複数仕様を満たす制御系設計と その不安定な車輪型サーボ系への適用

竹 森 史 暁^{*1} 岩 田 純 一^{*2} 奥 山 佳 史^{*1}

Design of Control Systems for Multiple Specifications and Its Application to Unstable Wheeled Servo System

Fumiaki Takemori^{*1}, Jun-ichi Iwata ^{*2} and Yoshifumi Okuyama^{*1}

This paper describes the design of control systems for multiple specifications and its application to an unstable wheeled servo system. It is difficult to theoretically obtain a controller to satisfy multiple specifications simultaneously such as the step response over-shoot and the settling time etc., so a numerical convex optimization method given by Boyd [7] can be employed to obtain such controller. Since the coprime factorization form transfer function is used for the evaluated function for optimization, pole assignment of the closed loop system can be considered explicitly and it is easy to design the practicable controller for the motion control. In this paper, we apply this convex optimization method to controller design for an unstable wheeled servo system which has multiple specifications on the suppression of all outputs and the wheel transit response performance. Experimental results demonstrate the effectiveness of this convex optimization method.

Key Words: Multiple Specifications, Convex Optimization, Q -Parameter Approach, Unstable Wheeled Servo System

1. は じ め に

例えば、歩行ロボットのような構造が複雑であったり多出力をもつ制御対象にとって、複数の制御仕様を同時に満たす多目的制御が要求される場合が多い。多目的制御法の一つに、最近盛んに研究されている LMI や BMI ベースのアプローチによる混合 H_2/H_∞ 最適化制御が挙げられる [1]~[4]。一方、多出力制御系には例えば、代表的な倒立振子—台車系や液体タンク搬送系に見られるスロッシング（液体振動）の制振 [5]、さらにタンブラーモデルの姿勢制御 [6] など数多い。このような制御系はアクチュエータの操作により、安定化や制振の制御目的を第一に達成する構造（機構）になっており、その制御器は解析的（理論的）に求めることができる。しかし、倒立振子系やタンブラーモデルも第一の制御目的のほかに、オーバーシュート・整定時間などに関するアクチュエータの過渡応答や制御入力のコスト制約などの付加仕様も制御目的に考慮されなければならない場合もある。このような制御仕様の多目的・多様化に伴い、解析的に制御器を求めることは困難となり、数値的最適化に頼らざるを得なくなる。

Boyd ら [7] は、数値的凸最適化に基づき、複数の制御仕様を考慮した制御系の設計法を示している。この方法は多くの制御仕様が凸制約条件として表されることを示したうえで、有限次元の凸最適化問題を数値的に解くことにより、制御器を設計する方法である。また最適化のための評価関数には既約分解形の伝達関数が扱われるので、閉ループ系の極指定が陽に考慮でき、モーションコントロールなどの実務レベルでの制御器が設計しやすい。

本論文では、不安定な車輪型サーボ系 [8] を例に取り、そのモーションコントロールを試みる。この中で系全体の制振と車輪の過渡応答に関する複数の制御仕様を設定し、それらを同時に満たす制御器を凸最適化法より設計し、その有効性を実験で確認する。

なお、本論文では、伝達関数 $G(s) := C(sI - A)^{-1}B + D$ を $G(s) \triangleq \{A, B, C, D\}$ と表記する。

2. 多 目 的 制 御

複数の目的（制御仕様）を同時に満たす多目的制御系設計の目的は、Fig. 1 に示すフィードバック系における複数のループ伝達関数 $\{T_{z_1 w_1}, T_{z_2 w_2}, \dots, T_{z_m w_m}\}$ それぞれに課せられる制御仕様を同時に満たす制御器 $K(s)$ を設計することである。

ここに、各閉ループ伝達関数に与えられている制御仕様が凸制約条件として与えられているとする。具体的には凸関数 ψ_j とその制約レベルを示す γ_j が与えられたとして

原稿受付 1998 年 11 月 19 日

^{*1}鳥取大学工学部

^{*2}アストロデザイン（株）

^{*1}Faculty of Engineering, Tottori University

^{*2}Astrodesign, Inc.

