サーボ理論とロボットの制御*

有 本

卓**

1. はじめに

ロボット制御はサーボ機構を通じて行われる。したがって、ロボット制御理論はサーボメカニズム理論（以下、サーボ理論と略称）に基礎を置くように思われるかもしれない。しかし、現実のロボットマニピュレータは多リンク機構から成り、各軸は同時作動することが前提である。他方、古典的サーボ理論は1軸の回転角制御あるいは速度制御を目標にしており、したがって多軸の同時制御に古典的サーボ理論を適用するには新たな工夫が必要である。ところが、現在産業界で使われているプレイバック型ロボットでは、各軸のサーボは独立に構成され、多軸同時に作動しているが、制御は各軸について独立に行われている。しかも、各サーボにはその軸の角度、角速度を測定するエンコーダ等の内界センサの情報のみがフィードバックされており、この機構を準閉ループのサーボと呼んでいる（図1参照）。

さて力学的に見ると、ロボットの各軸の運動は互いに干渉し合っており、また姿勢によって力学的パラメータも変化している。また、端点（end point）の位置を外部座標系で測定するポジションセンサや視覚センサ等の、外界センサからの情報が利用できるようになると、フィードバックループの構成自体も多軸同時に組織的に設計しておかねばならなくなる。このように、近未来の自律型ロボットではセンサによる情報処理と、そのデータに基づくソフトウェアサーボの機構が必要不可欠になる。このようなサーボ機構を概念的に図2のように示し、ここでは完全閉ループのサーボと呼ぶこととする。そこには、動力学的な考察に基づくロボットに合った多変数サーボの理論が重要な役割を演ずるはずである。一方では、多変数のサーボ系には現代制御理論が適用できるのではないかという期待もあるようである。しかし、残念ながらロボットの運動方程式は特有の非線形性を有しており、

したがって線形システム理論に基礎を置く現代制御理論を直接適用する可能性は非常に薄いように思われる。

ここでは、一軸のモータ制御に関する古典的サーボ理論をおさらいした後、ロボットのためのセンサ・フィードバックの考え方を紹介しながら、知能ロボット実現のために必要なロボット制御のあり方を議論してみる。

2. 古典的サーボ理論

後の章との関連に便利になるように、サーボ機構の古典的な理論をまとめておこう。サーボ機構を操作するアクチュエータは、油圧シリンダや空圧シリンダ等もあるが、産業用ロボットでは今や最もよく使われている直流の電気モータについて議論しておく。

直流サーボモータの大部分は他励磁式であり、制御用コイルの位置により、電機子制御形と界磁制御形に分かれる。界磁制御方式では、電圧制御によるトルク・速度特性が非線形となるため、制御性に難点がある。したがって小容量のサーボモータを除くと、電機子制御方式が用いられることが多い。そのため、ここでは最も一般的に用いられている図3のような電機子制御形直流サーボモ

図1 準閉ループのサーボ系

図2 完全閉ループのサーボ系

原稿受付 1984年9月12日

* Theory of Servomechanism and Control of Robots

** 大阪大学基礎工学部

ータを考える。図3のサーボモータの制御入力、ロータに巻かれたコイルへ印加する電圧 v_a または電流 i_a のいずれかである。モータにより発生するトルクを T 、回転速度を ω 、逆起電力を E とすると、式

$$T = K_t i_a \quad (1)$$

$$E = K_e \omega \quad (2)$$

が成立する。ここに、 K_t はトルク定数であり、界磁電流 i_f の大きさにより定数の値が決まる。また、 K_e は逆起電力定数と呼ばれており、磁界と各定数との関係から、直流モータでは $K_t = K_e (=K)$ となることが知られている。

