不定特異姿勢を利用した2本の第2関節非駆動型2リンク系の水平面内結合

小 俣 透* 森 治* 友 實 敬 義*

Coupling of Two 2R Open Kinematic Chains with Second Joints Unactuated in the Horizontal Plane Making Use of Uncertainty Singularity

Toru Omata*, Osamu Mori* and Takayoshi Tomozane*

This paper discusses coupling of two 2R open kinematic chains with their second joints unactuated in the horizontal plane. When they are not coupled, they can operate as independent underactuated manipulators and when they are coupled, they can operate as a single 5R parallel manipulator which has the same number of actuators as its degrees of freedom. In the horizontal plane, they cannot make use of gravity for motion generation. In parallel mechanisms, uncertainty and stationary-uncertainty singularities exist in general. If the two open kinematic chains form such a singular configuration when they touch with each other, they can exert force with each other and therefore can be coupled easily. In addition, at a stationary-uncertainty singular configuration, they can escape from it after they are coupled simply by controlling their joint velocities. We propose a coupling mechanism without actuation, which can be a smooth free joint when coupling is achieved. The two open kinematic chains can reach an uncertainty singular configuration if they touch with each other at certain initial configurations. This paper analyzes this motion and show such initial configurations. We experimentally verify the proposed coupling.

Key Words: Parallel Robot, Underactuated Robot, Reconfigurable Robot

1. は じ め に

一部の関節を非駆動関節（受動関節または自由関節）としたマニピュレータが研究され [1]～[5]，ノンホロノミック拘束を持つ劣駆動系として位置制御法が体系化されつつある。一方，著者らは非駆動関節を有する複数のリンク系を結合させ，閉リンク系を構成することにより，自由度とアクチュエータ数を一致させることを提案している [6]。これにより，非結合時には独立の劣駆動マニピュレータ，結合時には一つの平行マニピュレータとして機能させることや，結合位置を変えて結合させ，異なった形態に変化させることが実現し得る。すでに，重力が作用する垂直面内で非駆動関節を有する2本のリンク系を結合・分離させ，閉4リンク形態や閉5リンク形態に変化できることを示した。

本論文では，水平面内で Fig. 1 (A) に示すような2本の第2関節非駆動型2リンク系を結合させ，(B) のような平行マニピュレータに形態変化させる方法を論じる。閉リンク系を構成することにより (B) の形態の自由度は2になり，アクチュエータ数と一致する。よって，(C) のように力を作用させても

静的につりあうことができ，力を外界に及ぼす作業に対応できるようになる。しかし，(B) の形態では作業領域が狭いことが欠点である。(A) の形態でも劣駆動系として少なくとも位置制御ができることが示されている [1]。よって，(A) の形態の応用として広い領域における位置決め作業が考えられる。

非駆動関節を有するリンク系の動作は，重力が作用するかしないかで大きく異なる。水平面内では，重力や床面への拘束を利用して，非駆動関節を持つリンク系を制御することができない。本論文では，このような状況下でも結合させるために，お互いを接触させて閉リンク系の特異姿勢をとることを提案する。

一般に閉リンク系には不定特異姿勢，およびその特別な場合として静止不定特異姿勢が存在する [7] [8][†]。その名のとおり，これらの姿勢では入力からは決まらない出力運動が存在し，バラ

Fig. 1 Coupling for forming the 5R closed kinematic chain in the horizontal plane

原稿受付 2002 年 4 月 9 日

*東京工業大学

*Tokyo Institute of Technology

レマニピュレータとしての作業時には望ましくない姿勢である。しかし非駆動関節を有する2本のリンク系が、接触してこのような特異姿勢をとることは、お互いに力を加え合せて結合に適していることを第2章では示す。さらに静止不定特異姿勢では、入力速度により結合後の姿勢を指定して脱出できることを示す。すなわち、欠点となる特異姿勢が、結合のためには逆に利点として活用できることになる。

結合機構はそれ自体無動力であることが簡単であり望まれる。2本のリンク系が力を加え合うことが可能になれば、ある力以上で結合・分離する無動力結合機構が考えられる。また、結合部は結合後回転関節を構成し、滑らかに回転することが要求される。第3章ではこれらの仕様を満たした結合機構を提案する。