Fig. 1 General control system for multiple specification

$$\psi_j(T_{z_j} w_j) < \gamma_j \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

を満たすことが、各閉ループ伝達関数に課せられた制御仕様であるとする。このとき考えるのは、他の制御仕様をすべて満たす範囲で、ある一つの注目するループ伝達関数の性能を最適化することである。すなわち

$$\min \psi_1(T_{z_1} w_1) \quad \text{s. t. } \psi_j(T_{z_j} w_j) < \gamma_j, \quad (j = 2, \dots, m) \quad (2)$$

を満たす安定化制御器 $K(s)$ を求める問題となる。Boyd [7] らは有限次元の凸最適化問題を数値的に解くことにより制御器を設計する方法を与えている。以下にその設計法を述べる。

2.1 Q パラメータアプローチ

Q パラメータアプローチは LMI アプローチに比べて、オーバーシュートや整定時間、 L_∞ ゲインなどの実用的でより広いクラスの仕様が扱える点、多数の仕様を満たす制御器の存在条件が必要十分で得られる点など設計法としての魅力が多い。

さて、厳密にプロパーな制御対象 $P(s) := \{A, B, C, 0\}$ に対して、その安定化制御器は Youla パラメトリゼーションを用いると

$$K(s) := (\tilde{X} + DQ)(\tilde{Y} - NQ)^{-1} \quad (3)$$

$$= (Y - Q\tilde{N})^{-1}(X + Q\tilde{D}) \quad (4)$$

で与えられる [9]。ただし、

$$[X(s) \ Y(s)] \triangleq \{A_H, [H \ B], F, [0 \ I]\} \quad (5)$$

$$[N(s) \ D(s)] \triangleq \{A_F, B, [C \ -F], [0 \ I]\} \quad (6)$$

$$[\tilde{X}(s) \ \tilde{Y}(s)] \triangleq \{A_F, H, [F \ C], [0 \ I]\} \quad (7)$$

$$[-\tilde{N}(s) \ \tilde{D}(s)] \triangleq \{A_H, [B \ H], -C, [0 \ I]\} \quad (8)$$

$$A_H = A - HC, \ A_F = A - BF \quad (9)$$

H と F はそれぞれ A_H , A_F が安定となるような任意の定数行列とする (いわゆるオブザーバゲイン、状態フィードバックゲインに相当)。さらに式 (5)~(8) には

$$P(s) = ND^{-1} = \tilde{D}^{-1}\tilde{N} \quad (10)$$

$$XN + YD = I, \ \tilde{N}\tilde{X} + \tilde{D}\tilde{Y} = I \quad (11)$$

の関係が成り立つ。Youla パラメトリゼーションを用いると閉ループ伝達関数 $T(s)$ は

$$T_{zw}(s) := H_1 + H_2 Q H_3 \quad (12)$$

に示すように自由パラメータ $Q(s) \in RH_\infty$ に関してアフィンの形で書ける。式 (12) は、制御仕様を表す関数が $T(s)$ 対

して凸ならば、パラメータ $Q(s)$ に対しても凸となることを示している。その最適解 $Q(s)$ を数値的に求めるために、以下に示すような有限次元の関数を準備する。

$$Q(s) := \sum_{i=0}^N x_i \left(\frac{a}{s+a} \right)^i, \quad (a > 0) \quad (13)$$

この場合、 $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_N]^T$ が制御器の設計パラメータとなり、式 (12) は

$$T_{zw}(s) = H_1 + x_0 H_2 H_3 + x_1 H_2 \left(\frac{a}{s+a} \right) H_3 + \dots + x_N H_2 \left(\frac{a}{s+a} \right)^N H_3 \quad (14)$$

と整理できる。よって、 $T_{zw}(s)$ は変数 x_i に対してアフィン関数となるので、 $\psi_j(T_{z_j} w_j)$ は $\mathbf{x} \in R^{N+1}$ に関して凸関数 $\psi_j(\mathbf{x})$ となる。そして、凸関数の max 関数が再び凸関数である、あるいは凸集合の共通集合が再び凸集合であるという性質より、 m 個の制御仕様 $\{\psi_1(\mathbf{x}) < \gamma_1, \dots, \psi_m(\mathbf{x}) < \gamma_m\}$ を同時に満たしたい場合

$$\psi_{\max}(\mathbf{x}) := \max_{1 \leq j \leq m} \left\{ \frac{\psi_j(\mathbf{x}) - \gamma_j}{\gamma_j} \right\} \leq 0 \quad (15)$$

を満たす最適解 $\mathbf{x}_{opt}$ を見つければよいことが分かる。 $\mathbf{x}_{opt}$ は例えば楕円体法 [7] などの最適化アルゴリズムを用いて数値的に解くことができる。

