三次元フリーフライングロボットの姿勢制御

—第2報：滑らかな時不変状態フィードバック則による安定化戦略—

掃 部 雅 幸^{*1*2} 吉 田 和 夫^{*2}

Orientation Control of 3D Free-Flying Robots

—2nd Report: Stabilization Strategy by Smooth, Time-invariant, State Feedback Law—

Masayuki Kamon^{*1*2} and Kazuo Yoshida^{*2}

This paper proposes a control strategy of 3D free-flying linkage robot systems, which can make the base orientation and the arm configuration simultaneously converge to desired states. Mainly since its constraint is non-Chaplygin, the feedback control of 3D free-flying robot had been difficult to accomplish, compared to the case of planar robots. The proposed controller time-invariantly generates smooth Lie bracket motions. The keys of the strategy are (I) selecting two of the system's DOF, (II) coordinate transforming the configuration variables to Fourier basis coordinate form, (III) defining the system limit orientation and its approximation form. This can be surely applicable to the systems with more than 3DOF. A couple of simulation results showed its efficacy and practicability.

Key Words: Nonholonomic Non-Chaplygin System, Free-Flying Robot, Orientation Control, Feedback Stabilization

1. 緒 言

近年、宇宙等の無支点空間で動作するフリーフライングロボットの姿勢制御に関する研究が多くなされている [1] [14]。フリーフライングロボットの運動拘束となる角運動量保存則は、非ホロノミックな拘束である。そのため、動作前後でアーム形状が同じであっても、ベースの姿勢を変更することができる。しかしながら、Brockett の定理によれば「非ホロノミック拘束を受けるシステムにおいては、すべての状態変数を任意の初期点から別の任意の終端点へ到達し得る滑らかな時不変状態フィードバック則は存在しない」[2]。そのため、ベース姿勢とアーム形状を同時に任意の目標状態へ安定化させる、関節動作のフィードバック制御を実現することは容易でない。

非ホロノミック拘束を受ける他の代表的なシステムには、車輪移動ロボットや Chained Form システムがあり、これらについてはフィードバック則による安定化戦略が数多く研究されている。それらは、(i) 状態空間の静止した 1 点への漸近収束を放棄する [3]、(ii) 滑らかでない (区分解析的な) 状態フィードバック則を用いる [3]、(iii) 時変状態フィードバック則を用いる [3]、(iv) 目標終端点のある領域に限定する [5] ことで、フィードバ

ック制御を実現している。これに対して、フリーフライングロボットのフィードバック制御についての研究は比較的少なく、しかも、ある特殊なパラメータの組み合わせにおいてのみ成立する平面運動ロボットに限ったものである。成清ら [6] や、筆者の掃部ら [7] [8] は、目標終端点をほとんど任意に設定できる制御則を設計し、(iv) の方法でフィードバック制御を実現している。また、平面ロボットの拘束条件式は Chained Form 系への変換が可能であり [10]、したがって、平面ロボットには Chained Form 系の安定化戦略を適用することができる。しかしながら、一般系である三次元ロボットを対象とした研究例はほとんど見られない。

その理由は、三次元系の制御問題は平面系のそれと比較して、次のような難点があるからである。すなわち、(a) 拘束条件式に複雑で遥かに多くの非線形要素が含まれている、(b) 系の運動が非 Chaplygin[†]系 [9]、すなわち、直接操作変数 (すなわち、アーム形状を表す変数) のみでなく、間接操作変数 (すなわち、ベース姿勢を表す変数) の状態にも依存する、(c) 間接操作変数の数が多い等である。そのため、これまでの三次元ロボットの姿勢制御についての研究は、軌道計画問題ばかりを扱っており、フィードバック則による安定化問題は手つかずであった [1]。

そこで、本論文は、三次元フリーフライングロボットの姿勢制御問題を考察し、本稿で初めて、アーム形状とベース姿勢を同時に任意の所望値へ漸近収束させるフィードバック安定化戦略を提案する。本戦略の特徴は、(I) 2 自由度系を考察、(II) 形状変数を合成極座標へ変換、(III) 姿勢変数を終局状態で定義、

原稿受付 2002 年 1 月 16 日

^{*1}川崎重工株式会社

^{*2}慶應義塾大学理工学部

^{*1}Kawasaki Heavy Industries, Ltd.

^{*2}Science & Technology Department, Keio University

[†]文献により、Caplygin と綴るものもある。本稿では文献 [9] に従う。

(IV) Lie 括弧積運動生成器を設計, という手順を踏む. ただし, (I) については, システムの挙動や制御則の収束性を平易に理解するためであり, 本戦略は一般の n 自由度系に対しても適用できる.

本稿は以下の通りに構成されている. 第2章で, システムの運動拘束条件の導出と非線形代数の基礎理論の概説を行う. 第3章では, 提案する安定化戦略の手順とその収束の原理について解説する. 第4章では, 前章で述べた戦略が適用できない条件に対して, 制御戦略を拡張する方法について述べる. 第5章で, シミュレーションを実施し結果を考察する. 第6章は, 結言である.

2. フリーフライングロボットの運動拘束

2.1 拘束条件式の導出

Fig. 1 のような n 自由度リンク系を考え, 以下を定義する.

ϕ : アーム形状変数 (ϕ_i は関節 i の変位)

$$\phi = (\phi_1 \ \phi_2 \ \cdots \ \phi_n)^T$$

θ : ベース姿勢変数 (z-y-x Euler 角で定義)

$$\theta = (\theta_z \ \theta_y \ \theta_x)^T$$

r_i : リンク i の位置ベクトル

E_n : n 次元単位行列

O_n : n 次元零ベクトル

アーム形状変数 ϕ は, アームの個々の関節に備えられた駆動装置によって直接に操作できる状態変数であり, 直接操作変数である. 一方, ベース姿勢変数 θ は, アーム動作の反動で間接的に操作し得る状態変数であり, 間接操作変数である.

