衝突防止を考慮した状態フィードバックによる 目標物追従・障害物回避コントローラ的设计について

山根 裕 造^{*1} 高橋 克 己^{*2}

A Design of State Feedback Controller without Colliding for Model Following and Obstacle Evading

Yuzo Yamane^{*1} and Katsumi Takahashi^{*2}

This paper is dealing with designing a state feedback controller without colliding so that the multivariable plant output is regulated not only to follow an output of the reference model but also to keep from an output of dynamical avoidance obstacle under following assumptions.

(A.1) The plant control input is implemented on a basis of knowledge concerning parameters as well as a degree difference and concerning available measurements of states and inputs of plant, reference model and avoidance obstacle.

(A.2) Each signal of reference model and avoidance obstacle inputs is produced without any knowledge on three systems and is not influenced by states and inputs of any other systems.

(A.3) The obstacle output does not exist on a line between the plant and the reference outputs.

Several features of the proposed controller are shown.

(1) The controller is composed of safety following and avoiding controllers.

(2) The gains of a safety following controller are designed from conditions not only to make the plant closed loop stable but also not to collide with the reference model output.

(3) The gains of a safety avoidance controller are determined so that the plant closed loop is made unstable as well as the plant output does not collide with the avoidance obstacle output.

(4) A switching function is introduced to adjust to switch the gains of safety following controllers to the ones of safety avoidance controller dependent on whether plant output meets across the prohibited region.

Key Words: Feedback Control, Safety, Model Reference Control, Obstacle Avoidance, Multivariable System

1. ま え が き

移動ロボット、宇宙船、ビークル、マニピュレータなど移動本体が目標物に到達する途中で障害物に遭遇する経路計画問題において、移動本体は障害物を回避しながら目標物に到達しなければならない。今まで障害物回避に関しポテンシャル関数を用いた方法 [1] [2]、静電ポテンシャル法および Sliding Mode を用いた方法 [3]、GA を用いた方法 [4] [5]、ニューラルネットワークを用いた方法 [6] などさまざまな方法による研究 [7]~[10] がなされている。しかし、目標物に動体を扱ったものは少なく [11]、多くは目標物を静止体として扱い、障害物の未来軌

道の予測を必要としている。本研究で扱う対象はすべて運動方程式で表現できる動体を対象としており、それら移動本体、目標物、障害物は入力信号に推進力を、出力信号に位置を持つ動的システムのクラスで陽に記述できるものとしている。ところで、移動中安全面から目標値・障害物との接触・衝突防止制御について考慮しておくことは非常に重要なことであるが、今までこのような安全性の質について言及されていない。本研究では安全性を特に接触・衝突防止面に限定し制御理論面から考察している。

このように本研究は移動本体が動的障害物存在の状況下で動的目標物に追従しなければならない目標物追従障害物回避問題を扱い、そのなかで移動本体が目標物・障害物に衝突せず、安全に目標物追従かつ障害物回避するコントローラ的设计法を提案しており、これをセーフティコントロールと呼んでいる。

まず問題設定とし、移動本体を制御対象、追従させるための

原稿受付 1998年3月31日

^{*1}足利工業大学機械工学科

^{*2}足利工業大学大学院工学研究科機械工学専攻

^{*1}Ashikaga Institute of Technology, Mechanical Engineering.

^{*2}Ashikaga Institute of Technology, Graduate School.

目標物を規範モデル、回避させるための障害物を回避モデルとして考える。移動本体、目標物、障害物の位置はそれぞれ3種類の動的多変数線形システムの出力信号で記述されるものとし、各システム間には次の制約があるものとする。

(1) 目標物と移動本体の関係：目標物は移動本体とは無関係な独自の入力信号を有することができ、移動本体の目標物を生成し、移動本体は与えられた目標物に向かって安全に追従する。

(2) 障害物と移動本体の関係：障害物に対し移動本体のみが安全に回避動作を行い、障害物は移動本体に対して回避運動を行わない。

(3) 目標物と障害物の関係：目標物と障害物はそれぞれ互いの入力の影響を受けず独自の入力信号を持っている。

そしてこの制約のために次の仮定をおく。

[仮定1] 前述の三つのシステムの定数パラメータは既知[12]。それぞれの状態、入力は現時刻でのみ入手可能である。移動本体は最小位相系とする。

[仮定2] 目標物、障害物の入力は自己のシステムを除いた残り二つのシステムから何の影響も受けない。

[仮定3] 障害物は移動本体から目標物までの線分上に位置しない。

内部モデル原理によると1自由度コントローラを目標値発生器の情報を考慮した構造にすることにより移動本体を目標値に安定追従できるが、目標値が未知入力の影響を受けると1自由度コントローラでは目的を達成するのが難しく、本論文では2自由度コントローラ形のものを選んでいく。

これら準備の下で安定・不安定モデルマッチングおよび衝突防止の考え方にに基づき目標物追従障害物回避を安全に実行できるセーフティコントローラの設計を行っている。

目標物追従動作原理はモデル追従制御系の最小位相系の仮定に基づく安定モデルマッチングの考え方による。構成された2自由度追従コントローラの状態フィードバックゲインとフィードフォワードゲインは、任意の安定なインタラクタ多項式を用い、陽な形で表される。

障害物回避はモデル追従制御の安定性原理と反対の考え方にに基づき実行できる。設計された2自由度回避コントローラの二つのゲインは、任意の不安定インタラクタ多項式で表現される。

次に衝突防止の基本的概念として「追従時では追従安全条件を、回避時では回避安全条件をそれぞれ満足する」のように考え、コントローラゲインの衝突防止安全条件を示している。

追従および回避各コントローラのインタラクタ多項式の係数はこの条件を満足するよう定める。さらに切り換え関数を用い、この各コントローラを結合させ追従回避セーフティコントローラを構成している。

このように本研究において安全は衝突防止と等価的な意味をもつ。

最後に1入力1出力系および2入力2出力干渉系の数値シミュレーションにより追従回避セーフティコントローラの有効性を確認する。

2. 問題の記述

移動本体 (Plant) $\sum_p$ 、目標物 (Following Object) $\sum_f$ 、障害物 (Avoidance Obstacle) $\sum_a$ のシステムは次のようなブロック可制御正準形で表現されるものとする。状態変数、入出力の個数は共に n, r とする。

$$\begin{aligned}\Sigma_p: \quad \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B u_p(t) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t)\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\Sigma_f: \quad \dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + B u_f(t) \\ y_f(t) &= C_f x_f(t)\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}\Sigma_a: \quad \dot{x}_a(t) &= A_a x_a(t) + B u_a(t) \\ y_a(t) &= C_a x_a(t)\end{aligned}\quad (3)$$

ただし、

$$\begin{aligned}A_p &= \begin{bmatrix} 0 & | & I \\ \hline \dot{A}_p & & \end{bmatrix} & A_f &= \begin{bmatrix} 0 & | & I \\ \hline \dot{A}_f & & \end{bmatrix} \\ A_a &= \begin{bmatrix} 0 & | & I \\ \hline \dot{A}_a & & \end{bmatrix} \\ B &= [0, \dots, 0, I]^T \\ x_p, x_f, x_a &\in R^n \\ y_p, u_p, y_f, u_f, y_a, u_a &\in R^r\end{aligned}$$

