非ホロノミック移動ロボットの適応トラッキング制御

王 輝 宇* 深 尾 隆 則* 足 立 紀 彦*

Adaptive Tracking Control of Nonholonomic Mobile Robots: A Backstepping Approach

Huiyu Wang*, Takanori Fukao* and Norihiko Adachi*

This paper addresses the problem of adaptive tracking control for nonholonomic two actuated wheels mobile robot systems with unknown parameters. An adaptive tracking controller is proposed for a kinematic model of two-wheel mobile robot with unknown kinematic parameters by using integrator backstepping approach, and the asymptotic stability of the control system is guaranteed by the Lyapunov's direct method. Furthermore, based on a further backstepping approach, an adaptive torque controller is applied to a dynamic model with unknown dynamic parameters. Simulation examples of a mobile robot with two actuated wheels are provided for illustrating the tracking ability of the controller for both the kinematic models and dynamic models.

Key Words: Adaptive Tracking Control, Nonholonomic Systems, Mobile Robots, Backstepping

1. は じ め に

近年、非ホロノミック拘束を受けるシステムの制御に関する研究が注目されている [1] [2]。移動ロボットは非ホロノミックシステムの一種類としてよく研究されている。移動ロボットの制御は安定化問題 [3]、パスフォロ잉制御 [4]、トラッキング制御 [5] に分類される。移動ロボットのトラッキング制御に関しては、運動学モデルのトラッキング制御則がリアプノフの直接法と間接法を用いて提案されている [5]~[7]。さらに、動力学モデルによるトラッキング制御 [4]、運動学モデルの制御を基にしたバックステッピング法による動力学モデルのトラッキング制御も提案されている [8]。

ところで、移動ロボットは産業における様々な作業において広く利用されているが、軌道追従の精度はシステムパラメータの測定誤差などに影響される。高精度の追従制御のためにはモデルに未知パラメータが含まれる場合の対応が必要である。最近、未知パラメータを運動学モデルに含む非ホロノミックシステムの研究が報告されている。論文 [9] で未知パラメータを含むマニピュレータの運動学モデルに基づいた制御法を提案している。論文 [10] は未知パラメータを含む移動ロボットのビジュアル制御を検討している。論文 [11] は、未知パラメータを含む移動ロボットの運動学に基づく適応制御を提案しているが、参照信号は PE 条件を満足しなければならない。

筆者らは非ホロノミック 2 輪独立駆動型移動ロボットの数学モデルに基づき、未知パラメータを含む移動ロボットの運動学モデルと動力学モデルの適応トラッキング制御法を提案している [12]~[15]。本論文では、未知パラメータを含む移動ロボットの運動学モデルと動力学モデルの任意軌道の大幅的適応トラッキング制御法を検討する。このシステムの安定化問題に対しては非ホロノミックシステムであるために、Brockett の漸近安定定理 [16] により、漸近安定化させる滑らかな不変状態フィードバック則は存在しない。最初に、2 輪移動ロボットのトラッキング制御則を考察する。従来この問題においては直進および回転速度を制御入力としてバックステッピング法を利用した制御法が知られている [7]。本論文ではより現実的な車輪回転速度を入力として、適応制御により未知パラメータを含む移動ロボットの運動学的制御問題を解決する。この適応制御システムの安定性と収束性はリアプノフの直接法を用いて示される。

さらに、実際の制御に際してはダイナミクスまでを考慮し、トルク制御を行うのがより現実的である。文献 [8] では、まず運動学モデルに対し追従制御を達成する速度制御入力を設計し、次に移動ロボットの速度をこの望ましい速度に漸近的に収束するようにバックステッピング法を用いてトルク制御を行っている。ただし、運動学モデルには未知パラメータは含まれていないとしている。本論文では運動学モデルに未知パラメータがある場合にダイナミクスまで考慮した 2 輪移動ロボットの動力学モデルに対して、筆者らがすでに提案している方法 [12] を適用し、バックステッピング法を用いることにより適応トラッキング制御系を構成する。

原稿受付 2000 年 4 月 3 日

*京都大学大学院情報学研究科

*Graduate School of Informatics, Kyoto University

Fig. 1 Mobile robot model

最後に、非ホロノミック2輪独立駆動型移動ロボットの運動学モデルに円軌道のトラッキング制御のシミュレーションを行う。さらに車輪のトルクを入力とした動力学モデルのトラッキング制御のシミュレーションも行い、それぞれの制御法の有効性を示す。