3. 実機への適用

3.1 不安定な車輪型サーボ系

凸最適化アルゴリズムを用いて不安定な車輪型サーボ系 [8] の多目的制御を試みる。本論文で扱う制御対象の概略を Fig. 2 に示す。この車輪型サーボ系の特徴は、一点接触体であるため姿勢に関する拘束力が接地面からは得られず、車輪の回転なしでは転倒してしまう不安定なシステムである。またボディフレームと車軸がタイミングベルトで連結されているため、ボディフレームが傾くと、車輪も一体となって“転がる”機構をもつ。その車輪の転がり角を

$$\xi = \theta + \phi \quad (16)$$

と定義する。なお、ボディフレームの変位 ϕ は接触子を取り付けたポテンシオメータで検出する。以下に車輪型サーボ系の物理パラメータを示す。

M_1 : 車輪の質量 = 2.14 [kg]

M_2 : ボディフレームの質量 = 5.15 [kg]

J : ボディフレームの重心回りの慣性モーメント = 0.968 [kgm²]

I : 車輪の軸回りの慣性モーメント = 0.125 [kgm²]

H : 車軸からの重心高さ = 0.13 [m]

R : 車輪の半径 = 0.194 [m]

μ : 駆動系の粘性摩擦係数 = 0.075 [Nms/rad]

a : DC モータのトルク定数 = 1.39 [Nm/v]

θ : 車輪の回転角 [rad]

ϕ : ボディフレームの傾き [rad]

u : DC モータへの入力電圧 [v]

g : 重力加速度 = 9.81 [m/s²]

さて、式展開において時計回りを正方向とし、車輪は空回りしないものとする。座標原点は車輪型サーボ系が垂直に静止しているときの車輪の接地面に取り、この状態を $(\phi, \theta) = (0, 0)$ とする。重心座標をボディフレーム上の点 $G(x_g, y_g) = (R\xi + H \sin \phi, R + H \cos \phi)$ と取り、この系に対してラグランジュの運動方程式を整理すると以下の2式を得る。ただし、平衡点近傍 ($\phi = 0$) で線形化を施している。

$$\begin{aligned} & \{J + I + M_1 R^2 + M_2(R^2 + H^2 + 2RH)\} \ddot{\phi} \\ & + \{(I + M_1 R^2 + M_2(R^2 + RH))\} \ddot{\theta} + \mu \dot{\theta} + \mu \dot{\phi} \\ & - (M_1 + M_2)q(R + H)\phi = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$(I + M_1 R^2 + M_2 R^2) \ddot{\theta} + \{I + M_1 R^2 + M_2 (R^2 + RH)\} \dot{\phi} + \mu \dot{\theta} + \mu \dot{\phi} = au \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{さらに, } \alpha_{11} &= I + J + M_1 R^2 + M_2(R^2 + H^2 + 2RH), \alpha_{22} = \\ &I + M_1 R^2 + M_2 R^2, \beta = I + M_1 R^2 + M_2(R^2 + RH), \gamma = \\ &(M_1 + M_2)g(R + H), \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \beta \\ \beta & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \end{bmatrix} - \mu \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} u \quad (19)$$

と整理し、状態変数を $\mathbf{v} = [\phi \ \theta \ \dot{\phi} \ \dot{\theta}]^T$, 出力変数を $\mathbf{y} = [\phi \ \xi]^T$ と取ると状態方程式は次式で与えられる.

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v} = A\mathbf{v} + B\mathbf{u} \quad (20)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{11} & \beta \\ 0 & 0 & \beta & \alpha_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \gamma & 0 & -\mu & -\mu \\ 0 & 0 & -\mu & -\mu \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{11} & \beta \\ 0 & 0 & \beta & \alpha_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a \end{bmatrix} u, \quad (21)$$

$$y = C\mathbf{v}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Fig. 2 Configuration of wheeled servo system

この $P(s) = \{A, B, C, [0 \ 0]^T\}$ に対する状態フィードバックゲインは最適レギュレータより設計した。このときの評価関数 $J_{LQ} := \int_0^\infty (\mathbf{v}^T V \mathbf{v} + u^T R u)$ の重みとして $V = \text{diag}\{7000, 600, 1, 1\}$, $R = 1$ を選んだ。またオブザーバゲインについては Riccati 方程式 $AZ + ZA^T - ZC^T CZ + B^T B = 0$ の解 Z より $H = ZC^T$ を求めた。その結果

$$F = [-275 \quad -24 \quad -65 \quad -17] \quad (23)$$

$$H_{org} = \begin{bmatrix} 9.21 & -1.80 \\ -11.00 & 4.63 \\ 43.98 & -8.74 \\ -56.87 & 14.36 \end{bmatrix}$$