結合前の各第2関節非駆動型2リンク系の制御については、前述の既存の劣駆動制御法が有用であると考えられる。しかし劣駆動系であるため、中間目標値を設定した複数ステップからなる制御が必要であり、先端を正確に位置決めするためには、時間を要すると考えられる。例え結合姿勢である不定特異姿勢あるいは静止不定特異姿勢に正確に位置決めができなくても、2本のリンク系の先端がお互いに接触したならば、結合姿勢に遷移できる先端位置の領域があることを見出した。第4章では、そのような先端位置の領域を求める。本論文では、2本のリンク系の先端が接触した状態から結合させることを議論する。

提案する結合を実証するために、実ロボットと結合機構を製作し実験を行った。第5章では実験結果を示し結合を実証する。

2. 不定・静止不定特異姿勢を利用した結合

Fig. 2において、左右のリンク系をそれぞれリンク系1、2とし、駆動関節である各第1関節を θ_{i1} 、非駆動関節である各第2関節を θ_{i2} とする。関節角度は $0 \leq \theta_{ij} < 2\pi$ で定義する。各関節位置を $\mathbf{p}_{ij}$ とし、 $\mathbf{p}_{11}$ を原点にとる。第1、第2リンクの長さをそれぞれ l_{i1} 、 l_{i2} とし、ベース部の第1関節間の距離を l_0 とする。

2本のリンク系の先端が結合前に接触しそれが維持されているとき、および結合後に自由関節を構成しているときは、先端位置、および速度が等しいという拘束条件が存在する。すなわち、

$$\begin{aligned} X &\equiv l_{11}c(\theta_{11}) + l_{12}c(\theta_{11} + \theta_{12}) \\ &= l_{21}c(\theta_{21}) + l_{22}c(\theta_{21} + \theta_{22}) + l_0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} Y &\equiv l_{11}s(\theta_{11}) + l_{12}s(\theta_{11} + \theta_{12}) \\ &= l_{21}s(\theta_{21}) + l_{22}s(\theta_{21} + \theta_{22}) \end{aligned} \quad (2)$$

Fig. 2 Definition of variables

[†]不定特異姿勢（あるいは特異点）はこのほか、第2種特異点、過可動特異点、思案点、順キネマティック特異点、アクチュエータ特異点等と呼ばれ、様々な名称がある。

$$J_1 \dot{\theta}_1 = J_2 \dot{\theta}_2 \quad (3)$$

$$\text{ここで、} \dot{\theta}_i = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{i1} & \dot{\theta}_{i2} \end{pmatrix}^T,$$

$$J_i = \begin{pmatrix} j_{i1} & j_{i2} \end{pmatrix} \in R^{2 \times 2}, i = 1, 2 \quad (4)$$

$$j_{i1} = \begin{pmatrix} -l_{i1}s(\theta_{i1}) - l_{i2}s(\theta_{i1} + \theta_{i2}) \\ l_{i1}c(\theta_{i1}) + l_{i2}c(\theta_{i1} + \theta_{i2}) \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$j_{i2} = \begin{pmatrix} -l_{i2}s(\theta_{i1} + \theta_{i2}) \\ l_{i2}c(\theta_{i1} + \theta_{i2}) \end{pmatrix} \quad (6)$$

とし、 $s(\) = \sin(\)$ 、 $c(\) = \cos(\)$ と略記する。

駆動関節 $\theta_a = (\theta_{11} \ \theta_{21})^T$ 、非駆動関節 $\theta_p = (\theta_{12} \ \theta_{22})^T$ についてまとめると

$$J_a \dot{\theta}_a + J_p \dot{\theta}_p = 0 \quad (7)$$

ここで、 $J_a = \begin{pmatrix} j_{11} & -j_{21} \end{pmatrix}$ 、 $J_p = \begin{pmatrix} j_{12} & -j_{22} \end{pmatrix}$ である。 θ_p を出力とみなすとき、下記のような特異姿勢が存在する（ただし各リンク長については、下記の特異姿勢をとることができるような比であることを仮定する）。

(1) 静止特異姿勢：

$$\det J_a = -Y l_0 = 0 \quad (8)$$

を満たす姿勢が静止特異姿勢である。これより、 $Y = 0$ である姿勢、すなわち**Fig. 3 (A)**のように、先端が第1関節 θ_{11} 、 θ_{21} を結ぶ線上にある姿勢である。出力自由度が退化する。

(2) 不定特異姿勢：

$$\det J_p = l_{12}l_{22} \sin(\theta_{11} + \theta_{12} - \theta_{21} - \theta_{22}) = 0 \quad (9)$$

