一つの非駆動関節を持つ 平面劣駆動マニピュレータの可制御性

小林 啓 吾^{*1} 井 村 順 一^{*2} 吉 川 恒 夫^{*1}

Controllability of Planar Manipulators with One Unactuated Joint

Keigo Kobayashi^{*1}, Jun-ichi Imura^{*2} and Tsuneo Yoshikawa^{*1}

In this paper, we prove that the planar manipulator which consists of one actuated joints and one unactuated joints is completely controllable, namely, there exists an admissible path between any given initial state and any state. We also prove the planar manipulators with n actuated joints and one unactuated joints are complete controllable if and only if the first joint is actuated one.

The proof exploits the mechanical properties of the planar systems.

Key Words: Underactuated Manipulator, Nonholonomic, Complete Controllability

1. は じ め に

近年、非ホロノミック拘束を持つシステムの制御問題が注目を集めている。非ホロノミック拘束を持つシステムの中で、車両系に代表されるように速度間の拘束を持つシステムについては、対称アフィンシステムとしての定式化がなされ、ベクトル場のリー代数のランク条件によって可制御性の判別ができることが知られている。しかし、二階の微分方程式で表される拘束、すなわち加速度間に拘束を有するシステムは、ドリフト項を含むためリー代数による可制御性の判別は難しいのが現状である。

加速度間に拘束を有するシステムには、非駆動関節を含むマニピュレータがある [1]~[10]。Oriolo らは、自由関節を持つリンク系が一般には積分できない二階の微分方程式で表される拘束を持つ、すなわち非ホロノミック拘束であることを示し、その拘束式が可積分となる条件を導出した。また特にリンク系の動きが水平面内に限定される場合にはシステムの線形近似系が可制御にならないことを示している。

非ホロノミックな拘束を持つ水平面内マニピュレータで、最も単純な系は一つの回転駆動関節の先に一つの回転自由関節を水平面内で結合した系であり、この系に対していくつかの研究がなされている。鈴木らは、この系の制御問題を平均化法を基にして扱っている [5]。しかし、この方法では最終的な目標値に十分近いところには制御できるものの、ゼロでない位置誤差が残ってしまう。ここでは任意の初期状態から目的の位置

に制御できるかという、可制御性に関する議論はない。荒井らはこの系の軌道計画問題を双方向アプローチと時間軸伸縮を利用して数値的に解いている。しかし、そこでは必ず解が求まるという保証はなく、可制御性に関する厳密な議論はない [3]。De Luca らは、目標位置に系を漸近収束させる周期的な制御則を考え [11]、そこでは、系を nilpotent 近似 [12] した系に対し、一周後に目標位置からの誤差がより小さくなるような開ループ制御を繰り返しながら非駆動関節を目標位置に収束させている。しかし、近似する前の系が有限時間で目標状態に到達できるかどうかという議論はない。このように、この系は今までのところ、可制御かどうかははっきりしていなかった。この系の可制御性を判断するのに、系をドリフト項を持つシステムとして定式化し、Sussmann の STLC (Small Time Locally Controllable) のための十分条件 [13] を用いることが考えられる。しかし、特殊な姿勢を除いてこの条件は満足されないことが分かっている。とはいえ、STLC は可制御であるための十分条件なので、直ちにこの系が不可制御ということにはならない。

加速度拘束を持つ系に対して、統一的に可制御性を判別できる有効な判断基準が確立されていない現状においては、非駆動関節を持った最も単純な非ホロノミック系でありながら、未だ可制御性が証明されていない、この系の可制御性を証明することは、今後のなされるべき一般的な可制御性の判別条件の構築のためにも有効なことと考える。

そこで本論文では、一般の非駆動関節を有する非ホロノミックマニピュレータの可制御性を判断するための研究の一環として一つの非駆動関節を持つ非ホロノミックマニピュレータは、根本の関節が非駆動関節でない限り完全可制御、すなわち任意に与えられた初期状態から任意に与えられた目標状態へ有限時

