}\|}{\sqrt{1 + \mu_t^2}} \quad (t = 1, \dots, r) \quad (15)$$

ここで、 $\mathbf{e}_{Cjk}, \mathbf{e}_{COt}$ は接触点における単位法線ベクトルであり、 μ_{jk}, μ_t は静止摩擦係数である。

証明略

なお、以上の条件を満たし $\mathbf{f}_C$ が存在する場合、特に $\text{rank} D_B^T = \sum_{j=1}^n 3c_j + 3r$ のとき、 $\mathbf{f}_C$ は一意に存在し、 $\text{rank} D_B^T < \sum_{j=1}^n 3c_j + 3r$ の場合 $\sum_{j=1}^n 3c_j + 3r - \text{rank} D_B^T$ 自由度の内力が存在する。

Fig. 3 Several configurations of grasp of multiple objects

3.2 数値例

把握形態を Fig. 3 に示す. すべての場合について重力は上から下方向に働いており, 接触点に働く静止摩擦係数は滑りが発生しない程度に十分大きいとした. 対象物は半径 1 重量 1 の円柱とした. また, 対象物を把握する指は平板とし, 各指は上下方向と左右方向に動く 2 自由度の直動関節を有するとした. (a), (b), (c) は二つの円柱対象物を 2 本の指でそれぞれ下 45 度, 真横, 上 45 度から把握する形態である. また, (d) は三つの円柱対象物を用い, 中央の対象物が両端の対象物から下 45 度の角度で支えられ, 両端の対象物が下 45 度の角度で指によって支えられている. (d) は中央の対象物に関して左右対称に把握しているが, (e) では 3 対象物系に対し, 中央の対象物は左真横からと右下 45 度から両端の対象物によって支えられ, 左端の対象物は下 45 度で指により支えられ, 右端の対象物は真下から指によって支えられている. また, (f) では左右対称に四つの円柱対象物を 2 本指で把握している. (g), (h) は単一対象物が 1 本指に支えられている. (g) は指が水平であるが, (h) は (g) と比べて 5 度傾いている.

これらの把握形態に対して, $\text{size} D_B^\dagger$, $\text{rank} D_B$, $\text{rank}[D_B D_F \Delta\theta]$, $\text{rank}[D_B^T m]$ を調べた結果を Table 1 に示す. すべての場合について, 動作は二次元平面内に限定されるため, $\text{size} D_B = (\sum_{j=1}^n 2c_j + 2r) \times 3m$ となる. $\text{rank} D_B < 3m$ である. (b), (d), (e), (f), (g), (h) は転がり冗長性があることが分かる. つまり, これらは指位置を固定しても対象物が指リンク上を移動することが可能である. Fig. 4 には, 特に (d) の把握形態の転がり冗長性を表している. 左右どちらの図も指姿勢は同じであるが, 左右の図の間の対象物の遷移は滑りを伴わずに転がりにより行える. また, (h) より, 単一対象物の把握にも転がり冗長性が存在している場合があることが分かる. また, (b) 以外いずれの場合も $\text{rank} D_B = \text{rank}[D_B D_F \Delta\theta]$ であることより, 対象物の変位である Δp_B は存在することが分かる. (b) は $\Delta\theta$ の取り方により $\text{rank}[D_B D_F \Delta\theta]$ が変化する. つまり, 対象物を圧縮する方向に $\Delta\theta$ を定義しても, それに対応する Δp_B は存在しない. また, $\text{rank} D_B^T < \sum_{j=1}^n 2c_j + 2r$ であるのは (b) で, 内力の自由度があることが分かる. この場合, 対象物を圧縮する方向に内力を加えることができる.

[†] 本論文では行列のサイズを表すため, 行列 $A \in R^{m \times n}$ に対し, 関数 $\text{size} A = m \times n$ を定義する.