移動本体が障害物接近の際、衝突防止のため設けた障害物近傍の回避すべき空間を回避空間 S_a 、そうでない目標物に追従すべき空間を追従空間 S_f と呼ぶことにする。

[仮定1,2,3] はコントローラ u_p の設計に必要でありここでより詳しく述べる。

[仮定1] コントローラ u_p を構成する際、 $\sum_p$ 、 $\sum_f$ 、 $\sum_a$ の定数パラメータは前もって既知で利用可能。さらに現時刻 t では状態変数 x_p, x_f, x_a 入力信号 u_f, u_a は入手可能であるが、入力信号の未来値については未知であってもよい。また次数差に関し、次のような正の整数 ν が存在する。ただし $\alpha_p, \alpha_f, \alpha_a$ は正則で、移動本体は最小位相系とする[13]。

$$C_p A_p^d B = 0 \quad d = 0, \dots, \nu - 2 \quad (4)$$

$$C_p A_p^d B = \alpha_p \quad d = \nu - 1 \quad (5)$$

$$C_f A_f^d B = 0 \quad d = 0, \dots, \nu - 2 \quad (6)$$

$$C_f A_f^d B = \alpha_f \quad d = \nu - 1 \quad (7)$$

$$C_a A_a^d B = 0 \quad d = 0, \dots, \nu - 2 \quad (8)$$

$$C_a A_a^d B = \alpha_a \quad d = \nu - 1 \quad (9)$$

[仮定2] $u_f(t), u_a(t)$ はそれぞれ $\sum_p$ 、 $\sum_a$ および $\sum_p$ 、 $\sum_f$ のパラメータ、状態変数、入出力変数に関し情報入手不可で、かつそれらの影響を受けない。

[仮定3] R を回避空間半径としたとき y_f, y_a は $\|y_f - y_a\| \gg R$ を満足し、障害物は移動本体から目標物までの線分上に位置しない。

問題は移動本体が 1. 目標物に追従するだけでなく、かつ 2. 障害物を回避することの 2 点を満足するコントローラ、を衝突防止面から構成することである。まず目標物追従セーフティコントローラと障害物回避セーフティコントローラを別々に構成し、次いで両者を回避空間半径 R を用いて結合させ追従回避セーフティコントローラを設計している。

3. 追従セーフティコントローラ

追従空間 S_f で y_p が y_f に衝突せず追従することを保証する追従セーフティコントローラを構成する。移動本体、目標物の伝達関数は次の有理関数行列

$$\begin{aligned} N_p &= C_p(sI - A_{pc})^{-1}B \\ N_f &= C_f(sI - A_{fc})^{-1}B \\ D_p &= (I - K_{p,f}(sI - A_{pc})^{-1}B) \\ D_f &= (I - K_f(sI - A_{fc})^{-1}B) \\ A_{pc} &= A_p - BK_{p,f} \\ A_{fc} &= A_f - BK_f \end{aligned}$$

を用いて

$$\begin{aligned} G_p &= N_p D_p^{-1} \\ G_f &= N_f D_f^{-1} \end{aligned}$$

のように表現される。追従制御時において、安定な任意の ν 次インラクタ多項式 $\sigma_f(s)$ に対し $K_{p,f}$, K_f が存在する。

$$\sigma_f(s)N_p = \alpha_p \quad (10)$$

$$\sigma_f(s)N_f = \alpha_f \quad (11)$$

ただし、

$$\sigma_f(s) = Is^\nu + \mu_\nu s^{\nu-1} + \mu_{\nu-1} s^{\nu-2} + \cdots + \mu_1 \quad (12)$$

$\mu_\nu, \dots, \mu_1$ は $r \times r$ 行列である。

3.1 追従コントローラの導出

y_p を y_f に収束させる追従コントローラを考える。移動本体が最小位相系であるので三つの定数パラメータ $K_{p,f}$, K_f , M_f をもつ 2 自由度コントローラで次のように表せる [13]。

$$u_{p,f}(t) = -K_{p,f}x_p(t) + M_f w_f(t) \quad (13)$$

ただし、

$$w_f(t) = K_f x_f(t) + u_f(t) \quad (14)$$

M_f は $\sum_p$ と $\sum_f$ のゲイン比、 $K_{p,f}$ はフィードバックゲイン、 K_f はフィードフォワードゲインである。ゲイン M_f , $K_{p,f}$ は式 (10) (11) から次のように求まる。

$$\begin{aligned} M_f &= N_p^{-1}N_f \\ &= \alpha_p^{-1}\alpha_f \end{aligned} \quad (15)$$

$$K_{p,f} = \alpha_p^{-1}[\mu, I] \begin{bmatrix} \tilde{T}_p \\ C_p A_p^\nu \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$K_f = \alpha_f^{-1}[\mu, I] \begin{bmatrix} \tilde{T}_f \\ C_f A_f^\nu \end{bmatrix} \quad (17)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mu &= [\mu_1, \dots, \mu_\nu] \\ \tilde{T}_p &= \begin{bmatrix} C_p \\ C_p A_p \\ \vdots \\ C_p A_p^{\nu-1} \end{bmatrix} \\ \tilde{T}_f &= \begin{bmatrix} C_f \\ C_f A_f \\ \vdots \\ C_f A_f^{\nu-1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3.2 追従安全条件

$\sum_p$ と $\sum_f$ の間の状態偏差システムは上の関係を考慮すると次式のように u_f に依存しない自由系となり V_f が安定な行列であるので $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\xi_f(t)\| \rightarrow 0$ がいえる。

$$\begin{aligned} \dot{e}_f &= V_f e_f \\ \xi_f &= C e_f \end{aligned} \quad (18)$$

ただし、 $e_f = \tilde{T}_f x_f - \tilde{T}_p x_p$, $\xi_f = y_f - y_p$

$$V_f = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\mu_1 & \dots & -\mu_\nu \end{bmatrix}$$

$$\xi_f = (\xi_{f1}, \xi_{f2}, \dots, \xi_{fr})^T$$

$$e_f = \{\xi_f^T, \xi_f^{(1)T}, \xi_f^{(2)T}, \dots, \xi_f^{(\nu-1)T}\}^T$$

$$C = [I, 0, \dots, 0]$$

$$\sigma_f(s) = \det(sI - V_f)$$

$\xi_f^{(j)}$ は時間 t に関する j 回微分を意味する。

移動本体が目標物に衝突せず追従する追従安全条件について考える。 $r = 1$ のとき $\xi_f(t)$ が $\xi_f(0)$ と同符号をもちながら $\{\xi_f(0)\xi_f(t) \geq 0\}$, $\xi_f(t) \rightarrow 0$ が成立することである (6.1 節 $r = 1$ の数値計算参照)。それには $\xi_f(t)$ がまず非振動的である必要があり、それにはインラクタ多項式 $\sigma_f(s)$ が負の実根を持たねばならない。 $\xi_f(t)$ が振動すると目標物に衝突し不等式条件 $\xi_f(0)\xi_f(t) \leq 0$ を満足する。このように、安全性を確保するためには $\sigma_f(s)$ を安定にするだけでなく負の実根を持たせるように選ぶことが要求されている。それゆえ、 $r > 1$ に対してもその不等式条件 $\xi_f^T(0)\xi_f(t) > 0$ を統一尺度としておく。