より、

$$\theta_r \equiv \theta_{11} + \theta_{12} - \theta_{21} - \theta_{22} + 2n\pi = 0 \text{ or } \pi \quad (10)$$

を満たす姿勢が不定特異姿勢である。ただし、 $0 \leq \theta_r < 2\pi$ となるように $2n\pi$ により補正することとする。**Fig. 3 (B)(C)**に示すように、両リンク系の先端リンクが一直線になる姿勢では $\theta_r = \pi$ となり、不定特異姿勢である。

(3) 静止不定特異姿勢：静止特異姿勢と不定特異姿勢の両条件、 $\det J_a = 0$ かつ $\det J_p = 0$ を満たした姿勢であり、両者の性質を持つ。**Fig. 3 (D)**のように、先端リンクが一直線で、かつ先端が関節 θ_{11} 、 θ_{21} を結ぶ線上にある姿勢がその例である。

Fig. 3 Singular configurations

Fig. 4 (A) Exerting force to each other and (B) uncertain motions

特に、少なくとも片方のリンク系の第1リンク、第2リンクの長さが等しい場合、(E)のように先端が駆動関節に重なった姿勢も静止不定特異姿勢になる。(E)は $l_{21} = l_{22}$ の場合である。

さて、2本のリンク系先端が加え合う力を $\mathbf{f}$ とすると、非駆動関節 θ_{12} , θ_{22} が受けるトルクは $\mathbf{j}_{12}^T \mathbf{f} = \tau_{12}$, $\mathbf{j}_{22}^T (-\mathbf{f}) = \tau_{22}$ であり、

$$\mathbf{J}_p^T \mathbf{f} = \begin{pmatrix} \tau_{12} \\ -\tau_{22} \end{pmatrix} \quad (11)$$

と書ける。 $\det \mathbf{J}_p = \det \mathbf{J}_p^T = 0$ である不定特異姿勢では、

$$\mathbf{J}_p^T \mathbf{f} = 0 \quad (12)$$

を満たす $\mathbf{f}$ が存在する。この力は Fig. 4(A) のように、非駆動関節 θ_{12} , θ_{22} にはトルクを発生させない力であり、2本のリンク系は先端に力を加え合うことができる。よって不定特異姿勢は結合に適した姿勢である。そのかわり $\dot{\boldsymbol{\theta}}_p \in \ker \mathbf{J}_p$ (すなわち $\mathbf{J}_p \dot{\boldsymbol{\theta}}_p = 0$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_p \neq 0$) が存在する。このような出力速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_p$ は入力速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_a$ からは決まらない不定成分である。Fig. 4(A) では、(B1)(B2) に示すような出力速度が不定成分であり、そのため、入力速度を与えて結合後の形状を (C1)(C2) のどちらにするか決めることはできない。

一方、不定特異姿勢の特別の場合である静止不定特異姿勢では、出力速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_p = 0$ として、式 (7) を満たす入力速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_a (\neq 0) \in \ker \mathbf{J}_a$ が存在する。出力が動かないという欠点があるが、出力を動かさずに入力速度だけを指定して、姿勢を指定できるという利点になる。例えば Fig. 3(E) では、 $l_{11} = 1.2$, $l_{12} = l_{21} = l_{22} = 1$, $l_0 = 1.5$ とすると、

$$\mathbf{J}_a = \begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 \\ 1.5 & 0.0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

となり、 $\dot{\theta}_{21} \neq 0$, $\dot{\theta}_{11} = 0$ の入力速度を与えることができる。すなわち Fig. 5(A) のように、結合後に θ_{21} を回転させるだけである。このとき、

$$\dot{\theta}_{11} + \dot{\theta}_{12} - \dot{\theta}_{21} - \dot{\theta}_{22} = -\dot{\theta}_{21} \neq 0 \quad (14)$$

であり、式 (10) の不定特異姿勢であるための条件を破ることができる。 $\dot{\theta}_{21}$ の正負により、姿勢を Fig. 5(C1)(C2) のように選択することができる。

$\mathbf{J}_p$ が正則になれば、非駆動関節角速度は式 (7) より

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_p = -\mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{J}_a \dot{\boldsymbol{\theta}}_a \quad (15)$$

Fig. 5 Motions at the stationary-uncertainty singular configuration when $l_{21} = l_{22}$