2. 非ホロノミック移動ロボットの軌道追従制御

2.1 非ホロノミック2輪移動ロボットの運動学モデル

2輪移動ロボットの典型的なモデルはFig. 1のように表せる。 $O-xy$ は二次元平面に固定された絶対座標系、 p_0 は両輪を結ぶ軸の中間点とし、 p_0-XY はロボットに固定された座標系である。モデルのパラメータは次のように表される。 $2b$ は車体の幅、 r は車輪の半径、 a は車体の長さ、 d は重心 p_c から p_0 までの距離とし、 ν_l と ν_r は左右車輪の回転速度を表し、 (x, y) は p_0 の位置、 ϕ は基準座標から見た車体の向きを表す。 v と ω はそれぞれ車体の直進速度と回転速度である。

車輪が滑らず転がるときに、運動学方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1)$$

移動ロボットの左右輪まで考慮すると、運動方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cos \phi & \frac{r}{2} \cos \phi \\ \frac{r}{2} \sin \phi & \frac{r}{2} \sin \phi \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_r \\ \nu_l \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2 移動ロボットのトラッキング制御

トラッキング制御とは時間の関数として計画された軌道 $\mathbf{p}_r(t) = [x_r(t), y_r(t), \phi_r(t)]^T$ に実際のロボットを追従させようというものである。トラッキング問題は下の式(4)で定式化でき、対称アファイン系ではないこともあり、Brockettの定理に反することはないので、連続時不変フィードバックで安定化できる可能性がある[5]。

トラッキング制御の状態図はFig. 2のように表せる。ここで、 v_r と ω_r は参照車両の直進速度と回転速度として、実際のロボットの軌道 $\mathbf{p}_c(t) = [x(t), y(t), \phi(t)]^T$ として、状態変数 $[x_e, y_e, \phi_e]^T$ は以下のように定義される(Fig. 2)。

Fig. 2 Tracking configuration

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \phi_r - \phi \end{bmatrix} \quad (3)$$

文献[5]より、左右車輪の回転速度 ν_l, ν_r を制御の入力として考えるとき、移動ロボットの軌道追従制御システムは次のように表せる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\phi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & y_e \\ 0 & -x_e \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_r \\ \nu_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_r \cos \phi_e \\ v_r \sin \phi_e \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (4)$$

3. 適応トラッキング制御

3.1 問題の設定

従来の移動ロボットのトラッキング制御の研究は車体の直進速度 v と回転速度 ω に注目したが、2輪移動ロボットの場合には左右輪の回転速度 ν_l と ν_r の方がより現実的な入力である。ここでは、物理的なパラメータは未知である場合に非ホロノミック2輪移動ロボットの適応トラッキング制御問題を設定する。

2輪移動ロボットの車輪の半径 r と車体の幅 b は未知として、式(4)の閉ループ信号が一様有界かつ状態変数の誤差 $[x_e, y_e, \phi_e]^T$ が零に漸近的に収束するような適応制御入力 $\mathbf{v} = [\nu_l, \nu_r]^T$ とパラメータ調整則 $\dot{\hat{\mathbf{a}}} = [\dot{\hat{a}}_r, \dot{\hat{a}}_b]^T$ の設計を行う。

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\hat{a}_r, \hat{a}_b, x_e, y_e, \phi_e, v_r, \omega_r, \dot{v}_r, \dot{\omega}_r) \quad (5)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{a}}} = \dot{\hat{\mathbf{a}}}(\hat{a}_r, \hat{a}_b, x_e, y_e, \phi_e, v_r, \omega_r, \dot{v}_r, \dot{\omega}_r) \quad (6)$$

ただし、 $a_r = \frac{1}{r}$ 、 $a_b = \frac{1}{b}$ とし、それぞれの推定値を $\hat{a}_r, \hat{a}_b$ とした。

3.2 適応トラッキング制御系の設計

文献[7]では、移動ロボットのトラッキング制御法の一つとして、バックステッピング法を用いた制御系設計法が提案されている。この方法によって、移動ロボットの大域的漸近安定性を証明している。この方法では、 r と b が既知の場合は、制御入力は次のように設定できる。

$$\begin{bmatrix} \nu_r \\ \nu_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{b}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{b}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここで、 u_1 と u_2 は以下のように定義される。

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 - y_e u_2 + c_1 \bar{x}_e \\ \omega_r + \gamma y_e v_r \int_0^1 \cos(s\phi_e) ds + c_2 \gamma \phi_e \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\bar{x}_e = x_e - c_3 u_2 y_e$$

$$v_1 = u_2 y_e + v_r \cos \phi_e - c_3 \dot{u}_2 y_e + c_3 u_2 (u_2 x_e - v_r \sin \phi_e)$$

