動的可操作性を考慮した多関節へび型ロボットの自律推進制御

星 義 克^{*1} 三 平 満 司^{*2} 古 賀 雅 伸^{*3}

An Autonomous Locomotion Control of a Multi-Joint Snake-Like Robot with Consideration of the Dynamic Manipulability

Yoshikatsu Hoshi^{*1}, Mitsuji Sampei^{*2} and Masanobu Koga^{*3}

In this paper, we discuss an autonomous locomotion control of a snake-like robot which is modeled by some links with passive wheels. When the robot locomotes windingly, it should always keep the high locomotable shape, because its locomotability depends on its own shape. Then, we utilized a notion of manipulability to evaluate the locomotability, and proposed a controller to make it autonomously locomote in a desired direction without decreasing the manipulability. In this method, the robot spontaneously generates its gait, so we don't need to design any gaits. Moreover, by some simulations, it was proved that the method realizes the autonomous locomotion without taking singular postures.

Key Words: Snake-like Robot, Singular Posture, Dynamic Manipulability, Autonomous Locomotion, Hyper-redundant Systems

1. は じ め に

本論文では、横滑りしない受動車輪を備えた多関節のリンク系でモデル化したへび型ロボットに対して、動的可操作性の概念を導入することによって、あらかじめ何らかの歩容を与えることなく、自律的に移動させるための方法について考察する。

超冗長なシステムの一つであるへび型のロボットに関する研究は、これまでも数多くの研究・報告がなされている[1]~[7]。近年このような研究が盛んに行われている背景としては、他の生物を模倣したロボットに比べて機構が単純であるにもかかわらず、機能的に多様な可能性を秘めているということがあげられよう。

これまで、へび型ロボットの推進に対する先駆的な研究は、主に広瀬らによって行われてきた[1][2]。この一連の研究において広瀬らは、それまで明らかになっていなかったへびの推進原理について観察、実験、考察を行った。その結果、へびの体幹は縦方向には滑りやすいが、横方向には滑りにくい性質を有しており、この性質が体を屈曲させたときに地面に対するエッジ

の効果を生み、前方への推進力の原因となることを明らかにした。また、へびが推進する際に描く蛇行曲線は、体幹の曲率が正弦波状に変化しながら順々に後方に伝達されることによって生成されることを提唱し、これを Serpenoid curve と命名した。

一方、へびの動作解析の考察としては、広瀬らの提唱する Serpenoid curve は、体幹の筋肉への屈曲指令がなめらかになるであろうという視点から推理されたものであり、評価関数に基づいた解析的な検討は行っていない。これに対して馬らは、筋肉のパワー消費を評価関数として、これが最小になるような筋収縮を行いながら推進する結果、へびの蛇行体型曲線が生成されることを示した[3][4]。

このほかにも様々な研究が行われているが、これまでの研究においては、主にへびの推進のメカニズムの解明や、その機構的な実現に関するものが中心であった。一方で制御論的なアプローチとしては、自律的に目標位置に到達したり、目標方向に移動するといった研究が十分ではないというのが現状である。

へび型ロボットの正確な位置決めや、自律的な推進を困難にしている要因の一つとして、へび特有の推進原理の特性が挙げられる。すなわち、その動きやすさがロボット自身の体型に依存するために、移動中には常に動きやすさが低下しないような姿勢を保つ必要性があるということである。特に、へび型ロボットが直線状もしくは円弧状の姿勢になると、特定の方向にしか推進できない特異姿勢となり、これに近い姿勢のときには極めて動きにくい状況となる[5]。したがって、所望の行動を実現するための制御を施すだけでは、目標値への収束を目指すことによって、十分な推進力を得られない特異姿勢に陥ってしまう可

原稿受付 1999 年 10 月 11 日

^{*1}東京工業大学大学院情報理工学研究科

^{*2}東京工業大学大学院理工学研究科

^{*3}九州工業大学情報工学部

^{*1}Graduate School of Information Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology

^{*2}Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology

^{*3}Faculty of Computer Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology

能性があり、既存の制御理論を用いた制御方策での問題解決は困難である。

このようなへび型ロボットに対する制御方策の研究としては、駆動車輪を有するへび型ロボットを非ホロノミックシステムに関する問題として扱い、不連続フィードバックや時変のフィードバックなどを適用した Kyriakopoulos らの研究 [6] [7] がある。また、広瀬らは Serpennoid curve に基づいてあらかじめ歩容を与えることによって、実際のロボットの推進実験に成功している。その他には、目標地点への位置制御に、リアプノフ関数を用いて PD 制御を適用した美多らの研究 [5] があるが、目標地点に近づくとき特異姿勢に近づく傾向がある。以上のように、体幹の屈曲によって推進するへび型ロボットに、あらかじめ歩容を与えることなく、特異姿勢を回避して自律的に移動させる研究例は、これまでほとんどない。