Fig. 6 Motion to stationary-uncertainty singular configurations

と受動的に決まり、二つの駆動関節 θ_a により閉5リンク系の姿勢を任意に制御することができる。

しかし静止不定特異姿勢は Fig. 3(D)(E) のように、不連続にしか存在しないので、2本の2リンク系を結合前にその姿勢に移させることは難しい。これに対して不定特異姿勢は連続的に存在する。第4章で示すように Fig. 6(A1)(A2) の形状の不定特異姿勢への移行は容易である。不定特異姿勢で結合し、結合後に静止不定特異姿勢へ移行することも、次のように容易である。まず Fig. 6(A1)(A2) に示すように、結合点が離脱しない程度に引張り合うようなバイアストルクを両駆動関節に与える。この状態を保ちつつ駆動関節を動かせば、静止不定特異姿勢への運動が (B1)(B2) のように実現できる。

3. 結合機構

これまで軸をフックにはめる簡単な結合機構を採用していた [6]。軸とフックは結合後自由関節を構成するが、それらの間に滑り摩擦を生じることが欠点であった。この欠点を取り除いた結合機構を Fig. 7 に示す。片方のリンク系の先端には、開閉動作を行うゲートおよび軸穴からなる機構が取り付けられ、もう片方のリンク系の先端には、軸が取り付けられている。

ゲートは二つの円弧板からなる。その円弧を R_1 , R_2 とし、中心を C_1 , C_2 とする。それぞれ D_1 , D_2 を回転軸として開閉動作を行う (C_1 , C_2 が回転軸ではない)。 (B) のように、軸 A がゲートに外側から接触したときに、接触力 $\mathbf{f}_1$, $\mathbf{f}_2$ は D_1 , D_2 にトルクを発生させる。このトルクがゲートを開ける方向に作用するように設計する。 D_1 , D_2 には回転ばねを使用し、ある一定以上のトルクが加わったときに開閉するようになっている。軸 A は結合後、軸穴 H に収まり回転するが、それだけでは大きな滑り摩擦を生じてしまう。そこで、軸 A とその基盤 B との間にボールベアリングを使用し、軸 A 自体が回転する

Fig. 7 Coupling mechanism

ようにしている。これにより滑らかな回転を実現している。

軸 A を軸穴 H から離脱させるときは、逆に引き抜く方向に力を加えれば、ゲートが開くようになっている。なお実験装置では、リンク系 1 側にゲートが、リンク系 2 側に軸が取り付けられているので、以下でもそう仮定する。

4. 接 触 動 作

本章では、先端の軸とゲートとを接触させたとき、Fig. 6 (A1) (A2) の形状の不定特異姿勢に遷移できる 2 本の 2 リンク系の初期姿勢を明らかにする。ここで、単に軸とゲートが接触している状態では、式 (7) の速度拘束条件を用いて動作を計画することはできない。接触が維持される保証がないので、式 (7) に動作が従うとは限らないからである。接触が維持されるための幾何条件を考慮する必要がある。

4.1 仮定・定義

リンク系を準静的に動かすとする。ここで準静的とは次の条件である。

(仮定 1) 駆動関節を動かせば、動的な干渉により非駆動関節 θ_{i2} にはトルクが作用する。しかし、それは静止摩擦トルクよりも小さく非駆動関節角は動かないと仮定する。駆動関節角速度 $\dot{\theta}_{i1}$ 、角加速度 $\ddot{\theta}_{i1}$ を十分小さくすればこの仮定は成立する (付録 A 参照)。

(仮定 2) 軸とゲートが接触し力を加え合うとき、その接触力により非駆動関節にはトルクが作用し回転する。しかし非駆動関節の回転速度は十分小さく、接触力が零になれば停止する。

非駆動関節といえども実際には摩擦が存在するので、これらの仮定は現実的である。

Fig. 8 (A) に示すように、円弧 R_1 上の接触点の角度を ϕ とする。(B) のように軸が最も奥にあり、円弧 R_2 にも接する角度を ϕ_0 とする。円弧 R_1 に接する角度は $\phi_0 \leq \phi < \pi/2$ である。製作した結合機構では、円弧 R_1 の半径は $R = 17$ [mm]、軸 A の半径は $r = 3$ [mm] であるので、 $\phi_0 = \cos^{-1}(R/(R+r)) = 31.8^\circ$ である。軸中心位置を p_A 、ゲート中心位置を p_g 、円弧中心 C_1 の位置を p_{C1} とする。軸と円弧間の摩擦は十分小さく無視でき