Table 1 Size and rank of the matrices

	$\text{size} D_B$	$\text{rank} D_B$	$\text{rank}[D_B D_F \Delta\theta]$	$\text{rank}[D_B^T m]$
(a)	6×6	6	6	6
(b)	6×6	5	5 or 6	6
(c)	6×6	6	6	6
(d)	8×9	8	8	8
(e)	8×9	8	8	9
(f)	10×12	10	10	11
(g)	2×3	2	2	2
(h)	2×3	2	2	3

Fig. 4 Rolling based redundancy in (d)

Table 2 Equilibrium conditions

	Equilibrium condition eq. (13)	Friction condition eqs. (14) and (15)
(a)	○	○
(b)	×	-
(c)	○	×
(d)	○	○
(e)	×	-
(f)	×	-
(g)	○	○
(h)	×	-

Fig. 5 Contact force of (a) and (e)

次に, 平衡把握の条件である式 (13), 式 (14), 式 (15) を適用した場合の結果を Table 2 に示す. まず, 二つの円柱対象物を 2 本指で把握した場合の (a), (b), (c) において, (a) は平衡するが, (b), (c) は平衡しない. (b) は重力場では式 (13) が満足されず, 平衡する接触力自体が存在しないが, (c) は式 (14), 式 (15) が満足されず, 平衡する接触力は存在するが負の接触力となるため, 接触力が摩擦円錐の中に入らない. 一方, 三つの円柱対象物を 2 本指で把握した場合の (d), (e) において, 左右対称に把握した (d) は平衡するが, (e) は平衡しない. (e) が平衡しない理由を Fig. 5 に示す. 図では (a) と (e) を比較している. (a), (e) はいずれも内力の自由度がないため接触力が一意に決まるが, (e) は (a) の右の指が対象物に置き換えられたものと考えられるので, (e) の左の二つの対象物は (a) の二つの対象物と同じ接触力となるはずである. このとき, (e) の右端の対象物を平衡させる指力は存在しない. 図ではモーメントを釣り合わせる指力を示しているが, この場合水平方向の力がバランスせず, 対象物は右方向に動き出す. また, 四つの円

柱対象物を2本指で把握した場合は、(f)において左右対称でも平衡しない。(f)が平衡しない理由は(e)と同様な考察を行うことにより示すことができる。また、一つの対象物を把握する(g)、(h)において、(g)の真下から把握した場合は平衡するが、(h)の指が傾いた場合は平衡しなくなる。ただし、緒言でも述べたとおりに、(h)で対象物が楕円の場合は、指上をしばらく転がり、再び平衡することが想像される。つまり、(g)から(h)に指を変化させた場合、対象物が再び平衡するかどうかは対象物の形状と強く関与していることが分かる。一方、単一対象物に限らず複数対象物においても、(e)のように円柱の場合には平衡にはならないが、これが楕円柱に置き換えられると、転がり冗長性によって最終的に平衡把握に到達する可能性を秘めている。この点について4章で詳細に論じる。

4. 平衡把握のロバスト性

4.1 定式化

本章では転がり冗長性がある場合、つまり $\text{rank} \mathbf{D}_B < 6m$ の場合を考え、平衡が崩れた場合でも、転がり冗長性を利用して再び平衡状態に移動できる可能性を示し、把握のロバスト性の解析を行う。本章では、平衡の条件である式(13)、式(14)、式(15)のうち、特に摩擦条件である式(14)、式(15)は保たれ続け、式(13)の条件のみが崩れている場合を考える。

まず、転がり冗長性を物理的に意味のある変数により表現することを考える。式(10)を $\Delta \mathbf{p}_B$ について解くことを考える。 $\mathbf{D}_B$ の逆行列がとれるようにするため、新たな変数 $\Delta \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{E}_B \Delta \mathbf{p}_B$ を設ける。この変数 $\Delta \boldsymbol{\lambda}$ は $\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_B \\ \mathbf{E}_B \end{bmatrix} = 6m$ とできる最小の次元数を有している。特に $\text{rank} \mathbf{D}_B = \sum_{j=1}^n 3c_j + 3r$ の場合、 $\dim \boldsymbol{\lambda} = 6m - \sum_{j=1}^n 3c_j - 3r$ となる。この変数 $\Delta \boldsymbol{\lambda}$ を用いて、式(10)を以下のとおりに $\Delta \mathbf{p}_B$ について解くことができる

$$\Delta \mathbf{p}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_B \\ \mathbf{E}_B \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} \mathbf{D}_F \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\triangleq \mathbf{H}_F \Delta \boldsymbol{\theta} + \mathbf{H}_G \Delta \boldsymbol{\lambda} \quad (17)$$