さて、電機子回路について、キルヒホッフの電圧則から、式

$$L_a \frac{d}{dt} i_a + R_a i_a + E = v_a \quad (3)$$

が成立する。他方、モータを減速比が r の歯車列を介してマニピュレータの一つの関節に取付けたときのトルク方程式は、

$$(r^2 J_0 + J_1) \frac{d\omega}{dt} + b_0 \omega = T = K i_a \quad (4)$$

となる。ここに、 J_0 は負荷の慣性モーメント、 J_1 はモータのシャフトと減速機から成る慣性モーメント、 b_0 は減速機の粘性摩擦係数である。ここで話を簡単にするために、インダクタンス L_a が十分小さく、時定数 $\tau_0 = L_a / R_a$ が無視できる場合を考える。このとき、関節角 θ を導入して、

$$\theta = \frac{d\theta}{dt} = r\omega \quad (5)$$

とおけば、式(2)~(5)より、

$$J\ddot{\theta} = \frac{K(v_a - E)}{rR_a} = -\frac{K^2}{r^2 R_a} \dot{\theta} + \frac{K}{rR_a} v_a \quad (6)$$

となり、これは一般に、

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = k_0 v_a \quad (7)$$

と書ける。ここに、

$$\begin{cases} J = J_0 + r^2 J_1, & b = (b_0 + K^2 / R_a) / r^2 \\ k_0 = K / r R_a \end{cases} \quad (8)$$

と置いた。式(7)は典型的な2次系である。

次に、上述の直流サーボモータを用いたときの位置

図3 他励磁直流サーボモータの電機子制御方式

図4 位置制御のためのフィードバック系

図5 過渡特性を表すパラメータの定義

(角度) 制御を考えよう。この場合、負荷の角度はポテンシオメータ（あるいはエンコーダ）により電圧に変換されて検出され、目標値（これを θ_0 とする）の設定用ポテンシオメータの電圧と比較される。この差を増幅してモータ電機子回路の電圧入力とすれば、式(7)より、

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = k_0 k_1 (\theta_0 - \theta) \quad (9)$$

となり、図4のようなフィードバック系が構成される。ここに、 k_1 は増幅率である。式(9)の両辺をラプラス変換することにより、一般に入出力関係、

$$\frac{\Theta(s)}{\Theta_0(s)} = \frac{k_0 k_1}{s(Js + b) + k_0 k_1} \quad (10)$$

を得る。ここで、 θ および θ_0 の初期条件はゼロであると仮定した。

サーボ系の特性は一般に、入力信号に出力信号がいかに関連するかという観点から議論される。そのような観点には過渡応答特性と周波数応答特性がある。前者では普通、ステップ応答が用いられる。高さが1の単位階段関数を与えたときの式(9)の応答は、一般に図5のように表される。追従特性は、立ち上がり時間 t_r と整定時間 t_s が速い（小さい）ほど良く、またオーバーシュート M_p が小さいほど良い。式(10)のような2次系の伝達関数は一般に、

$$\begin{aligned} \frac{k_0 k_1}{Js^2 + bs + k_0 k_1} &= \frac{(k_0 k_1 / J)}{s^2 + (b/J)s + (k_0 k_1 / J)} \\ &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \end{aligned} \quad (11)$$

と規格化して表される。ここに、

$$\begin{cases} \omega_n = \sqrt{k_0 k_1 / J} = \text{自然角周波数} \\ \zeta = \frac{b}{2\sqrt{k_0 k_1 J}} = \text{ダンピング比} \end{cases} \quad (12)$$

と定義する。これらのパラメータに対して、 $0 < \zeta < 1$ のとき、ステップ応答は、

$$\begin{aligned} \theta(t) &= 1 - e^{-\zeta \omega_n t} \left\{ \cos(\omega_d t) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t) \right\} \\ &= 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\omega_d t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