そこで本研究では、へび型ロボットの工学的応用に不可欠な自律的推進を実現するために、その推進メカニズムの特徴を制御理論的に理解する事を目的とする。そのために、へび型ロボットを推進させる際の評価指標として、ロボット自身の動きやすさを考慮に入れることを試みる。動きやすさを表す指標としては、ロボット工学の分野で応用されている可操作性の概念を応用し、これを本論文で用いているへび型ロボットのモデルに適用する。可操作性には運動学的な概念 ([8] [9] など) と動力学的な概念 ([10] [11] など) が提案されているが、このうち後者の動的可操作性の概念をへび型ロボットに適用し、自身の可操作性を低下させないようにすることで、自律的に歩容を生成しながら目標方向に移動させるための制御手法を提案する。

以下、第 2 章では本研究で用いるへび型ロボットのモデルの運動方程式を導出し、第 3 章では可操作性を考慮しながらロボットを直線軌道に追従して推進させるための制御方策を示す。第 4 章において提案する制御手法を用いたシミュレーション結果を示し、第 5 章において本論文のまとめを行う。

2. へび型ロボットのモデリング

2.1 多関節リンクによるへびのモデル化

本論文ではへび型ロボットのモデルとして、Fig. 1 に示すような、多関節の n リンクモデルを使用する [5]。それぞれのリンクの中心には、体幹方向に回転する受動車輪が備えられており、リンクの長さ方向に対しては滑りやすいが、リンクに対し

Fig. 1 The model of snake-like robot

て垂直な方向には滑らない構造であると仮定する。これによって、へびの推進運動の原因である地面に対するエッジと同様の効果が得られる。このモデルに対して、各関節部に取りつけたアクチュエータに適当な屈曲指令を入力として与えることにより、推進運動を生成することができる。運動は水平面上で行われるものとし、重力の影響は考慮しない。

このモデルで使用するパラメータは次の通りである。

(x_F, y_F) : 先頭の座標 [m]

(x_i, y_i) : 先頭から i 番目のリンクの中心の座標 [m]

θ_i : x 軸に対する i 番目のリンクの変位角

(絶対角) [rad]

ϕ_i : $i-1$ 番目と i 番目のリンクの間の変位角

(相対角) [rad]

$2l$: 各リンクの長さ [m]

m : 各リンクの質量 [kg]

$J \left(= \frac{ml^2}{3} \right)$: リンクの中心回りの慣性モーメント [kgm^2]

D_{xy} : リンクの並進粘性摩擦係数 [kg/s]

D_θ : リンクの回転粘性摩擦係数 [kgm^2/s]

D_ϕ : アクチュエータの粘性摩擦係数 [kgm^2/s]

ここで、 D_{xy} は各リンクが体幹方向に運動する際に発生する摩擦の係数であり、 D_θ は各リンクが絶対座標に対して回転運動をする際に発生する摩擦の係数である。また、 D_ϕ は各関節のアクチュエータを駆動する際に発生する粘性摩擦の係数である。

絶対角 $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_n]^T$ と相対角 $\phi = [\phi_1, \dots, \phi_n]^T$ の間の関係は、Fig. 1 より

$$\theta = E_n \phi \quad (1)$$

$$E_n = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

となる。これを両辺微分すれば、絶対角速度 $\dot{\theta}$ と相対角速度 $\dot{\phi}$ の間の関係は

$$\dot{\theta} = E_n \dot{\phi} \quad (2)$$

となる。

2.2 へび型ロボットの運動方程式

Fig. 1 によってモデル化されたシステムは、すでに美多らによって次のような運動方程式で表されることが明らかになっている [5] (導出の詳細は 付録 A 参照のこと)。

$$\tilde{M}(\theta)\ddot{r} + \tilde{C}(\dot{\theta}, \theta)\dot{r} + \tilde{D}(\theta)\dot{r} = F_\theta^T(\theta)\tilde{E}_n\tau \quad (3)$$

ここで、 $\tau = [\tau_2, \dots, \tau_n] \in \mathbb{R}^{n-1}$ はシステムへの入力であり、 $\tau_i (i=2, \dots, n)$ は先頭から $i-1$ 番目と i 番目のリンクのジョイントに取りつけられたアクチュエータの発生トルクである。また、 $r = [x_F, y_F]^T$ はモデルの先頭の座標を表す。この式 (3) は、入力 τ と、先頭 r の間の関係を表す運動方程式であり、車輪による速度拘束の結果もたらされるものである。この運動方

程式を $\ddot{\mathbf{r}}$ について解くと、次の式を得る。

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\tilde{\mathbf{M}}^{-1} [\tilde{\mathbf{C}} + \tilde{\mathbf{D}}] \dot{\mathbf{r}} + \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{F}_\theta^T \tilde{\mathbf{E}}_n \boldsymbol{\tau} \quad (4)$$

3. 軌道追従のための制御方策

3.1 動的可操作性

可操作性の定義はいくつかの種類が提案されているが、そのいずれも可操作性楕円体という概念に基づいて、ロボットアームなどの手先の動きやすさを定量的に評価するものである。可操作性には大きく分けて運動学的概念（[8] [9] など）と、動力学的概念（[10] [11] など）の2種類がある。本論文では、入力が各関節のトルク入力として与えられるため、システムの動力学的特性に基づいた動きやすさの指標である動力学的可操作性を用いて、へび型ロボットの動きやすさを定量化する。そこで、本章ではまず始めに動的可操作性について簡単に説明する。

n 自由度を持つロボットアームを考え、その関節ベクトルを $\boldsymbol{\psi} \in \mathbb{R}^n$ 、アームの先端の位置および姿勢を表すベクトルを $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^m$ ($m \leq n$) とし、これらのあいだの幾何学的関係が

$$\mathbf{r} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\psi})$$

で与えられるものとする。これを時間微分すると

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{J}(\boldsymbol{\psi}) \dot{\boldsymbol{\psi}} \\ \mathbf{J}(\boldsymbol{\psi}) &= \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\psi})}{\partial \boldsymbol{\psi}} \in \mathbb{R}^{m \times n} \end{aligned} \quad (5)$$