ただし、 c_1, c_2, c_3, γ は設計パラメータであり、正とする。式 (4) の閉ループシステムに対して、制御入力を式 (7) とすると、システムが安定かつ状態変数 $\bar{x}_e, y_e, \phi_e$ が零に収束する。そして、 $\bar{x}_e$ と y_e が零に収束すれば、 x_e も零に収束する [7]。

ここでこの論文では r と b は未知と仮定し、制御入力を次のようにとる。

$$\begin{bmatrix} \nu_r \\ \nu_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{a}_r & \hat{a}_b \\ \hat{a}_r & -\hat{a}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

この制御入力を式 (4) に代入し、 x_e の代わりに式 (8) のように $\bar{x}_e = x_e - c_3 u'_2 y_e$ を使って、システムは次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\phi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & y_e - c_3 u'_2 x_e \\ 0 & -x_e \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_r & \hat{a}_b \\ \hat{a}_r & -\hat{a}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_r \cos \phi_e - c_3 \dot{u}'_2 y_e \\ v_r \sin \phi_e \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (10)$$

このシステムに対して、バックステッピング法を用い、このシステムの安定性と収束性をリアプノフの直接法により示す。次のリアプノフ関数候補を選ぶ：

$$V = \frac{1}{2} \bar{x}_e^2 + \frac{1}{2} y_e^2 + \frac{1}{2\gamma} \phi_e^2 + \frac{1}{2\gamma_1 a_r} \tilde{a}_r^2 + \frac{1}{2\gamma_2 a_b} \tilde{a}_b^2 \quad (11)$$

ここで $\tilde{a}_r = \hat{a}_r - a_r$ と $\tilde{a}_b = \hat{a}_b - a_b$ は推定誤差であり、 γ_1, γ_2 は調整則のゲインであり、正とする。

$u'_1 = u_1, u'_2 = u_2$ と選び、パラメータ調整則を次のように選ぶと、

$$\dot{\hat{a}}_r = \gamma_1 \bar{x}_e u_1 \quad (12)$$

$$\dot{\hat{a}}_b = \gamma_2 c_3 u_2 \left(y_e^2 + \frac{\phi_e}{\gamma c_3} - u_2 \bar{x}_e^2 - c_3 u_2^2 y_e \bar{x}_e \right) \quad (13)$$

リアプノフ関数候補の微分は以下になる（導出は付録 A）。

$$\dot{V} = -c_1 \bar{x}_e^2 - c_3 u_2^2 y_e^2 - c_2 \phi_e^2 \quad (14)$$

以上より、次の定理が成立する。

定理 1 $v_r(t), \dot{v}_r(t), \omega_r(t), \dot{\omega}_r(t) \ t \in [0, \infty)$ が有界と仮定する。このとき、閉ループ信号 $(x_e(t), y_e(t), \phi_e(t))$ 、式 (9) の制御入力 ν_l, ν_r 、式 (12) (13) のパラメータ調整則 $\dot{\hat{a}}_r, \dot{\hat{a}}_b$ は有界である。さらに、以下の条件のいずれかが満足されれば、 (x_e, y_e, ϕ_e) は 0 に収束する。

(1) $v_r(t)$ が零に漸近し、 $\omega_r(t)$ が零に漸近しない場合：任意の $\delta > 0$ に対し、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{t+\delta} |\omega_r(s)| ds > 0$ が存在する。

(2) $\omega_r(t)$ が零に漸近し、 $v_r(t)$ が零に漸近しない場合：任意の $\delta > 0$ に対し、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{t+\delta} |v_r(s)| ds > 0$ が存在する。

(3) $v_r(t)$ と $\omega_r(t)$ が零に漸近しない場合：任意の $\delta > 0$ に対し、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{t+\delta} |\omega_r(s) + c v_r(s)| ds > 0, c > 0$ が存在する。ただし、 $\lim$ は下極限を示す。□

[証明は付録 B]。

参考文献 [11] には四輪移動ロボットの前後輪間の長さを未知と仮定し、非ホロノミックな移動ロボットの運動学適応制御法が提案されているが、参照信号は PE 条件を満たさなければならぬ。筆者ら以前の研究 [12] には同じ問題設定の場合、参考信号の直進速度と角速度は $v_r \rightarrow 0$ でなくかつ $\omega_r \rightarrow 0$ の条件をつけている。定理 1 においては、目標軌道に対する制約が従来の方法 [11] [12] に比べて緩和されている。

4. 動力学モデルの適応トラッキング制御

4.1 動力学モデル

非ホロノミック移動ロボットの動力学モデルの運動方程式は次のように与えられる [4]。

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} = B(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (15)$$