本論文で式(16)、式(17)を用いた理由や、用いる際に注意すべき点を付録に示す。式(17)は対象物の変位 $\Delta \mathbf{p}_B$ を決めるためには関節変位 $\Delta \boldsymbol{\theta}$ と $\Delta \boldsymbol{\lambda}$ の両方を決める必要があることを示している。また、 $\Delta \boldsymbol{\lambda}$ が関節変数が固定された後に残る自由度を表しており、転がり冗長性の定義と合致する。また、式(16)をもとに転がり冗長性の定式化を行ったのは、 $\Delta \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{E}_B \Delta \mathbf{p}_B$ のように $\Delta \boldsymbol{\lambda}$ を $\Delta \mathbf{p}_B$ の関数とし、その物理的意味を明確にするためである。 $\boldsymbol{\lambda}$ の具体的な選択については数値例の章で一例を示すこととする。また式(16)において、行列 $\mathbf{D}_B, \mathbf{D}_F$ は接触点の位置ベクトルである $\mathbf{u} = [\mathbf{p}_{C11}^T, \mathbf{p}_{C11}^T, \dots, \mathbf{p}_{COr}^T]^T$ の関数であったため、式(17)の行列 $\mathbf{H}_F, \mathbf{H}_G$ も $\mathbf{u}$ の関数となる。つまり、対象物の転がりにより接触点が変わった場合、行列 $\mathbf{H}_F, \mathbf{H}_G$ も変化することになる。これより、行列 $\mathbf{H}_G$ が接触点の変化に応じて変化する特性を利用し、平衡にない場合でも重力によるポテンシャルエネルギーを小さくする方向に対象物が移動し、自動的に平衡する可能性があることを示す。

対象物系が平衡状態にないとする。このとき、対象物はポテンシャルエネルギーが小さくなる方向に移動する。まず、対象物系のポテンシャルエネルギーは以下により与えられる。

$$U = \mathbf{p}_B^T \mathbf{m} \mathbf{g} \quad (18)$$

式(18)の変分に式(17)を考慮すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{\partial U}{\partial \mathbf{p}_B^T} \Delta \mathbf{p}_B \\ &= \frac{\partial U}{\partial \mathbf{p}_B^T} (\mathbf{H}_F \Delta \boldsymbol{\theta} + \mathbf{H}_G \Delta \boldsymbol{\lambda}) \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 $\boldsymbol{\theta}$ を固定して考える。すると、式(19)は $\boldsymbol{\lambda} - U$ 空間における超曲面を表している。また、準静的な状況を考え、対象物が動く速度は十分遅いとする。このとき、対象物はポテンシャルエネルギーが一番小さくなる方向に動くと考えられる。つまり $\boldsymbol{\lambda}$ の変化は最急降下法により次式で与えられる。

$$\Delta \boldsymbol{\lambda}^T = -\epsilon \frac{\partial U}{\partial \mathbf{p}_B^T} \mathbf{H}_G \quad (20)$$

ここで、 ϵ は十分小さい正の定数である。対象物が式(19)に示される超曲面上を式(20)により示される方向に移動し、最終的に $\Delta U = 0$ となる点に到達すると、対象物は再び平衡すると考えられる。後に数値例で示すように、 $\Delta U = 0$ となる点が存在するかどうかは対象物や指の形状に依存する。ここで、近傍平衡の概念を定義する。

[定義2]: 近傍平衡

対象物が $\boldsymbol{\lambda}_0$ の位置にあるとする。このとき、 $\|\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}_0\| < l_\epsilon$ の開近傍において、 $\boldsymbol{\lambda}$ が $\Delta U = 0$ を満足する点に到達するとき、近傍平衡すると定義する。