系の拘束条件は, 運動量保存則と角運動量保存則である. このうち, 運動量保存則は完全積分可能であり, 系の独立な一般化座標の数を減らすことができる. すなわち, リンク位置 r_i は, 一般化座標 (θ, ϕ) のみで表現可能となる. 一方, 角運動量保存則は積分不可能であり, その数式表記は式 (1) のような微分方程式となる.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \kappa(\theta, \phi) \dot{\phi} \\ \kappa(\theta, \phi) &= (\kappa_1 \kappa_2 \cdots \kappa_n) \\ &= C(\theta)K(\phi) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで, 系の初期の運動量, 角運動量の値は共に 0 とした.

式 (1) の右辺の係数 κ は直接操作変数 ϕ のみでなく, 間接操作変数 θ にも依存する. したがって, 三次元のフリーフライ

Fig. 1 Schematic diagram of a 3D free-flying robot

ングロボットは非 Chaplygin システムである. これに対し, 平面運動ロボットの場合は, $\kappa = \kappa(\phi)$ となり Chaplygin システムである. また, $\kappa(\theta, \phi)$ は, ϕ のみに依存する行列 $K(\phi)$ と θ のみに依存する行列 $C(\theta)$ に分離できる.

形状変化速度 $\dot{\phi}$ を入力変数 u と定義し, 全状態変数は $x = (\theta^T \phi^T)^T$ で定義すると, 式 (1) は式 (2) のように変形される.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= h(x)u \\ h(x) &= \begin{pmatrix} \kappa(x) \\ E_n \end{pmatrix} = (h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_n) \end{aligned} \quad (2)$$

式 (2) の形は, 対称アフィンシステムと呼ばれる. 初期の角運動量が 0 で角運動量が保存する系においては, その運動拘束式は対称アフィンシステムとなる. また, h_i は状態空間上の点 x における, 拘束接超平面の基底を成す.

2.2 Lie 括弧積運動

n 個の入力 u のうち, 二つを取り出し, それらを $(u_i \ u_j)$ とする. そして, 状態 $x(0)$ から式 (3) のような一連の動きを入力したとき, 動作後の状態 $x(4T)$ は, テイラー級数展開によって式 (4) で表現することができる [4].

$$(u_i \ u_j)^T = \begin{cases} (+1 \ 0)^T & 0 \leq t < T \\ (0 \ +1)^T & T \leq t < 2T \\ (-1 \ 0)^T & 2T \leq t < 3T \\ (0 \ -1)^T & 3T \leq t < 4T \end{cases} \quad (3)$$

$$x(4T) = x(0) + T^2[h_i, h_j](x(0)) + O(T^2) \quad (4)$$

$[h_i, h_j]$ は Lie 括弧積であり, 以下の演算で求められる.

$$[h_1, h_2] = \frac{\partial h_2}{\partial x^T} h_1 - \frac{\partial h_1}{\partial x^T} h_2$$

したがって, T が十分小さいときには, $[h_i, h_j]$ を計算することで x の変動を予測することができる. ここで, $[h_i, h_j]$ の第 1, 2, 3 番目の要素は x の代数式であり, 第 4~ $n+3$ 番目の要素は 0 である. これは, 動作前後でアーム形状 ϕ が同じであっても, ベース姿勢 θ を変更できることを意味している. このような運動は, Lie 括弧積運動と呼ばれている [12].

さらに, $h_{i,j}$ と $[h_i, h_j]$ を組み合わせることで, 新たな Lie 括弧積運動 $[h_{i,j}, [h_i, h_j]]$ を実現できる. また, Lie 括弧積運動同士の組み合わせにより, 別の新たな Lie 括弧積運動を実現することもできる. したがって, $h_{1,2,\dots,n}$ とこれから以下のようにして求まる, すべての接超平面の基底によりなる空間は, 状態 x からの接近可能な空間の全体集合を表しており, accessibility distribution と呼ばれている.

$$\begin{aligned} [g_k, [g_{k-1}, [\cdots, [g_2, g_1] \cdots]]] \quad k = 2, 3, 4, \dots \\ g_i \in \{h_1(x), \dots, h_n(x)\} \end{aligned}$$

三次元のフリーフライングロボットにおいては, 間接操作変数の数は, ベース姿勢変数の 3 である. そのため, accessibility distribution を構成する基底のうち, Lie 括弧積運動を表す基底を三つ選び, それらで構成される行列が, ランク 3 を満たせば,

そのシステムは可制御である。可制御とは、すなわち、一般化座標 $\mathbf{x}$ を任意の初期点から別の任意の終端点へ到達し得る入力 $\mathbf{u}$ が存在することである。筆者らは前報 [11] において、フリーフライングロボットに、そのような入力 $\mathbf{u}$ が存在するための条件は、特殊な場合を除いて $n \geq 2$ であることを示した。そのため、フリーフライングロボットの運動計画や制御則設計においては、 $n = 2$ の最少自由度系を扱うことで、単純化して問題を考察できる。

また、式 (1) で表現される非 Chaplygin システムの Lie 括弧積演算には、以下のような性質がある。これを利用すれば、計算機への負担を軽減して、高次基底の解析式を得ることができる。

$$[\mathbf{h}_i(\mathbf{x}), \mathbf{h}_j(\mathbf{x})] = \begin{pmatrix} \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{C}(\mathbf{0})^\top [\mathbf{h}_j(\mathbf{0}, \boldsymbol{\phi}), \mathbf{h}_j(\mathbf{0}, \boldsymbol{\phi})]^{1,2,3} \\ \mathbf{O}_n \end{pmatrix}$$

ここで, $[\mathbf{h}_i, \mathbf{h}_j]^{1,2,3}$ とは, ベクトル $[\mathbf{h}_i, \mathbf{h}_j]$ の第 1, 2, 3 番目の要素からなる 3 行 1 列の列ベクトルを意味する.

3. 状態フィードバック則による安定化戦略

3.1 安定化問題の定義

フリーフライングロボットの安定化問題を以下に定義化する.