 Fig. 8 Definition of ϕ

 Fig. 9 θ_r in the plane

Fig. 10 Basic motions

るとする。

第 1, 第 2 リンク間の角度として、 $\alpha_i = \theta_{i2} - \pi$ を定義する。Fig. 9 (A)(B) に、 $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$ の姿勢でお互いに接触している 2 本の 2 リンク系を示す (この図では $\phi = \phi_0$ とする)。式 (10) で定義される相対角 θ_r が $\theta_r = \pi$ となる軸中心 p_A の位置は、(A) に示すような曲線 S_0 上である (正確な計算例を Fig. 14 に示す)。その上側の領域 S_+ では $\theta_r > \pi$ であり、下側の領域 S_- では $\theta_r < \pi$ である。軸中心 p_A の初期位置は、Fig. 9 (B) のように S_+ の領域にあるとする。なお、(C) のように (B) を上下反転した位置姿勢から S_0 を目指すこともできるが、議論はまったく同様であるので省略する。

4.2 動作原理

$\theta_r = \pi$ になるまで、次の動作 1, 2 を繰り返すことが本接触動作の基本である。

(動作 1) Fig. 10 (A) に示すように、関節 θ_{21} を反時計方向に微小回転させ、軸 A を曲線 S_0 に近づける。このとき、軸 A は円弧 R_1 と接触を保つこともあるが、後述のように離れることもあり得る。いずれにしても円弧 R_2 に接触することはない。(動作 2) Fig. 10 (B) に示すように、 θ_{11} を時計方向に微小回転させ、仮に動作 1 で軸 A が円弧 R_1 から離れても、それに再接触させる。

Fig. 11 Contact forces driving the second links to S_0

Fig. 12 Motion 1

動作 2 により、軸 A はゲートの奥の方、 $\phi = \phi_0$ に近づく。 $\phi = \phi_0$ に達しても、軸 A と円弧 R_2 側との接触力は発生しないように止めたものと仮定する（後述のようにこれが厳密に満たされる必要はない）。動作 1, 2 を通じて、円弧 R_1 側と軸 A との接触を保つことが原理として重要である。まずそれが成立するとき、 $\theta_r = \pi$ が達成できることを示す。

円弧 R_1 、軸 A にそれぞれ接触力 f_1 、 $-f_1$ が作用することにより、Fig. 11 のように、関節 θ_{12} 、 θ_{22} にはともに時計方向のトルクが作用する。よって、角度 α_1 、 α_2 はともに減少する。ただし、極端なケースとして、関節 θ_{22} の静止摩擦トルクが大きく回転しなかった場合、 α_2 はまったく減少せず、 α_1 だけが減少する。この場合の軸中心 p_A の軌跡は、 p_{21} を中心とした円弧 R_A である（以下、円弧の中心を示すときは、 $R_A(p_{21})$ のように括弧内にそれを記す）。

逆に α_1 はまったく減少せず、 α_2 だけが減少した場合には、 p_A の軌跡は円弧 $R_B(p_{11})$ になる。よって、一般には p_A は円弧 R_A 、 R_B に囲まれた部分に存在する。この部分を S_I とする。 S_I が曲線 S_0 と交われば、 $\theta_r = \pi$ が達成される。そのためには初期位置は Fig. 11 に示す S_r になければならない。ただし、 p_{11} を通る円弧を $R_{A0}(p_{21})$ 、 p_{21} を通る円弧を $R_{B0}(p_{11})$ とし、 S_+ の中でこれらの円弧に囲まれた部分を S_r とする。

次に、領域 S_r の中には、動作 1, 2 を通じて、円弧 R_1 と軸 A との接触が保たれる領域が存在することを示す。Fig. 12 のように、 p_{21} と p_A を結ぶ直線が軸 A の外周と交わる点を E とし、 E 点を通る円弧を $T_E(p_{21})$ とする。動作 1 において、軸 A の軌跡の外周は、仮に円弧 R_1 がなければこの円弧 $T_E(p_{21})$ になる。 T_E と R_1 が交われば、軸 A と R_1 は押し合い接触は保たれる。(B) のように T_E と R_1 が交わらないケースも存在し、その場合にはそれらは離れる。しかし、次の動作 2 で再接触できる領域が S_r 内に存在する。