まず、追従空間 S_f を頂点 ($\xi_f = 0$) と $\xi_f(0)$ を結びこれを垂直軸にもつ半空間 $C_f \triangleq \{\xi_f(t) \mid \xi_f^T(0)\xi_f(t) > 0\}$ とその補空間 $\bar{C}_f \triangleq \{\xi_f(t) \mid \xi_f^T(0)\xi_f(t) \leq 0\}$ に 2 分割する。ただし、 C_f と $\bar{C}_f$ の境界を表す不等式の等号は $\xi_f = 0$ つまり $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\xi_f(t)\| = 0$ の場合のものとする。

【定義 1】

$\xi_f(t)$ が C_f 内に留まり原点に収束するとき $y_p(t)$ は $y_f(t)$ に安全に追従しているという。そして、 C_f を衝突防止のための追従安全域と呼ぶ。

【定義 1】は不等式条件 $\xi^T(0)\xi(t) > 0$ が安定追従のための十分条件であることを述べている。しかし、これは非常に厳しい条件であるが、不等式条件を満たさないとき、安定追従しないと述べておらず、実際 $r=2$ のとき、振動系で不等式条件を満たさないが安定追従することもある。

【定義 2】

式 (19) において二つの正の実数 ρ_f, ϵ_f が存在するとき追従偏差方程式 (18) を追従セーフティシステム、式 (13) を追従セーフティコントローラと呼ぶ。

$$\rho_f e^{-\epsilon_f t} \geq J_f(t) \geq 0 \quad (19)$$

ただし、

$$\begin{aligned} J_f(t) &= \xi_f^T(0)\xi_f(t) \\ \xi_f(0) &\neq 0 \end{aligned}$$

【定義 2】を満足するコントローラの十分条件を考えてみる。式 (18) を次のようにブロック対角化してみる。

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_f &= \tilde{V}_f \tilde{e}_f \\ \tilde{e}_f &= \tilde{C} \tilde{e}_f \end{aligned} \quad (20)$$

ただし、 $\tilde{e}_f(t) = (\tilde{e}_{f1}^T(t), \dots, \tilde{e}_{f\nu}^T(t))^T$

$$\tilde{V}_f = \begin{bmatrix} \Delta_{f1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Delta_{f2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Delta_{f\nu} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} = [I, \dots, I]$$

e_f と $\tilde{e}_f$ の間には以下のような関係がある。

$$e_f = T_f \tilde{e}_f \quad (21)$$

ただし、

$$T_f = \begin{bmatrix} I & I & \dots & I \\ \Delta_{f1} & \Delta_{f2} & \dots & \Delta_{f\nu} \\ \Delta_{f1}^2 & \Delta_{f2}^2 & \dots & \Delta_{f\nu}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta_{f1}^{\nu-1} & \Delta_{f2}^{\nu-1} & \dots & \Delta_{f\nu}^{\nu-1} \end{bmatrix}$$

T_f は Vandermonde 行列である。 $\xi_f(t)$ を振動させないために Δ_{fi} ($i = 1 \sim \nu$) が対角行列で、 r 個の負の実根 δ_{fij} ($i = 1 \sim \nu, j = 1 \sim r$) を持つように選ぶ。ただし $\delta_{f1j} \geq \delta_{f2j} \geq \dots \geq \delta_{f\nu j}$ ($j = 1 \sim r$) とする。

$$\Delta_{fi} = \begin{bmatrix} \delta_{fi1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta_{fi2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \delta_{fir} \end{bmatrix}$$

式 (20) を解き、

$$\begin{aligned} \xi_f(t) &= \tilde{C} \tilde{e}_f(t) \\ &= [I, \dots, I] \begin{bmatrix} e^{\Delta_{f1}t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\Delta_{f2}t} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{\Delta_{f\nu}t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e}_{f1}(0) \\ \tilde{e}_{f2}(0) \\ \vdots \\ \tilde{e}_{f\nu}(0) \end{bmatrix} \\ &= (e^{\Delta_{f1}t}, \dots, e^{\Delta_{f\nu}t}) \tilde{e}_f(0) \end{aligned}$$

さらに式 (21) を代入し

$$\xi_f(t) = (e^{\Delta_{f1}t}, \dots, e^{\Delta_{f\nu}t}) T_f^{-1} e_f(0)$$

上式の両辺に左から $\xi_f^T(0)$ をかけ

$$J_f(t) = \xi_f^T(0) (e^{\Delta_{f1}t}, \dots, e^{\Delta_{f\nu}t}) T_f^{-1} e_f(0) \quad (22)$$

を得る。式 (22) は r 個のサブシステムに分割できる。

$$J_f(t) = \sum_{j=1}^r J_{fj}(t) \quad (23)$$

ただし、

$$\begin{aligned} J_{fj}(t) &= \xi_{fj}(0) \xi_{fj}(t) \\ &= (e^{\delta_{f1j}t}, e^{\delta_{f2j}t}, \dots, e^{\delta_{f\nu j}t}) \eta_{fj} \\ \eta_{fj} &= \xi_{fj}(0) T_{fj}^{-1} \tilde{e}_{fj}(0) \\ &= (\eta_{f1j}, \eta_{f2j}, \dots, \eta_{f\nu j})^T \\ T_{fj} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \delta_{f1j} & \delta_{f2j} & \dots & \delta_{f\nu j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{f1j}^{\nu-1} & \delta_{f2j}^{\nu-1} & \dots & \delta_{f\nu j}^{\nu-1} \end{bmatrix} \\ \tilde{e}_{fj}(0) &= (\xi_{fj}(0), \xi_{fj}^{(1)}(0), \dots, \xi_{fj}^{(\nu-1)}(0))^T \\ \delta_{fj} &= (\delta_{f1j}, \delta_{f2j}, \dots, \delta_{f\nu j})^T \end{aligned}$$

式 (23) が式 (19) を満足するためには各サブシステムが次式

$$\rho_{fj} e^{-\epsilon_{fj} t} \geq J_{fj}(t) \geq 0 \quad j = 1 \sim r \quad (24)$$

を満足すれば十分である。ただし、 $\rho_{fj} > 0, \epsilon_{fj} > 0$

さらに式 (24) を満足するためには次の 2 式が成立すればよい。文献 [14] から帰納法を用いて証明できる。

$$0 > \delta_{f1j} \quad j = 1 \sim r \quad (25)$$

$$\begin{aligned} d_{fj} &= D_\nu \eta_{fj} \\ &= D_\nu T_{fj}^{-1} \xi_{fj}(0) \tilde{e}_{fj}(0) > 0 \quad j = 1 \sim r \end{aligned} \quad (26)$$

