フレキシブルアームに対する 仮想受動関節モデルの有効性の検討

吉 川 恒 夫* 田 村 正 人*

Study on Effectiveness of Virtual Joint Model for Flexible Manipulators

Tuneo Yoshikawa* and Masato Tamura*

In this paper, we verify the effectiveness of virtual joint model, which is one of the lumped parameter model, for the flexible manipulators. First, the outline of the virtual joint model approach is given, then a planer 2-DOF (degree of freedom) flexible manipulator is modeled by using virtual joint model. Second, the same manipulator is modeled by using distributed parameter model. Then experiments and simulations using the both models are performed. The effectiveness of virtual joint model is verified by comparing the dynamic behavior of each model with that of the real arm.

Key Words: Flexible Manipulator, Modeling, Lumped-Parameter Model, Distributed Parameter Model

1. は じ め に

近年、産業用ロボットに対しては軽量化および高速化の要求が、また宇宙用ロボットに対しては長尺化および軽量化の要求が高まっている。このようにリンク部が非常に軽量化され、そのために剛性が低下したアームをフレキシブルアームと呼ぶ。フレキシブルアームでは、リンク部の柔軟性による振動やたわみが発生するので、これらを抑制・補償することが問題となる。

フレキシブルアームの制御則構築には、まずその動力学的挙動を記述するためのモデルが必要となる。フレキシブルアームの研究の初期から現在まで、モデルには分布定数系モデルがよく用いられてきた[1]~[5]。これは柔軟なリンクを偏微分方程式で記述される分布定数系としてモデル化する方法で、最も直接的で正確なモデルが可能とされてきた。しかしモード関数法で有限次元モデルを得ようとする、モード関数が特定の境界条件に依存するという難点を有しており、複雑な形状のリンクや多リンク多自由度アームでは得られるモデルが非常に複雑になり、そのモデルに基づく制御則の構築も現実的ではない。故に最近ではより実時間での制御に向いていると考えられる集中定数系によるモデリング法がいくつか提案されている[6]~[12]。

集中定数系によるモデリングは弾性体をいくつかの剛体要素に分割し、アームのもつ柔軟性をその剛体要素を連結するバネとして表現する方法である。この集中定数系モデルの問題点としてパラメータ決定の困難さが挙げられている[5]。多くの集中定数系モデルがばね定数としてリンクの曲げ剛性を用いている

が[6][9]~[12]、これは分布定数系モデル同様複雑な形状のリンクや一様でないリンクへの適用が困難である。またリンクを複数に分割した場合の各要素の長さなどのパラメータの決定については考察されていない[10]。

こうした集中定数系モデルの中で吉川らの提案した仮想受動関節モデル[7][8]は、実際のリンクの特性値を測定し、それに対応するモデルの特性値が実機に近づくようにパラメータを決定するものであり、実際のアームにより近い挙動を示すようなモデルが得られると期待される。また全体の系は各リンクを個別にモデル化したものを連結するため、分布定数系モデルのような複雑な境界条件を考慮する必要がないことや、複雑な形状のリンクや一様でないリンクおよびパラレル機構をもつミニピュレータなどにも容易に適用できるという利点もある。

以上のことをふまえ本論文では、一様なリンクをもつ平面2自由度フレキシブルアームを用いて、分布定数系モデルおよび仮想受動関節モデルによるシミュレーションと実機の挙動を比較することで、仮想受動関節モデルのフレキシブルアームに対する有効性について検討する[†]。同様の集中定数系モデルの評価は金らも行っているが[10]、1自由度1リンクアームの応答の比較のみであり多リンク多自由度アームでの評価は行われていない。

[†]一様なリンクをもつアームを対象としたのは、本論文の目的が、仮想受動関節モデルと分布定数系モデルとの比較を通じて仮想受動関節モデルの有効性を検討することであり、分布定数モデルが得られる必要があるためである。一様でないリンクをもつアームに対する仮想受動関節モデルの同定については、文献[8]で扱っているが、このようなアームに対して分布定数系モデルを与える方法は確立されておらず、本論文で行ったような比較は困難であることに注意されたい。

2. 対象とするフレキシブルアーム

本論文で対象とするフレキシブルアームの概観および実験システムの模式図をそれぞれ Fig. 1, 2 に示す. 台座側からフレキシブルリンクをリンク 1, 2 とし, 能動関節を関節 1, 2 とする. リンク 1, 2 とも円形断面の一樣なリンクで, 材質は S45C 炭素鋼である. また, リンク 1 は直径 0.013 [m], リンク 2 は直径 0.008 [m] である. 各関節には光学式のエンコーダが装備されており, これを用いて各関節の回転変位を測定する. また, 振動の様子を観察するには, 実機, シミュレーションとも計測が容易で振動の様子をよく表す指標として加速度を用い, リンクに対して垂直な方向の加速度を測定する. そのためリンクの先端には加速度センサが取り付けられており, リンクに対して垂直な方向の加速度を測定する. これらのセンサより得たデータをカウンタボード, A/D ボードを介してホストコンピュータに取り込み, 各関節変位, 加速度のデータをとる. また, ホストコンピュータで各関節の関節入力を計算し, D/A ボードを通してアンプに送り, 各関節に供給する. 各関節は DC サーボモータをハーモニックドライブ減速で用いており, その減速比は関節 1, 2 ともに 1:100 である. ホストコンピュータは, NEC 製 PC-9821Xa (Pentium 120 MHz) を用いる.

なお, 制御装置は PD 制御実験の場合に用いるが, それ以外

の実験には用いていない.