安定化問題：

式 (2) の拘束の下, 状態 $\mathbf{x} = (\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\phi}^T)^T$ を目標点 $\mathbf{x}_d = (\mathbf{0}^T \boldsymbol{\phi}_d^T)^T$ へ漸近収束させる制御入力 $\mathbf{u}$ を設計する.

ここで、ベース姿勢の目標状態が **0** でない場合には、その目標値を初期化することで上の問題に帰着できる。

また、本章では、制御対象システムを最少自由度系，すなわち，2 関節ロボットとして考察する．一般の n 関節ロボットを対象とする場合については，次章にて解説する．

3.2 形状変数の極座標変換

非ホロノミック系の制御が困難な理由の一つは、少ない入力
でそれ以上の状態を制御することである。そのため、制御対象
変数の数を見かけ上減らすことができれば好適である。そこで、

Fig. 2 Coordinate transformation of configuration variables

†理想系を扱うシミュレーションでは、順変換を要さず、後述の (r, ψ) 積分から (r, ψ) を決定すればよい。現実系に対しては、例えば、 r と ψ_1 は r と ψ_1 の積分から求め、 ψ_2 と ψ_3 は式 (5) から求める、などが考えられる。

形状変数 ϕ を以下のような合成極座標に変換する.

$$\phi(t) = \phi_d + (\mathbf{Y}_1(t) + \mathbf{Y}_2(t) + \mathbf{Y}_3(t)) \quad (5)$$

$$\mathbf{Y}_1(t) \equiv r(t) \begin{pmatrix} \cos(\psi_1(t)) \\ \sin(\psi_1(t)) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_2(t) \equiv r(t) \begin{pmatrix} \cos(\psi_2(t)) \\ \sin(2\psi_2(t)) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Y}_3(t) \equiv r(t) \begin{pmatrix} -\sin(2\psi_3(t)) \\ \cos(\psi_3(t)) \end{pmatrix} \quad r \neq 0$$

ϕ と $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3$ の位置関係は, **Fig. 2** のようである. 上式の逆変換 $(r \psi_0 \psi_1 \psi_2) \rightarrow (\phi_1 \phi_2)$ は一意に成立する. 順変換 $(\phi_1 \phi_2) \rightarrow (r \psi_0 \psi_1 \psi_2)$ は一意に成立しないが, 適当な規則を設けることで置換変数 r, ψ は一意に決定される[†].

式 (5) の両辺を時間微分し，式 (1) に代入して以下を得る。

$$\dot{\theta} = \eta(\theta, r, \psi)v \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\psi} = (\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3)^{\text{T}}, \boldsymbol{v} = (\dot{r} \ \dot{\boldsymbol{\psi}}^{\text{T}})^{\text{T}}$$

$$\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\theta}, r, \boldsymbol{\psi}) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\xi}(r, \boldsymbol{\psi}) = (\eta_r \ \eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3)$$

$$\boldsymbol{\xi}(r, \psi) = (\xi_r \ \xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3)$$

明らかに, $r \rightarrow 0$ となれば $\phi \rightarrow \phi_d$ である. したがって, 制御変数の数をつつ減らせたことになる.

3.3 システム終局姿勢の定義

姿勢変数 θ は，アーム動作の反動で操作する間接操作変数である．そのため， θ を ϕ の操作で所望値に接近させても，その後 ϕ を自身の所望値に接近させると， θ は所望値を離れてしまう．そこで，直接操作変数が所望値へ接近しても，値が変動しない間接操作変数を定義できれば好適である．

ベース姿勢を表現する新しい変数を，以下の式で定義する．

$$\begin{aligned}\beta(t) &\equiv \theta(t) + \int_r^0 [d\theta]_{\psi:\text{constant}} \\ &= \theta(t) - \int_0^r \eta_r(\theta, r, \psi)_{\psi:\text{constant}} dr\end{aligned}\quad (7)$$

この変数は、形状変数 ϕ が形状空間上の現在点 $\phi(t)$ と目標点 ϕ_d を結ぶ直線経路，すなわち，Fig. 2 の $\psi:\text{constant}$ の経路に沿って， ϕ_d へ漸近収束したときの，姿勢変数の終局状態に相当する。本稿では，本変数をシステム終局姿勢変数と称する。

システム終局姿勢変数には、二つの重要な特徴がある。一つは、 $r=0$ のとき $\beta=\theta$ となること。もう一つは、形状変数 ϕ が ψ : constant の直線経路上を移動しても値が一定に保たれることである。したがって、 r と ψ の何かしらの操作で β を $\mathbf{0}$ に収束させることができれば、後は、 ψ を現在の値に固定し r を 0 に収束させれば、 $(\theta r) \rightarrow (\mathbf{0} \mathbf{0})$ が達成できる。

さて、制御則の計算過程で、制御周期ごとに式(7)によりシステム終局姿勢の値を求めることは、計算機に多大な負担を与える。そこで、以下のようなシステム終局姿勢の近似式を与える。

$$\beta^\#(t) \equiv \theta(t) - \mathbf{C}(\theta) \int_0^r \boldsymbol{\xi}_r(r, \psi)_{\psi:\text{constant}} dr \quad (8)$$

この近似的なシステム終局姿勢は、形状変数 ϕ が目標点 ϕ_d へ向かう直線経路上を移動するとき、移動量が微小なうちは値が一定に保たれる。すなわち、 r が微小なときには $\beta^\# = \beta$ が成立する。

よって、直接操作変数 ϕ を合成極座標 $(r\psi^T)^T$ へ変換し、間接操作変数 θ を終局状態 $\beta^\#$ で定義したことで、3.1 節で定義した安定化問題は、以下のように置き換えることができる。

置換安定化問題：

式 (6) の拘束の下、状態 $x' = (\beta^{\#T} r \psi^T)^T$ を目標状態 $x'_d = (0^T 0 \psi_{any}^T)^T$ へ漸近収束させる制御入力 v を設計する。ただし、 ψ_{any} は任意値である。

