ダイナミックキャッチングにおける球状物体の状態遷移

東 森 充* 城 野 淳* 金子 真*

State Transition of a Sphere Object on Dynamic Catching

Mitsuru Higashimori*, Atsushi Jono* and Makoto Kaneko*

This paper discusses the behavior of a sphere object sandwiched by a parallel gripper, while catching. Through the analysis, we found an interesting behaviors of the sphere, where the object never stops under $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} \neq 0$ and the object with $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} \neq 0$ first results in $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} = 0$ before starting a rolling motion at one side of contact point. These behaviors are supported by three theorems. We also show some simulation for confirming the analytical results.

Key Words: Dynamic Catching, High Speed Capturing, Dynamic Friction Closure, Sphere Object

1. は じ め に

従来のロボットによる対象物の把握や操り [1]~[7] では、ほとんどの場合、準静定（静的なバランスの連続変化）の仮定が満たされる程度のゆっくりした運動が取り扱われていた。三平ら [12] は、2 枚の板で剛球を挟み込み、球の転がりを用いて任意の位置に球を移動させる問題を取り扱っている。Mason and Lynch [13] は、ダイナミクスを考慮した運動学的拘束を使って対象物を操る概念として、Dynamic Closure を定義した。また、動体の捕獲に関する研究として、Allen ら [14], Hong [15], Namiki ら [16] [17] は、ビジョンシステムを使って動体の動きを認識し、その捕獲に成功している。ただし、これらの従来研究では、動体の速度は遅い。さらに、三次元高速動体を捕獲する際のハンド内での動体の振る舞いについて議論された研究はない。

一方、Fig. 1 のように高速で運動する物体を把握する場合 [8]~[10], ロボットハンドと物体間の滑りゼロで物体を停止させることは不可能で、必ず両者の間で滑りが発生する。そのため、動体を確実に把握するためには、ロボットハンドのサイズを検討する上で、ハンド内における動体の振る舞いを考察する必要がある。Kaneko ら [11] は、このような動体捕獲に関して、動体をハンドで捕獲する際のクーロン摩擦に基づく滑り量を指標とする Dynamic Friction Closure という概念を提案した。彼等らは、“動体をグリッパ内で完全に静止させることができる”とき Dynamic Friction Closure が成立している”と定義し、円柱物体に対して運動エネルギーと滑り量との関係について興味深い考察を行っているが、問題設定は二次元に限定されていた。本研究

Fig. 1 An example of high speed capturing motion

Fig. 2 Conceptual image of dynamic catching

では、文献 [11] の研究を内包するような形で三次元に拡張することを試みる。ここでは、単純な動体把握モデルとして、Fig. 2 のような球状動体の捕獲問題を考える。Fig. 2 (a) のように、動体は初期条件として並進速度 $\mathbf{v}_0$ 、角速度 $\boldsymbol{\omega}_0$ を有しているものとし、把握するロボット側として 2 枚の平行なグリッパを想定

原稿受付 2003 年 3 月 13 日

*広島大学大学院工学研究科

*Graduate School of Engineering, Hiroshima University

する。動体捕獲を行う際に、グリップと動体の間には三つの過程が存在する。まず、グリップの動体へのアプローチ (Fig. 2 (a) (b)), 次にグリップと動体との最初の接触 (Fig. 2 (c)), 最後に動体の停止に伴う最後の接触 (Fig. 2 (d)) である。グリップが動体に接触したとき (Fig. 2 (c)), 動体に接触力が働き、グリップ内を動体が滑りまたは転がりながら移動することになる。Fig. 2 (d) には、動体がグリップに最初に接触してから停止するまでの軌跡の一例を描いている。この軌跡は、動体が元々持つ初期速度と角速度の組み合わせにより決定されるものである。

本論文では、初期速度 ($\mathbf{v}_0, \boldsymbol{\omega}_0$) でグリップに進入した球状物体が静止するまでにどのような接触力をグリップから受けるか、さらに、その接触力によって運動方向がどのように変化するかについて考察し、安定平衡状態と不安定平衡状態の存在を明らかにする。さらに、任意の初期状態でグリップ内に進入してくる球は、必ず $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} = 0$ になるまで滑り続け、 $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} = 0$ になった後に片側の接触点にて転がりが発生し、そのまま $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} = 0$ を保った状態で静止するという興味深い点を明らかにする。本研究では、これに関連する性質を三つの定理としてまとめ、最後にシミュレーションによって球の振る舞いについて確認する。

