ロボットハンドによる把持・操り動作を実現する 半球型ソフトフィンガの幾何学的・材料学的 非線形性を考慮した弾性力モデル

井 上 貴 浩* 平 井 慎 一*

Elastic Force Models of Hemispherical Soft Fingertip with Geometric and Material Nonlinearities for Fine Soft-fingered Manipulation

Takahiro Inoue* and Shinichi Hirai*

This study focuses on the derivation of elastic force models of a hemispherical soft fingertip and reveals the existence of a local minimum of elastic potential energy (LMEE) induced by the deformation of the fingertip. The proposed model can be written in a straightforward equation when the geometric nonlinearity of the fingertip is applied in the derivation process, which is suitable for analyzing the stability of robotic handling system with soft fingertips. We also show complete elastic force and potential energy equations by incorporating the material nonlinearity into the derived model. Furthermore, we compare our models with the Hertzian contact theory that is applicable to the practical usage for the strength design of a lot of machines. Finally, we demonstrate the validity of our models by comparing simulation results and experimental results.

Key Words: Robot Hand, Modeling, Elasticity, Numerical Analysis, Finite Element Method, Manipulation, Grasping, Quasi-static

1. は じ め に

柔軟指（ソフトフィンガと同義とする）を用いた剛体対象物の高精度なハンドリングに関する研究が、近年多数報告されている [1]~[4]。柔軟指の利点として、その内部に小型の力センサや圧力センサを複数埋め込むことができる。これにより、柔軟な指先を持つロボットハンドに搭載可能な触覚デバイスを構築でき、人との接触を想定したインタラクティブな環境での使用を含めた多方面での応用が期待される。

Shimoga ら [5] は、人との接触を意識したロボットハンドに装着する柔軟指の材料を決定し、その特徴を定量的に評価するための三つの指標、衝撃エネルギー損失 (impact energy dissipation)、指先変形適合度 (conformability)、歪エネルギー損失 (strain energy dissipation) を導入した。これらの評価指標を満たし人との接触に最も適した指先用材料は、ゲルであると述べている。さらに Shimoga ら [6] は、そのゲルを用いた指先のモデルとしてフォークトモデルを採用し、柔軟指下部に力センサを搭載した 1 本指型ロボットを壁に衝突されることで、指先の剛性と粘性パラメータを推定した。同時に、指先のインピー

ダンス制御を行うための制御理論を展開し、実験において指先の垂直方向の剛性を一定に保つことに成功している。Tatara [7] は、球形状ゴムのラテラルな方向への広がりを考慮に入れた変形モデルを提案し、大変形を伴う柔軟材料のヤング率が非線形であり歪の関数であることを解析的に導いている。Tatara ら [8] はさらに、球形状ゴムの圧縮試験を行い弾性力と圧縮変位、接触面半径、大径部横方向変位のそれぞれ 3 種類の関係をグラフに示し、導出した非線形モデルとの比較を行い妥当な結果を得ている。Xydas ら [9] と Kao ら [10] は、材料力学的観点から変形モデルを追求し、弾性力と接触面半径との関係がある累乗則を満たし、導出したモデルが Hertz の剛体接触理論を含むことができることを主張した。しかし、Hertz の接触理論は、剛体物体の線形弾性変形を仮定したものであり、ゴムのような柔軟材料の非線形性を議論することはできない。Xydas ら [11] は、平行六面体形状のゴム片を単軸圧縮することで柔軟材料の応力—歪関係を決定し、FE 解析ソフトに得られた物理パラメータを入力することで、半球形状ソフトフィンガの垂直方向接触時の詳細な二次元断面変形形状を再現した。そこでは、被解析材料の微小変形時の計算精度を悪化させる locking effect [12] や材料のヤング率が小さいために起こる最小要素のねじれ (distortion) による計算プロセスの終了を避けるために、ある程度メッシュを大きく切らざるを得ない。

文献 [6] [8] での指先接触実験では垂直方向の弾性力を計測し、

原稿受付 2005 年 10 月 26 日

*立命館大学理工学研究科

*Graduate School of Science and Engineering, Ritsumeikan University

実際のハンドリングプロセスにおいて想定されるあらゆる角度を持つ接触実験は行われていない。また、文献[9]～[11]では、指先形状の幾何学的非線形要素と指先材料の材料学的非線形要素を同含した一つのパラメータを導入し、弾性力と接触面半径間の累乗則を提案している。しかし、ハンドリング解析において両非線形性を区別しない場合、得られた結果に対する評価が難しくなる。逆に、両非線形性を区別することで、解析的手法による物理的に合理的で比較的簡潔な半球型柔軟指の弾性力モデル[13]を導出することができる。

文献[11]で示されたFE解析による半球型柔軟指のリアルな変形状モデルを発展させ、ハンドリング動作を記述システム全体が安定であることを示したとしても、他の無数に存在するメッシュモデルにおいても同様に、そのシステムが安定であるとは限らない。よって、指先変形状をFE解析によって近似的に再現することは可能であるが、ハンドリングにおける解析的議論は困難であり、FEMによるハンドリング問題を扱った研究は現在まで示されていない。一方、有本ら[14]は、FEモデルとはまったく異なる簡単な指先弾性モデルを解析的に導き利用することで、2指ハンドによる対象物の位置と姿勢を制御し、安定把持を実現している。そこでは、半球型指先内の中心方向に仮想ばねを配置しているため、どの方向からの接触においても弾性力が等しく、本稿で議論する弾性エネルギーが極小値を持つという半球型柔軟指特有の物理特性を示すことができない。そのため、ハンドリング動作解析における制御系設計が煩雑になる可能性がある。安定把持に寄与する柔軟指の物理特性を踏まえることで、より単純な制御則で柔軟指ハンドを制御することが可能になる。