3. 仮想受動関節モデル

3.1 モデルの構造

仮想受動関節モデルによるモデリング [7] [8] は, アームを構成する各リンクの柔軟性を Fig. 3 に示すように複数の仮想的な剛体リンク (仮想剛体リンク) がバネ, ダンパなどの仮想的な受動的関節 (仮想受動関節) によって結合されたものとして近似し, 全体のアームは, それらを連結したものとしてモデル化する方法である.

本論文で扱うフレキシブルアームを仮想受動関節モデルを用いてモデル化すると Fig. 4 のようになる. Fig. 4 のようにリンク i を N_i 個の仮想剛体リンクに分割したとき, 台座側から仮想剛体リンク $(i, 1), (i, 2), \dots, (i, N_i)$ とし, 仮想リンク (i, j) の根元に付いている仮想的な関節を仮想受動関節 (i, j) とする.

このモデルは, 仮想剛体リンクの長さ, 質量や慣性テンソル, 仮想受動関節のバネ定数や減衰係数などの定数パラメータを含む. これらの定数パラメータの決定方法は種々考えられるが, その一方法としてリンクの固有振動数や静的荷重に対するたわみなどの特性値が実機とモデルとでできるだけ一致するようにモ

Fig. 1 Overview of the arm

Fig. 2 The experimental system

Fig. 3 Modeling of flexible link using virtual rigid links and passive joints

Fig. 4 Model of a planer 2-DOF flexible manipulator using virtual joint model

デルのパラメータを定めるという方法が提案されている [7][8][†]. この方法ではまずアームの各リンクの特性値を同定実験によって測定し, これらを $\alpha_r = [\alpha_{r1}, \alpha_{r2}, \dots]^T$ とする. また α_r に対応するモデルからの計算値を $\alpha_m = [\alpha_{m1}, \alpha_{m2}, \dots]^T$ とし, 各データの重要度を表す重みを w_i としてモデルの適合度を表す評価関数

$$J = \sum_i w_i \frac{(\alpha_{ri} - \alpha_{mi})^2}{\alpha_{ri}^2} \quad (1)$$

が最小となるパラメータを最適値として採用する. 式 (1) を最小とするパラメータ決定の具体的な方法については 3.3 節で述べる.

3.2 モデルの特性値

本節ではフレキシブルリンク i の仮想受動関節モデルに対するリンクの特性値を求める. 本論文ではリンクの分割数 N_i をリンク 1, 2 とともに 4 とする^{††}. また, 平面 2 自由度アームを扱うので, リンクの挙動は平面内に限られているものとする. 根元側の仮想剛体リンクが固定され, もう一方の端の仮想リンクが自由である場合, リンク i は Fig. 5 のようなモデルとなる.

まず動特性について考える. 一端固定多端自由の場合のリンクの振動の運動方程式は, 振動振幅が十分小さいとして非線形項を無視し, また粘性に関する項も固有振動数にほとんど影響を与えないとすると次式のようになる.

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi}_{i2} \\ \ddot{\phi}_{i3} \\ \ddot{\phi}_{i4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{i2} & 0 & 0 \\ 0 & k_{i3} & 0 \\ 0 & 0 & k_{i4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{i2} \\ \phi_{i3} \\ \phi_{i4} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで

$$\begin{aligned} M_{11} &= m_{i2}s_{i2}^2 + m_{i3}(l_{i2} + s_{i3})^2 + m_{i4}(l_{i2} + l_{i3} + s_{i4})^2 \\ &\quad + I_{i2} + I_{i3} + I_{i4} \\ M_{12} &= m_{i3}(s_{i3}^2 + l_{i2}s_{i3}) \\ &\quad + m_{i4}(l_{i2} + l_{i3} + s_{i4})(l_{i3} + s_{i4}) + I_{i3} + I_{i4} \\ M_{13} &= m_{i4}(s_{i4}^2 + l_{i2}s_{i4} + l_{i3}s_{i4}) + I_{i4} \end{aligned}$$

[†]この方法は, アームを個々のリンクに分解することを前提としている. アームを分解することが望ましくない場合, またはそれが不可能な場合にも, 仮想受動関節モデルを用いてアーム全体を一度にモデル化することは可能である. この場合には, 多くの受動関節をもった多関節剛体アームの動特性同定問題に帰着される. 一般には, 決定すべきパラメータが多いので, 同定試験法および得られるデータの処理法に種々の配慮が必要となるであろうが, フレキシブルなリンクの数が 1 本ないし 2 本の場合にはさほど困難なくモデルが得られる可能性がある. さらに, アームを分解しない場合でも, 各関節の位置と姿勢, およびそこで加えられる力とモーメントの情報が得られるならば, アーム全体の適当な同定実験のデータから, 各リンクを独立にモデル化することも可能である.

^{††}各リンク i の仮想リンク数 N_i をいくつに選ぶかは, 本来, 全体としてどのような目的に対して有効なモデルとするかという判断に基づいて決定するのが望ましい. 本実験例では第 3 固有振動数までをモデル化できる程度のモデルということで $N_i = 4$ としており, このようなモデル化の目的の検討までには立ち入っていない. これは今後の課題である.

Fig. 5 Model of clamped-free flexible link

$$M_{22} = m_{i3}s_{i3}^2 + m_{i4}(l_{i3} + s_{i4})^2 + I_{i3} + I_{i4}$$

$$M_{23} = m_{i4}(s_{i4}^2 + l_{i3}s_{i4}) + I_{i4}$$

$$M_{33} = m_{i4}s_{i4}^2 + I_{i4}$$

ただし, m_{ij} , l_{ij} , s_{ij} , I_{ij} はそれぞれ仮想リンク (i, j) の質量, リンク長, 重心位置, 重心回りの回転慣性モーメント, ϕ_{ij} は仮想受動関節 (i, j) の関節変位角であり Fig. 5 に示すような角度とする. また k_{ij} は仮想受動関節 (i, j) のバネ定数である.