原稿受付 1999 年 1 月 11 日

^{*1} 京都大学

^{*2} 広島大学

^{*1} Kyoto University

^{*2} Hiroshima University

間で遷移させる入力が存在することを示す。

証明においては、中村らが宇宙ロボット系の軌道計画において用いた双方向アプローチ [14] と同様の手法をとる。これはある初期状態からある最終状態へ至る軌道を求めるのに、初期状態と終了状態の両方から同一多様体へ漸近安定化を行い、多様体から最終状態までの軌道を時間反転する方法である。多様体としてはリンクが伸びきって一定速度で回転している状態を考える。そこへの収束は、回転する系でのハミルトニアンに注目し、それを減少させていくことによりリンクを伸ばしていくという方法をとる。これは、中村らの宇宙空間における多体構造物の制御 [15] と類似しているが、中村らの研究では、ハミルトニアンへの収束に対する保証がなかったのに対し、本論文ではリヤプノフの安定性理論を用いて収束の証明を行っているところが異なる。さらに、平衡多様体近傍での線形近似系の可制御性を利用して、有限時間内に任意の状態から平衡多様体まで遷移可能なことを示す。

なお、この証明法ではリンクを途中で複数に分割し、分割箇所に新たな駆動関節が付加した系の可制御性も同様に証明できる。また、根本の関節が非駆動関節の場合には、その他の関節が駆動であろうと非駆動であろうと完全可制御ではないことを示す。以上をまとめると、 n 個の駆動関節と一つの非駆動関節からなる水平面内マニピュレータが完全可制御となるのは、第一関節が駆動である場合であり、かつその場合に限るということになる。

2. 水平面内 n 関節劣駆動マニピュレータの運動方程式

水平面内で、 n 個の回転関節からなるマニピュレータ系 (Fig. 1) の運動方程式を導出する。 m_i, l_i, l_{gi}, I_i をそれぞれ第 i リンクの質量、長さ、重心までの距離、重心周りの慣性モーメントとする。ただし、リンクの重心は関節と関節を結ぶ線分の途中にある ($l_i > 0, l_{gi} > 0$) ことを仮定する。 θ_i を第 $i-1$ リンクに固定した座標系からみた第 i リンクの回転角、 ϕ_i を台座に固定した座標系からみた第 i リンクの回転角とする。 τ_i を第 i 関節から加えられるトルクとする。ただし、第 i 関節が非駆動関節の場合には $\tau_i = 0$ である。ここで

$$l_{ij} = \begin{cases} l_j & (j < i) \\ l_{gi} & (j = i) \\ 0 & (j > i) \end{cases} \quad (1)$$

Fig. 1 Planar manipulator with n rotational joints

および

$$M_{jk} = \begin{cases} I_j + \sum_i m_i l_{ij} l_{ik} & (j = k) \\ \sum_i m_i l_{ij} l_{ik} & (j \neq k) \end{cases} \quad (2)$$

とくと、ラグランジュの運動方程式は次式のように書き表せる (例えば文献 [16] を参照されたい)。

$$\sum_j M_{ij} \cos(\phi_i - \phi_j) \ddot{\phi}_j + \sum_j M_{ij} \sin(\phi_i - \phi_j) \dot{\phi}_j^2 = \tau_i - \tau_{i+1} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

ただし、 $\tau_{n+1} = 0$ と定義した。

本論文の目的は次の命題が真であることを示すことである。

定理 1: 式 (3) で表される、一つの子駆動関節と複数の駆動関節からなる n リンクマニピュレータ系が可制御となるための必要十分条件は、第一関節が駆動関節であることである。

定理 1 の必要性を示すには第一関節のみが非駆動関節で、他がすべて駆動関節な系が可制御でないことを証明すればよい。これは角運動量保存則を用いて証明する。定理 1 の十分性を示すには第一関節のみが駆動関節で、他がすべて非駆動関節な系が可制御であることを証明すればよい。これを以降の章において考察する。

3. 可制御性の十分条件

系の状態変数を $x = [q^T v^T]^T = [\phi_1 \cdots \phi_n \dot{\phi}_1 \cdots \dot{\phi}_n]^T$ とおく。この章ではまず次の補題を導く。

補題 1: 式 (3) で表される系において、ある初期状態 $[q_a \ v_a]$ から、ある終了状態 $[q_b \ v_b]$ に到達する軌道が存在すれば、初期状態 $[q_b \ -v_b]$ から、終了状態 $[q_a \ -v_a]$ に到達する軌道もまた存在する。