本稿では、FE解析のための指先モデルではなく、ロボットハンドによる把持・操り動作を解析するための、柔軟材料の物理的特性を考慮した指先弾性力モデルの定式化を行う。具体的には、半球型柔軟指の形状に起因する幾何学的非線形性を考慮することによって、ハンドシステムにおける運動方程式の記述とシステムの安定性解析に適用可能で簡潔な弾性力モデルと弾性ポテンシャルエネルギーモデルを導出する。次に、導出したモデルに新たに柔軟材料の材料学的非線形性を加えることで、ハンドシステムの解析において数値解析手法を採用する場合に適した、より実際に近い指先変形時の静的関係を満たす弾性モデルを導く。最後に、指先の圧縮実験結果と比較することで、本稿で提案する幾何学的・材料学的非線形性を同含した柔軟指先の弾性力モデルの妥当性を示す。

2. 柔軟指モデルリング

本章では、本研究で今後行われるロボットハンドによる操り動作解析に用いられる半球型柔軟指の弾性力モデルを導出する。本稿では、モデル化に当たって指先内に線形仮想ばねを導入し、複雑化を避けるためにエラストマー材料の非圧縮性は考慮しない。次節では、指先内に線形仮想ばねを連続的に、かつ、垂直方向に配置することで、半球形状の幾何学的非線形性を明らかにし、続けて、ゴム材料の材料学的非線形性を取り入れたモデル化を行う。

2.1 幾何学的非線形性のみを考慮したモデル

2.1.1 弾性力

本稿では、ハンドリング動作時に指先と把持対象物との接触によって生じる弾性力において、指先に対して垂直方向成分が支配的であると仮定し、Fig. 1のように、線形仮想ばねを指先内部に垂直に配置することで、モデル化を行う。本論文では、平面形状を持つ剛体対象物が半球型柔軟指に接触する場合を考える。

まず、Fig. 1に示したように xyz 座標系をとり原点を O_{fi} とする。このときの指先半径を a 、対象物姿勢角を θ_p 、指先最大変位量を d とし、指先下部面上の任意の点を $R(x, y)$ とする。ここで、対象物接触方向($-z$ 方向)と接触面法線方向 θ_p は異なることに注意する。このとき、点 R から z 軸方向に自然長 QR の線形仮想ばねを導入し、接触面との交点を P とすると、半球形状の幾何学的関係と接触平面の式 $x \sin \theta_p + z \cos \theta_p = a - d$ から、点 P 、 Q は以下のように表せる。

$$\overrightarrow{O_{fi}P} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ (a - d - x \sin \theta_p) / \cos \theta_p \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\overrightarrow{O_{fi}Q} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

よって、単一仮想ばね QR が PQ 縮むことにより現れる微小弾性力 dF は、式(1)、(2)より以下のように示される。

$$dF = k \cdot PQ, \quad (3)$$

$$PQ = \left\{ \sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)} - \frac{a - d - x \sin \theta_p}{\cos \theta_p} \right\}. \quad (4)$$

上式において、 k は単一仮想ばねのばね定数を意味し、自然長 QR の長さによって異なるため、変数 x 、 y を持つ関数 $k(x, y)$ であり、次のように定式化する。指先と同材料のある任意の自然長 L_0 、断面積 S_0 、ばね定数 k_0 を持つ円筒形材料を考える。一般的に、ばね定数は断面積に比例し自然長に反比例するから、式(3)における k は、以下のように表現できる。

$$k = \frac{dS}{S_0} \cdot \frac{L_0}{\sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}} \cdot k_0 = \frac{EdS}{\sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}}. \quad (5)$$

Fig. 1 Contact mechanism

ここで、 E は同材料のヤング率を示す。よって、式 (3)～(5) より指先全体での圧縮変形により生じる弾性力は、以下のよう
に導かれる。

$$F = \iint_{ell} k \cdot PQ = \iint_{ell} (E \cdot \epsilon) dS. \quad (6)$$

ここで、

$$\epsilon = 1 - \frac{a - d - x \sin \theta_p}{\cos \theta_p \sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}} \quad (7)$$

であり、式 (6) における記号 ell は、Fig. 1 に示したように、指先と対象物間の接触により現れる接触面の指先下部面への正射影であり、楕円領域に相当する。さらに、式 (6) の二重積分を実行することで、指先変形による弾性力は求まるが、式 (6) の積分範囲は楕円領域であるため、解析的に解くことができない。この問題を解決するため、指先全体でのばね剛性が姿勢角 θ_p に依存しない物理量であることを数値解析により示し仮定することで、解析的な計算が可能な形式へと変換する。

まず、Fig. 2 に示した指先変形部全体でのばね剛性 K を検証するために、式 (6) におけるばね定数 k のみを取り出した式を、式 (5) を使って以下のように記述する。

$$K = \iint_{ell} k = \int_{-a_c}^{a_c} \int_{g-b(y)}^{g+b(y)} \frac{EdS}{\sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}}. \quad (8)$$