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (16)$$

ここで、 n 次元状態空間の移動ロボットに対して、 $q = [q_1, \dots, q_n]^T$ は一般化座標、 $\tau \in R^r$ は入力、 $\lambda \in R^m$ 拘束力、 $r = n - m$ 。 $M(q) \in R^{n \times n}$ は対称な正定慣性行列、 $V_m(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ は遠心力行列、 $B(q) \in R^{n \times r}$ は入力変換行列、 $A(q) \in R^{m \times n}$ は拘束に関する行列である。

この動力学モデルの方程式は、文献 [8] [12] により、次式のように変換されることが知られている。

$$\dot{q} = S(q)\nu, \quad (17)$$

$$\overline{M}(q)\dot{\nu} + \overline{V}_m(q, \dot{q})\nu = \overline{B}(q)\tau \quad (18)$$

ここで、 $S(q) \in R^{n \times (n-m)}$ は A の零空間を張り、微分可能で線型独立なベクトル場によって構成されるフルランク行列、 $S^T(q)A^T(q) = 0$ 。 $\nu \in R^{n-m}$ 、 $\overline{M} = S^T M S$ 、 $\overline{V}_m = S^T (M\dot{S} + V_m S)$ 、 $\overline{B} = S^T B$ 。式 (17) は非ホロノミックシステムの運動学モデルである。

2 輪移動ロボットのモデルに対して、式 (18) は以下のように表される。

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 + I) + I_w & \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 - I) \\ \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 - I) & \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 + I) + I_w \end{bmatrix}$$

$$\overline{V}_m = \begin{bmatrix} 0 & \frac{r^2}{2b} m_c d \dot{\phi} \\ -\frac{r^2}{2b} m_c d \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} \quad \overline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\tau = [\tau_r, \tau_l]^T$ 。ここで τ_l と τ_r は左右輪のトルクである。 m_c, m_w, I_c, I_w, I_m をそれぞれ車体の質量、車輪の質量、車体の重心を通る鉛直軸回りの慣性モーメント、車輪の回転軸回りの慣性モーメント、車輪の重心を通る鉛直軸回りの慣性モーメントとし、 $m = m_c + 2m_w, I = m_c d^2 + 2m_w b^2 + I_c + 2I_w$ とする。

4.2 動力学モデルの適応トラッキング制御則

式 (18) に対し、以下の特性があるとする。

$$\bar{M}(q)\dot{\nu} + \bar{V}_m(q, \dot{q})\nu = Y(q, \dot{q}, \nu, \dot{\nu})p \quad (19)$$

ここで、 Y は $(n-m) \times \bar{l}$ 既知関数行列である。 p は動力学と運動学両方関するパラメータであり、 $p_1 = \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 + I) + I_w$, $p_2 = \frac{r^2}{4b^2}(mb^2 - I)$, $p_3 = \frac{r^2}{2b}mcd$ とする。

u は任意の入力として、次のような非線形フィードバックを式 (18) に導入する。

$$\tau = \bar{B}^{-1}(q)(\bar{M}(q)u + \bar{V}_m(q, \dot{q})\nu) \quad (20)$$

これにより、式 (17), (18) は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \dot{q} &= S(q)\nu, \\ \dot{\nu} &= u \end{aligned} \quad (21)$$

文献 [8] によって、前節で求めた運動学制御入力を仮想入力 $\nu_c = [\nu_{rc}, \nu_{lc}]^T$ とし、さらにバックステッピング法を用い、左右の車輪に加えるトルク入力を求める。まず、速度入力 ν_c に対して $u = \dot{\nu}_c + K(\nu_c - \nu)$ とすると、 $\nu \rightarrow \nu_c (t \rightarrow \infty)$ 。その結果、 (x_e, y_e, ϕ_e) が 0 に収束することが定理 1 と同様に示せる。

しかし、式 (17) の $S(q)$ と式 (19) の p に未知パラメータが存在する場合、トラッキング制御則は上述のような設計ができなくなる。この問題を解決するために、筆者らは以下のような定理を導いている。

定理 2 [12] 以下のような運動学モデルの適応トラッキング制御則が存在することを仮定する。ここで、 $\hat{a}$ は未知パラメータの推定値である：

$$\nu = \nu_c(q, q_r, \hat{a}), \quad (22)$$

$$\dot{\hat{a}} = T_i(q, q_r, \hat{a}), \quad (23)$$

つまり、この制御則により、 $q(t) \rightarrow q_r(t) (t \rightarrow \infty)$ となることを仮定する。また、正定かつ半径方向に非有界 (radially unbounded) な関数 V が存在することを仮定する。

$$\dot{V}(q_e, \tilde{a}) = \frac{\partial V}{\partial q} S\nu_c + \frac{\partial V}{\partial q_r} \dot{q}_r + \sum_{i=1}^k \frac{\partial V}{\partial \hat{a}_i} T_i \leq 0 \quad (24)$$