を得る。ここで行列 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\psi})$ はヤコビ行列である。また、式 (5) の両辺を微分すると、次式を得る。

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{J} \ddot{\boldsymbol{\psi}} + \dot{\mathbf{J}} \dot{\boldsymbol{\psi}} \quad (6)$$

一方、 $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ を関節への入力トルクとすると、このロボットアームの動特性は、一般に

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\psi}) \ddot{\boldsymbol{\psi}} + \mathbf{h}(\dot{\boldsymbol{\psi}}, \boldsymbol{\psi}) + \mathbf{g}(\boldsymbol{\psi}) = \boldsymbol{\tau} \quad (7)$$

で表される。

式 (6) と式 (7) から $\ddot{\boldsymbol{\psi}}$ を消去し、入力に対して適当な正規化を行うと次の式が得られる。

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{J} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{N} \hat{\boldsymbol{\tau}} + \dot{\mathbf{J}} \dot{\boldsymbol{\psi}} \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{N}(\dot{\boldsymbol{\psi}}, \boldsymbol{\psi})$ は入力を正規化するための行列であり、 $\hat{\boldsymbol{\tau}} \in \mathbb{R}^n$ は正規化された入力である。この式が動的可操作性を考察する際の基礎式となる。

式 (8) において、入力 $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ が $\|\hat{\boldsymbol{\tau}}\| = (\hat{\tau}_1^2 + \dots + \hat{\tau}_n^2)^{1/2} \leq 1$ を満足するとき、 $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ によって実現することができる $\ddot{\mathbf{r}}$ のすべての集合は $\mathbb{R}^m$ 空間内の楕円体となる。この楕円体を動的可操作性楕円体と呼ぶ (Fig. 2) [10]。可操作性楕円体は、物理的には、制限された入力によって手先の加速度をどれだけ変更することができるかを表す指標となる。したがって、その体積が大きいほど、手先に大きな加速度を発生させることができ、また球体に近いほど、あらゆる方向に同程度の加速度を発生できるので、操作性のばらつきが少ないことを意味する。動的可操作性は、この動的可操作性楕円体の

Fig. 2 Dynamic manipulability ellipsoid

- 体積
- 短軸の長さ
- 長軸に対する短軸の比

などで評価される。

この楕円体の m 本の軸の長さは式 (8) の $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ の係数行列である $\mathbf{J} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{N}$ の m 個の特異値に比例することが知られている。したがって、動的可操作性は、関節ベクトル $\boldsymbol{\psi}$ と、関節速度ベクトル $\dot{\boldsymbol{\psi}}$ の関数となる。このことから、動的可操作性による手先の動かしやすさは、ロボットアームの姿勢と、そのときの関節速度によって評価されることになる。

3.2 へび型ロボットにおける動的可操作性

この動的可操作性の概念を、本研究で扱うへび型ロボットのモデルに適用することを考える。そのための基礎式としては、入力 $\boldsymbol{\tau}$ と先頭の加速度 $\ddot{\mathbf{r}}$ との関係を表した式 (4) を用いることとする。

式 (4) と式 (8) を比較すると、式 (4) 右辺第 1 項と式 (8) 右辺第 2 項は、入力によって直接変更することができない先頭加速度であるという点で、同じ性質を有している。したがって、式 (8) において、可操作性の評価が右辺第 1 項の $\mathbf{J} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{N} \hat{\boldsymbol{\tau}}$ によって決定されるように、式 (4) において、入力 $\boldsymbol{\tau}$ による先頭の加速度 $\ddot{\mathbf{r}}$ の変更のしやすさは、右辺第 2 項の $\tilde{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{F}_\theta^T \tilde{\mathbf{E}}_n \boldsymbol{\tau}$ によって決定されることになる。

式 (4) において、入力 $\boldsymbol{\tau}$ が $\|\boldsymbol{\tau}\| = (\tau_1^2 + \dots + \tau_n^2)^{1/2} \leq 1$ を満足するとき、この $\boldsymbol{\tau}$ によって実現可能な $\ddot{\mathbf{r}}$ のすべての集合は、 $\mathbb{R}^2$ 空間内の二次元楕円体（すなわち楕円）となる。今回はこの楕円をへび型ロボットにおける動的可操作性楕円体とし、動的可操作性の指標としては長軸に対する短軸の比を用いて評価することにする。この値が大きい（1 に近い）ほど、動的可操作性が良いものとする。