上式における積分領域は Fig. 2 (b) より以下の式で表される。

$$a_c = \sqrt{a^2 - (a - d)^2}, \quad (9)$$

$$b(y) = \cos \theta_p \sqrt{a_c^2 - y^2}, \quad (10)$$

$$g = (a - d) \sin \theta_p. \quad (11)$$

前述したように、式 (8) は解析的な計算が不可能であるため、数値解析により指先剛性 K を検証する。ここでは、式 (8) の積分範囲における変数 (d, θ_p) のうち、指先最大変位量 d を固定し対象物姿勢角 θ_p を変化させ、Fig. 3 に示す結果 (実線) を得る。図では、縦軸に指先剛性 K を示し、最大変位量が 2.0 [mm], 4.0 [mm], 6.0 [mm], 8.0 [mm] のときの結果をそれぞれプロットしている。また、図示している姿勢角の範囲が異なるのは、最大変位量が多い場合、姿勢角の増加によって対象物との接触部分の端点が容易に半球部の裏側に到達するためである。

Fig. 2 Fingertip stiffness on elliptic region: (a) stiffness in $\theta_p \neq 0$, (b) elliptic region

Fig. 3 (実線) に示したように、指先全体での剛性は対象物の姿勢に依存しないことが分かる。つまり、指先剛性は最大変位量 d のみに依存するため、 d が等しい限り Fig. 2 (a) と Fig. 4 (a) に示した指先変形部 AVWE の指先剛性 K は等しい。本稿では、この数値解析結果より得られた指先剛性の対象物姿勢角に対する不変性を仮定と置く。

一方で、式 (8) を置換積分により展開すると、以下の式を得る。

$$K = E \int_0^{a_c} r \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta_p d\phi}{\sqrt{a^2 - \{x^2 + y^2\}}} \right\} dr, \quad (12)$$

$$x = \cos \theta_p r \cos \phi + g, \quad (13)$$

$$y = r \sin \phi. \quad (14)$$

上記仮定より K は θ_p に依存しないから、式 (12)～(14) に $\theta_p = 0$ を代入すると式 (12) は解析的な計算が可能になり、以下のように表せる。

$$K = E \int_0^{a_c} r \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{a^2 - r^2}} \right\} dr = 2\pi Ed. \quad (15)$$

上式における積分範囲は、Fig. 4 (b) に示す円領域に相当する。ここで、式 (15) のシミュレーション結果を Fig. 3 に重ねてプロットすると (点線)、数値解析結果と等しい結果を得る。結果的に $K = 2\pi Ed$ という仮定は、式 (12) から式 (15) への変換過程における以下の恒等式と等価である。

Fig. 3 Numerical results of fingertip stiffness

Fig. 4 Fingertip stiffness on circular region: (a) stiffness in $\theta_p = 0$, (b) circular region

Fig. 5 Spring stiffness on corresponding perimeters: (a) elliptical perimeter, (b) circular perimeter

Fig. 6 Geometric relation of elastic force

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta_p d\phi}{\sqrt{a^2 - \{x^2 + y^2\}}} \equiv \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{a^2 - r^2}}. \quad (16)$$

ここで、式 (16) の物理的意味を考える。式 (16) 両辺にヤング率 E を掛けると、**Fig. 5** に示したように、左辺は r を長軸半径に持つ楕円周上のばね剛性であり、右辺は同じ r を半径に持つ円周上のばね剛性に相当する。以上のことから、半球型柔軟指に対象物が垂直方向に接触する場合、その変形部の指先剛性が最大変位量に比例する物理量であるということが、式 (15) より理解できる。

次に、同様な方法で式 (6) で示される指先全体での弾性力を求める。**Fig. 6** に示した幾何学的関係 $QT = PQ \cos \theta_p$ を用いて、弾性力 F は式 (6) 中辺より、以下のように表せる。

$$F = \frac{E}{\cos \theta_p} \int_{-a}^a \int_{g-b(y)}^{g+b(y)} \frac{QT \cdot dx dy}{\sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}}. \quad (17)$$

式 (12) と同様に式 (13), (14) の置換積分を行うと、上式は以下のように変換される。

$$F = \frac{E}{\cos \theta_p} \int_0^a QT(r) r \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta_p d\phi}{\sqrt{a^2 - \{x^2 + y^2\}}} \right\} dr. \quad (18)$$

式 (16) の恒等式より、上式は以下のように変換される。

$$F = \frac{E}{\cos \theta_p} \int_0^a \left\{ \sqrt{a^2 - r^2} - (a - d) \right\} \cdot r \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{a^2 - r^2}} \right\} dr. \quad (19)$$

ここで、 $\theta_p = 0$ の操作は **Fig. 7** に示した垂直方向接触への

Fig. 7 Normal contact

Fig. 8 Comparison between numerical analysis and theoretical equation: (a) elastic force, (b) elastic energy

変換と等価であるので、式 (18) において $QT(r) = \sqrt{a^2 - r^2} - (a - d)$ としている。式 (19) を計算することにより、最終的に指先に加わるばね方向に沿った全弾性力 F は、以下のような簡潔な式で表現できる。

$$F = \frac{\pi E d^2}{\cos \theta_p}. \quad (20)$$

ここで、式 (17) の数値解析結果と式 (20) で示した理論式とを比較した結果を、**Fig. 8** (a) に示す。式 (20) は、指先の柔軟変形によって生じる弾性力が、指先最大変位量の 2 乗に比例し、接触対象物の姿勢角の余弦に反比例することを意味する。また、式 (20) には指先半径 a が含まれていない。これは、種々の半径を持つ指先圧縮実験からも示されている (付録 A)。この d に関する 2 乗則は、線形仮想ばねを指先中心方向に配置した弾性モデル [14] においても示されている。