証明 仮定から、初期状態 ($t = 0$) において $\phi_r(0) = q_a$, $d\phi_r/dt(0) = v_a$ であり、終了状態 ($t = T$) において $\phi_r(T) = q_b$, $d\phi_r/dt(T) = v_b$ を満足し、 $0 \leq t \leq T$ において、式 (3) を満たす入力 $\tau_r(t)$ が存在する軌道 $\phi_r(t)$ が存在する。このとき軌道 $\phi'_r(t) = \phi_r(T-t)$ は、 $d\phi'_r/dt(t) = -d\phi_r/dt(t)$ および $d^2\phi'_r/dt^2(t) = d^2\phi_r/dt^2(t)$ から初期状態 ($t = 0$) において $\phi'_r(0) = q_b$, $d\phi'_r/dt(0) = -v_b$ であり、終了状態 ($t = T$) において $\phi_r(T) = q_a$, $d\phi'_r/dt(T) = -v_a$ を満足し、 $0 \leq t \leq T$ において、 $\tau'_r(t) = \tau_r(T-t)$ とともに式 (3) を満たす。□

次にすべてのリンクが一直線状になって、0 でない一定角速度 ω で回転している状態を考え、このような状態の集合を S_ω と定義する。

$$S_\omega = \{x \mid \phi_1 = \phi_2 = \cdots = \phi_n, \dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 = \cdots = \dot{\phi}_n = \omega\} \quad (4)$$

同様に、一定角速度 $-\omega$ で回転している状態の集合を $S_{-\omega}$ とする。

$$S_{-\omega} = \{x \mid \phi_1 = \phi_2 = \cdots = \phi_n, \dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 = \cdots = \dot{\phi}_n = -\omega\} \quad (5)$$

明らかに S_ω 内の任意の点から S_ω 内の点 $o_\omega = [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ \omega \ \omega \ \cdots \ \omega]^T$ に遷移させることが可能である。以上の準備のもとに次の補題を得る。

補題 2: 式 (3) で表現される系において、すべての状態から S_ω 内へ有限時間で到達する軌道が必ず存在するならば、式 (3) で表現される系は完全可制御である、すなわち、任意に与えられた初期状態から任意に与えられた終了状態に有限時間で到達する軌道が存在する。

証明 任意の初期状態 $[q_a^T \ v_a^T]^T$ から任意の終了状態 $[q_b^T \ v_b^T]^T$ に有限時間で到達する軌道が存在することを示す。(i) 仮定より $[q_a^T \ v_a^T]^T$ から S_ω 内の状態 o_ω へ到達する軌道が存在する。(ii) 仮定より $[-q_b^T \ v_b^T]^T$ から o_ω へ到達する軌道 $\phi_b(t)$ が存在する。このとき軌道 $\phi(t) = -\phi_b(t)$ は式 (3) を満足 (する入力が存在) し、 $[q_b^T \ v_b^T]^T$ から $-o_\omega$ へ到達する軌道である。(iii) 軌道 $-\phi_b(t)$ に補題 1 を適用すると、 o_ω から $[q_b^T \ v_b^T]^T$ に到達する軌道が得られる。(i), (iii) より $[q_a^T \ v_a^T]^T$ から o_ω を通って $[q_b^T \ v_b^T]^T$ に有限時間で到達する軌道が存在する。□

すべての状態から S_ω 内へ有限時間で到達する軌道が存在することを示すには、(i) すべての状態から S_ω の任意近傍まで到達できることと、(ii) S_ω を含むある開集合が存在し、その集合内のすべての状態から S_ω まで到達できること、の二つを示すことで達成できる。以降の章でこれらの条件について考察する。

4. S_ω への安定化

この章では、次の補題を証明する。

補題 3: 式 (3) で表される、複数の駆動関節からなる n リンクマニピュレータ系で、第一関節以外に非駆動関節を一つだけ持つ系においては、任意の状態から S_ω を内部に含む任意の開集合の内部へ遷移させることができる。

この補題を証明するには、最も単純な例である駆動関節一つの先に非駆動関節を一つつけた系が S_ω へ漸近安定化できることを示せばよい。なぜなら、このとき駆動関節が複数ある系は、根本以外のすべての駆動関節変位を有限時間で 0 に制御し、それ以降常に 0 を保つように制御することにより、あたかも全体が駆動関節が一つ、非駆動関節が一つからなる系であるように S_ω へと安定化することが可能であるからである。これによって系の状態は S_ω の任意近傍の内部へと遷移する。