この動的可操作性楕円体の性質は、行列 $\tilde{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{F}_\theta^T \tilde{\mathbf{E}}_n$ の特異値 ρ_1 と ρ_2 ($\rho_1 \geq \rho_2$) によって特徴づけられる。上記の楕円の長軸に対する短軸の比は、二つの特異値の比 ρ_2/ρ_1 に比例するので、動的可操作性 ω_d を

$$\omega_d = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

と定義し、この値でへび型ロボットの動きやすさを評価することとする。

3.3 動的可操作性を考慮した制御方策

以上のようにして評価した動的可操作性を用いて、この動的可操作性が低下しないようにしながら、直線軌道（ここでは x 軸の正の方向）に沿って推進させるための制御法を以下に示す。

第1章でも述べた通り、目標軌道に追従した推進を目指すだけでは、特異姿勢に陥ってしまう可能性が高く、推進できない姿勢になることがある。これまでの研究では、目標行動の実現と特異姿勢の回避を、フィードバック的手法で同時に実現させる制御手法は提案されていなかった。

そこで、目標方向への推進を実現する先頭加速度と、可操作性を向上させる先頭加速度とのトレードオフから、モデルの先頭に発生させる加速度を決定することで、特異姿勢に陥らないようにしながら推進させることを目指す。制御目標としては、関節への入力によって先頭に発生する加速度のみを考慮するものとし、その他のダイナミクス（関節角度）に関しては安定なゼロダイナミクスとなるので考慮しないこととする。

まず、目標軌道に追従するような速度を実現させるための加速度ベクトル α_t を考える。この α_t は、目標軌道に追従させるための速度ベクトル v_t と、現在のモデルの先頭速度 $\dot{r}$ の間の差を用いて、次のように求めるものとする。

$$\alpha_t = \frac{v_t - \dot{r}}{\Delta t}$$

ここで、 Δt は適当な微少時間である。なお v_t は、現在の先頭の位置から L [m] 先の目標軌道上の点へ方向に取ることで、次式で与えられるものとする。

$$v'_t = \begin{bmatrix} x_F + L \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_F \\ y_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ -y_F \end{bmatrix}$$

$$v_t = v \frac{v'_t}{\|v'_t\|}$$

ここで、 $v \in \mathbb{R}$ は定常状態における目標の速さである。

次に、現在のモデルの状態に対して、先頭にある方向への加速度が与えられて推進したとき、その微少時間後の動的可操作性が最大となる方向の加速度ベクトルを α_m とする。この α_m は、二つの方向への加速度ベクトルを与えたときの微少時間後の姿勢を計算機で数値的に求め、このときの可操作性の変化を計算し、その結果から可操作性の変化の局所的な勾配を求めることによって、最も可操作性が良くなる加速度方向を計算することにより決定する。

このようにして求めた α_t と α_m に対して、適当な重みで加重平均をとったものを、次に発生させるべき目標加速度 α_{next} とする。これを式で表すと

$$\alpha_{\text{next}} = a\alpha_t + b\alpha_m \quad a, b \in \mathbb{R} \quad (9)$$

となる。ここで、 a が目標方向に対する重み、 b が可操作性向上に対する重みである。この目標加速度 α_{next} を先頭に発生させることによって、推進したい方向と、可操作性が向上して動

Fig. 3 Two kinds of acceleration vector

きやすくなる方向との間のトレードオフを常にとりながら推進させることになる。この制御手法は、これまでへび型ロボットの制御を困難にしていた一因である、所望の行動の実現と特異姿勢の回避を、自律的に両立させようという考えに基づくものである。

この目標加速度 α_{next} を発生させるための入力の決定には、前章で求めた、車輪による速度拘束を含んだ運動方程式 (3) を用いる。この式においては、先頭の加速度 $\ddot{r}$ の次元よりも入力 τ の次元の方が大きいために、一般には目標とする加速度を発生させる入力を一意に求めることはできない。そこで、行列 $F_\theta^T \ddot{E}_n$ の疑似逆行列を用いて、入力 τ_{next} を次のように求める。

$$\tau_{\text{next}} = [F_\theta^T \ddot{E}_n]^+ [\ddot{M}\alpha_{\text{next}} + \ddot{C}\dot{r} + \ddot{D}\dot{r}] \quad (10)$$

ここで、 $+$ は疑似逆行列を表す。

一般に、連立一次方程式

$$Ax = y \quad (11)$$

が解を持つ場合、疑似逆行列を用いて表される次式

$$\hat{x} = A^+ y$$

の $\hat{x}$ は式 (11) の解の一つであり、しかも任意の式 (11) の解 x に対して

$$\|\hat{x}\| \leq \|x\|$$

を満足する最小ノルム解となることが知られている [12]。このことから、式 (10) によって求めた入力 τ_{next} は、最も（ユークリッドノルムが）小さな入力で目標加速度 α_{next} を発生させることができる入力となる。

3.4 粘性摩擦によるエネルギー損失の軽減

以上で述べた方法によってシミュレーションを行ったところ、リンク数 n が少ない場合には、モデルの先頭が比較的なめらかな軌跡を描きながら、直線軌道に追従して推進することができた。しかし、リンク数が増加するに従って、小刻みなうねりがおこって、各リンクが互い違いの状態になりながら推進してしまう傾向があった。これは、モデルが全体的になめらかな曲線を描いた状態よりも、各リンクが互い違いの状態になった方が、今回用いた可操作性の指標が高くなってしまったためであると推定される。