2.1.2 弾性ポテンシャルエネルギー

次に、同様な手法により指先変形により蓄えられる弾性ポテンシャルエネルギーの定式化を行う。**Fig. 1** に示した単一仮想ばね QR の圧縮変位 PQ によって現れる弾性ポテンシャルエネルギー dP は、式 (3) と同様に以下のように表せる。

$$dP = \frac{1}{2} k \cdot PQ^2. \quad (21)$$

よって、指先変形部全体での弾性ポテンシャルエネルギー P は、**Fig. 6** における幾何学的関係より次式のように表せる。

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{2 \cos^2 \theta_p} \iint_{ell} k \cdot QT^2 \\
 &= \frac{E}{2 \cos^2 \theta_p} \int_{-a_c}^{a_c} \int_{g-b(y)}^{g+b(y)} \frac{QT^2 \cdot dx dy}{\sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}}.
 \end{aligned} \quad (22)$$

式 (17) と同様に式 (13), (14) の置換積分を行うと, 上式は以下のように変換される.

$$P = \frac{E}{2 \cos^2 \theta_p} \int_0^{a_c} QT^2(r) \cdot r \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta_p d\phi}{\sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}} \right\} dr. \quad (23)$$

弾性力導出過程と同様に, 式 (16) の恒等式より上式は以下のように変換される.

$$P = \frac{E}{2 \cos^2 \theta_p} \int_0^{a_c} QT^2(r) \cdot r \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{a^2 - r^2}} \right\} dr. \quad (24)$$

上式より, 指先変形によって蓄えられる弾性ポテンシャルエネルギー P は, 最終的に以下のような簡潔な式で表現できる.

$$P = \frac{\pi E d^3}{3 \cos^2 \theta_p}. \quad (25)$$

ここで, 式 (22) の数値解析結果と式 (25) で示した理論式とを比較した結果を, Fig. 8 (b) に示す. 式 (25) から分かるように, 半球型柔軟指の変形により生じる弾性ポテンシャルエネルギーに極小値 (Local minimum of elastic potential energy: LMEE) [13] が存在することが明らかになる. この概念を用いて 2 指ハンドに拡張し, ハンドリングプロセスを準静的にとらえることで, 把持対象物体の操り動作を検討することができる [15] [16].

2.2 材料学的非線形性を同含したモデル

上述したように, 式 (20) と式 (25) を用いて柔軟指によるハンドリング動作における, 制御系の安定論やその設計を解析的に行うことができる. 一方で, そのような解析的手法ではなく数値解析手法によるアプローチが要求される応用分野も考えられる. 数値解析手法が適した研究として, 複数の柔軟物間の接触変形や仮想空間における柔軟物体の弾性力の定式化が挙げられる [17] [18]. 数値解析手法を採用すれば, 式 (6) で示された楕円領域での二重積分を解析的に解く必要がない. つまり, 被積分関数をより複雑な形式として取り扱うことができるため, ゴムなどの柔軟材料の材料物性をモデルに組み込むことができる. エラストマー材料に見られる材料学的非線形性を考慮することで, 前節までに導いた弾性力モデルをより実際の柔軟材料に近いモデルに発展させる. 本稿では, 柔軟指に使われているポリウレタンゴムの応力—歪関係を実験より明らかにし, 得られた結果から非線形ヤング率 [7] を近似的に求める. 得られた非線形ヤング率と数値解析手法を用いてより実際に近い弾性力モデルを導出する.

Fig. 9 Stress strain diagram: (a) experiments, (b) average and fitting

2.2.1 非線形ヤング率

まず, 半球型柔軟指と同材料の円筒型試験片を圧縮することで, 非線形ヤング率を求める. ここでは, 高さが 20 [mm] と 25 [mm] で, 直径が 20 [mm], 30 [mm], 40 [mm] の 6 通りの試験片を用意し単軸圧縮実験を行うことで, 応力—歪線図を得る. 結果を Fig. 9 に示す (付録 B).

Fig. 9 (a) は, 実験で得た 6 通りすべての応力—歪線図を示し, Fig. 9 (b) は, その平均値に対して非線形最小 2 乗法で得た結果をプロットしている. 近似度合いが高いため, 平均値曲線と近似曲線は重なり合っている. また, 圧縮歪が 50% における線形近似曲線を同時に図示している. この線形近似曲線の傾きに相当する線形ヤング率を, 式 (20) の材料学的非線形性を考慮しない弾性力モデルと, 次項で述べる Hertz の接触理論における弾性力モデルに適用する. 本稿では, 実際のハンドリング動作における柔軟指の変位量が, その半径のおよそ 50% 以下であるとしているため, 線形ヤング率を求めるのにこの近似手法を用いた. 一方, Fig. 9 (b) に示したように, 非線形ヤング率を求めるための最小 2 乗フィッティングにおいて, 応力を歪に対して 5 次式で近似すると, 以下の結果を得る (付録 C).

$$\begin{aligned}
 \sigma(\epsilon) &\cong 1.829\epsilon - 1.455 \times 10^{-1}\epsilon^2 + 8.778 \times 10^{-3}\epsilon^3 \\
 &\quad - 1.908 \times 10^{-4}\epsilon^4 + 1.548 \times 10^{-6}\epsilon^5.
 \end{aligned} \quad (26)$$

ここで, 非線形ヤング率 $E(\epsilon)$ を応力—歪非線形曲線における傾きであると定義すると同時に, 非線形ヤング率を用いた弾性力式を以下のように定義する.

$$F = \iint_{ell} \left\{ \int E(\epsilon) d\epsilon \right\} dS = \iint_{ell} \sigma(\epsilon) dS. \quad (27)$$

最終的に式 (27) が, 材料学的非線形性を同含した指先弾性力に相当する. 前述したように, ハンドリングシステムにおける指や対象物の運動方程式を解析的に解く必要がない場合, 指先弾性力モデルとして式 (20) の代わりに式 (27) を利用しても差し支えない.