2. モデル化

2.1 仮定

本研究で扱うモデルを Fig. 3 に示す。議論を簡単にするため以下のような仮定を設ける。

- 仮定 1: 2 枚の平行なグリップを考える。
- 仮定 2: グリップと対象物との接触は、点接触とする。
- 仮定 3: グリップは、対象物に対し、一定の力を加える。
- 仮定 4: 摩擦はクーロン摩擦のみを考え、静摩擦と動摩擦は区別しない。
- 仮定 5: 対象物は球形状とし、一様な質量分布を持つ剛体とする。
- 仮定 6: 対象物は、初期並進速度 $\mathbf{v}_0$ と単一軸周りで表現される初期角速度 $\boldsymbol{\omega}_0$ を持ち、グリップ内に進入するまで両速度は変化しない。
- 仮定 7: グリップ面の法線方向は $\mathbf{v}_0 \times \boldsymbol{\omega}_0$ とする。ただし、 $\mathbf{v}_0 \times \boldsymbol{\omega}_0 = 0$ の場合、 $\mathbf{v}_0$ と直交するような方向から任意に与えるものとする。
- 仮定 8: グリップと対象物の衝突時のエネルギー損失はないものとする。
- 仮定 9: 重力の影響は考えない。

仮定 2 より、グリップと対象物との接触点を結んだ直線回りの回転運動は停止させることができない。ここでは、最終的に対

象物のすべての速度成分がゼロになるようにするために、グリップの初期姿勢を仮定 7 のように置いた。

2.2 運動方程式

Fig. 3 のように、 $\Sigma_R, \Sigma_G, \Sigma_B$ をそれぞれ、基準座標系、グリップに固定された座標系 (グリップ面の法線方向を z_G 軸とする)、対象物の重心位置に固定された座標系とし、 $\mathbf{p}_B, \mathbf{p}_i (i = 1, 2)$ をそれぞれ Σ_R から見た対象物の重心への位置ベクトル、各接触点への位置ベクトルとする。このとき、対象物の重心から各接触点への位置ベクトルは、 $\mathbf{r}_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_B$ と表すことができる。また、対象物の並進速度ベクトル $\mathbf{v} (= \dot{\mathbf{p}}_B)$ 、角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ を用いると、各接触点の並進速度は $\mathbf{u}_i = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i$ となる。接触点に加わる摩擦力 $\mathbf{f}_{Fi}$ は、 $\mathbf{u}_i$ の逆向きに発生することを考慮し、

$$\mathbf{f}_{Fi} = -\mu \|\mathbf{f}_{ni}\| \frac{\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i\|} \quad (1)$$

となる。ただし、 μ は摩擦係数、 $\mathbf{f}_{ni}$ は対象物がグリップから受ける垂直抗力であり、仮定 3 より一定である。これより、各接触点で滑りが起こっている場合、接触力は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_i &= \mathbf{f}_{Fi} + \mathbf{f}_{ni} \\ &= -\mu \|\mathbf{f}_{ni}\| \frac{\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i\|} + \mathbf{f}_{ni} \end{aligned} \quad (2)$$

このとき、対象物の重心に作用する合力 $\mathbf{f}_B$ 、合モーメント $\mathbf{n}_B$ は、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_B \\ \mathbf{n}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{r}_1 \times & \mathbf{r}_2 \times \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

以上より、対象物の運動方程式として、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{r}_1 \times & \mathbf{r}_2 \times \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、 $m, \mathbf{H}$ はそれぞれ対象物の質量、慣性テンソルであり、 $\mathbf{I}_3$ は 3×3 の単位行列、 $\mathbf{r}_i \times$ は外積と等価な歪対称行列を表す。

3. グリップ内での対象物の振る舞い

一般に、式 (4) を解析的に解くことはできない。本章では、グリップ内における対象物の速度と接触力から、対象物の振る舞いを考察する上で重要な基本定理を導出する。

仮定より、対象物の重心から各接触点への位置ベクトルは、 $\mathbf{r}_1 = -\mathbf{r}_2$ 、また、各接触点での垂直抗力は、 $\mathbf{f}_{n1} = -\mathbf{f}_{n2}$ と考えることができる。以下の議論では、必要に応じて、

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= -\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} \\ \mathbf{f}_{n1} &= -\mathbf{f}_{n2} = \mathbf{f}_n \end{aligned} \quad (5)$$

とし、共通のベクトル変数 $\mathbf{r}, \mathbf{f}_n$ を用いて表現することにする。

3.1 接触力と速度の関係

式 (5) を用いて、式 (4) を展開すると、

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{1}{m} (\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2) \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{A} (\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2) \quad (7)$$