ところが、このような挙動は、アクチュエータの粘性摩擦によるエネルギー消費という観点から見ると非常に効率が悪く、また全体的に直線状（すなわち特異姿勢）に近い姿勢となってしまうので、動きやすさの点で望ましい姿勢であるとは言い難い。そこで、リンク数が増加した場合のこのような挙動を回避するために、エネルギー消費を極力抑えるような動きをさせることを考えることにする。

時刻 t におけるモデルの相対角およびその角速度がそれぞれ ϕ_i , $\dot{\phi}_i$ ($i = 2, \dots, n$) であるとき、それから微少時間 Δt 秒間におけるアクチュエータの粘性摩擦によるエネルギー損失 ΔE は

$$\Delta E = \sum_{i=2}^n D_\phi \dot{\phi}_i(t) \{ \phi_i(t + \Delta t) - \phi_i(t) \}$$

となる。

ここで、モデルの先頭に対して、大きさを正規化した任意の方向への加速度 α を考える。このような加速度が先頭に与えられたときの微小時間 Δt 秒間のエネルギー損失 ΔE を求め、これが最小となるような加速度を α_e とする。

この α_e を用いて、式 (9) の代わりに新たな目標加速度 α_{next} を考えることにする。

$$\alpha_{\text{next}} = a\alpha_t + b\alpha_m + c\alpha_e \quad c \in \mathbb{R} \quad (12)$$

このような加速度を先頭に発生させながら推進させることで、目標方向への推進、可操作性の向上、エネルギー損失の軽減の三つのトレードオフを取りながら推進させることができる。

4. シミュレーション結果

本章では、本論文で提案する方法の有効性を検証するために、数値シミュレーションを行った結果を示す。リンク数 n にかかわらず提案する方法が有効であることを示すために、4 リンクと 10 リンクの場合についてシミュレーションを行った。シミュレーションの際の目標の速さ v は 0.1 [m/s] とし、モデルの各パラメータは Table 1 のように設定した。

なお、式 (12) におけるトレードオフの重み付けであるが、目標速度を発生させるための加速度 α_t の大きさは、現在の速度に依存して大きく変化する。そこで、低速時は目標方向への推進を優先し、定常状態ではば一定の重み付けの評価をするために、重み b と c の値に対して次のような設定を行った。

$$a = 1 \quad b = b' \frac{\|\dot{\mathbf{r}}\|}{v} \quad c = c' \frac{\|\dot{\mathbf{r}}\|}{v} \quad b', c' \in \mathbb{R}$$

まず、4 リンクの結果を Fig. 4 および Fig. 5 に示す。シミュレーションの際のロボットの初期状態は、Table 2 の通りである。

Fig. 4 は、最適なトレードオフの重み付けを決定するに際して、各パラメータを変化させた際に挙動がどのように変化するかを比較したものである。グラフはロボットの先頭の軌跡を描いたものであり、重み付けのパラメータは次の 3 通りでシミュレーションを行った。

$$\begin{aligned} 1: & \quad b' = 1.0 \times 10^5 & c' = 0.0 \times 10^{-2} \\ 2: & \quad b' = 2.0 \times 10^5 & c' = 0.0 \times 10^{-2} \\ 3: & \quad b' = 2.0 \times 10^5 & c' = 5.0 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

Table 1 Parameters of the snake-like robot

$2ln(\text{total length})$	0.4 [m]
$mn(\text{total weight})$	1.2 [kg]
D_{xy}	0.5 [kg/s]
D_θ	0.02 [kgm ² /s]
D_ϕ	0.002 [kgm ² /s]

Table 2 Initial state of the snake-like robot ($n = 4$)

(x, y)	(0,0) [m]
$(\dot{x}, \dot{y})$	(0,0) [m/s]
ϕ_1	165 [deg]
ϕ_2	28 [deg]
ϕ_3	1 [deg]
ϕ_4	-30 [deg]
$\phi_i (i = 1, \dots, 4)$	0 [deg/s]

この結果から、可操作性に対する重み b' を大きくすると、軌跡のうねりが大きくなり、特異姿勢に近い直線状の姿勢を回避しやすくなる傾向があることが分かる。また、4 リンクの場合は、エネルギー損失に対する重み c' を大きくしても、挙動に大きな影響は与えていない。

Fig. 5 は、前述した 3 通りのうち、最もよい挙動を示している 3 番目のものについて、約 1 秒間隔でアニメーション表示したものである。目標軌道を中心にして、左右に蛇行することで特異姿勢を回避しながら推進していることが分かる。

次に、10 リンクの結果を Fig. 6 および Fig. 7 に示す。初期状態は Table 3 の通りであり、重み付けのパラメータは次の通りである。

$$\begin{aligned} 1: & \quad b' = 1.0 \times 10^1 & c' = 0.0 \times 10^{-2} \\ 2: & \quad b' = 2.0 \times 10^1 & c' = 0.0 \times 10^{-2} \\ 3: & \quad b' = 2.0 \times 10^1 & c' = 9.0 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