と求まるが、これらのゲインによる同次元オブザーバ+状態フィードバック制御による予備実験において、 ϕ , $\dot{\phi}$ に関する推定が不十分であったため、本論文では H_{org} に若干の修正を加え、以下の行列を用いた。

$$H = \begin{bmatrix} 18 & -0.6 \\ -8 & 4 \\ 38 & -1 \\ -33 & 4 \end{bmatrix} \quad (24)$$

3.2 制御系の設計

このような制御対象に対して，車輪の位置決め制御とボディーフレームの制振を同時に満たす多目的制御を考える．その一つの制御系として，本論文では **Fig. 3** に示すフィードバック系を構成する． r は車輪の変位に対する目標値とおき， $W(s)$ は入力電圧が過大にならないよう制限する適当な重み関数とする．2 入力 1 出力の安定化制御器

$$\mathbf{K}(s) := [K_1(s) \ K_2(s)] = (Y - \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{N}})^{-1}(\mathbf{X} + \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{D}}) \quad (25)$$

において $\mathbf{Q}(s) := [Q_1(s) \ Q_2(s)] \in RH_\infty$ が必要となる.

Fig. 3 の制御系において, r から $\mathbf{z} = [\mathbf{y}^T \ z_u]^T$ への閉ループ伝達行列は

$$\mathbf{T}(s) := (\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{K})^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ W \end{bmatrix} K_2 \quad (26)$$

$$= \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ WD \end{bmatrix} (X_2 + Q_1 \tilde{D}_{12} + Q_2 \tilde{D}_{22}) \quad (27)$$

と整理できる。そして、 $Q_1(s)$, $Q_2(s)$ がともに安定に選ばれる場合、明らかに系 (27) の安定性は保証されることから、本論文では一つの設計例として、 $Q_1(s)$ を任意に固定し、 $Q_2(s)$

Fig. 3 Servo control system

のみに関する凸最適化を試みた。 $Q_1(s)$ を $H_1(s)$ の中に含めると、系 (27) は次式に整理される。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ WD \end{bmatrix} (X_2 + Q_1 \tilde{D}_{12}) + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ WD \end{bmatrix} \tilde{D}_{22} Q_2 \quad (28)$$

本論文では、①制御器 $K(s)$ の次数が高次にならないこと、②数値計算処理時間の短縮化のため探索パラメータ数を少なくしたい、③駆動系のサーボ制御に主目的を置いているため、当面の安定性が確保できる程度に $Q_1(s)$ を選択との理由で、 $Q_1(s)$ =定数とおいた。①に関しては例えば、 $Q_1(s) = \sum_{i=0}^N x_{ai} \left(\frac{a}{s+a}\right)^i$ 、 $Q_2(s) = \sum_{i=0}^N x_{bi} \left(\frac{a}{s+a}\right)^i$ のように共通の極を採用すれば、 $Q_1(s)$ =定数と与えたときの $K(s)$ の次数と同じとなる ($N \geq 4$ のとき $(N+4)$ 次のを $K(s)$ 得る)。しかしながら、この場合 $\mathbf{x} := [\mathbf{x}_a^T \mathbf{x}_b^T]^T$ が探索の対象となるので、②の理由に該当する。ちなみに、 N は共通として、 $Q_1(s)$ 、 $Q_2(s)$ にそれぞれ独立した極 a 、 b を指定すると ($Q_2(s) = \sum_{i=0}^N x_{bi} \left(\frac{b}{s+b}\right)^i$)、制御器の次数は $N \geq 4$ で $2N+4$ となる。

さて、本論文では、制御系の出力 $\mathbf{y}$ の振動を抑えるという観点から、系全体の過渡応答性能の評価として $\|[T_1 \ T_2]^T\|_2$ を最小化することを考える。そして $Q_2(s)$ を式 (13) と同様に選り、各制御仕様 (S_j) に関する拘束条件 $\psi_j(\cdot) < \gamma_j$ の下、次の凸最適化問題を解く。

$$\min_{\mathbf{x}} \left\| \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \right\|_2 \quad \text{s. t.} \quad \psi_j(\cdot) < \gamma_j \quad (29)$$