と表される。ここに、

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad (14)$$

と置いた。自然角周波数 ω_n を固定して、ダンピング比 ζ を変えたときのステップ応答の変化の様子を図6に示す。これから判るように、 $\zeta < 1.0$ のときオーバーシュートが見られるが、 ζ が1より大きくなると立ち上がりが遅くなる。両方が満足できる範囲をとって、 $0.4 < \zeta < 0.8$ を満足するようにダンピング比を取るのがよいとされている。ところで、追従特性を表す各パラメータ間には一般に、 $\zeta < 1.0$ のとき、次のような関係があることが知られている。

$$\begin{cases} t_r = \frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \left(-\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \\ t_p = \pi / \omega_d \\ t_s = 4 / \zeta \omega_n \\ M_p = \exp(-\zeta \pi / \sqrt{1-\zeta^2}) \end{cases} \quad (15)$$

過渡特性を改善するために、増幅器の増幅率 k_1 を変化させることによって、理想のダンピング比を実現した上で立ち上がり時間を早くしようとする、 ω_d すなわち ω_n を大きくしなければならない。しかし、式(12)に示したように ζ と ω_n はともに増幅器のゲイン k_1 の関数であり、 k_1 によって各々を独立に変化させることはできない。そこでモータにタコジェネレータをつけ、角速度を電圧に変換して取り出し、これを加え合せ点に

図6 2次系の単位ステップ応答

図7 速度フィードバックを用いた位置制御方式

負帰還させてみよう。いま、角速度から電圧への変換係数を K_0 で表せば、このことは図7のように表され、式で書くと、

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = k_0 k_1 \left\{ (\theta_0 - \theta) - \frac{K_0}{r} \dot{\theta} \right\} \quad (16)$$

となる。また、これをラプラス変換することにより、入出力間の伝達関数は、

$$\frac{\Theta(s)}{\Theta_0(s)} = \frac{k_0 k_1}{Js^2 + \left(b + \frac{k_0 k_1 K_0}{r}\right)s + k_0 k_1} \quad (17)$$

となる。このとき ω_n は式(12)と変わらないが、ダンピング比は、

$$\zeta = \frac{br + k_0 k_1 K_0}{2r\sqrt{k_0 k_1 J}} \quad (18)$$

となり、速度フィードバックのゲイン K_0 の選び方によって独立に調節することができる。

過渡応答は、その他のランプ入力に対する特性なども考慮しなければならないが、これ以上の詳細には触れない。また定常特性として、周波数応答の観点からフィードバック系の設計指針が得られる。たとえば、 ω_n 以下の周波数に対する定常特性をフラットにするためには、上述の2次系では $\zeta = 0.7071$ とするのが良いこととして推奨されている。また周波数特性の改善のために、前向き経路に微分操作を加えたPD型(Proportional+Derivative)の補償器を設計する方法が種々検討されている。

3. ロボットのためのサーボ理論

ロボット制御のためのサーボ系のあり方の議論に入る前に、現在用いられていると思われる準閉ループのサーボ方式の制御理論的な立場を明確にしておこう。話を判りやすくするために、図8のような3自由度の多関節ロボットを考える。各関節に独立にサーボを設けることは、アクチュエータとしてのモータの入力電圧を局所的に、

$$v_i = a_i(\theta_{0i} - \theta_i) - b_i \dot{\theta}_i \quad i=1, 2, 3 \quad (19)$$

と定めることに対応する。ここに、記号 i は関節の番号を表し、 θ_{0i} は第 i 関節角の目標値を表すものとする。 v_i には他の関節角の情報は反映されていないので、式(19)はベクトル形式で書くと、

$$v = \bar{A}(\theta_0 - \theta) - \bar{B}\dot{\theta} \quad (20)$$

と表される。ここに、

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad \theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} \quad (21)$$

と表し、 $\bar{A}$ と $\bar{B}$ はそれぞれ次のような対角行列である。

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix} \quad (22)$$

式 (20) のような局所的なフィードバック制御が大局的にはどのように働くのだろうか。その様子を見るためにはロボットのダイナミクスを考えなくてはならない。

図 8 の 3 自由度マニピュレータに対して、その運動方程式は次のように表されることがわかる^{1,2)}。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = T \quad (23)$$