Fig. 3 Contact model

Fig. 4 Velocity and friction force under $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = 0$ Fig. 5 Velocity and friction force under $\{\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} \neq 0\} \cap \{\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} \neq 0\}$ Fig. 6 Velocity and friction force under $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} = 0$

ただし、

$$\mathbf{r} = [r_x, r_y, r_z]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} r_y^2 + r_z^2 & -r_x r_y & -r_x r_z \\ -r_x r_y & r_x^2 + r_z^2 & -r_y r_z \\ -r_x r_z & -r_y r_z & r_x^2 + r_y^2 \end{bmatrix}$$

垂直抗力 $\mathbf{f}_n$ は対象物の並進および角速度の変化に影響しないことを考慮すると、式 (6), (7) より、摩擦力和速度の関係に関して次の性質が得られる。

【性質】 $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ の変化は、それぞれ、 $\mathbf{f}_{F1} + \mathbf{f}_{F2}$, $\mathbf{f}_{F1} - \mathbf{f}_{F2}$ によって規定される。

3.2 速度ベクトルの方向

並進速度 $\mathbf{v}$ の方向と角速度 $\boldsymbol{\omega}$ の回転軸の関係に着目し、Fig. 4(a), 5(a), 6(a) に示すような三つの状態に分けて球の振る舞いについて考察する。ただし、Fig. 4(b), 5(b), 6(b) は、摩擦力和速度ベクトルに与える影響を示したものである。なお、Fig. 4~6 の視点は、グリッパ面上方に置かれている。

3.2.1 $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = 0$

Fig. 4(a) は、 $\mathbf{v}$ と $\boldsymbol{\omega}$ が同一直線上に存在する場合、すなわち、 $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = 0$ が成立している状態を示している。このとき、次の定理が成立する。

《定理 1》 $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = 0$ の場合、対象物が静止するまで、 $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = 0$ の状態が保持される。

（証明） Fig. 4(b) から分かるように、 $\mathbf{f}_{F1} + \mathbf{f}_{F2}$, $\mathbf{f}_{F1} - \mathbf{f}_{F2}$ はそれぞれ $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ に対して逆向きに発生する。したがって、【性質】より $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega}$ の方向は変化しない。よって、 $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = 0$ の状態は保持される。 ■

3.2.2 $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} \neq 0$ かつ $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} \neq 0$

Fig. 5(a) は、 $\mathbf{v}$ と $\boldsymbol{\omega}$ の間に $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} \neq 0$ かつ $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} \neq 0$ の条件が成り立っている状態を表している。このとき、次の定理が成立する。

Fig. 7 Coordinate systems

《定理 2》 $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} \neq 0$ かつ $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} \neq 0$ の場合、 $\mathbf{v}$ と $\boldsymbol{\omega}$ のなす角は漸的に $\pi/2$ に収束し、この間、対象物が静止することはない。

（証明） Fig. 5 の接触状態において、 $\mathbf{v}$ と $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ とのなす角を ξ ($0 < \xi < \pi/2$) とする。速度の条件によっては、 $\xi > \pi/2$ となる場合が存在するが、 $-\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ を新たに $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ とおいても一般性は失われないため、 ξ の取りうる範囲を $0 < \xi < \pi/2$ と限定して議論すれば十分である。接触力が $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ の方向に与える影響を調べるため、Fig. 7 のような座標系を考える。Fig. 7(a) は、 $\mathbf{v}$ の方向および $\mathbf{v}$ に垂直な方向にそれぞれ x_v , y_v 軸を持つ座標系 Σ_v 、また、Fig. 7(b) は、 $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ の方向および $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ に垂直な方向にそれぞれ $x_{\omega \times r}$, $y_{\omega \times r}$ 軸を持つ座標系 $\Sigma_{\omega \times r}$ を表している。ここで、接触力が $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ の y_v および $y_{\omega \times r}$ 方向に及ぼす影響について考える。なお、以下で使用する“(f)”などの表記は、ベクトル $\mathbf{f}$ の y 方向成分を表すものとする。

初めに、 $\mathbf{v}$ の変化について考える。このとき、 $(\mathbf{f}_{F1})_{y_v} < 0$ 、また、 $(\mathbf{f}_{F2})_{y_v} > 0$ となり、 $\mathbf{f}_{F1} + \mathbf{f}_{F2}$ の y_v 方向成分は、

$$(\mathbf{f}_{F1} + \mathbf{f}_{F2})_{y_v} = -\|\mathbf{f}_{F1}\| \sin \alpha_1 + \|\mathbf{f}_{F2}\| \sin \alpha_2$$

$$= \mu \|\mathbf{f}_n\| (-\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2) \quad (8)$$