リンク i のモデルの第 j 固有角振動数を ω_{ij} とすると, ω_{ij} は式 (2) より,

$$c_a\omega_{ij}^6 + c_b\omega_{ij}^4 + c_c\omega_{ij}^2 + c_d = 0 \quad (3)$$

となる関係を満たさなければならない. ここで

$$\begin{aligned} c_a &= M_{11}M_{23}^2 + M_{22}M_{13}^2 + M_{33}M_{12}^2 \\ &\quad - M_{11}M_{22}M_{33} - 2M_{12}M_{13}M_{23} \\ c_b &= (M_{22}M_{33} - M_{23}^2)k_{i2} + (M_{11}M_{33} - M_{13}^2)k_{i3} \\ &\quad + (M_{11}M_{22} - M_{12}^2)k_{i4} \\ c_c &= -k_{i2}k_{i3}M_{33} - k_{i3}k_{i4}M_{11} - k_{i4}k_{i2}M_{22} \\ c_d &= k_{i2}k_{i3}k_{i4} \end{aligned}$$

である.

次に静特性について考える. リンクの静的特性を示す指標としては種々のものが考えられるが, 本論文では先端に集中荷重, 集中モーメントをかけた際の先端変位, 変位角とする. Fig. 3 のような柔軟なリンクの根元を固定し, 先端に集中荷重 P をかけたときの先端の変位, 変位角をそれぞれ μ_P , φ_P , 集中モーメント M をかけたときの先端の変位, 変位角をそれぞれ μ_M , φ_M とすると,

$$\begin{bmatrix} \mu_P/P \\ \varphi_P/P \\ \mu_M/M \\ \varphi_M/M \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} 1/k_{i2} \\ 1/k_{i3} \\ 1/k_{i4} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} (l_{i2} + l_{i3} + l_{i4})^2 & (l_{i3} + l_{i4})^2 & l_{i4}^2 \\ l_{i2} + l_{i3} + l_{i4} & l_{i3} + l_{i4} & l_{i4} \\ l_{i2} + l_{i3} + l_{i4} & l_{i3} + l_{i4} & l_{i4} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

となる.

3.3 パラメータ決定法

本節では、仮想受動関節モデルのパラメータ決定法について説明する[7]。まず式(1)の α_r として

$$\alpha_r = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \mu_P/P \ \varphi_P/P \ \mu_M/M \ \varphi_M/M] \quad (5)$$

をとり、式(1)を最小とするようなパラメータを求めるパラメータとする。ここで ω_i は実機のリンクの固有振動数である。

パラメータ決定に際しては、実際のアームを仮想的に切断し、そこに受動関節をつけると考えることとする。すると自由に選べるパラメータは l_{ij} , k_{ij} のみで、その他の m_{ij} , I_{ij} , s_{ij} などはアームの形状と質量分布により決定されるため l_{ij} の関数となる。一般に式(1)を最小とするようなパラメータを解析的に求めることは困難であるが、大略以下のような数値的な最適値探索アルゴリズムによって各パラメータを求めることができる。

- i. l_{i2} , l_{i3} , l_{i4} , k_{i2} , k_{i3} , k_{i4} の初期値を与える。
- ii. 式(3), (4)から α_m を求める。
- iii. 式(1)より J を算出する。
- iv. l_{i2} , l_{i3} , l_{i4} , k_{i2} , k_{i3} , k_{i4} を適当な刻みで増減させii.に戻る。
- v. J が最小となる l_{i2} , l_{i3} , l_{i4} , k_{i2} , k_{i3} , k_{i4} の値を最適値として採用する。

本論文の数値計算では、ステップivはオペレータの手作業で行った。すなわち、まず粗い刻み幅で極小値の存在しそうな領域を選定し、その領域を順次細かく絞り込んでゆくという方法で求めた。以上に述べた方法では、簡単のため減衰に関しては無視しているため仮想受動関節(i, j)の減衰係数 d_{ij} は得られない。 d_{ij} は上記の方法でそれ以外のパラメータを決定した後、実機の振動波形とモデルのシミュレーションから得られる波形とが似るように試行錯誤的に決定する。

また、本論文では $w = [w_1, w_2, \dots, w_7]$ については

$$w = \left[\frac{100}{3} \ \frac{100}{3} \ \frac{100}{3} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{4} \right] \quad (6)$$

とする。これはデータへの重みとして、動特性値群と静特性値群の比を100:1とし、各特性値群内では均等な重みを与えるようにしたものである。

上述の方法を用いて得られたパラメータとその場合のモデルの特性値 α_m をTable 1(a), (b)に示す。

3.4 複数の境界条件に対する力学的特性を考慮したパラメータ決定法

前節で示したパラメータ決定法はFig. 3のような一端が固定された単一のリンクのモデルのパラメータとしては適当である。しかし例えば、前節で得られたパラメータをそのまま用いて固定端と自由端を逆にした場合は、 l_{i4} が固定端に、 l_{i1} が自由端になり、モデルの特性値は l_{i1} が固定端で、 l_{i4} が自由端のときとまったく異なったものとなる。前節でモデル化した実機のリンクは一樣なリンクなので、このように固定端、自由端を変えても力学的特性は変化しない。このように前節のパラメータ決定法は力学的特性の対称性については考慮されていない。実際のアームは複数のリンクを連結して構成されており、リンクの

Table 1 (a) Parameters of the virtual joint model (Non-symmetric parameter)