動作 2 において円弧 R_1 は、Fig. 13 のように p_{11} を中心と

Fig. 13 Motion 2

Fig. 14 Region in which $\phi_m > 0$

して回転する。 p_{11} と p_{C1} を結ぶ直線が、 R_1 と交わる点を F とし、その点の円弧中心角を ϕ_F とする（ ϕ_F は θ_{12} の回転とともに変化する）。 θ_{11} の回転とともに点 F は円弧を描くが、それを $T_F(p_{11})$ とする。動作 1 において、軸 A の接触点が点 F より下側、すなわち、 $\phi > \phi_F$ にあったとする。動作 1 で仮に円弧 R_1 と軸 A が離れても、軸 A の移動量も微小であるので、 T_F は（微小移動した）軸 A と交わる。すなわち、動作 2 により円弧 R_1 と軸 A は再び接触する。

$\phi_m \equiv \phi_0 - \phi_F > 0$ であれば、Fig. 8 (B) に示したように ϕ の最小値は ϕ_0 であるので、必ず $\phi > \phi_F$ が成立する。 ϕ_m の計算法については、ゲート中心位置 p_g が与えられれば、まずリンク系 1 の逆運動学を解くことにより、 θ_{11} 、 θ_{12} が求まり、 p_{C1} が計算できる。 ϕ_F はベクトル $p_g - p_{C1}$ とベクトル $p_{C1} - p_{11}$ がなす角度である。一方、 ϕ_0 は前述のように定数である。

Fig. 14 に p_g に対する ϕ_m の計算例を示す。リンクの長さは実ロボットの長さとし、 $l_{11} = 250$ [mm]、 $l_{12} = \overline{p_{12}p_g} = 253$ [mm] とする。図中 (−) と記した部分では $\phi_m < 0$ であるが、この例ではそれ以外の広い部分において $\phi_m > 0$ である。ゲート中心位置 p_g が $\phi_m > 0$ である領域を通過するように遷移すれば、以上の原理より円弧 R_1 は軸 A に追いつくので、相対角 $\theta_r = \pi$ が達成できる。また S_0 は軸 A が $\phi = \phi_0$ でゲートと接触するとした場合の、 $\theta_r = \pi$ となる p_g の軌跡である（この図では軸 A の中心位置 p_A の軌跡ではない）。 $l_0 = 300$ [mm]、 $l_{21} = 250$ [mm]、 $l_{22} = \overline{p_{22}p_A} = 250$ [mm] とする（結合後は $l_{12} = l_{22} = 250$ [mm] になる）。

なお、ゲート形状は円弧としたが、最適な形状については今後の課題である。また、Fig. 3 (B) の形状の不定特異姿勢へ遷移させる接触動作についても今後の課題である。

4.3 動作の実際

以上の原理どおりに動作1, 2を分離して動作させてもよいが、実際にはもっと簡単に、関節角速度制御により本接触動作が実現できることが実験的に確かめられた。その理由は次のように考えられる。

動作1, 2における微小回転角 $\Delta\theta_{21}$, $\Delta\theta_{11}$ を小さくすると、微小時間の間に動作1, 2を繰り返すことになる。その極限としては、動作1, 2を分離して実行するのではなく、関節 θ_{21} , θ_{11} の速度が制御されることになる。このとき、 $\dot{\theta}_{21}$ に対して $\dot{\theta}_{11}$ が遅すぎると、円弧 R_1 は軸 A に追いつけない。速すぎると円弧 R_2 側が軸 A と押し合うことになる。関節角速度 $\dot{\theta}_{21}$ に対して、接触を保ちかつ ϕ を ϕ_0 近傍に保つような適切な $\dot{\theta}_{11}$ が存在する。なお、軸 A と R_2 側に接触し、接触力 f_2 が作用しても、合力 $f_1 + f_2$ およびその反力 $-(f_1 + f_2)$ が、Fig. 11と同様にそれぞれ関節 θ_{12} , θ_{22} に時計方向のトルクを発生する限りでは、前節の議論は同様に成立する。

また、この制御を行うためには、円弧 R_1 と軸 A が接しているか、およびそのときの角度 ϕ の値を知らなければならない。これらは次のようにして分かる。

まず本論文では、各リンク系単体でも動作させることを考えているので、非駆動関節角も計測することを前提とする。実ロボットではエンコーダを装着している。関節角 θ_{11} , θ_{12} を用いて、位置 p_g , p_{C1} が計算され、関節角 θ_{21} , θ_{22} を用いて位置 p_A が計算される (Fig. 8 参照)。軸 A と円弧 R_1 が接しているかは、 $\epsilon > 0$ を閾値とすると、それらの中心間距離が

$$|p_A - p_{C1}| < R + r + \epsilon \quad (16)$$

であれば接していると判定する。実験では $\epsilon = 1 [\text{mm}]$ に設定している。接していると判定されるとき、

$$\phi = \cos^{-1} \frac{(p_g - p_{C1})^T (p_A - p_{C1})}{|p_g - p_{C1}| |p_A - p_{C1}|} \quad (17)$$