と表すことができる。ただし、

$$\sin \alpha_1 = \frac{\|(\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{v}\|}{\|\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\| \|\mathbf{v}\|} \quad (9)$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{\|(\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{v}\|}{\|\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\| \|\mathbf{v}\|} \quad (10)$$

ここで、式 (9), (10) の右辺分子は、いずれも $\|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \times \mathbf{v}\|$ であり等しい。また、

$$\|\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\|^2 - \|\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\|^2$$

$$= 4\|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\| \|\mathbf{v}\| \cos \xi \quad (11)$$

$0 < \xi < \pi/2$ より $\cos \xi > 0$ のため、式 (11) から

$$\|\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\| > \|\mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\| \quad (12)$$

式 (9), (10), (12) より、 $\sin \alpha_1 < \sin \alpha_2$ となるため、式 (8) から

$$(\mathbf{f}_{F1} + \mathbf{f}_{F2})_{y_v} > 0 \quad (13)$$

が常に成立する。したがって、接触力により $\mathbf{v}$ は y_v 軸の正方向に摩擦力の影響を受け変化することがいえる。

次に, $\omega \times r$ の変化について考える. このとき, $(f_{F1})_{y_{\omega \times r}} > 0$, $(f_{F2})_{y_{\omega \times r}} > 0$ であるため,

$$\begin{aligned} (f_{F1} - f_{F2})_{y_{\omega \times r}} &= \|f_{F1}\| \sin \beta_1 - \|f_{F2}\| \sin \beta_2 \\ &= \mu \|f_n\| (\sin \beta_1 - \sin \beta_2) \end{aligned} \quad (14)$$

ただし,

$$\sin \beta_1 = \frac{\|(\omega \times r) \times (v + \omega \times r)\|}{\|\omega \times r\| \|v + \omega \times r\|} \quad (15)$$

$$\sin \beta_2 = \frac{\|(-\omega \times r) \times (v - \omega \times r)\|}{\|-\omega \times r\| \|v - \omega \times r\|} \quad (16)$$

ここで, 式 (15), (16) の右辺分子は, いずれも $\|\omega \times r \times v\|$ であり等しい. よって, 式 (12), (15), (16) から $\sin \beta_1 < \sin \beta_2$ となるため, 式 (14) から

$$(f_{F1} - f_{F2})_{y_{\omega \times r}} < 0 \quad (17)$$

となる. したがって, 接触力により $\omega \times r$ は, $y_{\omega \times r}$ 軸の負方向に摩擦力の影響を受け変化する. 以上の議論により, $\xi \rightarrow 0$. したがって, v , ω とのなす角は $\pi/2$ に収束する. また, v および $\omega \times r$ の変化する方向は, Fig. 5 (b) の $f_{F1} + f_{F2}$ および $f_{F1} - f_{F2}$ の矢印の方向で表すことができる. 式 (13), (17) より, $f_{F1} + f_{F2}$ および $f_{F1} - f_{F2}$ はいずれも重心を向くことはあり得ない. よって, $v \times \omega \neq 0$ かつ $v^T \omega \neq 0$ のとき, これらの力は v , ω をゼロに持っていくことはできない. ■
例えば, Fig. 5 の場合, v の方向は反時計回り, ω の方向は時計回りに変化することとなり, 次章で述べる $v^T \omega = 0$ の状態に向かう.

3.2.3 $v^T \omega = 0$

Fig. 6 (a) は, v と ω が垂直, すなわち $v^T \omega = 0$ が成立している状態を表している. このとき, 以下の定理が成立する.

《定理 3》 $v^T \omega = 0$ 成立後は, 対象物が静止するまで $v^T \omega = 0$ の状態が保持される.

(証明) Fig. 6 (b) に, 摩擦ベクトルと速度ベクトルの関係を示す. このとき, 各接触点での速度と摩擦力は, すべて同一直線上に存在し, 摩擦力は対象物の運動方向を変えることなく, 静止させようとする方向に働く. したがって, $v^T \omega = 0$ が保持される. ■

$v^T \omega = 0$ が成立している場合, v および ω から対象物の移動距離を解析的に得ることが可能である. Fig. 8 は, $v^T \omega = 0$ が成立している場合の対象物の速度分布と摩擦力の方向を示している.