ただし

$$d_{fj} = (d_{f1j}, d_{f2j}, \dots, d_{f\nu j})^T \in R^r \quad j = 1 \sim r$$

$$D_\nu = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

式 (25), 式 (26) から $\delta_{fij} (i = 1 \sim \nu, j = 1 \sim r)$ を求めることを考えてみる。

- 式 (26) の $\bar{e}_{fj}(0)$ は以下の理由から情報入手可能である。式 (18) である $e_f(t) = \tilde{T}_f x_f(t) - \tilde{T}_p x_p(t)$ の右辺の $x_f(t), x_p(t)$ は [仮定 1] より入手可能なので $e_f(t)$ も入手可能となる。 $\bar{e}_{fj}(t)$ は $e_f(t)$ の成分を出力信号ずつ並べ換えてできるサブベクトルであり、これは $t = 0$ を含め任意の時刻で入手可能である。
- 式 (26) の d_{fj} の ν 番目の要素 $d_{f\nu j}$ は式 (23), 式 (26) から $d_{f\nu j} = \xi_{fj}^2(0) > 0$ と指定されているので式 (26) の条件は 1 個減る。

以上の 2 点に注意し、式 (26) の T_{fj}^{-1} の計算を回避するため、式 (26) の δ_{fij} について整理すると

$$L_{fj} h_{fj} = g_{fj} - p_{fj} \quad j = 1 \sim r \quad (27)$$

となる。ただし

$$L_{fj} = \begin{bmatrix} \delta_{f1j} - \delta_{f2j} & \delta_{f2j} - \delta_{f3j} & \cdots & \delta_{f(\nu-1)j} - \delta_{f\nu j} \\ \delta_{f1j}^2 - \delta_{f2j}^2 & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{f1j}^{\nu-1} - \delta_{f2j}^{\nu-1} & \cdots & \cdots & \delta_{f(\nu-1)j}^{\nu-1} - \delta_{f\nu j}^{\nu-1} \end{bmatrix} \in R^{(\nu-1) \times (\nu-1)}$$

$$h_{fj} = \frac{1}{d_{f\nu j}} (d_{f1j}, d_{f2j}, \dots, d_{f(\nu-1)j})^T \in R^{\nu-1}$$

$$g_{fj} = \frac{\xi_{fj}(0)}{d_{f\nu j}} \{\xi_{fj}^{(1)}(0), \dots, \xi_{fj}^{(\nu-1)}(0)\}^T \in R^{\nu-1}$$

$$p_{fj} = (\delta_{f\nu j}, \delta_{f\nu j}^2, \dots, \delta_{f\nu j}^{\nu-1})^T \in R^{\nu-1}$$

式 (27) の δ_{fij} を求めるため、次のアルゴリズムを準備する。

- [1] 十分小さい $0 \gg \delta_{f\nu j}$ を指定すると式 (27) の右辺は g_{fj} が既知ベクトルなので固定される。
- [2] $0 > \delta_{f1j} > \delta_{f2j} > \cdots > \delta_{f(\nu-1)j} > \delta_{f\nu j}$ を考慮しながら $h_{fj} > 0$ を満足する式 (27) の解 $\delta_{fij} (i = 1 \sim \nu-1)$ を探索する。
- [3] もし、見つからないときは [1] に戻って $\delta_{f\nu j}$ をもっと小さくして解が見つかるまで [2] を繰り返す。

$\nu = 2$ のとき解析解が得られ、式 (27) は

$$(\delta_{f1j} - \delta_{f2j}) h_{f1j} = g_{f1j} - \delta_{f2j}$$

となり左辺 > 0 なので、解 $\delta_{f2j} (0 > \delta_{f1j} > \delta_{f2j})$ の条件式は

$$g_{f1j} = \frac{\xi_{fj}(0) \xi_{fj}^{(1)}(0)}{\xi_{fj}^2(0)} > \delta_{f2j}$$

となる。

同様に $\nu = 3$ のとき、解 $\delta_{f2j}, \delta_{f3j} (0 > \delta_{f1j} > \delta_{f2j} > \delta_{f3j})$ の条件式

$$\begin{cases} \delta_{f1j} + \delta_{f2j} > \frac{g_{f2j} - \delta_{f3j}^2}{g_{f1j} - \delta_{f3j}} > \delta_{f2j} + \delta_{f3j} \\ g_{f1j} > \delta_{f3j} \end{cases}$$

を得る。ただし

$$(g_{f1j}, g_{f2j}) = \frac{\xi_{fj}(0)}{\xi_{fj}^2(0)} \{\xi_{fj}^{(1)}(0), \xi_{fj}^{(2)}(0)\}$$

特に

$$\delta_{f2j} = \frac{g_{f2j} - \delta_{f3j}^2}{2(g_{f1j} - \delta_{f3j})}$$

は上の条件式を満足する。

一般に $\delta_{f\nu j}$ を十分に小さくすることによってベクトル解 δ_{fj} は無数に存在すると考えられる。式 (25) の δ_{f1j} ($j = 1 \sim r$) は $J_{fj}(t)$ ($j = 1 \sim r$) の減衰レベルを支配する一番影響力のある固有値であり、位相平面上 $(\xi_{f1}, \xi_{f2}, \dots, \xi_{fr})$ で ξ_f が原点に収束する進路を決定する。

4. 回避セーフティコントローラ

回避空間で y_p が y_a に衝突せず回避することを保証する回避セーフティコントローラを構成する。移動本体、障害物の伝達関数は

$$N_p = C_p(sI - A_{pc})^{-1} B$$

$$N_a = C_a(sI - A_{ac})^{-1} B$$

$$D_p = (I - K_{p,a}(sI - A_{pc})^{-1} B)$$

$$D_a = (I - K_a(sI - A_{ac})^{-1} B)$$

$$A_{pc} = A_p - BK_{p,a}$$

$$A_{ac} = A_a - BK_a$$

のような有理関数行列を定義すると

$$G_p = N_p D_p^{-1}$$

$$G_a = N_a D_a^{-1}$$

となる。回避制御時において、不安定な任意の ν 次多項式 $\sigma_a(s)$ に対して $K_{p,a}$, K_a が存在する。

$$\sigma_a(s) N_p = \alpha_p \quad (28)$$

$$\sigma_a(s) N_a = \alpha_a \quad (29)$$

ただし、

$$\sigma_a(s) = Is^\nu + \lambda_\nu s^{\nu-1} + \lambda_{\nu-1} s^{\nu-2} + \cdots + \lambda_1 \quad (30)$$

$\lambda_\nu, \dots, \lambda_1$ は $r \times r$ 行列である。

4.1 回避コントローラの導出

回避コントローラは追従コントローラを求めた考え方と安定性に関し反対のコンセプトで設計できる。

移動本体が最小位相系なので、 y_p が y_a に対し発散する回避コントローラを三つの定数パラメータ $K_{p,a}$, K_a , M_a をもつ次の 2 自由度系で表す。

$$u_{p,a}(t) = -K_{p,a} x_p(t) + M_a w_a(t) \quad (31)$$

ただし、

$$w_a(t) = K_a x_a(t) + u_a(t)$$

M_a は $\sum_p$ と $\sum_a$ のゲイン比, $K_{p,a}$ はフィードバックゲイン, K_a はフィードフォワードゲインである. ゲイン M_a , $K_{p,a}$, K_a は式 (28) (29) から次のように求まる.