ここに、 $L = K - P$ であり、詳述すると、

$$P = g[(m_2 s_2 + m_3 l_2) \cos \theta_2 + m_3 s_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)] \quad (24)$$

$$K = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T R(\theta) \dot{\theta} \quad (25)$$

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} r_{11}(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & r_{22}(\theta) & r_{23}(\theta) \\ 0 & r_{23}(\theta) & r_{33}(\theta) \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{cases} r_{11}(\theta) = I_{1z} + m_2(s_2 \sin \theta_2)^2 \\ \quad + m_3(l_2 \sin \theta_2 + s_3 \sin(\theta_2 + \theta_3))^2 \\ \quad + I_{2y}(\sin \theta_2)^2 + I_{3y}(\sin(\theta_2 + \theta_3))^2 \\ \quad + I_{2z}(\cos \theta_2)^2 + I_{3z}(\cos(\theta_2 + \theta_3))^2 \\ r_{22}(\theta) = m_2 s_2^2 + m_3 l_2^2 + I_{2x} + m_3 s_3^2 + I_{3x} \\ \quad + 2 m_3 l_2 s_3 \cos \theta_3 \\ r_{23}(\theta) = m_3 s_3^2 + I_{3x} + m_3 l_2 s_3 \cos \theta_3 \\ r_{33}(\theta) = m_3 s_3^2 + I_{3x} \end{cases} \quad (27)$$

である。 P はポテンシャルエネルギーであり、 g は重力定数、 K は運動エネルギーである。また、 $T = [T_1, T_2, T_3]^T$ は関節角に働く駆動トルクである。次に、式 (23) を書き下すと、

$$R(\theta)\ddot{\theta} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^3 \dot{\theta}_i \frac{\partial R(\theta)}{\partial \theta_i} \right\} \dot{\theta} + g(\theta) = T \quad (28)$$

となることがわかる。ここに、

$$g_i(\theta) = \partial P / \partial \theta_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (29)$$

と置いた。第 i 関節のアクチュエータの生成トルクは、モータのシャフトと減速機に関する駆動トルクと、マニピュレータのその関節に関する駆動トルクの和に等しいから、減速比 r_i を考慮して、等式、

$$r_i T_i + J_i \dot{\omega}_i + b_{0i} \omega_i = K_i i_{ai} \quad (30)$$

が成立する。ここで式 (3) ~ (8) を参照して、

図 8
3 自由度の多関節
ロボット

$$\begin{cases} B_0 = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix}, \quad b_{ii} = \frac{b_{0i} + K_i^2 / R_{ai}}{r_i^2} \\ K = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{pmatrix}, \quad k_{ii} = K_i / r_i R_{ai} \\ J = \begin{pmatrix} J_{11} & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & 0 \\ 0 & 0 & J_{33} \end{pmatrix}, \quad J_{ii} = J_i / r_i^2 \end{cases} \quad (31)$$

とおけば、式 (30) は、

$$T = -J\ddot{\theta} - B_0\dot{\theta} + K\theta \quad (32)$$

と表されることがわかる。これを式 (28) に代入すれば、

$$(J + R(\theta))\ddot{\theta} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^3 \dot{\theta}_i \frac{\partial R(\theta)}{\partial \theta_i} \right\} \dot{\theta} + B_0\dot{\theta} + g(\theta) = K\theta \quad (33)$$

を得る。これがロボット系とサーボ系を合せた全体のダイナミクスを表す微分方程式である。

式 (33) は非線形である。したがって式 (20) のような線形フィードバックを用いたとき、目的の位置決めが実現できるか定かではない。数学的に言えば、線形フィードバックの式 (20) を式 (33) に代入したとき、 $\theta(t)$ が θ_0 に収束するかどうか保証されていないのである。微分方程式 (33) の非線形項の中で、重力の影響からくるポテンシャル項 $g(\theta)$ は、関節角 θ_i の単なる三角関数なので、簡単に計算できる。そこで、これを実時間で計算して電圧入力によって相当分を補償しておく、すなわち入力を、

$$v = K^{-1}g(\theta) + \bar{A}(\theta_0 - \theta) - \bar{B}\dot{\theta} \quad (34)$$