$\hat{a}$ は a の推定パラメータ、 $\tilde{a} = \hat{a} - a$ は推定誤差である。もし、(22), (23), (24) を満たして、しかも式 (15) の $B(q)$ 中に未知パラメータが存在しない場合、システム式 (17) と式 (18) に対して次のような適応トラッキング制御則 (25)~(28) は目的を達成できる。つまり、システムの閉ループ信号は一様に有界かつ追従誤差が 0 に収束する。

$$\tau = \bar{B}^{-1} \left(-K_d \tilde{\nu} + Y_c \hat{p} - \left(\frac{\partial V}{\partial q} \hat{S} \right)^T \right), \quad (25)$$

$$\dot{\hat{a}}_i = T_i(q, q_r, \hat{a}), \quad 1 \leq i \leq k, \quad (26)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Lambda_i \left(\frac{\partial V}{\partial q} \sigma_i \right)^T \tilde{\nu}_i, \quad 1 \leq i \leq n-m, \quad (27)$$

$$\dot{\hat{p}} = -\Gamma Y_c^T \tilde{\nu}, \quad (28)$$

ここで、 $\tilde{p} = \hat{p} - p$, $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 。また、 $Y_c \equiv Y(q, \dot{q}, \nu_c, \dot{\nu}_c)$, $\hat{S} \equiv S(q, \hat{\theta})$, $\tilde{\nu} = \nu - \nu_c = [\tilde{\nu}_1, \dots, \tilde{\nu}_{n-m}]$, $\sigma_i = [\sigma_{i1}, \dots, \sigma_{i\bar{l}}]$, $1 \leq i \leq n-m$, K_d , Γ , Λ_i , $1 \leq i \leq n-m$ は適当な次元の正定対称行列である。□

この定理を用いると、3 章により得られた運動学モデルの適応トラッキング制御則式 (9) を ν_c とすると、動力学モデルの適応トラッキング制御則は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \tau &= -k_d \begin{bmatrix} \tilde{\nu}_r \\ \tilde{\nu}_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\nu}_{rc} & \dot{\nu}_{lc} & \dot{\phi}\nu_{lc} \\ \dot{\nu}_{lc} & \dot{\nu}_{rc} & -\dot{\phi}\nu_{rc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \\ \hat{p}_3 \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{11} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \cos \phi + \frac{\partial V}{\partial y} \sin \phi \right) + \hat{\theta}_{12} \frac{\partial V}{\partial \phi} \\ \hat{\theta}_{21} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \cos \phi + \frac{\partial V}{\partial y} \sin \phi \right) - \hat{\theta}_{22} \frac{\partial V}{\partial \phi} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{p}}_1 \\ \dot{\hat{p}}_2 \\ \dot{\hat{p}}_3 \end{bmatrix} = -\Gamma \begin{bmatrix} \dot{\nu}_{rc} & \dot{\nu}_{lc} \\ \dot{\nu}_{lc} & \dot{\nu}_{rc} \\ \dot{\phi}\nu_{lc} & -\dot{\phi}\nu_{rc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\nu}_r \\ \tilde{\nu}_l \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}}_{11} \\ \dot{\hat{\theta}}_{12} \end{bmatrix} = \Lambda \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \cos \phi + \frac{\partial V}{\partial y} \sin \phi \\ \frac{\partial V}{\partial \phi} \end{bmatrix} \tilde{\nu}_r \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}}_{21} \\ \dot{\hat{\theta}}_{22} \end{bmatrix} = \Lambda \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \cos \phi + \frac{\partial V}{\partial y} \sin \phi \\ -\frac{\partial V}{\partial \phi} \end{bmatrix} \tilde{\nu}_l \quad (32)$$

ここで p_1, p_2, p_3 は 4.2 節のように定義され、 $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3$ は推定パラメータ、また、 $k_d > 0$, $\Gamma > 0$, $\Lambda > 0$ 。

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= -\bar{x}_e \cos \phi + y_e \sin \phi \\ \frac{\partial V}{\partial y} &= -\bar{x}_e \sin \phi - y_e \cos \phi \\ \frac{\partial V}{\partial \phi} &= -\frac{\phi_e}{\gamma} \end{aligned}$$