なお、本節では $\Delta U = 0$ となった時点で平衡するとし、安定性についてはなんら議論していない。安定性を確保するためには平衡点において、 $\Delta \boldsymbol{\lambda}$ のすべての方向に対し ΔU が正になる必要がある。

次に、把握のロバスト性を議論する。ハンド-対象物系を回転させて、どの回転角まで近傍平衡が満足できるかを考える。重力は絶対座標系の z 軸方向に働いているため、この z 軸まわりの回転は近傍平衡に影響を及ぼさない。よって、 $x-y$ 平面内の単位ベクトル $\mathbf{k}$ まわりに対象物を角度 α [rad] 回転させる (Fig. 6)。このとき、系のポテンシャルエネルギーは次式によって表される。

$$U = \sum_{i=1}^m (\mathbf{R}_\alpha \mathbf{p}_{Bi})^T \mathbf{m}_i \mathbf{g} \quad (21)$$

ここで、

$$\mathbf{R}_\alpha = \begin{bmatrix} k_x^2 V_\alpha + C_\alpha & k_x k_y V_\alpha - k_z S_\alpha & k_x k_z V_\alpha + k_y S_\alpha \\ k_x k_y V_\alpha + k_z S_\alpha & k_y^2 V_\alpha + C_\alpha & k_y k_z V_\alpha - k_x S_\alpha \\ k_x k_z V_\alpha - k_y S_\alpha & k_y k_z V_\alpha + k_x S_\alpha & k_z^2 V_\alpha + C_\alpha \end{bmatrix}$$

$$V_\alpha = 1 - C_\alpha$$

$$C_\alpha = \cos \alpha$$

$$S_\alpha = \sin \alpha$$

$$\begin{aligned} \mathbf{k} &= [k_x \ k_y \ k_z]^T \\ &= [\cos \psi \ \sin \psi \ 0]^T \end{aligned}$$

Fig. 6 Rotation of the hand-object system

である. この U を用いて式 (19), 式 (20) を計算する. そして, 近傍平衡を満足する最大の $\|\alpha\|$ を $\alpha_{\max}(\mathbf{k})$ とすると, $\alpha_{\max}(\mathbf{k})$ の $\mathbf{k}$ に関する最小値が大きな把握形態は系の回転に対してロバストな把握形態であると考えことができ, 把握のロバスト性を以下のように定義できる.

[定義 3]: 平衡把握のロバスト性

近傍平衡を満足する $\|\alpha\|$ の最大値の $\mathbf{k}$ に関する最小値である

$$J = \min_{0 \leq \psi < \pi} \alpha_{\max}(\mathbf{k}) \quad (22)$$

をロバスト性の指標とする.

4.2 数値例

数値例として, Fig. 7 に示されているような 1 自由度の回転関節をもつ指 2 本の上に三つの対象物が乗っている場合を考える. 3.2 節での 3 対象物系を 2 本指で把握する場合の考察より, ハンド-対象物系は少しでも傾くと平衡しなくなると考えられる. 二つの数値例を行った. 一つは対象物が二つの楕円柱と一つの円柱の場合で, もう一つは対象物が三つとも円柱の場合である. 行った二つの数値例について, アームの位置を決めても対象物はアーム上を転がることができるため, 転がり冗長性が生じていることが分かる. 数値例に用いた楕円柱対象物は長軸の長さが 2 で短軸の長さが 1 であり, 円柱対象物は半径が 1 である. すべての対象物の重さは 1 とした. 左右の指リンクは水平にした状態から 5 度傾いた姿勢で固定した. また, 楕円柱対象物は初期姿勢において短軸が指と接しており, 長軸から $\pi/6$ [rad] の角度で中央の円柱対象物と接している. 式 (16) における λ , $\mathbf{E}_B$ は以下のように定義した.