以降は、近似システム終局姿勢変数 $\beta^\#$ を改めて β と表記する。

3.4 滑らかな時不変状態フィードバック制御則

制御対象変数 (βr) を目標値 $(0 \ 0)$ に漸近収束させる状態フィードバック則を、以下に提案する。

$$\dot{r}(t) = \alpha r(t) (\sigma^2 \tanh(\beta(t)^T M \beta(t)) - r(t)^2) \quad (9)$$

$$\dot{\psi}(t) = -\gamma A(\beta(t), \phi_d)^{-1} \tanh(\beta(t)) \quad (10)$$

$$A(\theta, \phi) \equiv (\lambda_1(\theta, \phi) \quad (r/2)\lambda_2(\theta, \phi) \quad (r/2)\lambda_3(\theta, \phi)) \quad (11)$$

$$h_3(x) \equiv [h_1, h_2], h_4(x) \equiv [h_1, h_3], h_5(x) \equiv [h_2, h_3]$$

$$\lambda_1(\theta, \phi) \equiv h_3(x)^{1,2,3}, \lambda_2(\theta, \phi) \equiv h_4(x)^{1,2,3},$$

$$\lambda_3(\theta, \phi) \equiv h_5(x)^{1,2,3}$$

$$r(0) > 0 \quad (12)$$

$$\det(\Delta_P(0, \phi_d)) \neq 0 \quad (13)$$

$$\Delta_P(\theta, \phi) \equiv (\lambda_1(\theta, \phi) \lambda_2(\theta, \phi) \lambda_3(\theta, \phi)) \quad (14)$$

M は正定行列、 α, γ は正の任意値、 σ は上限を持つ正の定数である。

式 (10) は、 β の状態に応じて三つの滑らかな Lie 括弧積運動を生成する生成器であり、 β の目標値 0 への収束を担う。また、式 (9) は、 $\sigma \tanh^{1/2}(\beta^T M \beta)$ を中立安定点とするファン・デル・ポール振動子であり、 r の目標点 0 への収束を担う。式 (9)、(10) の $\tanh(\cdot)$ は、 r と ψ の有界を保障する。式 (10) には A の逆行列の計算が必要であるが、式 (12)、(13) が満たされれば A の逆行列は常に存在する。したがって、制御則式 (9)、(10) は滑らかな時不変状態フィードバック則である。

初期点条件式 (12) は本制御則の適用に何ら制限を加えるものではない。形状変数の順座標変換は冗長変換であるため、 $\phi_d = \phi_0$ への安定化も、 $r(0)$ に正の適当な数値を与え、 $\psi(0) = (\pm\pi \ 0 \pm\pi/2)^T$ や $\psi(0) = (-\pi/2 \pm\pi/2 \ 0)^T$ とすることで実現できる。

一方、目標点条件式 (13) は本制御則の適用に制限を与える。Fig. 3 は、Fig. 4 のロボットについて $\Delta_P(0, \phi)$ を求め、その行列式を等高線として描いた図である。図で点線が $\det(\Delta_P)=0$ となる領域である。なお、Euler 角の特異点以外で $\det(\Delta_P(\theta, \phi)) = \det(\Delta_P(0, \phi))$ が成り立つ。

Fig. 3(a) には形状空間の全域で点線が存在しないのが確認できる。したがって、システムの機構やパラメータの値によ

Fig. 3 Contour plots of the determinant of the $\Delta_K(x)$

The all robots consist of the identical spherical links, whose length is 2 [m], mass is 1 [kg], inertia moment is 1/4 [kg m²].

Fig. 4 Kinematic models of free-flying robots

ては式 (13) は不要である。一方、Fig. 3(b) には $\phi_2 = \pm 60, \pm 146.1$ [deg] に点線が存在する。このように形状空間上で Δ_P のランクが落ちる領域は、ゼロホロノミー曲線と称される。本制御則は、ゼロホロノミー曲線が存在するシステムに対して、ゼロホロノミー曲線上への安定化は不可能である。このような場合については、次章にて制御則の拡張方法を解説する。

また、本制御則は $\|\theta_0\|$ や $\|\phi_0 - \phi_d\|$ が大のときには目標点への収束は保障されない。その場合、諸々の運動計画法を利用して、アームの大動作で $\|\theta_0\|$ と $\|\phi_0 - \phi_d\|$ を小にしてから本戦略に帰着する。

3.5 制御対象変数の収束の原理

前述のように、三次元フリーフライングロボットの運動特性は極めて複雑であり、また、複雑な挙動を示す非線形システムを安定化する非線形制御則も、多くの場合複雑になる。そのため、制御則の安定性を数学的に考察することは困難である。本制御則の有効性はシミュレーションにて示すこととし、ここでは、本制御則が制御対象変数 r, β を目標点 $0, 0$ の近傍に漸近収束させ得る原理を説明する。

Fig. 5 に示すような、形状空間上の滑らかな閉経路 $\Gamma_A, \Gamma_B, \Gamma_C$ と、それらの中心に位置する点 A, B, C 、閉経路上の任意点 A', B', C' を考える。 $\Gamma_A, \Gamma_B, \Gamma_C$ は、式 (5) の Y_1, Y_2, Y_3 において、現在点 ψ_1, ψ_2, ψ_3 から位相を 2π 進めた軌跡である。

今、形状変数 ϕ が点 A にあり、そのとき θ は微小値 $\theta_A(0)$ である。ここから形状変数 ϕ が直線経路に沿って点 A' へ移動し、閉経路 Γ_A を周回して再び点 A' に到達後、同じ直線経路に沿って再び点 A に戻ってきたときの姿勢変数 $\theta_A(2\pi)$ は、以下で表現することができる [13].

$$\theta_A(2\pi) = \theta_A(0) + \lambda_0(\theta_A(0), \phi_A)(\pi r^2) + O(r^3) \quad (15.1)$$

Γ_A は反時計回りに閉じた経路であるので、上式右辺第 2 項の符号は正となる。時計回りに閉じた経路の場合、その符号は負である。また、 λ_0 の係数 (πr^2) は、フーリエ基底の周期性より計算される [13].