と計算される。なお、閾値 ϵ を設定しているの、接触していると判定された場合にも、物理的に離れていることがある。しかし式 (17) で計算される ϕ は、接触が実際には離れていても不連続に変化することはない。

5. 実験

結合機構のゲートの回転ばねには、ばね定数 $8.21 [\text{Nmm/deg}]$ のばねを採用した。まず相対角 $\theta_r = 180^\circ$ 付近で軸とゲートが力を加え合せ、ばねに打ち勝ち結合できるかを検証した。 $\theta_r = 180 \pm 2^\circ$ として、結合実験を行った結果、各第1関節トルクの大きさを $5.5 [\text{Nm}]$ 以上とすれば、ばねに打ち勝ち結合できることを確認した。また $4.3 [\text{Nm}]$ 以下であればまったく結合できなかった。

次に前章で示した接触動作の実験を行った。駆動関節 θ_{11} , θ_{21} の速度制御を行い、 θ_{21} の速度目標値は一定とした。 θ_{11} の速度目標値の初期値は試行錯誤で調整したが、一定のままで、円弧 R_1 が軸 A に対して遅れはじめ、 ϕ が増加した。そこで、 $\phi - \phi_0$ に比例して θ_{11} の速度目標値の大きさを増加させることにした。

Fig. 15 Experimental results

なお、円弧 R_1 が軸 A から離れてしまう場合 (すなわち、中心間距離が $|p_A - p_{C1}| > R + r + \epsilon$ の場合) には、 $|p_A - p_{C1}|$ に応じて、駆動関節 θ_{11} , θ_{21} の速度を調節して再接触させる処理が必要である。ただし本実験では、式 (16) により接触と判定されていたので、この処理を追加する必要はなかった。

Fig. 15 に実験結果を示す。(A) に各関節角度、および相対角 θ_r の推移を示す。接触動作により非駆動関節 θ_{12} , θ_{22} も変化し、最終的に相対角は $\theta_r = 180.5^\circ$ となった。(B) に p_{12} , p_{22} , p_A , p_g の軌跡を示す。(A)(B) における初期姿勢および最終姿勢 (接触動作により到達した不定特異姿勢) に対応する写真をそれぞれ Fig. 16 (1)(2) に示す。

Fig. 16 (3) で結合させることができた。Fig. 6 に示した不定特異姿勢から静止不定特異姿勢への遷移法により、(4) のように静止不定特異姿勢に遷移できた。(5)(6) で凸型閉5リンク系に遷移できた。(4)~(6) の姿勢は目標姿勢として与えている。

6. おわりに

本論文では、2本の第2関節非駆動型2リンク系を水平面内で結合させることを論じた。結合時に閉リンク系特有の特異姿勢である不定特異姿勢あるいは静止不定特異姿勢をとると結合が容易になることを示した。また、力を加え合うことにより結合し、結合後は滑らかな回転関節になる結合機構を提案した。さらに、両リンク系先端が接触した状態から、結合姿勢に遷移できる初期姿勢があることを示し、その初期先端位置の領域を明らかにした。結合動作を実験により実証した。今後の課題は、より複雑なリンク系の結合に本方式を拡張することである。

Fig. 16 Photos of coupling

参 考 文 献

- [1] 中村, 岩本, 吉本: “ドリフト項をもつ非ホロミック機械の制御”, 日本ロボット学会誌, vol.13, no.6, pp.830-837, 1995.
- [2] 荒井: “非駆動関節を有する3自由度マニピュレータの非ホロミック拘束下における可制御性”, 日本ロボット学会誌, vol.14, no.5, pp.751-758, 1996.
- [3] 小林, 井村, 吉川: “一つの非駆動関節を持つ平面非駆動マニピュレータの可制御性”, 日本ロボット学会誌, vol.17, no.8, pp.1167-1172, 1999.
- [4] 鈴木, 三好, 中村: “非ホロミック自由関節マニピュレータの制御”, 日本ロボット学会誌, vol.19, no.4, pp.499-509, 2001.
- [5] 美多: 非線形制御入門. 昭晃堂, 2000.
- [6] 内海, 小峰, 小俣: “受動関節を有するロボットの結合による閉リンク構造の生成”, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会講演論文集 (CD-ROM), 1P1-A11, 2001.
- [7] J.P. Merlet: Parallel robots. Kluwer, Dordrecht, 2000.
- [8] 内山: “パラレルマニピュレータの機構と特性”, 日本ロボット学会誌, vol.10, no.6, pp.715-720, 1992.
- [9] 森, 友實, 小俣: “劣駆動結合によるパラレルメカニズムへの形態変

化: 水平面内での入出力特異姿勢を利用した結合”, 第19回日本ロボット学会学術講演会講演論文集 (CD-ROM), 3E11, 2001.