A. 設計 (I)

制御仕様として、まず駆動系 $T_2(s)$ と制御入力 $T_3(s)$ に対して次の拘束条件を与えた。ここで、経験的に $Q_1(s) = -300$ 、 $W(s) = 1/10$ とおいた。

(S1) オーバershoot $< 10\% \triangleq \psi_1(T_2) < 1.1$

(S2) 整定時間 $< 2.0[\text{s}] \triangleq \psi_2(T_2) < 2$

(S3) $\|T_3\|_\infty < 1 \triangleq \psi_3(T_3) < 1$

厳密な最適解は条件式 (15) を満たす $\mathbf{x}$ であり、これは $N \rightarrow \infty$ としたとき得られる。しかしながら実際には $\mathbf{x}$ の次元、つまり $Q(s)$ の次数が高くなり過ぎるのを避けるため、十分小さな正値 $\varepsilon \approx 0$ に対し、

$$\psi_{\max}(\mathbf{x}) < \varepsilon \quad (30)$$

を満たす準最適解を求めることとした。拘束関数は

$$\psi_{\max}(\mathbf{x}_k) := \max \left\{ \frac{\psi_1(T_2) - 1.1}{1.1}, \frac{\psi_2(T_2) - 2}{2}, \frac{\psi_3(T_3) - 1}{1} \right\} \quad (31)$$

となる。式 (30) に対して数通りの a と N について探索した結果、次の制御器を得た。その極零点は Table 1 に示す。

$$a = 3 \quad (32)$$

Table 1 Poles/zeros of $K(s)$ in design (I)

p_i	z_{1i}	z_{2i}
-24.86	-20.22	1702.5
-22.39	-5.895 ± 5.037j	-17.28
-5.664 ± 7.619j	-5.685	-2.947 ± 6.710j
-0.9928	-1.457 ± 3.411j	-0.8864
-0.6875 ± 1.630j	-1.226	-0.6438 ± 2.034j
2.436	-0.9092 ± 1.544j	-0.4622
0.3874 ± 4.497j	-0.1753	-0.4348 ± 1.131j
p'_i	z'_{1i}	z'_{2i}
-20.89	-14.05 ± 3.508j	-16.98
-18.09 ± 8.251j	-5.707	-2.480 ± 4.932j
-3.150 ± 5.098j	-3.629 ± 4.377j	-0.8770
-0.9930	-1.231	-0.5697 ± 2.021j
-0.5082 ± 1.405j	-1.226 ± 2.904j	-0.4723 ± 1.008j
-0.1519 ± 2.979j	-0.7665 ± 1.399j	-0.4447
4.948	-0.0837	2.704 ± 15.56j

Fig. 4 Simulation responses for step reference on (S1), (S2) (solid : $N = 7$, dashed : $N = 6$)

$$N = 6 : K(s) = \left[k_1 \prod_{i=1}^{10} \frac{(s - z_{1i})}{(s - p_i)} \quad k_2 \prod_{i=1}^{10} \frac{(s - z_{2i})}{(s - p_i)} \right], \quad (33)$$

$$k_1 = -300, \quad k_2 = 0.2842$$

$$N = 7 : K(s) = \left[k_1 \prod_{i=1}^{11} \frac{(s - z'_{1i})}{(s - p'_i)} \quad k_2 \prod_{i=1}^{11} \frac{(s - z'_{2i})}{(s - p'_i)} \right], \quad (34)$$

$$k_1 = -300, \quad k_2 = -13.40$$

この場合の r のステップ入力に対するシミュレーション応答を Fig. 4 に、制御器と閉ループ系の周波数特性を Fig. 5 に示す。

B. 設計 (II)

$\phi(t)$ のシミュレーション応答がやや振動的であるため、さらに $T_1(s)$ の l_1 ノルムに関する次の制振仕様を設ける。 l_1 ノルムを考慮する理由として、インパルス応答を積分したものがステップ応答に相当するので、この時々刻々のインパルス応答を小さくすることができれば、結果として出力応答の振幅抑制が期待できるものと考えられる。