同様に、形状変数 ϕ が点 B, C にあり、そのとき θ は微小値 $\theta_B(0), \theta_C(0)$ である。ここから形状変数 ϕ が直線経路に沿って点 B', C' へ移動し、閉経路 Γ_B, Γ_C を周回して再び点 B', C' に到達後、同じ直線経路に沿って再び点 B, C に戻ってきたときの姿勢変数 $\theta_B(2\pi), \theta_C(2\pi)$ は、以下で表現することができる [13].

$$\theta_B(2\pi) = \theta_B(0) + \lambda_1(\theta_B(0), \phi_B)(\pi/2 r^3) + O(r^4) \quad (15.2)$$

$$\theta_C(2\pi) = \theta_C(0) + \lambda_2(\theta_C(0), \phi_C)(\pi/2 r^3) + O(r^4) \quad (15.3)$$

Γ_B は ϕ_1 が大きい領域で反時計回り、小さい領域で時計回りに閉じた経路であるので、式 (15.2) 右辺第 2 項の符号は正となる。その逆向きに閉じた経路である場合には、その符号は負である。また、 Γ_C は ϕ_2 が大きい領域で反時計回り、小さい領域で時計回りに閉じた経路であるので、式 (15.3) 右辺第 2 項の符号は正となる。その逆向きに閉じた経路である場合には、その符号は負である。 λ_1, λ_2 の係数 ($\pi/2 r^3$) はフーリエ基底の周期性より計算される [13].

式 (15.1) ~ (15.3) とも、 r が十分小さいときは、右辺第 3 項は右辺第 1 項と第 2 項に比べて十分小さく、無視することができる。したがって、以下が成立する。

$$\begin{aligned} \Delta\theta_A &= \theta_A(2\pi) - \theta_A(0) = \lambda_0(\theta_A(0), \phi_A)(\pi r^2) \\ \Delta\theta_B &= \theta_B(2\pi) - \theta_B(0) = \lambda_1(\theta_B(0), \phi_B)(\pi/2 r^3) \\ \Delta\theta_C &= \theta_C(2\pi) - \theta_C(0) = \lambda_2(\theta_B(0), \phi_C)(\pi/2 r^3) \end{aligned}$$

点 A, B, C では $\theta_{A,B,C} = \beta_{A,B,C}$ であるから、 $\Delta\beta_{A,B,C} =$

$\Delta\theta_{A,B,C}$ である。また、点 A, B, C と点 A', B', C' は $\psi: \text{constant}$ 経路で結ばれるので、 $\beta_{A',B',C'} = \beta_{A,B,C}$ である。よって、以下が成立する。

$$\Delta\beta_{A'} = \Delta\theta_A = \lambda_0(\beta_{A'}(0), \phi_A)(\pi r^2) \quad (16.1)$$

$$\Delta\beta_{B'} = \Delta\theta_B = \lambda_1(\beta_{B'}(0), \phi_B)(\pi/2 r^3) \quad (16.2)$$

$$\Delta\beta_{C'} = \Delta\theta_C = \lambda_2(\beta_{C'}(0), \phi_C)(\pi/2 r^3) \quad (16.3)$$

式 (16.1) ~ (16.3) より、点 A', B', C' が経路 $\Gamma_A, \Gamma_B, \Gamma_C$ 上のどの位置にあろうと、そこから、経路パラメータ ψ_1, ψ_2, ψ_3 が 2π 進行後のシステム終局姿勢の変動が得られる。さらに、 $\Gamma_A, \Gamma_B, \Gamma_C$ を n_A, n_B, n_C 回周回したときには、以下となる。

$$\Delta\beta_{A'} = n_A \lambda_0(\beta_{A'}(0), \phi_A)(\pi r^2) \quad (17.1)$$

$$\Delta\beta_{B'} = n_B \lambda_1(\beta_{B'}(0), \phi_B)(\pi/2 r^3) \quad (17.2)$$

$$\Delta\beta_{C'} = n_C \lambda_2(\beta_{C'}(0), \phi_C)(\pi/2 r^3) \quad (17.3)$$

ただし、 n_A, n_B, n_C は整数であり、これらが負のときは逆回りの周回を意味する。

次に、経路 $\Gamma_A, \Gamma_B, \Gamma_C$ の周回動作を同時に実行したとする。すなわち、点 A', B', C' が、Fig. 2 の $\mathbf{Y}_1(t), \mathbf{Y}_2(t), \mathbf{Y}_3(t)$ の位置にあり、そこから ψ_1, ψ_2, ψ_3 を一定速度 $2\pi n_A/T, 2\pi n_B/T, 2\pi n_C/T$ で操作して、時間 T 後に ϕ が再び同じ位置に戻ったとする。

ここで、 n_A, n_B, n_C の絶対値のそれぞれの差がいずれも十分大きいと仮定すれば、この同時周回動作後のシステム終局姿勢の変動 $\Delta\beta$ は、以下のように表される。

$$\begin{aligned} \Delta\beta &= \Delta\beta_{A'} + \Delta\beta_{B'} + \Delta\beta_{C'} \\ &= \pi r^2 [\lambda_0(\beta(t), \phi_d) r / 2 \lambda_1(\beta(t), \phi_d) r / 2 \lambda_2(\beta(t), \phi_d)] (n_A n_B n_C)^T \\ &= \pi r^2 \Lambda(\beta(t), \phi_d) (n_A n_B n_C)^T \end{aligned} \quad (18)$$

周回回数 $n_{A,B,C}$ と経路パラメータの増分 $\Delta\psi_{1,2,3}$ の関係を代入して、以下の式が得られる。

$$\Delta\beta = r/2 \Lambda(\beta(t), \phi_d) (\Delta\psi_1 \Delta\psi_2 \Delta\psi_3)^T \quad (19)$$

このような性質を持つ系に、 $\dot{\psi}$ を離散値 $\Delta\psi$ に置き換えた制御則式 (10) を当てはめる。

$$\begin{aligned} \Delta\beta &= r/2 \Lambda(\beta(t), \phi_d) (-\gamma \Lambda(\beta(t), \phi_d)^{-1} \tanh(\beta) T) \\ &= -\gamma r/2 T \tanh(\beta) \end{aligned} \quad (20)$$