$$\begin{aligned} M_a &= N_p^{-1} N_a \\ &= \alpha_p^{-1} \alpha_a \end{aligned} \quad (32)$$

$$K_{p,a} = \alpha_p^{-1} [\lambda, I] \begin{bmatrix} \tilde{T}_p \\ C_p A_p^\nu \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$K_a = \alpha_a^{-1} [\lambda, I] \begin{bmatrix} \tilde{T}_a \\ C_a A_a^\nu \end{bmatrix} \quad (34)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \lambda &= [\lambda_1, \dots, \lambda_\nu] \\ \tilde{T}_a &= \begin{bmatrix} C_a \\ C_a A_a \\ \vdots \\ C_a A_a^{\nu-1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4.2 回避安全条件

$\sum_p$ と $\sum_a$ の間の状態偏差システムは次式となり u_a に依存しない. V_a は不安定な行列なので $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\xi_a(t)\| \rightarrow \infty$ となる.

$$\begin{aligned} \dot{e}_a &= V_a e_a \\ \xi_a &= C e_a \end{aligned} \quad (35)$$

ただし, $e_a = \tilde{T}_a x_a - \tilde{T}_p x_p$, $\xi_a = y_a - y_p$

$$V_a = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\lambda_1 & \dots & -\lambda_\nu \end{bmatrix}$$

$$\xi_a = (\xi_{a1}, \xi_{a2}, \dots, \xi_{ar})^T$$

$$e_a = \{\xi_a^T, \xi_2^{(1)T}, \xi_a^{(2)T}, \dots, \xi_a^{(\nu-1)T}\}^T$$

$$C = [I, 0, \dots, 0]$$

$$\sigma_a(s) = \det(sI - V_a)$$

$\xi_a^{(j)}$ は時間 t に関する j 回微分を意味する.

移動本体が障害物に衝突せず回避する回避安全条件について 3.2 節追従安全条件と同様に考えてみる. この条件は $r = 1$ のとき $\xi_a(t)$ が $\xi_a(0)$ と同符号をもちながら $\{\xi_a(0)\xi_a(t) > 0\}$ $\xi_a(t) \rightarrow \infty$ が成立することである (6.1 節 $r = 1$ の数値計算を参照). そのため $\xi_a(t)$ が非振動的である必要があり $\sigma_a(s)$ が正の実根を持つようにする. それを次のように定義する.

【定義 3】

$\xi_a(t)$ が頂点 ($\xi_a = 0$) と $\xi_a(0)$ を結ぶ直線を含む半空間 $C_a \triangleq \{\xi_a(t)_{t \geq 0} \mid \xi_a^T(0)\xi_a(t) > 0\}$ に留まり, 無限大に発散するとき $y_p(t)$ は $y_a(t)$ を安全に回避しているという. C_a を衝突防止のための回避安全域と呼ぶ.

【定義 3】の回避動作に対する安全性の考え方によれば, 例えば $r = 2$ のとき, 障害物が裏側 $\bar{C}_a \triangleq \{\xi_a(t)_{t \geq 0} \mid \xi_a^T(0)\xi_a(t) \leq 0\}$ へ移動することを防止している.

【定義 4】

式 (36) において二つの正の実数 ρ_a , ϵ_a が存在するとき回避偏差方程式 (35) を回避セーフティシステム, 式 (31) を回避セーフティコントローラと呼ぶ.

$$J_a(t) \geq \rho_a e^{\epsilon_a t} \quad (36)$$

ただし,

$$J_a(t) = \xi_a^T(0)\xi_a(t)$$

$$\xi_a(t) \neq 0$$

【定義 4】を満足するコントローラの十分条件を考えてみる. 追従安全条件と同様にして式 (35) の対角化を行い ξ_a を求めると $\xi_a(t)$ は次のようになる.

$$\xi_a(t) = (e^{\Delta_{a1}t}, \dots, e^{\Delta_{a\nu}t})T_a^{-1}e_a(0)$$

ただし,

$$T_a = \begin{bmatrix} I & I & \dots & I \\ \Delta_{a1} & \Delta_{a2} & \dots & \Delta_{a\nu} \\ \Delta_{a1}^2 & \Delta_{a2}^2 & \dots & \Delta_{a\nu}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta_{a1}^{\nu-1} & \Delta_{a2}^{\nu-1} & \dots & \Delta_{a\nu}^{\nu-1} \end{bmatrix}$$

上式の両辺に左から $\xi_a^T(0)$ をかけ

$$J_a(t) = \xi_a^T(0)(e^{\Delta_{a1}t}, \dots, e^{\Delta_{a\nu}t})T_a^{-1}e_a(0) \quad (37)$$

を得る. 式 (37) を r 個のサブシステムに分割する.

$$J_a(t) = \sum_{j=1}^r J_{aj}(t) \quad (38)$$

ただし,

$$\begin{aligned} J_{aj}(t) &= \xi_{aj}(0)\xi_{aj}(t) \\ &= (e^{\delta_{a1j}t}, e^{\delta_{a2j}t}, \dots, e^{\delta_{a\nu j}t})\eta_{aj} \end{aligned}$$

$$\eta_{aj} = \xi_{aj}(0)T_{aj}^{-1}\bar{e}_{aj}(0)$$

$$= (\eta_{a1j}, \eta_{a2j}, \dots, \eta_{a\nu j})^T$$

$$T_{aj} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \delta_{a1j} & \delta_{a2j} & \dots & \delta_{a\nu j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{a1j}^{\nu-1} & \delta_{a2j}^{\nu-1} & \dots & \delta_{a\nu j}^{\nu-1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{e}_{aj}(0) = (\xi_{aj}(0), \xi_{aj}^{(1)}(0), \dots, \xi_{aj}^{(\nu-1)}(0))^T$$

$$\delta_{aj} = (\delta_{a1j}, \delta_{a2j}, \dots, \delta_{a\nu j})^T$$

δ_{a1j} は実根で $\delta_{a1j} \geq \delta_{a2j} \geq \dots \geq \delta_{a\nu j}$ ($j = 1 \sim r$) としておく.

式 (38) が式 (36) を満足するためには各サブシステムが次式を満足すればよい.

$$J_{aj}(t) \geq \rho_{aj} e^{\epsilon_{aj}t} \quad j = 1 \sim r \quad (39)$$

ただし, $\rho_{aj} > 0$, $\epsilon_{aj} > 0$

さらに式 (39) を満足するためには文献 [14] から帰納法により次の 2 式が成立すればよい.

$$\delta_{a1j} > 0 \quad j = 1 \sim r \quad (40)$$

$$d_{aj} = D_{\nu} \eta_{aj} > 0 \quad j = 1 \sim r \quad (41)$$

ただし

$$d_{aj} = (d_{a1j}, d_{a2j}, \dots, d_{a\nu j})^T \in R^r \quad j = 1 \sim r$$

$$d_{a\nu j} = J_{aj}(0)$$

δ_{a1j} ($i = 1 \sim \nu, j = 1 \sim r$) はサブシステムを不安定にしている条件式 (40) を考慮し 3.2 節のアルゴリズムを適用し求まる. 式 (40) の δ_{a1j} ($j = 1 \sim r$) は ξ_a が位相平面上 ($\xi_{a1}, \xi_{a2}, \dots, \xi_{ar}$) で原点から発散していく方向を支配している固有値である.