とする。このとき、式 (33) は、

$$(J + R(\theta))\ddot{\theta} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^3 \dot{\theta}_i \frac{\partial R(\theta)}{\partial \theta_i} \right\} \dot{\theta} + B\dot{\theta} + A(\theta - \theta_0) = 0 \quad (35)$$

となる。ここに、

$$A = K\bar{A}, \quad B = B_0 + K\bar{B} \quad (36)$$

とおいた。

一般に自由度を高くすると、慣性行列 $R(\theta)$ の各要素は複雑になり、動作中にこれらの全要素を実時間で計算するのは、現在のマイクロコンピュータの能力をもってしても、コスト的に無理である。それでも、もし並列処理などの工夫によって $R(\theta)$ が実時間的に計算できれば、式 (33) の左辺の遠心力とコリオリ力から成る第2項も補償することができよう。その上でさらに、第1項の $R(\theta)$ による慣性項も補償することとすれば、サーボの特性はもはや線形で各関節について独立になる。つまり、残りの項の係数行列はすべて対角形となり、このことを非干渉化されたという。実際にも、ロボットの関節角に関する軌道 $\theta_0(t)$ を与え、関節角座標 $\theta(t)$ がこれを追従する制御について、1) 重力項、2) 遠心力とコリオリ力の項、3) 慣性項、の順序で補償の効果がよく現われることが実験的に確かめられている³⁾。しかし何度もいうように、2) および 3) の計算は複雑である上に、ロボットの構造パラメータの見積り誤差、測定や計算誤差、機械的なガタ等により、補償トルクの計算自体も必ずしも正確には行われ難い。

以上の理由から、現時点のマイコンとサーボ技術を用いるとき、式 (34) のように重力項のみを補償した上で、局所的かつ独立に閉ループを作る線形フィードバックは依然として有力な方法であろう。ただ、問題は位置決めが確実に実行されるかどうかであり、したがってこのことを理論的にも確認しておくことが大変重要になろう。数学的にいえば、問題は任意の初期条件 $\theta(0) = \theta^0$, $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}^0$ のもとで、式 (35) の解 $\theta(t)$ が次のように目標位置 θ_0 に収束するかどうかである。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \theta_0 \quad (37)$$

このことは次のようなリアプノフ関数を用いて証明することができる^{4,5)}。

$$V = \frac{1}{2} [\dot{\theta}^T (J + R(\theta)) \dot{\theta} + (\theta - \theta_0)^T A (\theta - \theta_0)] \quad (38)$$

実際、これを時間軸に沿って微分すると、式 (35) より、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\theta}^T (J + R(\theta)) \ddot{\theta} + \dot{\theta}^T A (\theta - \theta_0) \\ &\quad + \frac{1}{2} \dot{\theta}^T \left(\sum_{i=1}^3 \dot{\theta}_i \frac{\partial R(\theta)}{\partial \theta_i} \right) \dot{\theta} \\ &= -\dot{\theta}^T B \dot{\theta} \leq 0 \end{aligned} \quad (39)$$

となり、 B は正定なので V は決して増大しないことがわかる。ここで、 $x = (\theta^T, \dot{\theta}^T)^T$ を状態変数と考えたとき、 V は x について正定なので、 $x(t)$ は $\dot{V} = 0$ を満足する状態空間の中の部分集合の中の最大不変集合に収束することがわかる^{6,7)}。ところが、 $\dot{V} = 0$ の中の最大不変集

合は、方程式 (35) から明らかに、1 点 $x_0 = (\theta_0^T, 0^T)$ となるので、かくして式 (37) の収束性が証明されることになる^{4,5)}。