Fig. 5 Smooth closed paths on the configuration space

$(\gamma r/2T)$ は正であるから、離散制御則式 (10) により β はある有限時間 T 後には必ず現在の値よりも目標値 $\mathbf{0}$ に接近することになる。さらに、点 A', B', C' は $\Gamma_A, \Gamma_B, \Gamma_C$ 上の任意点であるから、この操作を連続的に実行しても、 β が現在の値よりも目標値に接近するある有限時間 T が任意の時刻 t で存在する。また、この間に r が変動しても、そのような有限時間は存在する。

この操作を繰り返していくことで、 β は徐々に $\mathbf{0}$ に近づいていく。ただし、 $|n_{A,B,C}|$ の相互差大の条件が成立しなくなると、 β の三つの要素のうち、一つまたは二つが 0 から離れることになる。しかし、 $|n_{A,B,C}|$ の相互差大の条件は再び必ず成立し、 0 から離れた β_k は 0 に近づいた β_j に近づくまで 0 に近づいていく。よって、制御則式 (10) により β は $\mathbf{0}$ の近傍に収束する。

β が $\mathbf{0}$ へ接近すれば、制御則式 (9) により r は 0 へ接近する [7]。したがって、制御則式 (9), (10) により、被制御変数 β と r はそれらの目標値 $\mathbf{0}$, 0 の近傍に安定化される。

本制御則が十分な収束性を発揮するためには、 $\|\theta(0)\|$ や $\|\phi(0) - \phi_d\|$ が大きくないことが前提となる。さらに、 σ の値は適切に微小な値を選ばなければならない。

Chaplygin システムの場合には、式 (17), (18) が θ や r の大きさによらず成立する。また、システム終局姿勢も厳密系式 (7) で計算が可能である。そのため、Chaplygin システムの安定化問題に本制御則を用いた場合、非 Chaplygin システムの場合に比べ、系の収束性は遥かに向上する。

4. 安定化戦略の拡張

4.1 ゼロホロノミー曲線とその近傍への安定化

ゼロホロノミー曲線が存在するシステムがあるとき、制御則式 (10) はそのシステムをゼロホロノミー曲線上へ安定化することはできない。また、その近傍への収束も困難となる。そこで、形状変数の座標変換に使用するフーリエ基底を高次基底で代替して、この問題に対処する。

形状変数 ϕ を式 (5) に代わり式 (21) で極座標変換する。

$$\phi(t) = \phi_d + (Y_i(t) + Y_j(t) + Y_k(t)) \quad (21)$$

$$Y_i, Y_j, Y_k \in \{Y_1, \dots, Y_5\}$$

$$Y_4(t) \equiv r(t) \begin{pmatrix} \cos(\psi_4(t)) \\ \sin(3\psi_4(t)) \end{pmatrix},$$

$$Y_5(t) \equiv r(t) \begin{pmatrix} -\sin(3\psi_5(t)) \\ \cos(\psi_5(t)) \end{pmatrix}$$

そして、式 (13) を満たす $\Lambda(\theta, \phi)$ を、式 (11) に代わり式 (22) で求める。

$$\Lambda(\theta, \phi) \equiv (\zeta_i \lambda_i(\theta, \phi) \zeta_j \lambda_j(\theta, \phi) \zeta_k \lambda_k(\theta, \phi)) \quad (22)$$

$$\lambda_i, \lambda_j, \lambda_k \in \{\lambda_1, \dots, \lambda_5\}$$

$$\det(\Delta_P(0, \phi_d)) \neq 0 \quad (23)$$

$$\Delta_P(\theta, \phi) \equiv (\lambda_i(\theta, \phi) \lambda_j(\theta, \phi) \lambda_k(\theta, \phi)) \quad (24)$$

$$h_6(x) \equiv [h_1, h_4], \quad h_7(x) \equiv [h_2, h_5]$$

$$\lambda_3(\theta, \phi) \equiv h_6(x)^{1,2,3}, \quad \lambda_4(\theta, \phi) \equiv h_7(x)^{1,2,3}$$

$$\zeta_{i,j,k} = \begin{cases} 1 & \text{when } i, j, k = 1 \\ r/2 & \text{when } i, j, k = 2, 3 \\ r^2/8 & \text{when } i, j, k = 4, 5 \end{cases}$$

式 (23), (24) は、一次、二次、三次の Lie 括弧積運動の基底のうち、ランク 3 を満たすものを三つ選び出していることを意味する。システムが可制御ならば、式 (23) を満たす $\lambda_i, \lambda_j, \lambda_k$ の組が $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5\}$ に少なくとも一つ以上存在する。

Fig. 6 は、 $\{i, j, k\}$ として $\{1, 4, 5\}$ を選択したときの式 (21) の変換を表している。

4.2 n 自由度ロボットの安定化

n 自由度ロボットを扱う場合も、基本となるのは 2 自由度系の安定化手順である。形状変数 $\phi = (\phi_1 \phi_2 \dots \phi_n)^T$ のうち、姿勢制御用の自由度を二つ選ぶ。ここでは、それを (ϕ_1, ϕ_2) とする。

$$\phi^* = (\phi_1 \phi_2)^T, \quad \phi^{**} = (\phi_3 \dots \phi_n)^T$$

式 (1), (6) は、以下に変形できる。

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \kappa(\theta, \phi) \dot{\phi} = (\kappa^* \kappa^{**})(\dot{\phi}^{*T} \dot{\phi}^{**T})^T \\ &= \kappa^*(\theta, \phi^*, \phi^{**}) \dot{\phi}^* + \kappa^{**}(\theta, \phi^*, \phi^{**}) \dot{\phi}^{**} \quad (25) \\ &= C(\theta) \zeta(r, \psi, \phi^{**}) v + C(\theta) K^{**}(\phi^*, \phi^{**}) \dot{\phi}^{**} \\ \kappa^* &= (\kappa_1 \kappa_2), \quad \kappa^{**} = (\kappa_3 \dots \kappa_n) \end{aligned}$$