(i) Virtual rigid links				
	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
Length: l_{1i} (m)	0.077	0.213	0.222	0.103
Gravity center: s_{1i} (m)	0.039	0.107	0.111	0.076
Mass: m_{1i} (kg)	0.081	0.223	0.233	0.238
Inertia: $I_{1i}(10^{-4}\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	40.7	8.47	9.58	2.22
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
Length: l_{2i} (m)	0.001	0.244	0.289	0.079
Gravity center: s_{2i} (m)	0.0005	0.122	0.145	0.062
Mass: m_{2i} (kg)	0.0004	0.098	0.116	0.092
Inertia: $I_{2i}(10^{-5}\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.0001	48.5	80.5	4.11
(ii) Virtual passive joints				
	(1,2)	(1,3)	(1,4)	
Spring constant: $k_{1i}(10^2 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}})$	12.8	9.89	10.7	
Damping coefficient: $d_{1i}(\frac{\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}}{\text{rad}})$	0.65	0.001	0.005	
	(2,2)	(2,3)	(2,4)	
Spring constant: $k_{2i}(10^2 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}})$	2.44	1.99	1.32	
Damping coefficient: $d_{2i}(\frac{\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}}{\text{rad}})$	0.10	0.008	0.010	

(b) Characteristics of the real link and model

	Link 1		Link 2	
	α_r	α_m	α_r	α_m
$\mu_P/P : (10^{-4}\text{m/N})$	2.75	3.43	17.0	22.6
$\varphi_P/P : (10^{-4}\text{rad/N})$	5.97	8.78	46.0	51.6
$\mu_M/M : (10^{-4}\text{N}^{-1})$	8.24	8.05	31.6	47.4
$\varphi_M/M : (10^{-3}\text{rad/N}\cdot\text{m})$	4.64	2.73	22.0	16.7
$\omega_1/2\pi : (\text{Hz})$	16.1	16.2	9.28	9.41
$\omega_2/2\pi : (\text{Hz})$	114.7	114.8	69.3	69.3
$\omega_3/2\pi : (\text{Hz})$	338.9	339.3	203.2	203.0

動的挙動は両端からの影響を受けると考えられる。ゆえ、前節のようなパラメータ決定法では、特に多リンクアームのモデル化の際、よいモデルが得られなくなるのではないかと推測される。そこで本節では多リンクアームのモデルのパラメータとして有効となるように、境界条件が逆転した場合の力学的特性も考慮したパラメータ決定法について考察する。

今回用いたリンクは断面積も変化せず材質も一樣であるので、境界条件が逆転した場合を考えることは力学的特性が左右対称であるという制約を設けることに相当する。よってFig. 3のようなモデルにおいて仮想剛体リンクのリンク長は、リンク i の全長を L_i とすると

$$l_{i1} = l_{i4} \quad (7)$$

$$l_{i2} = l_{i3} = L_i/2 - 2 \cdot l_{i1} \quad (8)$$

となり、仮想受動関節においても

$$k_{i2} = k_{i4}, \quad d_{i2} = d_{i4} \quad (9)$$

となる。その他の手順および評価関数は3.3節のものと同一のものを用いることができる。

この方法を用いて得られたパラメータとその場合のモデルの特性値をTable 2(a), (b)に示す。3.3節で得られたパラメータに比べ、特性値の誤差が、特に静特性において、わずかだが大きくなっている。

なお一様でないリンクの場合には、右端を固定した場合の特性値および左端を固定した場合の特性値を計測し、それらすべての特性値を合わせたものを式 (1) の α_r とすればよい。同様の方法で、さらにより多様な境界条件のもとでの特性値も考慮することができる。例えば、リンク両端を回転自由な単純支持としリンク中央位置に外力を加えたり、リンクの右端を自由とし左端に正弦波状位置姿勢入力を加えたりしたときの自由端の周波数応答特性値や、先述の左端固定右端自由の静特性試験において、リンクの途中の数点における変位と変位角を特性値 α_r に追加することなどが考えられる。これらは、多様な境界条件に対して平均的に有効であるようなモデルを求めることに相当する。

3.5 運動方程式

前節までのようにモデル化された二つのリンクを連結して全体の系のモデルとし、Fig. 2 に示すような平面 2 自由度 2 リンクフレキシブルアームの運動方程式を求める。

仮想リンクは剛体であると仮定しているので、この場合の運動方程式は平面 2 自由度 8 リンク剛体マニピュレータの運動方程式と関節駆動トルク以外の項は等しくなる。仮想受動関節はバネとダンパにより構成されていることから関節に作用する力も容易に求められる。能動関節 i の関節変位を θ_i 、関節駆動トルクを τ_i とすると、運動方程式は

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + g(q) + Kq + D\dot{q} = \tau \quad (10)$$

Table 2 (a) Parameters of the virtual joint model (Symmetric parameter)

(i) Virtual rigid links

	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
Length: l_{1i} (m)	0.103	0.197	0.197	0.118
Gravity center: s_{1i} (m)	0.052	0.099	0.099	0.086
Mass: m_{1i} (kg)	0.108	0.207	0.207	0.254
Inertia: $I_{1i}(10^{-4}\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.97	6.70	6.70	3.26
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
Length: l_{2i} (m)	0.099	0.201	0.201	0.112
Gravity center: s_{2i} (m)	0.050	0.101	0.101	0.085
Mass: m_{2i} (kg)	0.040	0.080	0.080	0.105
Inertia: $I_{2i}(10^{-4}\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.325	2.71	2.71	1.13

(ii) Virtual passive joints

	(1,2)	(1,3)	(1,4)
Spring constant: $k_{1i}(10^2 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}})$	11.2	8.96	11.2
Damping coefficient: $d_{1i}(\frac{\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}}{\text{rad}})$	0.57	0.10	0.57
	(2,2)	(2,3)	(2,4)
Spring constant: $k_{2i}(10^2 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}})$	1.53	1.38	1.53
Damping coefficient: $d_{2i}(\frac{\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}}{\text{rad}})$	0.08	0.01	0.08