S_ω へ漸近安定化を考察するには新たな一般化座標として $\psi_i = \phi_i - \omega t$ を考えると便利である。この座標を用いると、

$$S_\omega = \{[\psi \ \dot{\psi}] \mid \psi_1 = \cdots = \psi_n, \dot{\psi}_1 = \cdots = \dot{\psi}_n = 0\} \quad (6)$$

である。また運動方程式 (3) は

$$\begin{aligned} \sum_j M_{ij} \cos(\psi_i - \psi_j) \ddot{\psi}_j + \sum_j M_{ij} \sin(\psi_i - \psi_j) (\dot{\psi}_j + \omega)^2 \\ = \tau_i - \tau_{i+1} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (7)$$

となる。以下で式 (7) で与えられるシステムに対して

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\psi \ \dot{\psi}] \in S_\omega \quad (8)$$

を満足する制御入力 $\tau(\psi, \dot{\psi})$ が存在するかどうかについて考察する。

一般化座標として ψ を用いて考えるということは、一定速度 ω で回転する慣性系を考えるということに他ならない。そこで運動エネルギーに遠心力によるポテンシャルエネルギーを合わせた次の関数 $V(\psi, \dot{\psi})$ を考える。

$$\begin{aligned} V = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j M_{ij} \cos(\psi_i - \psi_j) \dot{\psi}_i \dot{\psi}_j \\ + \frac{1}{2} \omega^2 \sum_i \sum_j M_{ij} (1 - \cos(\psi_i - \psi_j)) \end{aligned} \quad (9)$$

明らかに V は正定 ($V \geq 0$) である。また $V(\psi, \dot{\psi}) = 0$ であれば $[\psi \ \dot{\psi}] \in S_\omega$ であることは明らかである。式 (8) のためには

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = 0 \quad (10)$$

が必要かつ十分なので、 V の時間微分を考えて、式 (7) を代入すると

$$\frac{dV}{dt} = -2\omega \sum_i \sum_j M_{ij} \sin(\psi_i - \psi_j) \dot{\psi}_i \dot{\psi}_j + \sum_i \dot{\psi}_i (\tau_i - \tau_{i+1}) \quad (11)$$

となる。第一項は歪対称行列の二次形式なので 0 であり

$$\frac{dV}{dt} = \dot{\psi}_1 \tau_1 + \sum_{i=2}^n (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}_{i-1}) \tau_i \quad (12)$$

を得る。式 (12) の右辺は駆動関節から系に加えられるエネルギーを表している。式 (12) は

$$\tau_i = \begin{cases} -k_1 \dot{\psi}_1 & (i = 1) \\ -k_i (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}_{i-1}) & (\text{第 } i \text{ 関節は駆動関節}) \end{cases} \quad (13)$$

という簡単な制御で $V(t)$ を減少させていけることが予想される。

補題 3 を証明するためには、 $n = 2$ の場合についてこの制御則が $V(t)$ を 0 まで収束することを示せばよい。このとき式 (13) は、 $\tau_1 = -k_1 \dot{\psi}_1$, $\tau_2 = 0$ (非駆動関節) なので、式 (12) は

$$\dot{V} = -k_0 \dot{\psi}_1^2 \quad (14)$$

である。したがって、ラサールの定理から閉ループの解は $\dot{\psi}_1 = 0$ を満たす軌道のいずれかへと収束する。

そのような軌道では $\dot{\psi}_1 = 0$ が満たされるので、積分定数 C を用いて $\psi_1(t) = C$ とおける。表記を簡単にするため $\bar{\psi}_2 = \psi_2 - C$ とおくと、式 (7) は以下ようになる。

$$-M_{12} \cos(\bar{\psi}_2) \ddot{\psi}_2 - M_{12} \sin(\bar{\psi}_2) (\dot{\psi}_2 + \omega)^2 = 0 \quad (15)$$

$$M_{22} \ddot{\psi}_2 + M_{21} \sin(\bar{\psi}_2) \omega^2 = 0 \quad (16)$$

式 (16) を $\ddot{\psi}_2$ についてとき、式 (15) に代入すると

$$-\sin(\bar{\psi}_2) \{M_{21} \omega^2 \cos(\bar{\psi}_2) + M_{22} (\dot{\psi}_2 + \omega)^2\} = 0 \quad (17)$$