付録 A. 準 静 的 動 作

先端に力が加わらない場合, 2リンク系の運動方程式は

$$\begin{pmatrix} \alpha + \gamma + 2\beta \cos \theta_2 & \gamma + \beta \cos \theta_2 \\ \gamma + \beta \cos \theta_2 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\beta(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ \beta\dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

である. ここで, $\alpha = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2$, $\beta = m_2 l_1 l_{c2}$, $\gamma = I_2 + m_2 l_{c2}^2$ とし, I_j , m_j , l_{cj} をリンク j の慣性モーメント, 質量, 重心位置とする (ただし本文中とは異なり, リンク系の番号を表す添字 i は省く. すなわち, $\theta_{i1} \rightarrow \theta_1$ など).

駆動関節だけが運動し, 非駆動関節は動かない (すなわち $\dot{\theta}_2 = 0$, $\ddot{\theta}_2 = 0$) とすると, 式 (A.1) より非駆動関節に動的な干渉トルク $\tau_{dyn} = (\gamma + \beta \cos \theta_2)\ddot{\theta}_1 + \beta\dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2$ が作用する. これが静止摩擦トルクよりも小さければ非駆動関節は動かない.

駆動関節が正弦波状 $\theta_1 = a(1 - \cos(2\pi t/T))$ に動くとし, 干渉トルク τ_{dyn} を見積もると,

$$\tau_{dyn} = (\gamma + \beta \cos \theta_2)a(2\pi/T)^2 \cos(2\pi t/T) + \beta \sin \theta_2 a^2 (2\pi/T)^2 \sin^2(2\pi t/T) \quad (\text{A.2})$$

となる. 右辺は周期 T の2乗に反比例するので, 十分ゆっくり駆動関節を動かせば, 非駆動関節は静止しているといえる. 実験装置では $a = \pi/6$, $\theta_2 = \pi/4$ のとき, $T > 8.0\text{s}$ で駆動すると非駆動関節は静止していた. また, $T = 0.8\text{s}$ として, $|\tau_{dyn}|$ の最大値を式 (A.2) から計算すると, 静止摩擦トルクを推定できる. 各定数は $\alpha = 0.0292 [\text{kgm}^2]$, $\beta = 0.0080 [\text{kgm}^2]$, $\gamma = 0.0058 [\text{kgm}^2]$ であり, $0.0037 [\text{Nm}]$ ($0.25 [\text{m}]$ のリンク先端に $0.015 [\text{N}]$ (約 $1.5 [\text{gf}]$) の力が作用したときに動き出す程度) と推定される.

小俣 透 (Toru Omata)

1959年2月10日生. 1981年東京工業大学制御工学科卒業, 1983年同修士課程修了, 1986年同博士課程修了, 工業技術院電子技術総合研究所を経て東京工業大学大学院総合理工学研究科精密機械システム専攻助教授, 工学博士. マニピュレーション, 各種多関節ロボットの研究に従事, 計測自動制御学会, 日本機械学会, IEEEの会員. (日本ロボット学会正会員)

森 治 (Osamu Mori)

1973年8月26日生. 1997年東京工業大学機械宇宙学科卒業, 1999年同大学機械物理学専攻修了, 同年同大学機械宇宙学科助手を経て, 2001年1月より同大学総合理工学研究科精密機械システム専攻助手. 博士 (工学). 結合型ロボット, 作業移動ロボットの研究に従事. 計測自動制御学会, 日本機械学会, 日本航空宇宙学会の会員. (日本ロボット学会正会員)

友實敬義 (Takayoshi Tomozane)

1976年7月23日生. 2000年中央大学理工学部精密機械工学科卒業, 2002年3月東京工業大学大学院総合理工学研究科精密機械システム専攻修了, 同年4月より (株) 総合警備保障勤務.