(b) Characteristics of the real link and model

	Link 1		Link 2	
	α_r	α_m	α_r	α_m
$\mu_P/P : (10^{-4}\text{m/N})$	2.75	3.57	17.0	25.2
$\varphi_P/P : (10^{-4}\text{rad/N})$	5.97	9.49	46.0	66.0
$\mu_M/M : (10^{-4}\text{N}^{-1})$	8.24	8.71	31.6	61.0
$\varphi_M/M : (10^{-3}\text{rad/N}\cdot\text{m})$	4.64	2.90	22.0	20.3
$\omega_1/2\pi : (\text{Hz})$	16.1	16.1	9.28	9.34
$\omega_2/2\pi : (\text{Hz})$	114.7	115.6	69.3	70.3
$\omega_3/2\pi : (\text{Hz})$	338.9	342.1	203.2	207.8

となる。ただし M は慣性項、 h は遠心力、コリオリ力などの非線形項、 g は重力項であり

$$q = [\theta_1 \ \phi_{12} \ \phi_{13} \ \phi_{14} \ \theta_2 \ \phi_{22} \ \phi_{23} \ \phi_{24}]^T \quad (11)$$

$$\tau = [\tau_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \tau_2 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (12)$$

$$K = \text{diag}[0 \ k_{12} \ k_{13} \ k_{14} \ 0 \ k_{22} \ k_{23} \ k_{24}] \quad (13)$$

$$D = \text{diag}[0 \ d_{12} \ d_{13} \ d_{14} \ 0 \ d_{22} \ d_{23} \ d_{24}] \quad (14)$$

である。

4. 分布定数系モデル

4.1 運動方程式

本論文では仮想受動関節モデルの比較対象として分布定数系モデルを用いる。そこでまず本章では分布定数系モデルを用いて前章と同じ平面 2 自由度 2 リンクフレキシブルアームをモデル化し、運動方程式を求める [2] [3]。Fig. 6 に示すように台座に基準座標系 Σ_0 を固定し、 Σ_0 からみたリンク i 上の任意の点の位置ベクトルを p_i とする。 p_i は関節 i の変位角 θ_i 、リンク i の根元からの距離 x_i 、リンク i の長さ L_i 、リンク i の x_i におけるリンクの弾性変位 $y_i(x_i, t)$ を用いて

$$p_1(x_1, t) = \begin{bmatrix} x_1 \cos \theta_1 - y_1(x_1, t) \sin \theta_1 \\ x_1 \sin \theta_1 + y_1(x_1, t) \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$p_2 = p_1(L_1, t) + \begin{bmatrix} x_2 C_{12p} - y_2(x_2, t) S_{12p} \\ x_2 S_{12p} + y_2(x_2, t) C_{12p} \end{bmatrix} \quad (16)$$

と表される。ただし

$$C_{12p} = \cos(\theta_1 + \psi_1 + \theta_2)$$

$$S_{12p} = \sin(\theta_1 + \psi_1 + \theta_2)$$

$$\psi_i = \frac{\partial y_i(x_i, t)}{\partial x_i} \Big|_{x_i=L_i} \quad (i=1, 2)$$

である。ここで $y_i(x_i, t)$ はモード展開法により

$$y_i(x_i, t) = \sum_{j=1}^{n_i} \xi_{ij}(x_i) e_{ij}(t) \quad (17)$$

Fig. 6 Model of a planer 2-DOF flexible manipulator using distributed parameter model

と表されるとする。ただし n_i は仮定する振動モードの数、 $\xi_{ij}(x_i)$ はリンク i の第 j 振動モードのモード関数、 $e_{ij}(t)$ はそれに対応するモード振幅である。本論文ではモード関数は近似的に先端に質量がある場合の Euler-Bernoulli 梁の一端固定他端自由モデルにより得られるものとする。

以上からアームの運動エネルギー T は

$$2T = \sum_{i=1}^2 \rho_i A_i \int_0^{L_i} \dot{\mathbf{p}}_i^T \dot{\mathbf{p}}_i dx_i + \sum_{i=1}^2 M_i \dot{\mathbf{r}}_i^T \dot{\mathbf{r}}_i + I_{m1}(\dot{\theta}_1 + \dot{\psi}_1)^2 + I_{m2}(\dot{\theta}_1 + \dot{\psi}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\psi}_2)^2 + J_1 \dot{\theta}_1^2 + J_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\psi}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \quad (18)$$

ポテンシャルエネルギー V は

$$2V = \sum_{i=1}^2 \rho_i A_i g \int_0^{L_i} \mathbf{p}_i^T [0 \ 1]^T dx_i + \sum_{i=1}^2 M_i g \mathbf{r}_i^T [0 \ 1]^T + \sum_{i=1}^2 E_i I_i \int_0^{L_i} \{y''_i(x_i)\}^2 dx_i \quad (19)$$

と求められる。ただし ρ_i , A_i , J_i , E_i , I_i はそれぞれリンク i の密度、断面積、慣性モーメント、ヤング率、断面二次モーメントであり、 M_i , $\mathbf{r}_i$, I_{mi} はリンク i の先端の質量とその位置ベクトル、慣性モーメントである。また g は重力加速度である。

(18), (19) よりラグランジュの方法から運動方程式は

$$\mathbf{M}_d(\mathbf{q}_d) \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{h}_d(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) + \mathbf{g}_d(\mathbf{q}_d) + \mathbf{D}_d \dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_d \mathbf{q}_d = \boldsymbol{\tau}_d \quad (20)$$