(i) $\|v\| \geq \|\omega \times r\|$ の場合, 仮定 4 より, Fig. 8 (i) に示すように式 (1) で規定される両摩擦力の大きさは等しくいずれも v と逆方向に発生する. この場合, $\|v\|$ のみ減少し, $\|\omega\|$ は保存される. その後, Fig. 8 (iii) に示すように $v = \omega \times r_{roll}$ が成立した後, $\|v\|$, $\|\omega\|$ が同時に減り始める. ただし, r_{roll} は, r_1 , r_2 の内, $v = s\omega \times r_{roll}$ (s は任意の負の実数) が成り立つ側の接触点を表す. このとき, 対象物の移動距離は対象物が最初に持っていた運動エネルギーから次式の様に表すことができる [11].

(i) $\|v\| \geq \|\omega \times r\|$ (ii) $\|v\| < \|\omega \times r\|$ (iii) $\|v\| = \|\omega \times r\|$

Fig. 8 Contact force in a gripper

$$l_1 = \frac{\frac{1}{2}mv_0^T v_0 + \frac{1}{2}\omega_0^T H \omega_0}{2\mu \|f_n\|} \quad (18)$$

(ii) $\|v\| < \|\omega \times r\|$ の場合, Fig. 8 (ii) に示すように, (i) とは逆に, 初めに摩擦力は $\|\omega\|$ のみを減少させるよう働き, $\|v\|$ は保存される. その後, Fig. 8 (iii) に示すように $v = \omega \times r_{roll}$ になった後, $\|v\|$ も減り始める. このとき, 対象物の移動距離は次式の通りとなる.

$$l_2 = \frac{\frac{1}{2}mv_0^T v_0 + \frac{1}{2}\omega_0^T H \omega_0 P}{2\mu \|f_n\|} \quad (19)$$

$$P = 2 \frac{(\omega_0 \times r)^T v_0 - v_0^T v_0}{(\omega_0 \times r)^T (\omega_0 \times r)} \quad (0 < P \leq 1) \quad (20)$$

式 (18) ~ (20) から, 初期運動エネルギー

$$W = \frac{1}{2}mv_0^T v_0 + \frac{1}{2}\omega_0^T H \omega_0 \quad (21)$$

が等しい場合でもグリップ内での対象物の移動距離は異なることが分かる [11]. なお, いずれの場合も, $\|v\| = \|\omega \times r_{roll}\|$ が成立した以降は, r_{roll} 側の接触点では転がり接触が起これることを意味している.

Fig. 8 (iii) は, r_2 で表される接触点において転がり接触が, r_1 において滑り接触が起きている際の, 速度分布を表している. このとき, r_2 の接触点について, 次式が成立する.

$$v = -\omega \times r_2 \quad (22)$$

式 (22) の両辺を時間微分し, 式 (6) に代入することにより,

$$m\dot{\omega} \times r_2 = -f_1 - f_2 \quad (23)$$

式 (5), (7), (23) から次式を得る.

$$f_2 = (mA + H)^{-1}(mA - H)f_1 \quad (24)$$

一方, r_1 側で転がり接触, r_2 側で滑り接触が起これている場合においても, 同様の関係式が得られる. したがって, 滑り側接触力 f_{slip} と転がり側接触力 f_{roll} の関係式は次式で表される.

$$f_{roll} = (mA + H)^{-1}(mA - H)f_{slip} \quad (25)$$

f_{roll} は, 式 (2) の f_i で表される接触力が, 接触点の並進速度方向が反転する際の過渡状態においてバランスした地点での接触力を表している. なお, f_{roll} は, 摩擦円錐内に存在することになる (付録 B 参照).

3.3 安定平衡状態と不安定平衡状態

《定理 1》および《定理 3》により, 対象物が静止する場合, $v \times \omega = 0$ あるいは $v^T \omega = 0$ のいずれかの条件が成立してい

Fig. 9 Transition map

Fig. 10 Simulation model

ることを示した。ただし、 $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} = 0$ の状態において外乱の影響を受けると、 $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} \neq 0$ かつ $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} \neq 0$ の状態に移し、摩擦力により元の状態に戻ろうとする復元力が働く（《定理 2》）。したがって、 $\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} = 0$ の状態は、安定平衡状態と位置付けることができる。一方、 $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = 0$ の状態では、外乱の影響を受けると元の状態に戻ろうとする復元力は発生しない。したがって、この状態は不安定平衡状態と位置付けることができる。Fig. 9 は、上述の平衡状態および状態遷移の様子を図示したものである。

4. シミュレーション

シミュレーションでは、ソフトウェアとして ADAMS (Mechanical Dynamic, Inc.) を使用した。このソフトウェアは数式モデルを内部に搭載しており、物体同士の拘束や境界条件を与えることによって接触力が求まり、動特性を考慮したシミュレーションが可能となる。