2.2.2 理論値との比較

本項では, 式 (27) で表された両非線形性を含んだ弾性力モデルと従来の弾性力モデルとの比較を行い, 同時に, 柔軟指と対象物との $\theta_p = 0$ に相当する垂直姿勢での接触実験を行い比較検討する. 指先圧縮実験において本稿では, 一貫して半径 20 [mm] の指先を利用している. ここで垂直姿勢接触を選択した理由は, Hertz の接触理論には式 (20) で導いた接触対象物の姿勢角と

Fig. 10 Comparison between elastic forces in $\theta_p = 0$

いう概念はなく、垂直姿勢での接触以外を比較することが不可能なためである。したがって、式 (20)、(27) では $\theta_p = 0$ とし、比較結果を Fig. 10 に示す。横軸は押し込み量 d 、縦軸は弾性力 F を示し、圧縮実験では柔軟指下部のロードセルによって弾性力を計測した。また、式 (20) と Hertz 理論における線形ヤング率は、Fig. 9 (b) の線形近似結果より、 $E = 0.232$ [MPa] とした。

図より、非線形ヤング率をモデルに組み込んだ式 (27) で示された弾性力が、実験データにより近いことが理解できる。ここで比較のために、図における 9 [mm] までの変形領域を三つの領域に分割し、3 [mm] までを小変形領域、3 [mm] から 6 [mm] までを中変形領域、6 [mm] 以降を大変形領域と定義する。小、中変形領域での誤差は、式 (27) 内の歪 ϵ に起因すると考えられるが、このモデル誤差は今後の検討課題である。式 (20) で示した幾何学的非線形性のみを考慮した弾性モデルでは、変位量が小、中変形領域ではほぼ一致しているが、大変形領域では誤差が生じている。また、次式で表される Hertz の接触理論 [19] では、さらに大きな誤差が現れている。

$$F = \frac{4\sqrt{R}}{3} \left(\frac{E}{1-\sigma^2} \right) d^{3/2}. \quad (28)$$

以上のように、本稿では 1 章で述べた Kao らのアプローチ [10] とは異なり、半球型柔軟指の幾何学的非線形性と材料学的非線形性を区別することで、材料学的非線形性を含まないモデル式 (20) が、小変形から中変形領域まで実験値と一致し、大変形領域で誤差が発生し増大していることが分かる。また、Hertz の接触理論では、中変形領域から誤差が生じ増大しているため、柔軟指に容易に起こり得る中、大変形を伴うハンドリング問題では、Hertz の理論を適用できない。一方、式 (20) の結果においては、約 7 [mm] 以降に誤差が生じているが、把持対象物の姿勢を定義でき、また、弾性力の大きさに極小値が存在するため、ハンドリング動作の安定性解析に適用しやすいというメリットがある [15]。

3. 柔軟指圧縮実験

本章では、式 (27) で表された幾何学的非線形性と材料学的非線形性を考慮した指先変形による弾性力モデルの妥当性を示すために、対象物姿勢角ごとに弾性力を比較する。本実験で使用する柔軟指の半径は 20 [mm] で、Fig. 11 に示す圧縮試験を

Fig. 11 Compression test

行う。接触部の傾き角が 0 [deg] から 30 [deg] までの 2.5 [deg] 刻みのロッドを 13 通り用意し、約 8 [mm] もしくは 9 [mm] までの圧縮を行った。Fig. 12 に実験結果を示す。図において横軸は、指先を垂直方向に圧縮したときの Fig. 1 における指先最大変位量 d である。縦軸は、圧縮時の弾性力を指先下部のロードセルにより計測した値である。

すべての実験結果においてほぼ等しい曲線が得られ、式 (20) に新たに材料学的非線形性を導入することで、Fig. 10 で見られた大変形領域における実験値との誤差を明確に減少させている。一方で、実験値と理論値間で曲線の傾き角がわずかに異なるため、小変形時は実験値の方が大きく、大変形時では理論値の方が大きくなっている。この現象はエラストマー材料の特徴であり、指先剛性の増加率が小変形領域と大変形領域とで異なる物理特性に起因する [10]。さらに、30 [deg] での接触結果に近づくほど、シミュレーション値が実験値に対して相対的に左にシフトしている。この現象を明確に示すために、実験結果とシミュレーション結果をそれぞれまとめた図を Fig. 13 に示す。

図では、姿勢角 θ_p を 30 [deg] まで増加させたときの結果を、5 [deg] 刻みで矢印の順にプロットしている。シミュレーション結果から分かるように、弾性力が大きい領域で d 軸方向に広がりを持っている。柔軟指の実際の変形は圧縮方向だけではなく、ラテラルな方向へも非圧縮性を保ちながら変形し、それによって、指先変形による反発力が横方向へ分散している。本稿で提案した弾性力モデルにはこの影響を加味していないため、実験値に比べて弾性力の上昇傾向が大きい。また、実験結果において小変形領域では、弾性力是对象物姿勢に依存しないことが分かる。