$$\lambda = x_{B1}$$

$$\mathbf{E}_B = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

ここで, x_{B1} は第 1 対象物の重心位置の x 座標である. このように λ を選択すると, 行列 $\begin{bmatrix} \mathbf{D}_B \\ \mathbf{E}_B \end{bmatrix}$ は正則となり, 逆行列がとれる. 近傍平衡を考慮するための開近傍の半径は $l_e = 0.7$ とした. また, 本節の数値例は二次元平面内の運動に限られるため, 把握ロバスト性を考慮するためのベクトル $\mathbf{k}$ の向きは紙面に垂直に固定される. このとき, ロバスト性の指標 J は

$$J = \alpha_{\max}$$

Fig. 7 Overview of the example

Fig. 8 Change of potential energy after rotation

となる. ここで, $\alpha_{\max}$ は近傍平衡を満足する $\|\alpha\|$ の最大値である.

まず, それぞれの場合についてロバスト性の指標 J を求めた. α を 0.001 [rad] 刻みで計算し, 対象物が二つの楕円柱と一つの円柱の場合 $J = 0.679$ [rad] となった. つまり, ハンド-対象物系が 0.679 [rad] 傾くまでは, 近傍平衡することが分かる. 次に, 対象物が三つの円柱の場合 $J = 0$ [rad] となった. つまり, ハンド-対象物系が少しでも傾くと平衡しなくなることが分かる. これより, 楕円柱のほうが傾きに対してはロバストであることが分かり, このことは直感的に予想される結果とも一致する. 次に, λ を変化させた場合のポテンシャルエネルギー U を Fig. 8 に示した. (a) は二つの楕円柱対象物と一つの円柱対象物のポテンシャルエネルギーを $\alpha = -0.679$ [rad] について調べたものであり, (b) は $\alpha = -0.65$ [rad] について調べたものである. また, (c) は三つの円柱対象物のポテンシャルエネルギーを $\alpha = -0.679$ [rad] について調べたものである. い

ずれの図でも初期姿勢から λ が増加すると、ポテンシャルエネルギーは減少する。(a) は近傍平衡する限界であり、 λ が増加するに従って、 $\lambda = 5.45$ 付近で $\Delta U = 0$ となるが、 λ が更に増加すると U は再び減少を始める。(b) は近傍平衡の限界まで 0.029 [rad] の余裕があり、 λ が増加するに従って、 $\lambda = 5.4$ 付近で $\Delta U = 0$ となり、その後 U は増加する。ただし、ここで $\Delta U = 0$ となる λ の値それ自体には重要な意味はなく、近傍平衡の半径 $l_e = 0.7$ の範囲で $\Delta U = 0$ を満足できるかどうか、という点が重要である。最後に、(c) において、三つの円柱対象物では λ が増加するに従って U は単調減少し、近傍平衡しない。つまり、二つ楕円柱で一つ円柱の対象物把握系はロバストな把握で、三つとも円柱対象物の把握系はロバストでないと考えられる。

5. 結 言

本論文では、複数対象物の平衡把握とそのロバスト性について考察した。まず、転がり接触を仮定して複数対象物の把握のモデル化を行った。次に、従来の平衡把握の条件を複数対象物系に対して拡張し、数値例によりどのような複数対象物把握系に対して平衡把握が満足されるかを吟味した。さらに、近傍平衡の定義を行い、把握のロバスト性について議論した。今後の課題としては、導出した結果を実機により検証することが考えられる。最後に本研究は科学研究費重点領域「知能ロボット」において行われた研究であることを付記しておく。