Fig. 2 state

を得る. ここから, 収束後の軌道ではすべての t に対して $\sin(\bar{\psi}_2) = 0$ であることが証明できる. なぜなら, $\sin(\bar{\psi}_2) = 0$ でないとすると, 解の唯一性から, すべての t に対して

$$M_{21}\omega^2 \cos(\bar{\psi}_2) + M_{22}(\dot{\bar{\psi}}_2 + \omega)^2 = 0 \quad (18)$$

が成り立たなければならない. 式 (18) の両辺を時間微分すると

$$-M_{21}\omega^2 \sin(\bar{\psi}_2)\dot{\bar{\psi}}_2 + M_{22}(2\dot{\bar{\psi}}_2 + 2\omega)\ddot{\bar{\psi}}_2 = 0 \quad (19)$$

であり, 式 (16) を代入すると

$$-M_{21}\omega^2 \sin(\bar{\psi}_2)(3\ddot{\bar{\psi}}_2 + 2\omega) = 0 \quad (20)$$

を得る. $\sin(\bar{\psi}_2) = 0$ ではないことを仮定しているのので, 式 (20) のためにはすべての t に対して $\ddot{\bar{\psi}}_2 = -2/3\omega$ すなわち $\psi_2 = -2/3\omega t + C_1$ が成り立たなければならないが, これは明らかに $V(t)$ が非増加関数であることと矛盾する. よって, すべての t に対して $\sin(\bar{\psi}_2) = \sin(\psi_2 - \psi_1) = 0$ である.

このような軌道には $\psi_2 = \psi_1 = C$ というものと, $\psi_1 = \psi_2 + \pi = C$ という二つのものがあるが, 前者が $V(t) = 0$ という安定な軌道であるのに対し, 後者は式 (9) での位置エネルギーが極大となるので, 不安定な軌道である[†]. 初期状態が $\psi_1 = \psi_2 + \pi$, $\dot{\psi}_1 = \dot{\psi}_2 = 0$ である場合には前者の軌道に停留することもありえるが, この場合には入力に適当な擾乱をいれることにより容易に離脱させることができ, その後に式 (13) を用いることにより安定な軌道である前者に収束させることができる.

よって, 式 (13) の制御入力を用いて, 駆動関節一つの先に非駆動関節を一つつなげた系は任意の初期状態から $V(t)$ を 0 に収束させることができる, すなわち任意の状態から S_ω へ漸近安定化をすることができると結論づけることができる. また, 駆動関節が複数ある場合にも根本以外のすべての駆動関節変位を, 有限時間で 0 に制御し, それ以降常に 0 を保つように制御することにより, 同様に S_ω へ漸近安定化できる. 以上より補題 3 が証明された.

[†]遠心力に対して倒立した振り子とみなすことができる.

Fig. 3 Lyapunov function V

Fig. 4 Trajectory

数値例: 駆動関節一つの先に非駆動関節を一つつなげた系に対する式 (13) の制御則の有効性を調べるために数値シミュレーションを行った. 系の諸元を $m_i = 1$, $l_i = 1$, $l_{gi} = 0.5$, $I_i = m_i l_i^2 / 12$ ($i = 1, 2$) とし, $\omega = 1$ および制御則のパラメータを $K_0 = 3$ とした. 初期状態を $x(0) = [\pi/4 \ -\pi/4 \ 0 \ 0]^T$ としたときの計算結果を Fig. 2 に示す. また, リヤプノフ関数 $V(t)$ の応答を Fig. 3 に示す. Fig. 3 から状態変数が指数関数的に収束していることが分かる. また, このとき系が描く軌道を Fig. 4 に示す. Fig. 4 からリンク全体が回転しながら, 一直線状に伸びていく様子が分かる.

5. S_ω 近傍での可制御性

S_ω を含むある開集合が存在し, その集合内のすべての状態から S_ω まで到達できるという条件は, 逆時間系で考えると, $S_{-\omega}$ から有限時間で到達できる集合が, $S_{-\omega}$ を含む開集合になっているということである. そして, この条件は系の $S_{-\omega}$ 近傍での線形近似系が可制御性であれば成立する [17]. 式 (7) において ω の代わりに $-\omega$ とした場合を考えて, 状態の高次の積の項は $S_{-\omega}$ 近傍では小さいとみなすと

$$\sum_j M_{ij} \ddot{\psi}_j + \sum_j M_{ij} (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}_j) \omega^2 = \tau_i - \tau_{i+1} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (21)$$