次に、横軸に姿勢角をとり縦軸に弾性力をとると、Fig. 14 を得る。図内における数値は、指先最大変位量である。Fig. 14 (a), (b) 両図において、明らかに極小値が存在し、指先変位量が大きいくほど、弾性力曲線の傾きは徐々に大きくなる。また、両図における同変位量の結果を比較すると、シミュレーションにおける弾性力曲線の傾きが、実験結果のそれよりも大きいことが分かる。この結果は、Fig. 12 (k), (l) に示したように、対象物姿勢角が増加するに従って理論値と実験値間の誤差が増大していることから確認することができる。

4. 議論 (ハンドリング制御系への適用)

まず、式 (25) で示した柔軟指弾性エネルギーから得られる弾性モーメントの物理的意味を考える。Fig. 1 の y 軸周りに現

Fig. 12 Comparison between elastic forces in all orientation angles: (a) 2.5 deg, (b) 5.0 deg, (c) 7.5 deg, (d) 10.0 deg, (e) 12.5 deg, (f) 15.0 deg, (g) 17.5 deg, (h) 20.0 deg, (i) 22.5 deg, (j) 25.0 deg, (k) 27.5 deg, (l) 30.0 deg

Fig. 13 Each comparison of simulations and experiments: (a) simulations, (b) experiments

Fig. 14 Local minimum of elastic forces: (a) simulations, (b) experiments

Fig. 15 Image diagram of elastic restoring moment applying to the contacting object

れる指先弾性によるモーメントは、式 (25) を θ_p で偏微分することで、以下のように記述できる。

$$M_y = \frac{\partial P}{\partial \theta_p} = \frac{2\pi E d^3 \sin \theta_p}{3 \cos^3 \theta_p}. \quad (29)$$

上式より、 $\theta_p > 0$ のときは $M_y > 0$ 、 $\theta_p < 0$ のときは $M_y < 0$ であることが分かる。式 (29) で示した弾性モーメントは、Fig. 1 の xy 平面上での指先弾性力によって生じている。したがって、指先変位 d が固定されていると仮定すれば、Fig. 15 に示したように指先弾性力による反発力としての復元モーメントが対象物に加わり、対象物は $\theta_p = 0$ の姿勢を保とうとする。

この知見を 2 指ハンドに拡張し両指の弾性エネルギーを合計した場合においても、同様なエネルギーの極小値やそれに伴う

弾性モーメントが現れる。両指の弾性エネルギーの合計が常に極小値を保つことで、把持対象物が任意の位置と姿勢から静的釣り合い状態に遷移する。つまり、柔軟指によるハンドリングにおいて、指先と対象物との物理的接触が保たれている限り、ハンドシステムが常に安定であると考えられる。ただし、多指ハンドでは接触による対象物法線方向への拘束や転がり拘束が存在するため、上記のような単純な LMEE ではなく拘束平面上でのエネルギー極小値に対象物が収束する。

一方、田原らは放射状ばねによる柔軟指モデルを利用することで、システム内に指先弾性によって生じる、把持対象物を不安定方向に回転させる偶力が存在するとしている [20]。彼らはその主張に基づいて、対象物の動的安定把持・姿勢制御を実現する制御則を提案している。そこでは、不安定方向への偶力を抑止するフィードバック項を設けているが、本稿での指先モデルを利用すれば、LMEE やそれに起因する安定方向への復元モーメントに基づいた安定的な把持を実現できるため、より単純な制御則を構成できると考えられる。

5. お わ り に

本稿では、半球型ソフトフィンガの形状に起因する幾何学的非線形性と柔軟材料に起因する材料学的非線形性を区別し前者のみを考慮することで、ロボットハンドを用いた対象物ハンドリングにおける運動方程式の導出やシステムの安定性解析に適用可能な指先弾性力モデル、ならびに、弾性ポテンシャルエネルギーモデルを提案した。また、上記の両非線形性を含んだ弾性力モデルも同時に導き、従来のモデルと明示的に比較することで、本モデルの有効性を示した。

本弾性モデルの導出過程において、半球型柔軟指内に垂直方向に物理特性に基づいた線形ばねを配置することで、指先ばね剛性が対象物との接触姿勢角に依存しないことを数値解析により新たに示した。また、この知見を基に指先弾性力を示す楕円積分形式を、解析的計算が可能な形式へ変換し、弾性力モデルと弾性ポテンシャルエネルギーモデルを導出した。

従来の指先弾性力モデルと本稿で提案した二つの弾性力モデルを比較することで、幾何学的非線形性のみを考慮したモデル(式 (20)) が小、中変形領域において実験値と一致することを示した。さらに、材料学的非線形性をモデルに組み込むことで、大変形領域における不一致を改善することができた。

今後は、ハンドリング動作解析に適した弾性モデル(式 (20)、(25))を用いて、2 指ロボットハンドによるハンドリングの動作記述やシステムの安定性解析を行う予定である。