10 リンクの場合は、 b' を大きくすることで若干うねりの振

Fig. 4 Comparison of different parameters ($n = 4$)

Fig. 5 Simulation result : animation ($n = 4$)

Fig. 6 Comparison of different parameters ($n = 10$) Fig. 7 Simulation result: animation ($n = 10$)

幅が大きくなるものの、リンク数が多いために小刻みなうねりで推進してしまう。この状態は、3.4 節でも述べた通り、可操作性としては高い値を示すが、推進姿勢としては望ましいものではない。しかし、3 番目の結果から、 c' を大きくすることによって、小刻みなうねりが抑制されてなめらかな軌跡となることが分かる。このとき、可操作性は定量的には 2 番目に比べて低くなってしまいが、定性的に望ましい挙動を実現することができる。

Fig. 7 のアニメーションは、4 リンクのとときと同様に 3 番目のシミュレーション結果である。先ほどと同様に左右にうねりながら軌道に追従しており、リンク数が多い分なめらかな体型となっている。

本稿では紙面の都合上、異なる初期状態からのシミュレーション結果は割愛した。しかし、いずれのリンク数の場合も、初期状態に依存して動き始めの挙動が若干目標軌道から外れることがあるものの、定常状態においてはほぼ目標軌道に沿って、蛇行しながら特異姿勢に陥ることなく推進している。これらの結

Table 3 Initial state of the snake-like robot ($n = 10$)

(x, y)	$(0, 0)$ [m]	ϕ_6	0 [deg]
$(\dot{x}, \dot{y})$	$(0, 0)$ [m/s]	ϕ_7	-10 [deg]
ϕ_1	160 [deg]	ϕ_8	-11 [deg]
ϕ_2	10 [deg]	ϕ_9	-9 [deg]
ϕ_3	9 [deg]	ϕ_{10}	-10 [deg]
ϕ_4	11 [deg]	ϕ_i	0 [deg/s]
ϕ_5	10 [deg]	$(i = 1, \dots, 10)$	

果から、トレードオフの重みを適当に設定することで、特異姿勢に陥ることなく、なめらかな動きで目標軌道に追従して推進することができることが確認された。

なお、以上のシミュレーションは CPU が Pentium III 550 [MHz] の計算機で実行したが、10 リンクのシミュレーションにおいて入力 τ_{next} の計算に要する時間は、1 回あたり平均で約 3.86 [ms] であった。したがって、実システムへの適用を考えても十分な速度で計算が可能であると考えられる。

5. おわりに

本研究では、多関節のリンク系でモデル化されたへび型ロボットに対して、モデルの動きやすさを表す定量的な指標の一つとして、可操作性の概念を導入することを試みた。そして、可操作性が低下しないようにしながら軌道に追従して推進させることで、特異姿勢を回避しながら推進させるための一方策を提案した。この制御方策を適用してシミュレーションを行った結果、へび特有のうねりに近い動きをしながら、ほとんど特異姿勢に陥ることなく推進することが可能であることを確認した。以上のことから、へび型ロボットの自律的な移動を可能にさせるための制御方策の一つとして、本論文で提案する方法が有効であることを示した。

なお、本論文では制御目標として直線軌道への追従を例にシミュレーションを行ったが、制御目的に応じて適当なセンサを付加することによって、障害物を避けて推進する、移動する物体を追跡する、あるいは攻撃してくる対象から逃走する、といったように、異なる目標加速度 α_t を設計することが可能である。そのような場合でも、提案する手法によって所望の行動と特異姿勢の回避を自律的に両立させることができ、汎用性の高い制御手法であると考えている。

今後は、実機による制御実験を行い、提案する手法の有効性の検証を行うことが重要な課題の一つである。

謝 辞 本研究は文部省科学研究費（COE 形成基礎研究費，No.09CE2004 スーパーメカノシステム）の補助のもとに行われた。ここに感謝の意を表する。

参 考 文 献

- [1] 広瀬：生物機械工学，工業調査会，1987.
- [2] 広瀬：“へび型ロボットとシミュレーション”，日本シミュレーション学会シミュレーション・テクノロジー・コンファレンス，pp.1-5, Jun., 1995.
- [3] 馬，広瀬：“へびの運動形態の解明および蛇型ロボットの研究開発（その 1:へびの直進蛇行移動体型曲線）”，第 13 回日本ロボット学会学術講演会予稿集，pp.1163-1164, 1995.
- [4] 増子，馬，広瀬：“へびの運動形態の解明および蛇型ロボットの研究・開発（その 2:各種蛇行体型曲線の移動効率における比較）”，第 13 回

日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1165–1166, 1995.