Fig. 10 のように、 $\Sigma_G = \Sigma_R$ において、対象物である球の初期並進速度、初期角速度をそれぞれ $\mathbf{v}_0 = [v_{x0}, 0, 0]^T$ 、 $\boldsymbol{\omega}_0 = [\omega_{x0}, \omega_{y0}, 0]^T$ 、両者のなす角度を $\zeta_0 [\text{rad}]$ する。球とグリッパは、 Σ_G の原点 $(0, 0, 0)$ ならびに $(0, 0, -2r)$ で初期接触を起こし、グリッパ内に進入する。球の半径と質量をそれぞれ $r = 0.050 [\text{m}]$ 、 $m = 4.085 [\text{kg}]$ とし、摩擦係数 $\mu = \tan(\pi/6)$ 、グリッパからの垂直抗力 $\|\mathbf{f}_{ni}\| = 31.5 [\text{N}]$ とした。

4.1 速度変化の検証

Fig. 11 (a) は $\|\mathbf{v}_0\| = 1.0 [\text{m/sec}]$ 、 $\|\boldsymbol{\omega}_0\| = 0.5 [\text{rad/sec}]$ 、また、Fig. 11 (b) は $\|\mathbf{v}_0\| = 0.005 [\text{m/sec}]$ 、 $\|\boldsymbol{\omega}_0\| = 24.7 [\text{rad/sec}]$ のように、球の初期並進速度と角速度の大きさが極

(a) $\|\mathbf{v}\| \gg \|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\|$ (b) $\|\mathbf{v}\| \ll \|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\|$ Fig. 11 $\|\mathbf{v}\|$ and $\|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\|$ (a) Initial condition: $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = 0$ (b) Initial condition: $\{\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} \neq 0\} \cap \{\mathbf{v}^T \boldsymbol{\omega} \neq 0\}$ Fig. 12 The locus of the center of gravity and the angle between $\mathbf{v}$ and $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$

端に異なる場合における、グリッパに接触してからの球の速度変化を表している。Fig. 11 (a), (b) より、並進速度、角速度の内、初期速度が極端に大きい方は速度変化が激しく、小さい方はほとんど変化が見られないことが確認できる。これは、付録 A で示す解析結果と一致する。

4.2 安定平衡状態と不安定平衡状態の確認

Fig. 12 は、球の重心位置の軌跡と $\mathbf{v}$ と $\boldsymbol{\omega}$ のなす角度 $\zeta [\text{rad}]$ の変化を示している。Fig. 12 (a) は、初期条件として $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = 0$ を与えた場合であり、初期速度は $\|\mathbf{v}_0\| = 1.0 [\text{m/sec}]$ 、

Fig. 13 $\|v\|$ and $\|\omega \times r\|$ under $v^T \omega = 0$

Fig. 14 Moving distance of the object according to e

$\|\omega_0\| = 15.7$ [rad/sec], $\zeta_0 = \pi$ [rad] である。Fig. 12 (a) より、球は静止するまで同一方向に移動し続け、 ζ も変化していないことが分かる。一方、Fig. 12 (b) は、初期条件として $\{v \times \omega \neq 0\} \cap \{v^T \omega \neq 0\}$ を与えた場合であり、初期速度は $\|v_0\| = 1.0$ [m/sec], $\|\omega_0\| = 15.7$ [rad/sec], $\zeta_0 = 3/4\pi$ [rad] である。 ζ の変化を見ることで、軌跡上の原点から初めて $v^T \omega = 0$ ($\zeta = \pi/2$ [rad]) が成立する地点までは、 v と ω が互いに近づいていき、その後、静止するまで $v^T \omega = 0$ が保持されていることが分かる。

4.3 $v^T \omega = 0$ 成立下での振る舞い

Fig. 13 に、 $v_0^T \omega_0 = 0$ ($\|v_0\| > \|\omega_0 \times r\|$) が成立する条件下で行った場合の速度変化を示す。ただし、 $\|v_0\| = 1.0$ [m/sec], $\|\omega_0\| = 15.7$ [rad/sec] である。Fig. 13 から、 $\|v\| > \|\omega \times r\|$ の範囲では、 $\|v\|$ のみが減少し、 $\|\omega \times r\|$ が保護されていることが分かる。このとき、式 (18) から解析的に得られる移動距離 $l_1 = 69.9$ [mm] は、シミュレーションから得られた球の移動距離 70.3 [mm] とほぼ一致した。