参 考 文 献

- [1] 横小路, 坂本, 吉川: “ソフトフィンガー型の多指ハンドによる物体の操りのための接触点における摩擦モーメント補償”, 日本ロボット学会誌, vol.17, no.6, pp.876-886, 1999.
- [2] Z. Doulgeri, J. Fasoulas and S. Arimoto: “Feedback Control for Object Manipulation by a pair of Soft Tip Fingers,” *Robotica*, vol.20, pp.1-11, 2002.
- [3] Z. Doulgeri and J. Fasoulas: “Grasping Control of Rolling Manipulation with Deformable Fingertips,” *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, vol.8, no.2, pp.283-286, 2003.
- [4] 長瀬, 中島, 早川, 傍嶋: “ソフトフィンガーを用いた対象物の把握・

- 操りの制御”, 計測自動制御学会論文集, vol.40, no.5, pp.518-527, 2004.
- [5] K. Shimoga and A. Goldenberg: “Soft Robotic Fingertips Part I: A Comparison of Construction Materials,” *Journal of Robotics Research*, vol.15, no.4, pp.320-334, 1996.
- [6] K. Shimoga and A. Goldenberg: “Soft Robotic Fingertips Part II: Modeling and Impedance Regulation,” *Journal of Robotics Research*, vol.15, no.4, pp.335-350, 1996.
- [7] Y. Tatara: “On Compression of Rubber Elastic Sphere Over a Large Range of Displacements-Part I: Theoretical Study,” *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, vol.113, pp.285-291, 1991.
- [8] Y. Tatara, S. Shima and J.C. Lucero: “On Compression of Rubber Elastic Sphere Over a Large Range of Displacements-Part 2: Comparison of Theory and Experiment,” *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, vol.113, pp.292-295, 1991.
- [9] N. Xydias and I. Kao: “Modeling of Contact Mechanics and Friction Limit Surfaces for Soft Fingers in Robotics, with Experimental Results,” *Int. Journal of Robotics Research*, vol.18, no.8, pp.941-950, 1999.
- [10] I. Kao and F. Yang: “Stiffness and Contact Mechanics for Soft Fingers in Grasping and Manipulation,” *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol.20, no.1, pp.132-135, 2004.
- [11] N. Xydias, M. Bhagavat and I. Kao: “Study of Soft-Finger Contact Mechanics Using Finite Elements Analysis and Experiments,” *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.2179-2184, 2000.
- [12] J.N. Reddy: *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*, Oxford University Press, 2004.
- [13] T. Inoue and S. Hirai: “Local Minimum of Elastic Potential Energy on Hemispherical Soft Fingertip,” *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.2319-2324, 2005.
- [14] S. Arimoto, A. Nguyen, H.-Y. Han and Z. Doulgeri: “Dynamics and Control of a set of Dual Fingers with Soft Tips,” *Robotica*, vol.18, pp.71-80, 2000.
- [15] T. Inoue and S. Hirai: “Study on Hemispherical Soft-Fingered Handling for Fine Manipulation by Minimum D.O.F. Robotic Hand,” *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.2454-2459, 2006.
- [16] 井上, 平井: “半球型ソフトフィンガを有する最小自由度 2 指回転関節ハンドによる準静的把持・操り動作”, 日本ロボット学会誌, vol.24, no.8, pp.945-953, 2006.
- [17] T. McInerney and D. Terzopoulos: “Deformable Models in Medical Image Analysis: A survey,” *Medical Image Analysis*, vol.1, no.2, pp.91-108, 1996.
- [18] J. Cho and P. Benkeser: “Elastically Deformable Model-based Motion-Tracking of Left Ventricle,” *Proc. IEEE Int. Conf. on Engineering in Medicine and Biology Society*, pp.1925-1928, 2004.
- [19] J.L. Johnson: *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, Chapter 4, 1985.
- [20] 田原, 山口, 有本: “最小自由度をもつ柔軟 2 本指ロボットによる安定把持および姿勢制御のためのセンソリーフィードバック”, 日本ロボット学会誌, vol.21, no.7, pp.763-769, 2003.
- [21] サイバネットシステムズ: User's guide, http://www.cybernet.co.jp/matlab/support/manual/r14/toolbox/optim/optim_ug.shtml.

付録 A. 指先球の半径依存性

Fig. 16 (a) に本稿で一貫して使用した指先とは異なる直径とヤング率を持つ追加製作した 4 通りの指先を示す。Fig. 16 (b) には、それらの圧縮実験結果を図示する。指先 A においては、その半径が 7.5 [mm] であり、50%歪は変位量が 3.75 [mm] に

Fig. 16 The relativity relating to the fingertip radius: (a) five fingertips, (b) elastic forces

Fig. 17 Approximated curves: (a) stress strain diagram, (b) Young's modulus

相当する。指先 A の歪 50% までの曲線が、B、C、D の曲線とはほぼ一致している。同様に、指先 B に関しては、その半径が 10 [mm] であり、50% 歪は変位量が 5 [mm] に相当する。指先 B の歪 50% までの曲線が、残りの C、D の曲線とはほぼ一致している。指先 C も同様に、50% 歪である 6.25 [mm] までほぼ一致している。以上のように、指先最大歪 50% までは、半径依存性を無視できると考えられる。Fig. 9 (a) において、歪 50% 付近から応力歪線図の非線形性が強くなっている点からも理解できる。

付録 B. モデル誤差

本稿では、近似で求めた非線形ヤング率の試験片の違いによる誤差を評価するために、応力歪近似曲線の試験片の違いによる最大のばらつき ΔS に対する近似ヤング率曲線の試験片の違いによる最大のばらつき ΔY の変化割合を感度 $\Delta Y/\Delta S$ と定義し検証する。