参 考 文 献

- [1] M.R. Cutkosky and I. Kao: "Computing and Controlling the Compliance of a Robotic Hand," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.5, no.2, pp.151-165, 1989.
- [2] 金子, 今村, 横井, 谷江: "摩擦を考慮した多指ハンドの剛性モデルによる安定把握解析", 日本ロボット学会誌, vol.7, no.3, pp.161-171, 1989.
- [3] W.S. Howard and V. Kumar: "On the Stability of Grasped Objects," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.12, no.6, pp.904-917, 1996.
- [4] H. Maekawa, K. Tanie, and K. Komoriya, "Kinematics, Statics and Stiffness Effect of 3D Grasp by Multifingered Hand with Rolling Contact at the Fingertip," Proc. of 1997 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.78-85, 1997.
- [5] V. Nguyen: "Constructing Force Closure Grasps," The Int. J. of Robotics Research, vol.7, no.3, pp.3-16, 1988.
- [6] A. Bicchi: "On the Closure Properties of Robotic Grasping," The Int. J. of Robotics Research, vol.14, no.4, pp.319-334, 1995.
- [7] J. Kerr and B. Roth: "Analysis of Multifingered Hands," The Int. J. of Robotics Research, vol.4, no.4, pp.3-17, 1986.
- [8] 中村, 永井, 吉川: "複数のロボット機構による協調的操りの力学", 日本ロボット学会誌, vol.4, no.5, pp.489-498, 1986.
- [9] A.B.A. Cole, J.E. Hauser and S.S. Sastry: "Kinematics and Control of Multifingered Hands with Rolling Contacts," IEEE Trans. on Automatic Control, vol.34, no.4, pp.398-404, 1989.
- [10] P. Dauchez and X. Delebarre: "Force-Controlled Assembly of two Objects with a Two-arm Robot," Robotica, vol.9, pp.299-306, 1991.
- [11] K. Kosuge, M. Sakai and K. Kanitani: "Decentralized Coordinated Motion Control of Manipulators with Vision and Force Sensors," Proc. of 1995 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2456-2462, 1995.
- [12] 南, 相山, 新井: "双腕協調による複数対象物の操作", 第14回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1001-1002, 1996.
- [13] R. Mattikalli, D. Baraff, P. Khosla and B. Repetto: "Gravitational Stability of Frictionless Assemblies," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.11, no.3, pp.374-388, 1995.
- [14] 原田, 金子: "複数対象物体の包み込み把握—2対象物系のモデル化と転がりを利用した包み込み把握の実現—", 第15回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.913-914, 1997.
- [15] 原田, 金子: "複数対象物体の包み込み把握—運動学とすくい上げ条件—", 日本ロボット学会誌, vol.16, no.6, pp.860-867, 1998.

付録 式 (16), 式 (17) について

E_B が $\text{rank} \begin{bmatrix} D_B \\ E_B \end{bmatrix} = 6m$ とできる最小の次数を有するため、 $\Delta\theta, \Delta\lambda$ が与えられた場合、擬似逆行列を用いた式 (16) により Δp_B を一意に求めることができる。また、特に D_B がフルランクである場合、 E_B を適当に選ぶことにより $\begin{bmatrix} D_B \\ E_B \end{bmatrix}$ を正則行列とすることができる。このとき、式 (16) は擬似逆行列を用いる必要性はなく、通常の逆行列を用いることができる。式 (16) で擬似逆行列を用いたのは、 D_B がフルランクとならないような例外的な場合を含めるのが目的である。また、式 (17) を用いるのではなく、 $\Delta p_B = D_B^+ D_F \Delta\theta + F_B \lambda$, $D_B F_B = 0$ の形で Δp_B を導出することも可能であるが、本論文の方法では $\Delta\lambda = E_B \Delta p_B$ のように $\Delta\lambda$ が Δp_B の関数となりその物理的意味が明確となるため、本方法を用いた。

原田研介 (Kensuke Harada)

1968年9月28日生。1997年3月京都大学大学院工学研究科機械工学専攻博士後期課程修了。博士(工学)。同年4月広島大学助手、現在に至る。ロボットハンド、ロボットマニピュレータの力学と制御に関する研究に興味を持つ。計測自動制御学会、日本機械学会などの会員。(日本ロボット学会正会員)

金子 真 (Makoto Kaneko)

1954年1月18日生。1981年3月東京大学工学系研究科博士課程卒業。工学博士。同年4月通産省工業技術院機械技術研究所入所。1990年4月、九州工業大学情報工学部助教授。1993年10月広島大学教授、現在に至る。ロボットハンド、力覚センサ、触覚ベーストアクティブセンシングなどの研究に興味を持つ。IEEE、計測自動制御学会、日本機械学会などの会員。(日本ロボット学会正会員)