となる。ただし $\mathbf{M}_d$ は慣性項、 $\mathbf{h}_d$ はコリオリ力などの非線形項、 $\mathbf{g}_d$ は重力項、 $\mathbf{K}_d$ は復元力の項、 $\mathbf{D}_d$ は減衰項であり、 $\mathbf{q}_d, \boldsymbol{\tau}_d$ は

$$\mathbf{q}_d = [\theta_1 \ \theta_2 \ e_{11} \ \dots \ e_{1n_1} \ e_{21} \ \dots \ e_{2n_2}]^T \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\tau}_d = [\tau_1 \ \tau_2 \ \mathbf{0}]^T \quad (22)$$

である。

4.2 パラメータの値について

分布定数系モデルのパラメータとしては L_i , ρ_i , A_i , J_i , E_i , I_i があるが、 E_i 以外の値はアームの形状と質量分布から求めることができる。ヤング率 E_i は一般には材質から決定される値をそのまま用いることが多いようであるが、本論文ではその値を3章で測定した実機の特性値から以下の手順で求めることで、仮想受動関節モデルと対応させる。

式(5)の特性値 α_r の各要素 α_{ri} から求められるヤング率の値を $E_{\alpha_{ri}}$ と表す。

まずリンクの動特性値 ω_i については、一端固定他端自由で先端に質量 M がある場合

$$\omega_i^2 = \frac{\beta_i^4}{\rho A} EI \quad (23)$$

与えられる。ただし β_i は

$$M\beta\{\cosh(\beta L)\sin(\beta L) - \sinh(\beta L)\cos(\beta L)\} - \rho A\{1 + \cosh(\beta L)\cos(\beta L)\} = 0 \quad (24)$$

Table 3 Parameters of the distributed parameter model

	Link 1	Link2
Length(m)	0.615	0.613
Density(kg/m ³)	7.94×10^3	7.94×10^3
Cross Section(m)	1.32×10^{-4}	5.03×10^{-5}
Young's Modulus(GPa)	1.70×10^2	1.65×10^2
Inertia(kg·m ²)	1.89×10^{-2}	7.17×10^{-3}
Damping coefficient(s)	1.5×10^{-4}	1.4×10^{-4}

の第 i 番目の正実根である。本論文の場合、 M はフランジの質量となる。よって

$$E_{\alpha_{ri}} = \frac{\rho A \omega_i^2}{\beta_i^4 I} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (25)$$

と求まる。

次にリンクの静特性値については

$$\begin{bmatrix} \mu_P/P & \varphi_P/P & \mu_M/M & \varphi_M/M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^3/3EI & L^2/2EI & L^2/2EI & L/EI \end{bmatrix} \quad (26)$$

で与えられるので

$$\begin{bmatrix} E_{\alpha_{r4}} & E_{\alpha_{r5}} & E_{\alpha_{r6}} & E_{\alpha_{r7}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L^3}{3I \frac{\mu_P}{P}} & \frac{L^2}{2I \frac{\varphi_P}{P}} & \frac{L^2}{2I \frac{\mu_M}{M}} & \frac{L}{I \frac{\varphi_M}{M}} \end{bmatrix} \quad (27)$$

となる。

以上のように各特性値から求められたヤング率の推定値に、3.3節で用いたのと同じ重み係数 $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_7]$ を用いて得られる

$$\hat{E} = \sum_{i=1}^7 w_i E_{\alpha_{ri}} / \sum_{i=1}^7 w_i \quad (28)$$

を最終的なヤング率の値とする。得られた $\hat{E}$ を含む分布定数系モデルのパラメータ値を Table 3 に示す。なお、材質から得られるヤング率はリンク 1, 2 とも 2.06×10^2 [GPa] となっており、かなり異なる値となっている。

5. 固定関節を用いた実験およびシミュレーション

前章までで得られた各モデルを用いてシミュレーションを行い、実機と応答の比較をすることで仮想受動関節モデルの有効性を検証する。まず本章では制御部の特性やアクチュエータ部の摩擦特性などの影響を取り除く目的で、関節部にモータではなく Fig. 7 のような単にある角度を保持する関節（以後これを固定関節と呼ぶ）を用い、2本のリンクをある姿勢に保持して、そのリンクを振動させるという実験を行い、実機の振動の様子とシミュレーションから得られる振動の様子を比較する。

5.1 実験およびシミュレーション

実験は固定関節を用いて2本のリンクを連結して平面2自由度のある姿勢に保持し、その手先位置に鉛直下向きに 5.88 [N] の力を加えて静止させた状態から、ある瞬間にその力を解放してリンクを振動させるということを行う。その際にアーム先端

Fig. 7 A photograph of fixed-joint

Fig. 8 Configurations of the arm in the fixed-joint experiment

Table 4 Characteristics of payload at link tip

	of Link 1	of Link 2
Mass (kg)	2.60	0.79
Inertia(kg·m ²)	2.63×10^{-3}	8.90×10^{-4}

位置の加速度を観測する。またリンクの姿勢は Fig. 8 のように 3 通りに変える。加速度計測のサンプリングタイムは 1.0 [ms] とする。

シミュレーションでは各モデルの運動方程式 (10), (20) において能動関節の変位 θ_1, θ_2 を定数としたものを用いる。さらに仮定として式 (10), (20) と

- 非線形項は無視する
- 変位は微小とし、二次の微小量は無視する

とする。また本論文では仮想受動関節モデルを 4 分割モデルとしたので、変数の数を合わせるため、分布定数系モデルでは三次の振動モードまで考慮する。サンプリングタイムは実験と等しくし、積分のきざみ幅を 0.1 [ms] として、Runge-Kutta-Gill 法を用いる。シミュレーションで用いた各リンク先端のペイロードの特性値を Table 4 に示す。得られた実験およびシミュレーションの結果を Fig. 9 に示す。