となる。ここで $\tilde{\psi}$ は近似系の一般化座標である。 $z_i = \sum_j M_{ij} \tilde{\psi}_j$ とおくと、

$$\ddot{z} = \omega^2(I - \tilde{M})z + F\tau' \quad (22)$$

を得る。ただし

$$\tilde{M} = \text{diag} \left(\sum_j M_{1j}, \dots, \sum_j M_{nj} \right) M^{-1} \quad (23)$$

である。 τ' は駆動関節のトルクを並べた行列であり、 F は要素が 0, ± 1 からなる行列である。式 (22) で表される線形システムが可制御性となるのは次の行列 M_c がフルランクを持つ場合であることが知られている。

$$M_c = [F \omega^2(I - \tilde{M})F \dots \omega^{2(n-1)}(I - \tilde{M})^{n-1}F] \quad (24)$$

これは、 $\omega \neq 0$ より明らかに次の条件と等価である。

$$\text{Rank}[F \tilde{M}F \dots \tilde{M}^{n-1}F] = n \quad (25)$$

一般にこの条件が満足されるかどうかを解析的に求めるのは難しいが、 $n = 2$ の場合に満足されることは容易に確認できる。そして、定理 1 の証明にはそれだけで十分である。以上より
補題 4: 一つの駆動関節の先に一つの非駆動関節をつなげた系においては、 S_ω を含むある開集合が存在し、その集合内のすべての状態から S_ω まで到達できる。

を得る。

定理 1 の証明

以上の準備により定理 1 が証明できる。

(十分性) 式 (3) で表される、複数の駆動関節からなる n リンクマニピュレータ系で、第一関節以外に非駆動関節を一つだけ持つ系においては、任意の状態から S_ω へ到達する軌道があることを示す。まず、 $n = 2$ の場合については、補題 3 と補題 4 から、すべての状態から S_ω 内へ有限時間で到達する軌道が存在する。 $n > 2$ の場合においても、根本以外のすべての駆動関節変位を、有限時間で 0 に制御し、それ以降常に 0 を保つように制御することにより、 $n = 2$ の場合と同じ軌道によって有限時間で S_ω 内へ有限時間で到達させることが可能である。よって、補題 2 より、複数の駆動関節からなる n リンクマニピュレータ系で、第一関節以外に非駆動関節を一つだけ持つ系は完全可制御である。

(必要性) 第一関節が非駆動の場合に、系が可制御とならないことを示す。

$N(\phi, \dot{\phi})$ を次のように定義する。

$$N = \sum_i \sum_j M_{ij} \cos(\phi_i - \phi_j) \dot{\phi}_j \quad (26)$$

N の時間微分を考えると、

$$\begin{aligned} \dot{N} = & \sum_i \sum_j (-M_{ij} \sin(\phi_i - \phi_j) \dot{\phi}_i \dot{\phi}_j + M_{ij} \sin(\phi_i - \phi_j) \dot{\phi}_j^2 \\ & + M_{ij} \cos(\phi_i - \phi_j) \ddot{\phi}_j) \end{aligned} \quad (27)$$

第一項は歪対称行列の二次形式なので 0 である。式 (3) を代入すると

$$\dot{N} = \sum_i (\tau_i - \tau_{i+1}) = \tau_1 \quad (28)$$

となる。第一関節が非駆動関節の場合、 $\tau_1 = 0$ なので、 N は定数となる。よって、例えば $N(\phi, \dot{\phi})$ が 0 でない状態からはどんな入力を加えようとも $\dot{\phi}(t)$ を 0 にはできない。よって、系は完全可制御ではない。なお、 N は系の総角運動量である。□

6. おわりに

本論文では、一つの駆動関節の先に一つの非駆動関節を持つ非ホロノミックマニピュレータが、完全可制御性、すなわち任意に与えられた初期状態から任意に与えられた目標状態へ遷移させる入力が存在することを示した。また、さらに駆動関節が複数ある場合にも同じく完全可制御となることを示した。他方で、第一関節が非駆動関節の場合には完全可制御にはならないことを示した。

今後の問題としては、非駆動関節が複数ある場合の可制御性の議論が挙げられる。本論文での議論はほぼそのまま展開できるが、式 (13) の制御則が原点まで安定化できるかどうかはまだ理論的にはっきりしていない。簡単な数値シミュレーションにおいては安定化できることが分かっているため今後、証明に取り組む予定である。