4.4 移動距離の考察

Fig. 14 に、初期運動エネルギーを $W = 2.55$ [J], また、 $\zeta_0 = 3/4\pi$ [rad] に固定した上で、 $\|v_0\|$, $\|\omega_0\|$ を変化した場合の球の移動距離を示す。それぞれの点は、初期運動エネルギーに対する初期並進エネルギーの割合

$$e = \frac{\frac{1}{2} m v_0^T v_0}{\left(\frac{1}{2} m v_0^T v_0 + \frac{1}{2} \omega_0^T H \omega_0\right)} \quad (26)$$

に対応している。この結果は、3.2.3 項にあるように、エネルギーが一定であったとしても、 $\|v_0\|$, $\|\omega_0\|$ の分配により、球の移動距離が異なることを示している。Fig. 15 は、初期速度を、 $\|v_0\| = 1.0$ [m/sec], $\|\omega_0\| = 15.7$ [rad/sec] に固定し、 ζ_0 を

Fig. 15 Moving distance of the object according to the axis of rotation

$\frac{1}{2}\pi, \frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{6}\pi, \pi$ [rad] のように変化した場合の球の移動距離を示している。この場合においても、初期運動エネルギーは一定であるが、移動距離に変化を見ることができた。なお、グリッパとの初期接触点から停止するまでの球の直線移動距離は、 $v^T \omega = 0$ が成立している場合 ($\zeta = \frac{1}{2}\pi$ [rad]) に最長となった。

5. 結 論

本研究では、2枚の平板グリッパによる球状物体のダイナミックキャッチングについて議論した。グリッパ内での対象物の振る舞いについて考察し、以下のことを示した。

- (1) 対象物の並進方向と回転軸方向との関係において、安定平衡状態と不安定平衡状態の存在を明らかにした。
- (2) 対象物の並進方向と回転軸方向のなす角が垂直となっている場合、対象物の移動距離を解析的に算出できることを示すとともに、初期運動エネルギーが等しい場合でも、並進速度と角速度の配分によって移動距離が変化することを示した。
- (3) シミュレーションにより、(1) (2) に関連した対象物の基本的振る舞いを確認した。

今後は、本研究で明らかにした定理を積極的に利用した、動体の操り問題について議論する予定である。

参 考 文 献

- [1] F. Reuleaux: The Kinematics of Machinery. New York: MacMillan, 1876 (Reprint: New York: Dover, 1963).
- [2] K. Lakshminarayana: "Mechanics of form closure," ASME, Tech. Rep. 78-DET-32, 1978.
- [3] M.S. Ohwovoriole: "An Extension of Screw Theory and its Application to the Automation of Industrial Assemblies," Ph.D. Thesis, Dept. of Mech. Eng., Stanford Univ., 1980.
- [4] V. Ngyuen: "Constructing Force Closure Grasps," The Int. J. of Robotics Research, vol.7, no.3, pp.3-16, 1988.
- [5] I.M. Chen and J. W. Burdick: "A Qualitative Test for n-finger Force-Closure Grasps on Planar Objects with Application to Manipulation and Finger Gaits," Proc. of IEEE ICRA, pp.814-820, 1993.
- [6] J. Ponce, D. Stam and B. Faverjon: "On Computing Two-finger Force-Closure Grasps of Curved 2D Objects," The Int. J. of Robotics Research, vol.12, no.3, pp.263-273, 1993.
- [7] A. Bicchi: "On the Closure Properties of Robotic Grasping," Int. J. of Robotics Research, vol.14, no.4, pp.319-334, 1995.
- [8] M. Kaneko, M. Sawada, T. Tsuji, A. Namiki and M. Ishikawa: "Challenge for the 100G Capturing System," Proc. of JSME Robomech Annual Conf., vol.1, A1-A9, 2001.
- [9] M. Kaneko, T. Tsuji and M. Ishikawa: "The Robot that Can Capture a Moving Object in a Blink," In Proc. of 2002 IEEE

- Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3643–3648, 2002.
- [10] M. Kaneko, R. Takenaka and M. Ishikawa: “The Capturing Robot with Super High Acceleration,” 8th Int. Symp. on Experimental Robotics, Experimental Robotics VIII, 2002.
- [11] M. Kaneko, K. Harada and T. Tsuji: “Dynamic Friction Closure,” In Proc. of 2002 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1584–1589, 2002.
- [12] 三平, 水野, 石川, 古賀: “2枚板に挟まれて運動する剛球の位置制御”, 日本ロボット学会誌, vol.14, no.8, pp.1237–1242, 1996.
- [13] M.T. Mason and K.M. Lynch: “Dynamic Manipulation,” Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.152–159, 1993.
- [14] P.K. Allen, A. Timocenko, B. Yoshimi and P. Michelman: “Automated Tracking and Grasping of a Moving Object with a Robotic Hand-Eye System,” IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.9, no.2, pp.152–165, 1993.
- [15] W. Hong: “Robotic Catching and Manipulation Using Active Vision,” M.S. Thesis, Department of Mechanical Engineering, MIT, Sep. 1995.
- [16] A. Namiki, Y. Nakabo, I. Ishii and M. Ishikawa: “High Speed Grasping Using Visual and Force Feedback,” Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3195–3200, 1999.
- [17] 並木, 石井, 石川: “高速センサフィードバックに基づく把握行動”, 日本ロボット学会誌, vol.20, no.7, pp.707–716, 2002.