(S4) $\|T_1\|_1 < 0.28 \triangleq \psi_4(T_1) < 0.28$

ここに、シミュレーションより、式 (33) の場合の $T_1(s)$ の l_1 ノルムは $\|T_1\|_1 \approx 0.40$ と計算されるので、その約 70%、 $\gamma_4 = 0.28$ を制約レベルとして与えることとした。したがって全体の拘束関数は

Fig. 5 Frequency response of $K(s)$ and $T_1(s)$, $T_2(s)$ Table 2 Poles/zeros of $K(s)$ in design (II)

p_i	z_{1i}	z_{2i}
$-22.08 \pm 1.8635j$	-18.79	-33.04
$-7.027 \pm 6.9184j$	$-6.161 \pm 4.451j$	-17.64
-0.9927	-5.676	$-2.529 \pm 7.506j$
$-0.7610 \pm 1.753j$	$-1.644 \pm 3.154j$	$-0.9105 \pm 2.170j$
$-0.2438 \pm 3.522j$	-1.223	-0.8920
3.487	$-1.009 \pm 1.597j$	$-0.4852 \pm 1.180j$
	-0.2036	-0.4701
p'_i	z'_{1i}	z'_{2i}
-21.10	$-14.49 \pm 5.274j$	-17.03
$-18.59 \pm 10.25j$	-5.704	$-1.289 \pm 3.904j$
$-1.272 \pm 5.791j$	$-2.920 \pm 4.7537j$	-0.8758
$-0.7428 \pm 3.014j$	$-1.335 \pm 2.6910j$	$-0.6786 \pm 2.040j$
$-0.5400 \pm 1.507j$	-1.231	-0.4402
-0.9930	$-0.7970 \pm 1.4403j$	$-0.4216 \pm 1.033j$
3.663	-0.0648	$-0.3531 \pm 16.17j$

$$\psi_{\max}(\mathbf{x}_k) := \max \left\{ \frac{\psi_1(T_2) - 1.1}{1.1}, \frac{\psi_2(T_2) - 2}{2}, \frac{\psi_3(T_3) - 1}{1}, \frac{\psi_4(T_1) - 0.28}{0.28} \right\} \quad (35)$$

となる。設計 (I) と同様 $a = 3$ と与えた場合、以下の制御器を得た。その極零点は Table 2 に示す。

$$N = 6: \text{式 (33)}, k_1 = -300, k_2 = -8.89 \quad (36)$$

$$N = 7: \text{式 (34)}, k_1 = -300, k_2 = -22.05 \quad (37)$$

この場合のシミュレーション応答を Fig. 6 に示す。 $\phi(t)$ の初期応答に関して振動が抑えられているのが確認できる。また制御器と閉ループ系の周波数特性を Fig. 7 に示す。シミュレーション応答において $\xi(t)$ が厳密には 2 秒以内に整定せずに仕様 (S1) のオーバーシュート 10% 付近を一時的に定常しているのは、3~4 種類の拘束関数の評価 $\psi_j(T_j)$ のうち、(S1) に関する相対評価値 $(\psi_1(T_2) - 1.1)/1.1$ が探索中に頻繁にヒットするためと考えられる。例えば、Fig. 8 は制御器式 (37) のパラメータ探索中の各仕様 (S_i) のヒット頻度を図示したものである。これより、探索終盤において (S2) に比べ (S1) が頻繁に評価されているのが分かる。

Fig. 6 Simulation responses for step reference on (S1), (S2) and (S3) (solid : $N = 7$, dashed : $N = 6$) Fig. 7 Frequency response of $K(s)$ and $T_1(s)$, $T_2(s)$

Fig. 8 Frequency of specifications vs. iteration

3.3 実験

実験にはパーソナルコンピュータ (CPU486+ODP133 MHz) と 12bit-A/D, D/A 変換器およびサーボアンプを用いた (Fig. 2)。サンプリング時間は 1 [ms] とした。制御器は単純に伝達関数の積和に従えば高次数のものとなるが、極零相殺および平衡実現などの低次元化を施せば、数次の制御器が最終的に得られる。例えば制御器 (34) と (37) の場合、ともに七次のものが得られた。Fig. 9, 10 にそれぞれの制御器を用いた場合の応答結果を示す。ここに一点鎖線は $r = -20 \sim 20$ [deg] の矩形的に変化する参照信号とする。両者の応答を比較してみ

Fig. 9 Response of θ and ϕ for step reference changes Fig. 10 Response of θ and ϕ for step reference changes