参考文献

- [1] G. Oriolo and Y. Nakamura: "Free-joint manipulators: Motion control under second-order nonholonomic constraints," Proc. IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems'91, pp.1248-1253, 1991.
- [2] 荒井: "非駆動関節を有する 3 自由度マニピュレータの非ホロノミック拘束下における可制御性", 日本ロボット学会誌, vol.14, no.5, pp.751-758, 1996.
- [3] 荒井, 谷江, 城間: "非駆動関節を有する水平二軸マニピュレータの軌道計画", 第 15 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.19-20, 1997.
- [4] 鈴木, 中村: "受動関節を持つ多リンク系の非ホロノミック制御", 第 13 回ロボット学会学術講演会予稿集, pp.707-708, 1995.
- [5] T. Suzuki, M. Koinuma and Y. Nakamura: "Chaos and nonlinear control of a nonholonomic free-joint manipulator," IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.2668-2675, 1996.
- [6] J. Imura, K. Kobayashi and T. Yoshikawa: "Nonholonomic control of 3 link planar manipulator with a free joint," IEEE Conference on Decision and Control, pp.1435-1436, 1996.
- [7] M. Reyhanoglu, A. van der Schaft and N. Harris: "Nonlinear control of a class of under actuated systems," IEEE Conference on Decision and Control, pp.1682-1687, 1996.
- [8] A.D. Lewis and R.M. Murray: "Configuration controllability for a class of mechanical systems," IEEE Conference on Decision and Control, pp.4288-4293, 1995.
- [9] A. De Luca, R. Mattone and G. Oriolo: "Dynamic mobility of redundant robots using end-effector commands," IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1760-1767, 1996.
- [10] 小林, 井村, 吉川: "非駆動関節を有する平面マニピュレータ系の可制御性に関する一考察", 第 20 回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, pp.137-140, 1997.
- [11] A. De Luca, R. Mattone and G. Oriolo: "Stabilization of underactuated robots: Theory and experiments for a planar 2r

- manipulator," Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.3274-3280, 1997.
- [12] H. Hermes: "Nilpotent approximations of control systems and distributions," SIAM Journal Control and Optimization, vol.24, no.4, pp.731-736, 1986.
- [13] H.J. Sussmann: "A general theorem on local controllability," SIAM Journal on Control and Optimization, vol.25, pp.158-194, 1987.
- [14] Y. Nakamura and R. Mukherjee: "Nonholonomic path planning of space robots via a bidirectional approach," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.7, no.4, pp.500-514, 1991.
- [15] 中村, 岩本: "自由関節で連結された宇宙構造物の形状制御", 日本ロボット学会誌, vol.11, no.6, pp.883-891, 1993.
- [16] 古田, 美多, 川路, 原: メカニカルシステム制御, オーム社, 1984.
- [17] H. Nijmeijer and A.J. van der Schaft: Nonlinear Dynamical Control Systems. Springer-Verlag, 1990.

小林啓吾 (Keigo Kobayashi)

1971年5月10日生。1996年京都大学大学院工学研究科修士課程修了。同年より同大学大学院工学研究科博士後期課程に進学。現在に至る。非ホロノミックシステムの制御の研究に従事。計測自動制御学会会員。(日本ロボット学会学生会員)

吉川恒夫 (Tsuneo Yoshikawa)

1941年12月19日生。1969年京都大学大学院工学研究科博士課程修了。同年同大学工学部助手。1970年同大学助教授。1986年同大学工学部教授(オートメーション研究施設, 1989年より応用システム科学教室, 1991年より機械工学教室)となり, 現在に至る。ロボット工学, 制御工学の研究に従事。工学博士。計測自動制御学会, 日本機械学会, システム制御情報学会, IEEEなどの会員。(日本ロボット学会正会員)

井村順一 (Jun-ichi Imura)

1964年10月11日生。1990年, 京都大学大学院工学研究科修士課程修了。1992年同大学大学院工学研究科博士課程中途退学。同年10月より同大学工学部助手。1997年広島大学工学部助教授となり, 現在に至る。非線形システムの制御の研究に従事。工学博士。計測自動制御学会, IEEEなどの会員。(日本ロボット学会正会員)

員。