付録 A. $\|v\| \gg \|\omega \times r\|$, $\|v\| \ll \|\omega \times r\|$ の場合についての接触力の考察

式 (5) を式 (1) に代入すると,

$$f_{F1} = -\mu \|f_n\| \frac{v + \omega \times r}{\|v + \omega \times r\|} \quad (A.1)$$

$$f_{F2} = -\mu \|f_n\| \frac{v - \omega \times r}{\|v - \omega \times r\|} \quad (A.2)$$

(i) $\|v\| \gg \|\omega \times r\|$ のとき

$$f_{F1} + f_{F2} \simeq -\mu \|f_n\| \frac{2v}{\|v\|} \quad (A.3)$$

$$f_{F1} - f_{F2} \simeq 0 \quad (A.4)$$

摩擦力は, v のみを減速するよう影響し, $\omega \times r$ にはほとんど影響を与えないことが分かる.

(ii) $\|v\| \ll \|\omega \times r\|$ のとき

$$f_{F1} + f_{F2} \simeq 0 \quad (A.5)$$

$$f_{F1} - f_{F2} \simeq -\mu \|f_n\| \frac{2\omega \times r}{\|\omega \times r\|} \quad (A.6)$$

この場合は (i) とは逆に, 摩擦力は, $\omega \times r$ を減速するよう働くが, v にはほとんど影響を与えないことが分かる.

付録 B. 転がり接触点における接触力

簡単のため, $\Sigma_R = \Sigma_G$ として考える. このとき,

$$r = [0, 0, r_z]^T \quad (B.7)$$

$$A = \begin{bmatrix} r_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (B.8)$$

また, 慣性テンソル H を

$$H = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (B.9)$$

仮定 5 より, 慣性モーメントに関して一般的に次式の関係が成り立つ.

$$I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} = \frac{2}{5} m r_z^2 \quad (B.10)$$

式 (B.8) ~ (B.10) を式 (25) に代入すると, 転がり接触点における接触力が次式で与えられる.

$$f_{roll} = \begin{bmatrix} \frac{3}{7} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{7} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} f_{slip} \quad (B.11)$$

滑り接触点での摩擦力 f_{slip} は摩擦円錐に張り付いた状態で発生する. したがって, 式 (B.11) より, Fig. 8 (iii) に示すように, f_{roll} は z 軸成分に関しては f_{slip} に対して逆向きかつ摩擦円錐内に発生することが分かる.

東森 充 (Mitsuru Higashimori)

1974 年 3 月 9 日生. 1998 年広島大学大学院工学研究科博士課程前期修了. 同年株式会社東芝入社. 2002 年 8 月広島大学大学院工学研究科助手, 現在に至る. ロボットハンド, アクティブセンシングなどの研究に従事. 計測自動制御学会の会員.

(日本ロボット学会正会員)

城野 淳 (Atsushi Jono)

1978 年 5 月 17 日生. 2001 年 3 月広島大学工学部第 2 類 (電気系) 卒業, 同年同大学大学院工学研究科複雑システム工学専攻博士課程前期入学, 現在に至る. ロボットハンドによる把握や操りに関する研究に興味を持つ.

金子 真 (Makoto Kaneko)

1954 年 1 月 18 日生. 1981 年東京大学工学系研究科博士課程卒業. 工学博士. 通産省工業技術院機械技術研究所, 九州工業大学助教授を経て, 1994 年より広島大学教授, アクティブセンシングや把握戦略の研究に興味を持つ. 日本機械学会奨励賞 (1983), 日本ロボット学会論文賞 (1994), 計測自動制御学会

論文賞 (1996, 2002), Humboldt Research Award (1997), IEEE ICRA The Best Manipulation Paper Award (2000), 日本機械学会ロボメカ部門功績賞 (2000), IEEE ISATP The Outstanding Paper Award (2001) を受賞. (日本ロボット学会正会員)