5.2 考察

Fig. 9 を見ると、すべての場合と姿勢において、全体的な波形に関してはシミュレーションと実機はよく一致しているといえる。実機で振動の初期に見られる高次の振動も両モデルとも再現できている。ただし、振動の初めの振幅の大きさ、また定常状態の振幅の大きさに関しては、仮想受動関節モデルの方が実機に近い応答を再現している。また高次の振動に関しては、対称パラメータの仮想受動関節モデルでは高次の振動の減衰が実機と同程度でよく再現できているが、その他のモデルは実機より減衰が遅くなってしまっている。

Fig. 9 The result of the fixed-joint experiments and simulations

Table 5 1st natural frequencies in the fixed-joint experiments and simulations

Type	1st Natural frequency (Hz)		
	config.1	config.2	config.3
Experiment	1.91	1.93	2.17
VJM Non-Sym. Para.	2.10	2.12	2.41
VJM Sym. Para.	2.05	2.05	2.35
DPM	1.89	1.94	2.44

VJM: Virtual Joint Model
DPM: Distributed Parameter Model

次に各場合における実機とモデルの一次の固有周波数を Table 5 に示す。実機では、連結部（肘部）の角度が大きくなるにつれ周波数が大きくなる傾向がみられる。この傾向は両モデルとも再現できている。

また仮想受動関節モデルのなかでは、パラメータを対称にしたものが、すべての場合で最も実機の応答に近づいており、3.4節で述べた予測が正しかったといえる。

次に分布定数系モデルと仮想受動関節モデルとを比較する。固有周波数に関しては config.1, 2 では分布定数系モデルが、config.3 では仮想受動関節モデルの対称なパラメータのものが最も実機に近づいている。実際のアームを考えると、config.1のような腕を伸ばした姿勢にすることはまれであり、アームのモデルとしては仮想受動関節モデルも遜色ないといえるであろう。

以上の結果から仮想受動関節モデルは分布定数系モデルと、ある姿勢の場合は多少周波数の精度が落ちるものの、ほぼ同程度の精度をもつことが分かる。

6. PD 制御実験およびシミュレーション

次に平面内を能動運動する 2 自由度 2 リンクフレキシブルアームを対象に実機の応答とシミュレーションから得られるモデルの応答の比較を行う。振動の様子を観察することが目的であるので、関節モータの制御には、特に振動を抑制するような制御を用いず、最も基本的な制御法である PD 制御を適用する。そしてアームを能動運動させた際の各関節の関節角の変化と各リンク先端の振動を実機を用いた実験から観測し、各モデルのシミュレーションとの比較を行って、仮想受動関節モデルの有効性を検証する。

6.1 実験およびシミュレーション

実験ではアームの各関節の目標値を加速、減速を時間の四次多項式で近似した軌道で与え、関節 i の駆動入力 τ_i には次式のような PD 制御則を適用する。

$$\tau_i(t) = k_{ip}(\theta_{id}(t) - \theta_i(t)) + k_{iv}(\dot{\theta}_{id}(t) - \dot{\theta}_i(t)) \quad (29)$$

ここで k_{ip} , k_{iv} はそれぞれ関節 i の位置と速度のフィードバックゲインであり、 θ_{id} は関節 i の目標軌道である。今回の実験では k_{1p} を 2,000 [N・m/rad], k_{1v} を 250 [N・m・s/rad] とし、 k_{2p} を 750 [N・m/rad], k_{2v} を 45 [N・m・s/rad] とする。また関節角については 1.0 [sec] の間に初期姿勢 $[\theta_1 \ \theta_2] = [15^\circ \ -5^\circ]$ から、終端姿勢 $[\theta_1 \ \theta_2] = [40^\circ \ 50^\circ]$ へ動かす軌道を与える[†]。また、サンプリングタイムは 1.0 [ms] とする。

シミュレーションでは各モデルの運動方程式 (10), (20) を用いるが前章同様、仮定として式 (10), (20) と

- 非線形項は無視する
- 変位は微小とし、二次の微小量は無視する

とする。また仮想受動関節モデルは 4 分割モデルとし、分布定数系モデルは三次のモードまで考慮する。仮想受動関節モデルのパラメータ値に関しては前章で最もよくモデリングできた対称なパラメータを用いる。またアームの各関節の目標値、ゲイン、サンプリングタイムは実験と等しくし、積分のきざみ幅を 0.1 [ms] として、Runge-Kutta-Gill 法を用いる。シミュレー

Table 6 Characteristics of payload at link tip

	of Link 1	of Link 2
Mass (kg)	4.1	0.57
Inertia(kg・m ²)	1.0×10^{-2}	3.37×10^{-4}

Table 7 Characteristics of the motors

	Joint 1	Joint 2
Inertia of Rotor(kg・m ²)	7.7	0.75
Static Friction (N・m)	8.5	1.9

Table 8 1st natural frequencies in the PD control experiment and simulations

Type	1st Natural frequency (Hz)
Experiment	2.19
Virtual joint model	2.14
Distributed parameter model	2.14

ションで用いた各リンクのペイロードの特性値、および関節モータの特性値をそれぞれ Table 6, 7 に示す。

得られた実験およびシミュレーションの結果を Fig. 10 に示す。

6.2 考察

まず関節角についてであるが、定常状態において実機・各モデル共に振動的になっていることが分かる。また、関節 1 の関節角では過渡状態において実機と両モデルにかなりの差が見られる。これはモータのシミュレートが不完全なためと思われる。過渡状態において加速度の応答、特に振幅の大きさが実機とモデルとでかなり異なるのはこのことが原因と思われる。