5. 追従回避セーフティコントローラの設計

回避偏差 ξ_a に応じ, 追従または回避セーフティコントローラに切り換わる追従回避セーフティコントローラは回避空間半径 R を用い次式のように構成できる [15].

$$u_p(t) = \phi(\xi_a) u_{p,a}(t) + \{1 - \phi(\xi_a)\} u_{p,f}(t) \quad (42)$$

ただし, 切り替え関数 $\phi(\xi_a)$ は時刻 $t = t_i$ ($i = 1, 2, \dots$) で $\xi_a(t) = R$ を満足し

$$\phi(\xi_a) = 0 \quad \text{if} \quad \|\xi_a\| > R$$

$$\phi(\xi_a) = 1 \quad \text{if} \quad \|\xi_a\| \leq R$$

のように切り替える. ξ_a が回避空間半径 R の内側にあると回避コントローラ, 外側に脱出すると追従コントローラが駆動する.

6. シミュレーション結果

追従回避セーフティコントローラの有効性を確認するために数値シミュレーションを行う. u_f, u_a は未来値が未知で, 定数でない信号であってもよいが, 絶対座標上での計算結果のビジュアル効果を示すため, 移動本体と目標物, 障害物, それぞれの相対位置を表す状態偏差方程式 (18), (35) は u_f, u_a の影響を受けないので u_f, u_a を便宜上, 定数に選んでおく.

6.1 1入力1出力系

次数 $n = 3, r = 1, \nu = 3$ をもつ以下の移動本体, 目標物, 障害物を扱う. $R = 2.6$ とする. 移動本体が A) 目標物, 障害物いずれにも衝突しない場合を **Fig. 1** に, B) 目標物にのみ衝突する場合を **Fig. 2** に, C) 障害物にのみ衝突する場合を **Fig. 3** に示す.

$$\Sigma_p: \dot{x}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -1 \end{bmatrix} x_p + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_p$$

$$y_p = [1 \ 0 \ 0] x_p$$

Fig. 1 Safety responses in case of $n = 3, r = 1$ and $\nu = 3$

Fig. 2 Unsafety responses in case of $n = 3, r = 1$ and $\nu = 3$ where y_p collides with y_f

$$x_p(0) = [2 \ 7 \ -8]^T$$

$$\Sigma_f: \dot{x}_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -0.5 & -1 \end{bmatrix} x_f + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_f$$

$$y_f = [1 \ 0 \ 0] x_f$$

$$u_f = 1$$

$$x_f(0) = [1 \ 0 \ 0]^T$$

$$\Sigma_a: \dot{x}_a = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} x_a + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_a$$

$$y_a = [1 \ 0 \ 0] x_a$$

$$u_a = 6$$

$$x_a(0) = [6 \ 0 \ 0]^T$$

Fig. 3 Unsafety responses in case of $n = 3, r = 1$ and $\nu = 3$ where y_p collides with y_a

- [A-I 期] $0 \leq t \leq t_1$ (初期時刻 $t_0 = 0$)

$$\begin{aligned} e_f(0) &= (-1, -7, 8)^T \\ \delta_{f1} &= (-0.25, -0.5, -0.75)^T \\ \mu &= (80.09, 0.69, 1.5)^T \\ k_{pf} &= (-1.91, -0.31, 0.5)^T \\ k_f &= (-0.91, -0.19, 0.5)^T \end{aligned}$$

- [A-II 期] $t_1 \leq t \leq t_2$ (回避空間進入時 $t_1 = 0.23$)

$$\begin{aligned} e_a(0.23) &= (2.6, -5.3, 6.5)^T \\ \delta_{a1} &= (1, -3, -6)^T \\ \lambda &= (-18, 9, 8)^T \\ k_{pa} &= (-20, 8, 7)^T, k_a = (-19, 8, 7)^T \end{aligned}$$

- [A-III 期] $t_2 < t$ (回避空間脱出時 $t_2 = 2.89$)

$$\begin{aligned} e_f(2.89) &= (-2.4, 2.6, 2.6)^T \\ \delta_{f1} &= (-1.5, -4, -5)^T \\ \mu &= (30, 33.5, 10.5)^T \\ k_{pf} &= (28.0, 32.5, 9.5)^T, k_f = (29.0, 32.5, 9.5)^T \end{aligned}$$

Fig. 1 では追従および回避各コントローラのインタラクタ多項式係数がそれぞれ追従安全・回避安全条件を満たしているため移動本体は障害物、目標物双方に衝突せず目標物に到達している。

- [B-I 期] [B-II 期] は [A-I 期] [A-II 期] と同じ。
- [B-III 期] $t_2 < t$ (回避空間脱出時 $t_2 = 2.89$)

$$\begin{aligned} \delta_{f1} &= (-1, -1.5, -1.6)^T \\ \mu &= (2.4, 5.5, 4.1)^T \\ k_{pf} &= (0.4, 4.5, 3.1)^T, k_f = (1.4, 5.0, 3.1)^T \end{aligned}$$

Fig. 2 では回避空間を脱出したとき $\delta_{f11} = 10 > 0, \delta_{f21} = -25 < 0$ と選んでおり追従安全条件式 (26) を満たしていないため、いったん目標物に衝突してから追従している。

- [C-I 期] は [A-I 期] と同じ。
- [C-II 期] $t_1 \leq t \leq t_2$ (回避空間進入時 $t_1 = 0.23$)

$$\begin{aligned} \delta_{a1} &= (0.3, 0.1, -1)^T \\ \lambda &= (0.03, -0.37, 0.6)^T \\ k_{pa} &= (-1.97, -1.37, -0.40)^T, k_a = (-0.97, -1.37, -1.40)^T \end{aligned}$$

- [C-III 期] $t_2 < t$ (回避空間脱出時 $t_2 = 3.52$)

$$\begin{aligned} e_f(3.52) &= (-2.4, 3.0, 1.4)^T \\ \delta_{f1} &= (-1.5, -3, -4)^T \\ \mu &= (18, 22.5, 8, 5)^T \\ k_{pf} &= (16.0, 21.5, 7.5)^T, k_f = (17.0, 22.0, 7.5)^T \end{aligned}$$

Fig. 3 では移動本体が回避空間に進入した際、 $\delta_{a11} = -37 < 0, \delta_{a21} = 23 > 0$ のように選んでいるため回避安全条件式 (41) を満たしておらず、障害物に衝突している。