- [5] P. Praetusch, T. Mita and T. Iwasaki: "Snake-like robot: Control of the gait," 第 28 回 制御理論シンポジウム, pp.161–164, May 1999.
- [6] G. Migadis and K.J. Kyriakopoulos: "Design and Forward Kinematic Analysis of a Robotic Snake," IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.3493–3498, Apr., 1997.
- [7] K. Sarigeorgidis and K.J. Kyriakopoulos: "Stabilization and Trajectory Tracking of a Robotic Snake," Control and Decision Conference, pp.3061–3062, Dec., 1997.
- [8] T. Yoshikawa: "Analysis and Control of Manipulators with Redundancy," Proceedings of the First International Symposium of Robotics Research, pp.735–747, 1983.
- [9] 吉川: "ロボットアームの可操作性", 日本ロボット学会誌, vol.2, no.1, pp.63–67, 1984.
- [10] 吉川: "ロボットアームの動的可操作性", 計測自動制御学会論文集, vol.21, no.9, pp.970–975, 1985.
- [11] M. Sampei and K. Furuta: "Robot Control in the Neighborhood of Singular Points," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.4, no.3, pp.303–309, Jun. 1988.
- [12] 児玉, 須田: システム制御のためのマトリクス理論. 計測自動制御学会, 1978.
- [13] R.M. Murray, Z. Li and S.S. Sastry: A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. CRC Press, 1994.

付録 A. 運動方程式の導出

A.1 受動車輪による速度拘束

今回使用するモデルは, 各リンクの中心に備え付けられた受動車輪のために, 移動する際に発生する速度に対して, 拘束条件が与えられる. ここでは, その拘束条件式を定式化する. ここではこれ以降, 次のような略記を用いることとする.

$$S_i = \sin \theta_i, C_i = \cos \theta_i, C_{ij} = \cos(\theta_i - \theta_j)$$

n 個のリンクからなるモデルの各リンクの中心の座標は

$$\begin{cases} x_i = x_F + 2l \sum_{j=1}^{i-1} C_j + l C_i \\ y_i = y_F + 2l \sum_{j=1}^{i-1} S_j + l S_i \end{cases} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (13)$$

で与えられる. 式 (13) の両辺を微分すれば, 各リンクの中心の速度が

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \dot{x}_F - 2l \sum_{j=1}^{i-1} \dot{\theta}_j S_j - l \dot{\theta}_i S_i \\ \dot{y}_i = \dot{y}_F + 2l \sum_{j=1}^{i-1} \dot{\theta}_j C_j + l \dot{\theta}_i C_i \end{cases} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (14)$$

と求まる.

一方, 車輪が車軸と平行な方向には滑らないと仮定すれば, 各リンクの中心の速度はリンクに平行な成分しか持たず, リンクに垂直な速度成分は 0 となる. この拘束条件を式で表すと, 次のようになる.

$$\dot{x}_i S_i = \dot{y}_i C_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (15)$$

式 (14) を式 (15) に代入すると, 拘束条件式は

$$\dot{x}_F S_i - \dot{y}_F C_i - 2l \sum_{j=1}^{i-1} \dot{\theta}_j C_{ij} - l \dot{\theta}_i = 0 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (16)$$

となる.

ここで, $\dot{\mathbf{r}} = [\dot{x}_F, \dot{y}_F]^T$ とおき, 式 (16) の n 個の式をまとめて行列表現すると, 次式が得られる.

$$A_\theta \dot{\boldsymbol{\theta}} + B \dot{\mathbf{r}} = 0 \quad (17)$$

ただし,

$$A_\theta = \begin{bmatrix} -l & 0 & \cdots & 0 \\ -2lC_{21} & -l & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -2lC_{n1} & -2lC_{n2} & \cdots & -l \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$B = \begin{bmatrix} S_1 & -C_1 \\ \vdots & \vdots \\ S_n & -C_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 2}$$

である.

A.2 へび型ロボットの運動方程式

次に, ラグランジュの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right]^T - \left[\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \mathbf{q}} \right]^T + \left[\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \mathbf{q}} \right]^T + \left[\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right]^T = \boldsymbol{\tau}_q \quad (18)$$

を用いて, 車輪による速度拘束がない場合の運動方程式を導出する. へび型ロボットの一般化座標を $\mathbf{q} = [\theta_1, \dots, \theta_n, x_F, y_F]^T \in \mathbb{R}^{n+2}$ とおくと, モデルの運動エネルギー関数 $\mathcal{T}$ は, 次式で与えられる.

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [m(\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + J\dot{\theta}_i^2] \quad (19)$$

ここで, 各リンクの中心速度 $\dot{x}_i$ と $\dot{y}_i$ に式 (14) を代入すると, 式 (19) は一般化座標 $\mathbf{q}$ を用いて,

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\boldsymbol{\theta}) \dot{\mathbf{q}} \quad (20)$$

という二次形式で表すことができる.

ポテンシャルエネルギー関数 $\mathcal{U}$ は, 今回のモデルでは平面上の運動しか考えないので,

$$\mathcal{U} = 0 \quad (21)$$

となる.

次に, 損失エネルギー関数 $\mathcal{D}$ は, 次式で表される.

$$\mathcal{D} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [D_{xy}(\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + D_\theta \dot{\theta}_i^2] + \sum_{i=2}^n D_\phi \dot{\phi}_i^2 \quad (22)$$

先ほどの運動エネルギー関数と同様に, 式 (14) と, さらに関節の相対角速度 $\dot{\phi}_i$ に式 (2) を代入すると, 式 (22) は

$$\mathcal{D} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T D(\boldsymbol{\theta}) \dot{\mathbf{q}} \quad (23)$$

と表すことができる.