次にリンク先端の加速度についてであるが、過渡状態では前述したような関節角 1 の応答の違いにより、リンク 1 先端の加速度では実機において高次の振動がみられるが各モデルとも再現できておらず、またリンク 2 先端の加速度については実機と両モデルとで振幅にかなりの違いがみられる。定常状態に関してはどちらのモデルも応答をうまく再現できているといえる。ただしリンク 2 先端の加速度については実機と両モデルとで振幅の大きさに違いがみられる。これは実機ではハーモニクドライブ減速器の弾性による振動で振幅が増すのに対し、シミュレーションではハーモニクドライブの弾性について考慮していないためそうはならないためと考えられる。ただしモデルを比較すると、仮想受動関節モデルのほうが分布定数系モデルより振幅が大きくより実機に近い。また減衰に関しては、実機に比べシミュレーションのほうが早く減衰している。これも、実機ではハーモニクドライブの弾性により振動が持続するためと考えられる。

次に実機と各モデルの一次の固有周波数を Table 8 に示す。周波数に関しては本章の実験では両モデルとも同じ値となっていることが分かる。

以上の結果から、能動関節をもつ実機のアームにおいても、仮想受動関節モデルは分布定数系モデルと同程度の精度をもつ

[†]これ以外にも 2 種類の初期および終端姿勢の組について実験を行っており、これらの場合の実験結果もほとんど同じ傾向を示した。

Fig. 10 The result of the PD control experiment and simulations

ことが示せた[†]。さらに分布定数系モデルの多リンク・多自由度アームへの拡張の困難さを考慮すると、仮想受動関節モデルはフレキシブルアームのモデリングとして有効な方法であるといえる。

7. お わ り に

本論文ではフレキシブルアームに対する仮想受動関節モデルの有効性を検証を行った。そのため平面2自由度2リンクアームを対象に実機、分布定数系モデル、仮想受動関節モデルの動的応答を比較し、仮想受動関節モデルは同変数をもつ分布定数系モデルとほぼ同程度の精度をもつことを示した。以上からモ

デリングの精度、非一様なリンクもモデリングが可能[8]という適用範囲の広さを考えると仮想受動関節モデルはフレキシブルアームのモデリングとして有効な方法であるといえる。

今後の課題としては、より簡便で減衰係数も一意に決定できるパラメータ決定法の構築などが挙げられる。

参 考 文 献

- [1] 坂和, 松野: “フレキシブルアームのモデリングと制御”, 計測と制御, vol.25, no.1, pp.64-70, 1986.
- [2] 嘉納: “フレキシブルアームの分布定数系モデル”, 日本ロボット学会誌, vol.6, no.5, pp.430-435, 1988.
- [3] 馬, 浅田, 得丸: “軌道制御のためのフレキシブルロボットアームの逆動力学”, システムと制御, vol.31, no.10, pp.764-772, 1987.
- [4] A. De Luca and B. Siciliano, “Closed Form Dynamic Model of Planar Multilink Lightweight Robots,” IEEE Trans. on Sys. Man Cybernet., vol.21, no.4, pp.826-839, 1991.
- [5] R. Theodore and A. Ghosal: “Comparison Of The Assumed Modes And Finite Element Models for Flexible Multilink Manipulators,” The Int. J. of Robotics Research, vol.14, no.2,

[†]本報告の実験結果の評価は、応答波形の振動の振幅と減衰、固有振動数、などを総合したものであり、筆者としては妥当な評価であると考えているが、直感的・主観的な評価の域を出ていないことも確かである。分布定数系モデルをもつシステムのモデリング法の、より客観的で定量的な評価法を確立することが望ましいが、これはモデル化の目的を定量化するという困難な問題とも関連しており、今後の課題としたい。

- pp.91-111, 1995.
- [6] 吉川, 村上, 細田: “2本のフレキシブルリンクを有する3自由度マニピュレータのモデリングと制御”, 日本ロボット学会誌, vol.9, no.1, pp.1-10, 1991.
 - [7] 吉川, 細田: “仮想的な剛体リンクと受動関節を用いたフレキシブルアームのモデリングと制御”, 計測自動制御学会論文集, vol.27, no.12, pp.1389-1395, 1991.
 - [8] T. Yoshikawa and K. Matsudera: “Experimental Study on Modeling and Control of Flexible Manipulators Using Virtual Joint Model,” Preprints of the Fourth International Symposium on Experimental Robotics, pp.265-270, 1995.
 - [9] 近野, 内山: “ホルツァ法に基づくフレキシブルマニピュレータの動力学モデリング”, 日本ロボット学会誌, vol.12, no.7, pp.1021-1028, 1994.
 - [10] 金, 近野, 内山: “フレキシブルマニピュレータ動力学の高精度集中定数モデリング”, 日本機械学会論文集, 62巻602号, pp.4005-4011, 1996.
 - [11] 坂和, 松野, 他: “3自由度フレキシブル・マニピュレータのモデリングと加速度センサを用いた振動制御”, 日本ロボット学会誌, vol.6, no.1, pp.42-51, 1988.
 - [12] Y. Huang and C.S.G. Lee: “Generalization of Newton-Euler Formulation of Dynamic Equations to Nonrigid Manipulators,” Trans. of the ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.110, pp.308-315, 1988.
 - [13] 有山: 振動・波動, 第5章, 裳華房, 1970.

吉川恒夫 (Tuneo Yoshikawa)

1941年12月19日生。1969年京都大学大学院博士課程修了。同年同大学工学部助手。1970年同大学助教授。1986年京都大学工学部教授(1991年より機械工学教室勤務)となり現在に至る。ロボット工学および制御工学の研究に従事。工学博士。システム制御情報学会, 計測自動制御学会, 日本機械学会, IEEEなどの正会員。(日本ロボット学会正会員)

田村正人 (Masato Tamura)

1973年10月6日生。1996年京都大学卒業。1998年京都大学大学院修士課程修了。現在川崎重工業(株)に勤務。在学中フレキシブルアームの研究に従事。