また、運動学モデルのパラメータに関する調整則 $\dot{\hat{a}}_r$ と $\dot{\hat{a}}_b$ は式 (12), (13) とする。

5. シミュレーション結果

前章まで、運動学モデルの適応トラッキング制御系と動力学モデル適応トラッキング制御系の構成法を提案した。この非ホロノミック 2 輪独立駆動型移動ロボットの運動学モデルと動力学モデルに対し、それぞれシミュレーションを行い、提案手法の有効性を示す。

5.1 運動学モデル

運動学システムに対して、**Fig. 3** のような円軌道を与えた。このシミュレーションで用いる物理パラメータの真値、および設計パラメータの値は、 $b = 0.75$, $r_l = r_r = 0.15$, 制御則 (9) と調整則 (13), (12) の設計パラメータは $c_1 = c_2 = c_3 = 2.0$, $\gamma = 0.1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 5.0$ 。初期値誤差は **Fig. 3** のようになっている。また、推定パラメータの初期推定値は真値の 2 倍とした。

このシミュレーションの結果から分かるように従来法では不可能な円軌道の場合でも、この制御則で追従することができる。

Fig. 3 Tracking of a circular trajectory initial errors $x_e = 1.0, y_e = 0.75, \phi_e = -0.25$.

Fig. 4 Tracking trajectory

Fig. 5 Tracking errors

5.2 動力学モデル

動力学システムに対して、Fig. 4のような直線と回転が両方ある参照軌道を与えた。Fig. 5は追従誤差である。Fig. 6は車輪のトルクである。このシミュレーションで用いる物理パラメータの真値、および設計パラメータの値は、 $b = 0.75$, $r_l = r_r = 0.15$, 他には $a = 2$, $d = 0.3$, $m_c = 30$, $m_w = 1$, $I_c = 15.625$, $I_w = 0.005$, $I_m = 0.0025$, 制御則と調整則 (12), (13) のパラメータは $c_1 = 15$, $c_2 = 5$, $c_3 = 5$, 設計パラメータ $\gamma = 2.8$, $\gamma_1 = 5.0$, $\gamma_2 = 5.0$ と $K_d = 5$. 初期値誤差は $x_e = 0.0$, $y_e = -1.5$, $\phi_e = 0.0$.

図から分かるように、直線の場合、約5秒後にロボットは参照軌道に追従できている。20秒のときに、回転動作があり、誤差が少しでているが、すぐに参照軌道に追従している。

Fig. 6 Wheel's torque

6. 結 論

本論文では、バックステッピング法を利用して、未知パラメータを含む非ホロノミック2輪独立駆動移動ロボットの運動学モデルの適応トラッキング制御法を提案した。さらに、運動学モデルに未知パラメータがある場合にダイナミクスまで考慮した2輪移動ロボットの動力学モデルに対して、バックステッピング法を用いることにより適応トラッキング制御系を導出した。これらの方法の特徴は以下の通りである。

- (1) 大域的に目標軌道に追従する。すなわち、初期値が目標軌道から離れていても収束が保証される。
- (2) 目標軌道に対する制約が従来の方法に比べて緩和されている。

シミュレーションをそれぞれの場合について行い、制御系の有効性を示した。最近適応制御や非線形制御によく使われているバックステッピング法の有効性もが示されている。

今後の課題としては、特に動力学モデルの制御系に対するロバスト性の検討が必要である。

参 考 文 献

- [1] 中村仁彦: “講座非ホロノミックロボットシステム (第1-5回)”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.4-no.7, vol.12, no.2, 1993-1994.
- [2] Ilya kolmanovsky and N. Harris McClamroch: “Developments in Nonholonomic Control Problems,” IEEE Control Systems, pp.20-36, 1995.
- [3] M. Sampei: “A Control Strategy for a Class of Non-Holonomic Systems Time-State Control Form and its Application,” Proc. CDC, pp.1120-1121, 1994.
- [4] N. Sarkar, X. Yun and V. Kumar: “Control of mechanical systems with rolling Constraints: Application to Dynamic Control of Mobile Robots,” Int. J. of Robotics Research, vol.13, no.1, pp.55-69, 1994.
- [5] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi: “A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot,” Proc. IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems, pp.1236-1241, 1991.
- [6] C. Samson and K. Ait-Abderrahim: “Feedback Control of a Nonholonomic Wheeled Cart in Cartesian Space,” Proc. Int. CRA, pp.1136-1141, 1991.
- [7] Z.P. Jiang and H. Nijmeijer: “Tracking Control of Mobile Robots: A Case Study in Backstepping,” Automatica, vol.33, no.7, pp.1393-1399, 1997.
- [8] R. Fierro and F.L. Lewis Kim: “Control of a nonholonomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics,” Proc. of 34th CDC, vol.8, pp.3805-3810, 1995.
- [9] K. Wedeward and R. Colbaugh: “Control of Uncertain Non-holonomic Mechanical Systems with Chained Form Kinematics: Case Study,” Proc. CDC, pp.4194-4195, 1999.
- [10] Fabio Conticelli, Benedetto Allotta and Pradeep k. Khosla:

"Image-Based Visual Servoing of Nonholonomic Mobile Robots," Proc. CDC, pp.3496-3501, 1999.