6.2 2入力2出力干渉系

干渉項を有する以下の移動本体、目標物、障害物を考える。回避空間半径を $R = 2$ としている。計算結果として y_{p1}, y_{f1}, y_{a1} を横軸、 y_{p2}, y_{f2}, y_{a2} を縦軸とした二次元平面上に移動本体、目標物、障害物出力の絶対運動位置の軌跡とコントローラ入力信号 $u_p = (u_{p1}, u_{p2})^T$ を示す。移動本体が D) 目標物、障害物いずれにも衝突しない場合を Fig. 4 に、E) 目標物に衝突する場合を Fig. 5 に示す。

$$\begin{aligned} \Sigma_p : \dot{x}_p &= \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 2 & -1 \end{array} \right] x_p + \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right] u_p \\ y_p &= \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] x_p \\ x_p(0) &= [4, -5, 0, 0]^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma_f : \dot{x}_f &= \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -0.5 & 2 \\ 0.5 & -2 & 1 & -1 \end{array} \right] x_f + \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right] u_f \\ y_f &= \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] x_f \\ u_f &= [0, 4]^T, \quad x_f(0) = [-4, 4, 0, 0]^T \\ \Sigma_a : \dot{x}_a &= \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0.5 & -1 & 2 \\ 0.5 & -1.5 & 1 & -0.5 \end{array} \right] x_a + \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right] u_a \\ y_a &= \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] x_a \\ u_a &= [-1, -0.5]^T, \quad x_a(0) = [-1, 0, 0, 0]^T \end{aligned}$$

Fig. 4 Safety trajectories in case of $n = 4$, $\nu = 2$ and $r = 2$ Fig. 5 Unsafety trajectories in case of $n = 4$, $\nu = 2$ and $r = 2$

• [D-I 期] $t_0 \leq t < t_1$ (初期時刻 $t_0 = 0$)

$d_{f11} = 107 > 0$, $d_{f12} = 135 > 0$ と選ぶ. 追従安全の十分条件式 (26) を満たす Δ_{f1}, Δ_{f2} を得る.

$$\Delta_{f1} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad \Delta_{f2} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

このとき式 (20) の μ_1, μ_2 は

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \quad \mu_2 = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

となり, 式 (13) (14) の追従セーフティコントローラのゲイン

$$K_{p,f} = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 & 3 \\ 1 & 7 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$K_f = \begin{bmatrix} 9 & 1 & 6.5 & 2 \\ 0.5 & 8 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$M_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

が求まる. 式 (23) の $J_f(t)$ は式 (19), (24) を満足している.

$$242e^{-2(t-t_0)} > J_f(t-t_0) > 0$$

ただし,

$$J_f(t-t_0) = \begin{bmatrix} 107 & -42.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-2(t-t_0)} \\ e^{-5(t-t_0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 135 & -54 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-2(t-t_0)} \\ e^{-5(t-t_0)} \end{bmatrix}$$

移動本体は目標物を追従しようとするが途中障害物の回避空間に侵入する.

• [D-II 期] $t_1 \leq t \leq t_2$ (回避空間侵入時 $t_1 = 0.482$)

$d_{a11} = 1.11 > 0$, $d_{a12} = 0.09 > 0$ とし, 回避安全十分条件式 (41) を満足する Δ_{a1}, Δ_{a2} を得る.

$$\Delta_{a1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \quad \Delta_{a2} = \begin{bmatrix} -10 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$$

このとき式 (35) の λ_1, λ_2 は

$$\lambda_1 = \begin{bmatrix} -20 & 0 \\ 0 & -12 \end{bmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 6.5 \end{bmatrix}$$

となり, 式 (31) の回避セーフティコントローラのゲイン

$$K_{p,a} = \begin{bmatrix} -22 & 1 & 7 & 3 \\ 1 & -15 & 2 & 5.5 \end{bmatrix}$$

$$K_a = \begin{bmatrix} -21 & 0.5 & 7 & 2 \\ 0.5 & -13.5 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

が求まる. 式 (38) の $J_a(t)$ は式 (36), (39) を満足している.

$$J_a(t-t_1) > 1.11e^{2(t-t_1)} > 0$$

ただし,

$$J_a(t-t_1) = \begin{bmatrix} 1.11 & 1.47 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{2(t-t_1)} \\ e^{-10(t-t_1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.09 & 1.31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{1.5(t-t_1)} \\ e^{-8(t-t_1)} \end{bmatrix}$$

移動本体は障害物と衝突せず減速しながら障害物を安全回避し
 R の外へ脱出する。

- [D-III 期] $t_2 < t$ (回避空間脱出時 $t_2 = 1.013$)

$d_{f11} = 69.6 > 0$, $d_{f12} = 23.4 > 0$ のとき追従安全十分条件式
 (26) を満足する Δ_{f1} , Δ_{f2}

$$\Delta_{f1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \Delta_{f2} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

が得られる。このとき式 (20) の μ_1 , μ_2 は

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad \mu_2 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

となり、式 (13) (14) の追従セーフティコントローラのゲインは

$$K_{p,f} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \\ K_f = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2.5 & 2 \\ 0.5 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

となる。式 (23) の $J_f(t)$ は式 (19), (24) を満足している。

$$93e^{-(t-t_2)} > J_f(t-t_2) > 0$$

ただし、

$$J_f(t-t_2) = [69.6 \quad -44.6] \begin{bmatrix} e^{-(t-t_2)} \\ e^{-2(t-t_2)} \end{bmatrix} \\ + [23.4 \quad -5.98] \begin{bmatrix} e^{-(t-t_2)} \\ e^{-4(t-t_2)} \end{bmatrix}$$

以上 Fig. 4 に示すように移動本体は障害物、目標物に衝突せず
 目標物に追従している。

- [E-I 期] は [D-I 期] と同じで追従セーフティコントローラが
 駆動している。

- [E-II 期] $t_1 \leq t \leq t_2$ (回避空間侵入時 $t_1 = 0.482$)

回避空間侵入時、回避安全十分条件式 (41) を満たさないよう
 な $d_{a11} = -1.06 < 0$, $d_{a12} = -1.54 < 0$ を選ぶ。 Δ_{a1} , Δ_{a2}
 は

$$\Delta_{a1} = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Delta_{a2} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

となり式 (35) の λ_1 , λ_2

$$\lambda_1 = \begin{bmatrix} -4.5 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

を得る。このとき式 (31) の回避セーフティコントローラのゲインは

$$K_{p,a} = \begin{bmatrix} -6.5 & 1 & 0.5 & 3 \\ 1 & -6 & 2 & 1 \end{bmatrix} \\ K_a = \begin{bmatrix} -5.5 & 0.5 & 0.5 & 2 \\ 0.5 & -4.5 & 1 & 1.5 \end{bmatrix}$$

となる。式 (38) の $J_a(t)$ は式 (36), (39) を満足していない。

$$4.0e^{-3(t-t_1)} > J_a(t-t_1) > -2.6e^{1.5(t-t_1)}$$

ただし

$$J_a(t-t_1) = [-1.06 \quad 3.63] \begin{bmatrix} e^{1.5(t-t_1)} \\ e^{-3(t-t_1)} \end{bmatrix} \\ + [-1.54 \quad 2.94] \begin{bmatrix} e^{(t-t_1)} \\ e^{-3(t-t_1)} \end{bmatrix}$$

移動本体は障害物の近くを通過して障害物回避を行っている。
 最悪の場合 δ_{a11} , δ_{a12} の選択で衝突の危険性がある。

- [E-III 期] $t_2 < t$ (回避空間脱出時 $t_2 = 1.018$)

回避空間脱出時において追従安全条件の十分条件式 (26) を満
 たさない d_{f11} , d_{f12} ($d_{f11} = -3.58 < 0$, $d_{f12} = -5.93 < 0$)
 を選んでみる。このとき Δ_{f1} , Δ_{f2}

$$\Delta_{f1} = \begin{bmatrix} -0.55 & 0 \\ 0 & -0.45 \end{bmatrix} \quad \Delta_{f2} = \begin{bmatrix} -1.2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