また, 関節角に働く一般化力を $\boldsymbol{\tau}_\theta$ とすると, 入力 $\boldsymbol{\tau}$ と一般化力 $\boldsymbol{\tau}_q$ との間には, 仮想仕事の原理より次の関係が成り立つ.

$$\boldsymbol{\tau}_q^T \delta \mathbf{q} \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_\theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{\theta} \\ \delta \mathbf{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\tau} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{\phi} \\ \delta \mathbf{r} \end{bmatrix}$$

これより、式(1)を用いて ϕ を θ に変換すると

$$\tau_{\theta}^T \delta \theta = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix}^T E_n^{-1} \delta \theta$$

となり、 τ_{θ} は

$$\tau_{\theta} = [E_n^{-1}]^T \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix}$$

と表すことができる。したがって、一般化力 τ_q は、入力 τ を用いて次のように表すことができる。

$$\tau_q = \begin{bmatrix} \tau_{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_n \tau \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\tilde{E}_n = [E_n^{-1}]^T \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n-1}$$

以上、(20)、(21)、(23)、(24)の各式を式(18)に代入して計算すると、車輪による速度拘束がない場合の運動方程式は、以下のようになる。

$$M(\theta)\ddot{q} + C(\dot{\theta}, \theta)\dot{\theta} + D(\theta)\dot{q} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_n \tau \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

ただし、

$$C(\dot{\theta}, \theta)\dot{\theta} = \dot{M}\dot{q} - \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right]^T$$

である。

A.3 速度拘束を考慮した運動方程式

次に、車輪による速度拘束を考慮した運動方程式を、ラグランジュの未定定数法を使って導出する。先ほど得られた $\dot{\theta}$ と $\dot{r}$ の間の速度拘束式(17)を変形することによって、次の式が得られる。

$$\begin{bmatrix} I_n & -F_{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = A(q)\dot{q} = 0 \quad (26)$$

$$F_{\theta} = -A_{\theta}^{-1}B \in \mathbb{R}^{n \times 2}$$

式(26)より、車輪による速度拘束は Pfaffian 型の拘束条件式で表現されることになる。一般に Pfaffian 型の拘束条件は、運動方程式の左辺に $A^T(q)\lambda$ の項を加えることで実現できる[13]。ここで λ はラグランジュの未定定数である。

したがって、前節で得られた運動方程式(25)の左辺に $[I_n - F_{\theta}]^T \lambda$ を加えた

$$M\ddot{q} + C\dot{\theta} + D\dot{q} + \begin{bmatrix} I_n \\ -F_{\theta}^T \end{bmatrix} \lambda = \begin{bmatrix} \tilde{E}_n \tau \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

が、車輪による速度拘束を含んだ運動方程式となる。

得られた運動方程式(27)から未定定数 λ を消去するために、左から $[F_{\theta}^T I_2]$ をかけ、式(17)より導かれる次の関係式

$$\dot{\theta} = F_{\theta} \dot{r}$$

$$\ddot{\theta} = F_{\theta} \ddot{r} + \dot{F}_{\theta} \dot{r}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{\theta} \\ I_2 \end{bmatrix} \ddot{r} + \begin{bmatrix} \dot{F}_{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \dot{r}$$

を用いて整理すると、式(27)は次のように書き改めることができ、式(3)の運動方程式が導かれる。

$$\tilde{M}\ddot{r} + \tilde{C}\dot{r} + \tilde{D}\dot{r} = F_{\theta}^T \tilde{E}_n \tau$$

ただし、

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} F_{\theta}^T & I_2 \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} F_{\theta} \\ I_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} F_{\theta}^T & I_2 \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} \dot{F}_{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{\theta}^T & I_2 \end{bmatrix} C F_{\theta} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} F_{\theta}^T & I_2 \end{bmatrix} D \begin{bmatrix} F_{\theta} \\ I_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

である。

星 義克 (Yoshikatsu Hoshi)

1975年7月31日生。1999年東京工業大学工学部制御システム工学科卒業。現在同大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻修士課程在学中。超冗長システム、ノンホロノミックシステム、ハイブリッドシステムなどの研究に従事。計測自動制御学会学生会員。(日本ロボット学会学生会員)

古賀雅伸 (Masanobu Koga)

1965年9月21日生。1993年東京工業大学大学院理工学研究科博士課程修了(工学博士)。東京工業大学工学部助手、同大学大学院情報理工学研究科助手を経て、現在九州工業大学情報工学部助教授。制御系CAD、音声認識、線形制御理論とその応用の研究に従事。計測自動制御学会、システム制御情報学会、IEEEなどの会員。(日本ロボット学会正会員)

三平満司 (Mitsuji Sampei)

1960年7月30日生。1987年東京工業大学大学院理工学研究科博士課程修了(工学博士)。千葉大学工学部助手、同助教授、東京工業大学工学部助教授、同大学大学院情報理工学研究科助教授を経て、現在同大学大学院理工学研究科教授。非線形制御理論とその応用、ノンホロノミックシステムの制御、線形制御理論とその応用などの研究に従事。電気学会、計測自動制御学会、システム制御情報学会、IEEEなどの会員。(日本ロボット学会正会員)