現在の産業用ロボットは、モータの慣性モーメント $J_{ii} = J_i / r_i^2$ が比較的大きいものを用いているようであり、 $R(\theta)$ は J に比較してそれほど大きく変動しないようである。またサーボのゲインを大きくとると、式 (35) で A , B の対角線部分が大きく効くようになり、いわゆるハイゲインのフィードバック制御が働いていることになる。こうして、それほど的高速運動にならない限り、非線形項は事実上大きく効いてはこないものと思われる。この場合、線形項の係数行列 J , A , B の対角線部分のみを各々独立に考えて、前節に述べた2次系の過渡応答の特性パラメータ ζ と ω_n をうまく調節してやればよい。

4. 軌道追従のサーボ理論

再びロボットの運動を関節座標 θ で記述する。ロボットが与えられた軌道 $\theta_d(t)$ に一致するように運動することを目的とした追従制御の場合、式 (34) のフィードバックを用いると、偏差 $e(t) = \theta_d(t) - \theta(t)$ は一般にはゼロにはならない。実際、1 自由度のサーボ系の場合、ランプ入力に対して図4や図7のフィードバックを用いると定常偏差が残ることが知られている。そこで、多関節ロボットの場合、次のようなフィードバック制御則が有力な候補となろう。

$$\dot{v} = K^{-1} g(\theta) + \bar{A}(\theta_d - \theta) + \bar{B}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \quad (40)$$

これを式 (33) に代入すれば、

$$\begin{aligned} (J + R(\theta)) \ddot{\theta} + \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 \dot{\theta}_i \frac{\partial R(\theta)}{\partial \theta_i} \right) \dot{\theta} + B(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) \\ + A(\theta - \theta_d) = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

となる。しかし、この式からも $\theta(t)$ が $\theta_d(t)$ に一致することは見出せ得ない。一般に追従精度を高めたいとき、 A および B の対角要素、すなわち、フィードバックのゲインを大きく取ればよいが、そのことは電力増幅器に無理な設計を強いることになる。そこで考えらるのが、試行を繰返すうちに理想軌道 $\theta_d(t)$ を習得することのできる学習制御法である。

いま、有限時間区間 $[0, T]$ で理想の軌道 $\theta_d(t)$ あるいは $\dot{\theta}_d(t)$ が与えられたと仮定しよう。第 k 回の試行の入力電圧を $v_k(t)$ としたときの関節角 θ の取る軌道を $\theta_k(t)$ で表す。そして、角速度 $\dot{\theta}_k(t)$ がタコジェネレータによって測定できると仮定する。そのとき、角速度の偏差、

$$e_k(t) = \dot{\theta}_d(t) - \dot{\theta}_k(t) \quad (42)$$

を用いて、次の $(k+1)$ 回目の試行に対する入力を、

$$v_{k+1}(t) = v_k(t) + \Gamma \frac{d}{dt} e_k(t) \quad (43)$$

図9
ロボットの軌道追従
のための学習プロセ
ス

図10
学習プロセスの収束
の様子

と定める。このとき、不等式

$$\|I_r - (J + R(\theta))K\Gamma\|_\infty < 1 \quad (44)$$

がすべての θ に対して成立し、かつ各試行時に初期条件がいつも一定であれば、この学習プロセスは収束することが示される^{8,9)}。すなわち、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k(t) = \theta_d(t) \quad (45)$$

となることが証明できる。なお、式 (44) の行列ノルムは一般に、

$$\|X\|_\infty = \max_{i=1, \dots, r} \sum_{j=1}^r |x_{ij}| \quad (46)$$

と定義される。幸いに J も $R(\theta)$ も正定なので、すべての θ に対して式 (44) を満足するような Γ は十分なマージンをもって容易に見出せる。また、現在の産業用ロボットでは繰返し精度が十分高くなるように設計されていることから、上述の初期条件もほぼ満足されている。