- [11] Erjen Lefeber and Henk Nijmeijer: "Adaptive tracking control of nonholonomic systems: an example," Proc. 38th CDC, pp.2094-2099, 1999.
- [12] T. Fukao, H. Nakagawa and N. Adachi: "Adaptive Tracking Control of a Nonholonomic Mobile Robot," IEEE Transactions on Robotics and Automation, to appear.
- [13] H. Wang, T. Fukao and N. Adachi: "Adaptive Tracking Control of Nonholonomic Mobile Robots: A Backstepping Approach," 第42回システム制御情報学会, pp.419-420, 1998.
- [14] H. Wang, T. Fukao and N. Adachi: "Adaptive Tracking Control of Nonholonomic Mobile Robot," Proc. of Japan-U.S.A. Symposium on Flexible Automation, vol.III, pp.1093-1096, 1998.
- [15] H. Wang, T. Fukao and N. Adachi: "An Adaptive Tracking Control Approach for Nonholonomic Mobile Robot," Proc. of 14th IFAC World Congress, vol.P, pp.509-514, 1999.
- [16] R. Brockett: Asymptotic stability and feedback stabilization. Birkhauser, 1983.

付録 A. アプノフ関数候補の微分の計算

リアプノフ関数候補式 (11) の微分は

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \bar{x}_e \dot{\bar{x}}_e + y_e \dot{y}_e + \frac{1}{\gamma} \phi_e \dot{\phi}_e + \frac{\bar{a}_r}{\gamma_1 a_r} \dot{\bar{a}}_r + \frac{\bar{a}_b}{\gamma_2 a_b} \dot{\bar{a}}_b \quad (\text{A.1}) \\ = & \bar{x}_e (v_r \cos \phi_e - c_3 v_r u_2' \sin \phi_e - c_3 \dot{u}_2' y_e + c_3 x_e u_2'^2 - u_1') \\ & + \bar{x}_e \left(-\frac{\bar{a}_r}{a_r} u_1' + \frac{\bar{a}_b}{a_b} (c_3 u_2' \bar{x}_e + c_3^2 u_2'^2 y_e) u_2' \right) \\ & + y_e (v_r \sin \phi_e - c_3 u_2'^2 y_e) + y_e \left(-\frac{\bar{a}_b}{a_b} (c_3 u_2'^2 y_e) \right) \\ & + \frac{1}{\gamma} \phi_e \left(\omega_r - u_2' - \frac{\bar{a}_b}{a_b} u_2' \right) + \frac{\bar{a}_r}{\gamma_1 a_r} \dot{\bar{a}}_r + \frac{\bar{a}_b}{\gamma_2 a_b} \dot{\bar{a}}_b \end{aligned}$$

$u_1' = u_1$, $u_2' = u_2$ と選び, 式 (12), (13) を代入して,

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \bar{x}_e (-c_1 \bar{x}_e) + y_e (-c_3 u_2'^2 y_e) + \frac{1}{\gamma} \phi_e (-\gamma c_2 \phi_e) \\ & + \frac{\bar{a}_r}{\gamma_1 a_r} (\dot{\bar{a}}_r - \gamma_1 \bar{x}_e u_1) + \frac{\bar{a}_b}{\gamma_2 a_b} \left(\dot{\bar{a}}_b - \gamma_2 c_3 u_2 \right. \\ & \left. \times \left(y_e^2 + \frac{\phi_e}{\gamma c_3} - u_2 \bar{x}_e^2 - c_3 u_2'^2 y_e \bar{x}_e \right) \right) \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

リアプノフ関数候補の微分は以下になる.

$$\dot{V} = -c_1 \bar{x}_e^2 - c_3 u_2'^2 y_e^2 - c_2 \phi_e^2 \quad (\text{A.3})$$

付録 B. 定理 1 の証明

証明 式 (11) から分るように, V は正定かつ半径方向に非有界な関数である. かつ入力を式 (9), パラメータ調整則を式 (12) (13) のようにとることにより, $\dot{V} \leq 0$. 定理の仮定条件とリアプノフ安定理論により信号 $(x_e(t), y_e(t), \phi_e(t), \hat{a}_r(t), \hat{a}_b(t))$ は有界.