となり (20) の μ_1 , μ_2 は

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} 0.66 & 0 \\ 0 & 0.45 \end{bmatrix} \quad \mu_2 = \begin{bmatrix} 1.75 & 0 \\ 0 & 1.45 \end{bmatrix}$$

で、式 (13) (14) のコントローラのゲインは

$$K_{p,f} = \begin{bmatrix} -1.34 & 1 & 0.75 & 3 \\ 1 & -2.55 & 2 & 0.45 \end{bmatrix} \\ K_f = \begin{bmatrix} -0.34 & 1 & 1.25 & 2 \\ 0.5 & -1.55 & 1 & 0.45 \end{bmatrix}$$

となる。式 (23) の $J_f(t)$ は式 (19), (24) を満足していない。

$$9.11e^{-(t-t_2)} > J_f(t-t_2) > -9.51e^{-0.45(t-t_2)}$$

ただし

$$J_f(t-t_2) = [-3.58 \quad 7.52] \begin{bmatrix} e^{-0.55(t-t_2)} \\ e^{-1.2(t-t_2)} \end{bmatrix} \\ + [-5.93 \quad 11.1] \begin{bmatrix} e^{-0.45(t-t_2)} \\ e^{-(t-t_2)} \end{bmatrix}$$

移動本体は目標物と衝突を繰り返しながら目標物に追従して
 いる。

以上 Fig. 5 に示すように移動本体は障害物に衝突しそうにな
 り、その後目標物と衝突し、追従している。

数値計算結果から追従回避セーフティコントローラは [仮定
 1,2,3] の下で、有効に駆動しているのが分かる。

7. あ と が き

本論文では“衝突防止”の考え方を「追従時は追従安全条件
 を、回避時は回避安全条件をそれぞれ満足する」とし、追従・
 回避各空間で移動本体が目標物、回避物に衝突せず、目標物到
 達を実現させる追従回避セーフティコントローラの設計を行っ
 た。このコントローラを設計するために移動本体、目標物、障
 害物にブロック可制御正準形、コントローラゲインを求めるた
 めに右既約系を用いてシステムを表現し、多変数系の追従安全
 および回避安全十分条件を求めた。数値計算結果からこれらの

条件を満足する追従回避セーフティコントローラは衝突防止のための制御を行い所定の目的を達成していることが確認できた。

今後、証明および改善すべき問題として (1) 追従安全条件、回避安全条件を満足する実根 $\delta_{fj}, \delta_{aj} (j = 1 \sim r)$ がいつも存在すること, (2) 切り替え関数の有限回の切り替えで目標物まで到達すること, (3) $u_f(t), u_a(t)$ を使用しない 2 自由度コントローラの構成, (4) システム表現における可制御標準形の除去, がある。

また検討課題として 1) [仮定 1,2,3] の緩和あるいは除去, 2) 障害物が点でなく凸体である場合, 3) ロバスト系への拡張などが挙げられる。

特に 1) において [仮定 3] は極めて重要である。 $r = 1$ でこの仮定が成立せず $y_a(0)$ が $y_p(0)$ と $y_f(0)$ の線分上にある場合切り替え関数が無限回作動し $y_p(t)$ は回避空間距離 R の境界付近で無限振動を繰り返す。

謝 辞 本論文をまとめるに当たり、有意義なコメントをいただいた株式会社ミツバ齋藤龍之氏、および有益な質問を頂いた査読委員の方々に感謝します。

参 考 文 献

- [1] 橋本, 王, 土谷, 松田: “経路の未来情報を利用した車輪型自立移動ロボットの経路追従制御”, 日本ロボット学会誌, vol.12, no.4, pp.630-637, 1994.
- [2] 井上, 井上, 大川: “複数移動障害物の行動予測に基づく自律移動ロボットのオンライン回避行動計画”, 日本ロボット学会誌, vol.15, no.2, pp.249-260, 1997.
- [3] 橋本, 國井, 原島: “静電ポテンシャル法及び Sliding Mode を用いた多自由度マニピュレータの障害物回避制御”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.8, pp.1220-1228, 1993.
- [4] 田所, 林, 真部, 中見, 高森: “人間と共存協調するロボットのための回避行動の生成 (第 2 報, 移動ロボットの移動障害物回避)”, 日本機械学会論文集 (C 編), vol.63, no.606, pp.499-505, 1997.
- [5] 山本, 毛利: “大域的探索とこう配法によるマニピュレータの障害物回避標準最短時間軌道計画”, 日本機械学会論文集 (C 編), vol.62, no.597, pp.1872-1879, 1996.
- [6] 内藤, 内田: “進化型ニューラルネットワークと移動障害物回避問題への応用”, 日本電気学会論文誌 C, vol.117-C, no.6, pp.768-776, 1997.
- [7] 長谷川, 音田, 松井: “作業環境の空間構造解析に基づくマニピュレータの障害物回避動作計画”, 計測自動制御学会論文集, vol.27, no.1, pp.122-128, 1991.
- [8] 永田, 土谷: “移動ロボットの障害物回避に関する知的制御”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.8, pp.1203-1211, 1993.
- [9] 前田, 竹垣: “ファジィ推論を用いた移動ロボットの動的障害物回避問題”, 日本ロボット学会誌, vol.6, no.6, pp.518-522, 1988.
- [10] 石川, 浅香: “移動障害物を含むような動的変化を伴う走行環境における自律移動ロボットの走行誘導方式”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.6, pp.856-867, 1993.
- [11] C. Becker, H. González-Baños, J.C. Latombe and C. Tomasi: “An Intelligent Observer,” Proceedings of the Fourth International Symposium on Experimental Robotics, pp.153-160, 1995.
- [12] 齊藤, 津村: “移動ロボット群における衝突回避”, システム制御情報学会論文誌, vol.3, no.8, pp.252-260, 1990.
- [13] 山根, 佐々木, 清水: “Extended Interactor Polynomial for Multivariable Robust Controller”, 計測自動制御学会第 18 回適応制御シンポジウム資料, pp.97-100, 1998.
- [14] Y. Yamane and K. Takahashi: “Safety Control for Obstacle Avoidance Control System,” Proc. of 4th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, pp.1815-1819, 1996.
- [15] 山根, 丸尾: “移動回避モデルを避ける規範モデルコントローラ”, 日本ロボット学会第 12 回学術講演会予稿集, pp.759-760, 1994.

山根裕造 (Yuzo Yamane)

1945 年 7 月 20 日生。1973 年上智大学大学院博士課程理工学研究科修了。同年足利工業大学機械工学科講師、助教授を経て 1986 年教授、現在に至る。実システムのモデリング、適応制御の研究に従事。工学博士。日本機械学会、計測自動制御学会、システム制御情報学会会員、(日本ロボット学会正会員)

高橋克己 (Katsumi Takahashi)

1973 年 9 月 11 日生。1996 年足利工業大学工学部機械工学科卒業。同年同大学大学院工学研究科修士課程に進学。現在に至る。計測自動制御学会学生会員。