式 (42)~(43) に基づく学習過程は図9のように表せよう。この特徴は偏差 $e_k(t)$ の微分を取るところにあり、このことによって学習過程が非線形のダイナミクスに対しても収束することが一般的に示せたのであるが、技術的な立場から見ると、微分演算をディジタル方式で行う際、いくつかの問題が生じる⁹⁾。そこで、その難点を回避するために、 $e_k(t)$ を微分せずにそのまま用いる学習プロセス、

$$v_{k+1}(t) = v_k(t) + \Phi e_k(t) \quad (47)$$

も考えられる。ここに Φ はシステムによって適当に決める定数行列である。この方式による場合、線形かつ受動的なダイナミクスに対しては収束性が保証されているが¹⁰⁾、非線形系については収束性に関する何らの決論も得られていない。最後に、適当な諸元を与えた図8のロボットに対して、図9の学習プロセスを組んだときの収束の様子を図10に示す。このとき、理想軌道 $\theta_{dt}(t)$ は

各関節について t に関する3次の多項式で与え、適当な係数行列 Γ を与えて、Runge-Kutta 法によるシミュレーション計算を行った。ここでは θ_1 に関する収束の様子のみを示すが、 θ_2 と θ_3 についても収束の速さはほぼ同様である。

5. 作業座標に基づくサーボ理論

ロボットが行うべき作業を記述するのに関節角座標系は不便であり、ここに作業に合った座標系を用いる必要が生じる。ここでは例として、図8のようにロボットの先端位置を表すカーテシアン座標系 $X = (x, y, z)^T$ を用いてみよう。例として、 X の目標位置 X_0 あるいは目標軌道 $X_d(t)$ が与えられ、ロボットの手先がこれらに位置決めするか、あるいは追従するようなサーボを組む問題を考える。このとき、 X から θ への逆変換を逐一計算して $\theta(t)$ を求め、これより非線形補償を行うことも考えられるが^{11),12)} (これを Inverse Kinematics, 略して IK 法と呼ぶ)、計算が複雑になり、前節で述べたのと同じ理由でこの方法は実行し難い。一方、 X と θ のそれぞれの微小変位の間に、

$$\delta\theta = J^{-1}\delta X, \quad J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z}{\partial \theta_3} \end{pmatrix} \quad (48)$$

の関係があるので¹³⁾、 $X(t)$ の X_0 あるいは $X_d(t)$ との偏差にヤコビアン行列 J の逆行列を掛けてフィードバックすることも考えられる^{13),14)}。すなわち、アクチュエータの入力電圧を、

$$v = K^{-1}g(\theta) + \bar{A}J^{-1}\delta X - \bar{B}J^{-1}\dot{X} \quad (49)$$

とする。ここではこの方法を逆ヤコビアン行列法 (略し

て IJ 法) と呼ぶことにする. なおこの方法を用いるとき, 先端の位置 X が外界センサによって測定されることが前提となっており, したがって図 2 のような完全閉ループサーボ系を組まなければならないことに注意しておく. さてこの場合, 目標位置 X_0 が与えられたときの位置制御に限っても, 位置決め安定性が保証できるかどうか問題となる. そこで, 別のフィードバック法

$$v = K^{-1}g(\theta) + J^T[K_1\delta X - K_2\dot{X}] \quad (50)$$

が提案され⁴⁾, 安定性についても議論されたが⁵⁾, その有効性については必ずしも完全には明らかにされていない. 他方, 見方を変えれば, 式 (50) の右辺第 2 項のフィードバックは, 力学系に相当するポテンシャルを人為的に加えたことと解釈される. このような意味の人工ポテンシャルを導入することによって, 上述のような線形フィードバックも含めて, 種々の望ましい制御則が得られることが示されているのだが¹⁰⁾, この場合, 力学上の特徴から位置決め安定性が自然に保証される. この人工ポテンシャル法は, 手先がワークとの相互作用で力を受けながら, ある方向に力制御を行い, 別の方向に位置制御を行わねばならないような, いわゆる ハイブリッド制御¹⁵⁾ にも有効であることが示されている. なお, このような問題における IK 法, IJ 法, 人工ポテンシャル法のそれぞれのメリット, デメリットについては, 詳しくは文献 17) に議論される予定である.