システム終局姿勢は以下で定義する。

$$\begin{aligned} \beta^{**}(t) &\equiv \theta(t) - C(\theta) \\ &\quad \int_0^{r(t)} \left(\zeta_r \left(r', \psi, \frac{\delta \phi^{**}(t)}{r(t)} r' \right)_{\psi: \text{constant}} \right. \\ &\quad \left. + K^{**} \left(r', \psi, \frac{\delta \phi^{**}(t)}{r(t)} r' \right)_{\psi: \text{constant}} \right) dr' \\ \delta \phi^{**}(t) &= \phi^{**}(t) - \phi_d^{**} \quad (26) \end{aligned}$$

β^{**} は、 $(\phi^* \phi^{**})$ が n 次形状変位空間上を直線経路に沿って目標点 $(\phi_d^* \phi_d^{**})$ へ漸近収束したときの姿勢変数の近似終局

Fig. 6 Coordinate transformation of configuration variables

値である。

姿勢制御用入力 $\mathbf{v}$ については、式 (25) の右辺第 1 項に対して制御則式 (9), (10) を当てはめる。

もう一方の入力 ϕ^{**} については、自身の目標値への漸近収束のみを目的に、例えば、以下のような制御則を与えればよい。

$$\dot{\phi}^{**} = -\alpha^{**}(\phi^{**} - \phi_d^{**}), \quad \alpha^{**} > 0 \quad (27)$$

このとき、 ϕ^{**} は指数関数的に目標値へ収束するので、通常は ϕ^* の収束よりも速い。 ϕ^{**} が目標値へ収束した後は、 n 自由度系も等価的に 2 自由度系となる。

5. シミュレーションによる実施例

3 章、4 章で解説した安定化戦略により、三次元フリーフライングロボットの姿勢制御シミュレーションを実施する。ロボットの機構モデル、および、シミュレーション条件を Fig. 4, Table 1 に示す。なお、状態の収束判定は $\|\theta\| + \|\phi - \phi_d\| < 1.0$ [deg] とした。

Case 1 は、初期と終端でアーム形状は同じで、ベース姿勢が異なる、リオリエンテーションマニューバーである。被制御変数 β , r の時刻歴を Fig. 7 に示す。3 章で述べたとおり、システム終局姿勢 β は振動しながらもある離散時間後には減少し、これを繰り返しながら目標値 0 へと収束している。図では、 β が一度 0 近傍に到達しても、 r が減少することで再び誤差を持ち始める挙動が現れている。ただし、 r が小さくなるに連れ、誤差の生成量も小さくなり、終局的には β と r は同時に目標値に漸近収束している。

Case 2 は、初期と終端でベース姿勢は同じで、アーム形状が異なる、リコンフィグレーションマニューバーである。安定化途中のロボット手先の移動軌跡を Fig. 8 に示す。初期段階では、アームはベースに対して略「8」の字の軌跡を描いている。その後、収束の原理で述べた $|n_{A,B,C}|$ の相互差大の条件が崩れると、複雑な運動に移行する。そして、 β が目標値近傍に到達した終局段階では、アームは略「 ∞ 」の字状に振動しながら振幅を縮め、目標状態に収束している。

Case 3 は、ゼロホロノミー曲線近傍への安定化である。Fig. 3 で示したように、本システムは $\phi_2 = \pm 60$ [deg] にゼロホロノミー曲線が存在する。 σ が大きな値（例えば、 $\sigma = 15$ [deg]）であると、形状変数の軌跡がゼロホロノミー曲線を大きく横切り、計算は収束しなかった。そこで、ゼロホロノミー曲線をなるべく横切らないよう σ の値を小さくしたことで、収束に成功した。本制御則の収束性とゼロホロノミー曲線との関係については、

平面ロボットの場合には明解に説明ができる [7] が、三次元系の場合は複雑であり不明な点が多い。そこで、ゼロホロノミー曲線が目標点近傍に存在する場合には、 σ の値を小さくする対策が必要である。Fig. 9 に、形状変数の軌跡、および、姿勢変数の軌跡を描いた。形状変数軌跡には、 Y_1, Y_2, Y_3 の幾何の特徴がほぼ同程度現れており、途中向きの反転を繰り返し、終局的に目標点へと収束している。

Case 4 は、標準形制御則式 (5), (11) ではゼロホロノミー曲線上への制御となる。この場合は、拡張制御則式 (21), (22) を用いて、 $i = 1, j = 2, k = 4$ を選択した。 $\Delta_p = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_4)$ では、ゼロホロノミー曲線は $\phi_2 = 0, \pm 120, \pm 180$ [deg] に現れ、目標点 $\phi_d = (0 \ 60)^T$ はゼロホロノミー曲線から大きく離れる。Fig. 10 に、同じく形状変数の軌跡、および、姿勢変数の軌跡を描いた。この場合は、主として Y_4 の幾何の特徴が現れている。

Case 5 は、3 自由度ロボットの安定化である。形状変数 ϕ , および、姿勢変数 θ の時刻歴を Fig. 11 に示す。 ϕ_1 と ϕ_2 が θ の目標値への収束作業を担い、 ϕ_3 はそれと無関係に自己の目標点へと収束しているのが確認できる。システム終局姿勢は ϕ_1 ,

Fig. 7 Time history of the controlled variables

Fig. 8 Trajectory of the end-effector

Table 1 Simulation conditions

	θ_0	ϕ_0	ϕ_d	σ	Robot Type
Case 1	$(0 \ 0 \ -15)^T$	$(0 \ 0)^T$	$(0 \ 0)^T$	15	Type A
Case 2	$(0 \ 0 \ 0)^T$	$(90 \ 60)^T$	$(90 \ 0)^T$	30	Type B
Case 3	$(-6 \ 2 \ 1)^T$	$(0 \ 60)^T$	$(0 \ 48)^T$	6	Type B
Case 4	$(6 \ 0 \ 0)^T$	$(0 \ 45)^T$	$(0 \ 60)^T$	15	Type B
Case 5	$(-15 \ 0 \ 15)^T$	$(0 \ 0 \ 90)^T$	$(0 \ 0 \ 0)^T$	15	Type C