式 (11) と式 (A.3) 中に含まれる信号 $\bar{x}_e^2$, $(u_2 y_e)^2$, ϕ_e^2 を考える. これらの微分は $2\bar{x}_e \dot{\bar{x}}_e$, $2u_2 y_e (u_2 \dot{y}_e + \dot{u}_2 y_e)$ と $2\phi_e \dot{\phi}_e$ になる. 定理の仮定により, これらは有界. そして, $\bar{x}_e^2$, $(u_2 y_e)^2$ と ϕ_e^2 は $[0, \infty)$ で一様連続. Barbalat's lemma により, $\bar{x}_e(t)$, $u_2(t)y_e(t)$ と $\phi_e(t)$ が $t \rightarrow \infty$ において 0 に収束する. 式 (8) より, $x_e(t)$ は 0 に収束する.

最後に $y_e(t)$ も 0 に収束することを証明する. 式 (8) より, $y_e(\omega_r + \gamma y_e v_r)$ は 0 に収束する. 定理の仮定条件と付録の定理 A により, $y_e(t)$ は 0 に収束する. $\square$

付録 C. 定理 A の証明

定理 A 関数 $x(t): R \rightarrow R$, $[0, \infty)$ が連続であり, 関数 $y(t): R \rightarrow R$, $[0, \infty)$ が一様連続であり, $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t)y(t)| = 0$ かつ任意の $\delta > 0$ に対して, $\liminf_{t \rightarrow \infty} \int_t^{t+\delta} |x(s)| ds > 0$ が存在するならば,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t)| = 0. \quad (\text{C.4})$$

証明 $y(t)$ ($t \rightarrow \infty$) が 0 に収束しないと仮定する. そのとき, ある ε に対し, $t_i \rightarrow \infty$ ($i \rightarrow \infty$) かつ $|y(t_i)| > \varepsilon$, $i = 0, 1, \dots$ となる数列 $\{t_0, t_1, \dots, t_n, \dots\}$ が存在する.

$y(t)$ が一様連続なので, $|y(z) - y(t_i)| < \frac{\varepsilon}{2}$ かつ $|z - t_i| < \delta$, $i = 0, 1, \dots$ となる $\delta > 0$ が存在する. $I_i = \{z: |z - t_i| < \delta\}$ とおく.

$|y(z) - y(t_i)| < \frac{\varepsilon}{2}$ なので, $z \in I_i$ に対して, $|y(t_i)| - |y(z)| < \frac{\varepsilon}{2}$. そして $z \in I_i$ に対し $|y(z)| > |y(t_i)| - \frac{\varepsilon}{2} > \frac{\varepsilon}{2}$. さらに $z \in I_i$ に対し $|y(z)x(z)| > \frac{\varepsilon}{2}|x(z)| > 0$. その結果, $i \rightarrow \infty$ とすると, $\max_{z \in I_i} |x(z)| \rightarrow 0$.

従って, $\int_{t_i}^{t_i+\delta} |x(s)| ds \rightarrow 0$ となるが, これは条件に反している. $\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t)| = 0$. $\square$

王 輝宇 (Huiyu Wang)

1970 年 1 月 8 日生. 1992 年中国西安電子科技大学電子精密機械学科卒業. 1998 年京都大学大学院工学研究科応用システム科学専攻修士課程修了. 現在同大学大学院情報学研究科システム科学専攻博士課程在学中. 非ホロノミック移動ロボットの研究に従事. (日本ロボット学会学生会員)

足立紀彦 (Norihiko Adachi)

1940 年 9 月 16 日生. 1966 年京都大学大学院工学研究科数理工学専攻修士課程修了. 同年京都大学工学部助手, 1982 年同助教授. 1983 年新潟大学工学部教授. 1992 年京都大学工学部教授となり, 現在同大学大学院情報学研究科教授. 制御理論, 非線形システム理論に関する研究に従事. 工学博士. 計測自動制御学会, システム制御情報学会, IEEE などの会員. (日本ロボット学会正会員)

深尾隆則 (Takanori Fukao)

1968 年 5 月 21 日生. 1992 年京都大学工学部航空工学科卒業, 1994 年同大学大学院工学研究科応用システム科学専攻修士課程修了. 1996 年同大学大学院博士課程中途退学, 同年助手となり, 現在同大学大学院情報学研究科助手. 適応制御, 非線形制御, 強化学習などの研究に従事. 計測自動制御学会, システム制御情報学会, IEEE などの会員.