6. お わ り に

人間のように, もっと柔軟でスマートな動きをしながら与えられた作業を自律的に行うことのできるロボットを実現するには, 各種センサの開発と共に, その測定データを用いた完全閉ループの有効なサーボ系を構築することも重要である. ここで紹介した方法は, その目的を達成する基盤となり得るものと思うが, この他にも, もっと有望かつ重要な考え方があるかも知れない. ここに与えられた紙数も尽きたので, 筆者の見逃した論点については, いずれ識者の別の論考を待ちたい.

参 考 文 献

- 1) R.P. Paul, "Robot Manipulators", The MIT Press, 1981
- 2) P. Vukobratovic, "Scientific Fundamentals of Robotics 1 and 2", Springer-Verlag, 1982
- 3) 浅田春比古, "ダイレクト・ドライブ・ロボットの開発とその制御性能の評価", 計測自動制御学会論文集, Vol.19, pp.77-82, 1983
- 4) M. Takegaki and S. Arimoto, "A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators", Trans. of ASME, J. of DSC, Vol.103, pp.119-125, 1981
- 5) S. Arimoto and F. Miyazaki, "Stability and Robustness of PID Feedback Control for Robot Manipulators of Sensory Capability", Proc. of ISRR, pp.783-799, 1984
- 6) J.P. LaSalle, "Some Extensions of Liapunov's Second Method", IRE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-7, pp.520-527, 1960
- 7) T. Yoshizawa, "Stability Theory by Liapunov's Second Method", The Mathematical Society of Japan, 1966
- 8) S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki, "Betting Operation of Robots by Learning", Journal of Robotic Systems, Vol.1, No.2, pp.123-140, 1984
- 9) S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki, "Can Mechanical Robots Learn by Themselves?", to be published in "Proc. of 2nd ISRR", MIT Press, 1985
- 10) S. Kawamura, F. Miyazaki, and S. Arimoto, "Iterative Learning Control for Robotic Systems", Proc. of IECON '84, Tokyo, Japan, 1984
- 11) J.Y. Luh, M.W. Walker, and F.P.C. Paul, "On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators", Trans. ASME, J. of DSC, Vol.102, pp.69-76, 1980
- 12) 高瀬国光, "マニピュレータの運動成分の一般的分解とその制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.12-3, pp.300-306, 1976
- 13) E.D. Whitney, "Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses, IEEE Trans. on Man-Machine Systems, MMS-10-2, pp.47-53, 1969
- 14) R.P. Paul, B. Shimano, G.E. Mayer, "Differential Kinematic Control Equations for Simple Manipulators", IEEE Trans. on Syst., Man, Cybern., Vol. SMC-11, pp.456-460, 1981
- 15) M. H. Raibert and J. J. Craig, "Hybrid Position/Force Control of Manipulators", Trans. of ASME, J. of DSC, Vol.103, pp.126-133, 1981
- 16) F. Miyazaki, S. Arimoto, M. Takegaki and Y. Maeda, "Sensory Feedback Based on the Artificial Potential for Robot Manipulators", The 9th IFAC Congress (Budapest), July 1984
- 17) F. Miyazaki and S. Arimoto, "Sensory Feedback for Robot Manipulators", to be published in "Journal of Robotic Systems", Vol.1, No.3, 1984

有本 卓 (Suguru ARIMOTO)

昭和 11 年 8 月 3 日生れ. 34 年京大理学部卒. 沖電気工業 K.K., 東大工学部助手, 講師を経て 43 年大阪大学助教授, 基礎工学部機械工学科に勤務. 48 年同教授. 工学博士. ロボティクス, デジタル信号処理, 制御理論等の研究教育に従事. 日本機械学会, 計測自動制御学会, 情報処理学会, 等の各会員. IEEE の Fellow 会員. (日本ロボット学会正会員)