ると、設計 (II) での制御系は、仕様 (S4) で与えた制振効果が現れているのが観てとれる。

l_1 ノルム仕様の追加したことによって、シミュレーション (Fig. 8)、実験応答 (Fig. 10) とともに位置決め開始時の ξ のアンダーシュートが小さく抑えられている点が挙げられる。アンダーシュートが小さいということは位置決め方向と逆回転の反トルクがより小さく作用し、その結果 ϕ の (位置決め時の) 初期振幅も小さく抑えられることになると考えられる。一方、実験応答 Fig. 9 のように ξ のアンダーシュートが比較的大きい

と、つまり反トルクが係り過ぎると、 ϕ については整定前に振動的になってしまうものと考えられる。

したがって $T_1(s)$ の l_1 ノルムを評価することにより、制御時間全体にわたって $\dot{\phi}$ が抑制されることになり、 ξ の整定時間がやや遅くなるものと解釈できる。

4. お わ り に

本論文では、主に SIMO 系のモーションコントロールに要求される複数仕様を同時に達成する制御系の設計に凸最適化法を用い、その具体的設計例として、不安定な車輪型サーボ系の過渡応答に関する制御に適用した。凸最適化問題は LMI による状態空間アプローチが主流となりつつあるが、本論文で用いた Youla パラメトリゼーションによる伝達関数レベルでの Q パラメータアプローチも有効であることを示した。また、 Q パラメータアプローチでは、既存の制御器 $K_0(s) := \tilde{X}\tilde{Y}^{-1} = Y^{-1}X$ からの拡張型の制御器が求まることから、現場などの実務レベルでの制御則の一調整法として位置付けられるものと考えられる。

本論文では、でき上がる制御器の次数をなるべく低く抑えたいとの意図で、 $Q(s)$ の次数を $N = 7$ と与えかつ $Q_1(s)$ は定数と固定し、 $Q_2(s)$ のみの最適化を行った。

参 考 文 献

- [1] S.P. Boyd, et al.: "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory," SIAM Publication, 1994.
- [2] T. Iwasaki and R.E. Skelton: "All Controllers for the General H_∞ Control Problem: LMI Existence Conditions and State Space Formulas," Automatica, vol.30, no.8, pp.1307-1317, 1994.
- [3] P. Gahinet, et al.: LMI Control Toolbox. The Math Works, Inc. 1995.
- [4] 小原, 杉江: "凸最適化を用いた制御系設計", システム/制御/情報, vol.38, no.3, pp.139-146, 1994.
- [5] 杉江, 芦谷: "凸最適化と H_∞ 制御に基づく液体タンク最適搬送制御", システム制御情報学会論文集, vol.9, no.4, pp.172-178, 1996.
- [6] 藪, 竹森, 奥山: "ジャイロスコープを用いた関節を持つタンブラーの姿勢制御", 日本ロボット学会誌, vol.16, no.4, pp.540-545, 1998.
- [7] S.P. Boyd and C.H. Barratt: "Linear Controller Design: Limits of Performance," Prentice Hall, 1991.
- [8] 竹森, 奥山, 藪: "外乱オブザーバ補償に基づく直立型単車輪サーボ系の安定化", 日本ロボット学会誌, vol.16, no.6, pp.798-806, 1998.
- [9] 前田, 杉江: アドバンスド制御のためのシステム制御理論, 朝倉書店, 1992.

竹森史暁 (Fumiaki Takemori)

1967 年 12 月 3 日生。1992 年鳥取大学大学院工学研究科修士課程修了。鳥取三洋電機 (株) 勤務を経て、1993 年鳥取大学工学部助手、現在に至る。主に制御理論のメカニカル系への応用に関する研究に従事。計測自動制御学会、システム制御情報学会、日本機械学会の会員。(日本ロボット学会正会員)

奥山佳史 (Yoshifumi Okuyama)

1936 年 6 月 22 日生。1961 年早稲田大学大学院理工学研究科電気工学専攻修了、現在、鳥取大学工学部知能情報工学科教授。ロバスト安定性解析、歩行ロボットの研究に従事。工学博士。計測自動制御学会、システム制御情報学会、IEEE、電気学会の会員。(日本ロボット学会正会員)

岩田純一 (Jun-ichi Iwata)

1974 年 1 月 3 日生。1999 年 3 月鳥取大学大学院工学研究科博士前期課程修了。同年 4 月アストロデザイン (株) 入社。画像処理装置の開発・設計に従事。