Fig. 9 Paths of the state variables

Fig. 10 Paths of the state variables

ϕ_2, ϕ_3 のすべてが目標値へ収束した状態を基準にしているため、 ϕ_3 が目標値の近傍に到達する以前から、 ϕ_1, ϕ_2, θ も目標値へ向け収束を開始する。

このように、本安定化戦略は、三次元フリーフライングロボットの姿勢状態、すなわち、アーム形状とベース姿勢を同時に目標値に漸近収束させることができ、また、ロボットの型や目標点の位置によらず、汎用的に適用できる。

6. 結 言

本稿では、三次元フリーフライングロボットの姿勢制御問題を考察し、系の状態を目標点の任意近傍に漸近収束させる、滑らかな時不変状態フィードバック安定化戦略を提案した。そして、制御則の収束原理を解説し、シミュレーションによりその有効性を確認した。

三次元フリーフライングロボットの運動は、非ホロノミックな拘束を受ける。これまでも非ホロノミック系の安定化戦略は、数多く研究されてきたが、それらは Chained Form 系や Chaplygin 系という、比較的戦略の立案が容易なシステムが対象であった。これに対し、三次元フリーフライングロボットは、拘束条件の構造が遥かに複雑で、フィードバック則の考察はまったくの手付かずであった。

本システムは、非 Chaplygin 系に対する安定化戦略であるが、もちろん、Chaplygin 系の安定化戦略を包括している。Chaplygin 系の場合、本文で仮定した近似条件が厳密に成り立つ場合が多く、収束性はさらに向上する。例えば、Case 1 と同じ条件で Chaplygin 系の安定化を試みたのが、Fig. 12 である。

(a) Configuration variables

(b) Orientation variables

Fig. 11 Time history of the state variables

Fig. 12 Time history of the controlled variables

Chaplygin 系では、制御則のハイゲイン化が可能となり、また、一度 β が 0 近傍に収束すると、 r が移動しても誤差が生成してこないのが確認できる。この例では、非 Chaplygin 系に比べ、収束までの時間は約 3 分の 1 に短縮した。

三次元フリーフライングロボットは、間接操作変数の数 m が 3 のシステムであるが、非 Chaplygin システムの一般系 $(m+n)$ 次システムに対しても、本安定化戦略は有用であると考えている。すなわち、戦略の流れを以下のように拡張する。(I) n 個の直接操作変数のうち二つを選択する。(II) 選択した 2 変数を m 個のフーリエ基底よりなる合成極座標に変換する。(III) 間接操作変数の近似終局値を定義する。(IV) 制御則式 (9), (10) に当てはめる。ただし、収束性については、今後厳密な検討が必要である。

さて、本報、および、前報 [11] では、系の運動量と角運動量は 0 で保存されると仮定した。これらが非 0 で保存する系の制御については、第 3 報にて考察する。

参 考 文 献

- [1] 中村: “非ホロノミックロボットシステム第 5 回”, 日本ロボット学会誌, vol.12, no.2, pp.231-239, 1994.

- [2] 中村: “非ホロノミックロボットシステム第2回”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.5, pp.655-662, 1993.
- [3] 中村: “非ホロノミックロボットシステム第3回”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.6, pp.837-844, 1993.
- [4] 中村: “非ホロノミックロボットシステム第1回”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.4, pp.521-528, 1993.
- [5] 成清, 杉田: “Chained Form で記述された非ホロノミック系の指数安定化”, 計測自動制御学会論文集, vol.32, no.8, pp.1310-1312, 1996.
- [6] 成清, 杉田: “非ホロノミック Caplygin System のフィードバック安定化”, 第14回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.773-774, 1997.
- [7] ムカジ, 掃部, 泉田: “平面宇宙ロボットの滑らかな時不変フィードバック制御”, 日本ロボット学会誌, vol.16, no.3, pp.339-406, 1998.
- [8] R. Mukherjee and M. Kamon: “Almost Smooth Time-Invariant Control of Planar Space Multibody Systems,” IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.15, no.2, pp.268-280, 1999.
- [9] E. Jarzebowska and N.H. McClamroch: “On Nonlinear Control of the Ishlinsky System as an Example of a Nonholonomic Non-Chaplygin System,” Proc. the American Control Conference, pp.3249-3253, 2000.
- [10] F. Matsuno and J. Tsurusaki: “Chained form transformation algorithm for a class of 3-states and 2-inputs nonholonomic systems and attitude control of a space robot,” Proc. IEEE Conf. on Decision & Control, pp.2126-2131, 1999.
- [11] 掃部, 吉田: “三次元フリーフライングロボットの姿勢制御: 第1報”, 日本ロボット学会誌, vol.21, no.3, 2003.
- [12] 美多: 非線形システムの制御, pp.41-60, 昭晃堂, 2000.
- [13] R.M. Murray and S.S. Sastry: “Steering nonholonomic systems using sinusoids,” Proc. IEEE Conf. Decision and Control, pp.1121-1126, 1991.
- [14] I. Kolmanovsky and N.H. McClamroch: “Developments in Nonholonomic Control Problems,” IEEE Control Systems, vol.15, no.6, pp.20-36, 1995.

掃部雅幸 (Masayuki Kamon)

1971年8月18日生。1996年慶應義塾大学大学院修士課程機械工学専攻修了。同年ミシガン州立大学機械工学科にて客員研究員。1997年川崎重工工業株式会社に入社。2001年慶應義塾大学大学院社会人博士課程入学。ロボットマニピュレータの性能解析、新機構開発、機械装置の最適設計等に従事。

(日本ロボット学会正会員)

吉田和夫 (Kazuo Yoshida)

1949年9月22日生。1978年慶應義塾大学博士課程修了。工学博士。主に知的制御、ロボット制御、振動制御の研究に従事。現在、慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科教授。日本機械学会、計測自動制御学会、建築学会などの会員。

(日本ロボット学会正会員)