Fig. 17 (a) は Fig. 9 (a) から数値計算で得た各試験片の近似応力歪線図を示し、Fig. 17 (b) は Fig. 17 (a) の結果から得たそれぞれの近似ヤング率を示す。また、本稿でのヤング率同定試験に用いられている円筒試験片は、その高さや断面直径の二つのパラメータを持つため、それぞれのパラメータに対して個別に感度を図示する。さらに、本稿で定義している感度は実験データのばらつきに準じているため、感度が小さい方が良好な結果であると言える。Fig. 17 の結果より、横軸に歪をとり縦軸に感度 $\Delta Y/\Delta S$ をとると Fig. 18 の結果を得る。

Fig. 18 (a) が高さが等しい三つの試験片ごとにまとめた結果であり、Fig. 18 (b) が断面直径が等しい二つの試験片ごとにまとめた結果に相当する。両図において歪が大きくなると感度が比較的減少していることが分かる。換言すると、歪が小さいとき（円筒試験片の圧縮初期）、実験誤差が大きいことが分かる。これにはいくつかの原因があるが、円筒試験片の形状による誤

Fig. 18 Sensitivities of the Young's modulus with respect to the specimen height and diameter: (a) w.r.t. height, (b) w.r.t. diameter

Fig. 19 Elastic forces of each approximated Young's modulus of all specimens

差が最も大きな原因であると考えられる。モールドイング作業における円筒形状端面の製作精度がわずかに悪く、初期接触時にロードセルによる計測誤差が生じていると考えられる。

次に、試験片の違いが半球型柔軟指の弾性力—変位曲線に与える影響について述べる。各試験片の近似ヤング率を用いて弾性力曲線を描くと、Fig. 19 を得る。また、平均応力による弾性力曲線と実験値を同時に図示している。図に示したように、円筒試験片の違いに応じて弾性力もそれぞれ異なる曲線を描いている。本稿では、試験片直径の内最大のものを指先直径と等しくとり、10 [mm] ずつ減じた 3 種類に、高さのバリエーションを含めた合計 6 通りの試験片を使用しヤング率を求めている。その理由として、直径が 20 [mm] 未満の圧縮試験においては、試験片高さに応じて屈曲するおそれがあり、また、屈曲しない場合においてもロードセルで実測する荷重レンジが下方になるため計測精度に問題を生じる。また、Fig. 9 (a) から分かるように、応力歪曲線の傾きは試験片直径の増大に対して同様に増加する傾向にある。そのため、本稿では指先直径が 40 [mm] であることを考慮し、ヤング率同定には直径が 40 [mm] 以下の試験片のみを採用している。

付録 C. 応力—歪非線形曲線の近似手法

Fig. 9 (b) に示したように、得られた応力—歪非線形曲線は原点を通るため、定数項のない以下の応力式を導入する。

$$\sigma(\epsilon) = \sum_{i=1}^n a_i \epsilon^i. \quad (\text{C.1})$$

ここでは、非線形最小 2 乗法を用いて上式における係数 a_i と最

Table 1 Asymptotical standard error

	3	4	5	6	7
ASE(a_1)	2.94	4.132	4.223e-7	6.753e-7	1.012e-6
ASE(a_2)	2.307	1.977	5.48e-7	1.232e-6	2.463e-6
ASE(a_3)	1.501	1.449	3.236e-7	1.078e-6	2.963e-6
ASE(a_4)		0.9937	2.187e-7	1.202e-6	4.806e-6
ASE(a_5)			1.396e-7	1.674e-6	1.088e-5
ASE(a_6)				71.43	67.42
ASE(a_7)					72.11
RMSE	27.1249	7.32683	2.88568e-7	2.88394e-7	2.88227e-7

高次数 n を決定する。比較のために、 $n = 3 \sim 7$ におけるモデル関数を用い、それぞれに対する近似結果を **Table 1** に示す。ここで、ASE [%] は漸近標準誤差を意味し、各係数の標準誤差に相当する。また、RMSE は誤差の実効値を表し、近似度合い

を評価する無次元量の指標として最小 2 乗法において利用される。RMSE がゼロに近いほど、その結果が良い近似であることを示している [21]。

Table 1 に示したように、3 次式と 4 次式による近似結果では、各係数の ASE が比較的大きくなっている。また、5 次以上の近似結果においては、急激に ASE が減少している。さらに、6 次、7 次式の結果では、 a_5 までは良好な結果を得ているが、 a_6 、 a_7 において増加の傾向にある。一方、RMSE は 3 次、4 次近似では比較的大きいが、5 次近似で極めて小さい値を示し、その後はほぼゼロに等しい値で推移している。よって、本稿で行った非線形ヤング率の近似手法においては、応力—歪曲線に 5 次曲線を用いたフィット関数が妥当であり、式 (25) を得た。

井上貴浩 (Takahiro Inoue)

1973 年 2 月 14 日生。2002 年大阪工業大学機械工学科卒業。2004 年立命館大学理工学研究科情報システム学専攻博士前期課程修了。同年同大学博士後期課程入学。COE 助手を経て、現在 COE 特別研究員。2002 年日本機械学会畠山賞受賞。2005 年、2006 年 ICRA Best Manipulation Paper Award Finalist。2005 年 IEEE 関西支部学生研究奨励賞受賞。柔軟指によるハンドリング、柔軟物体のモデリングの研究に従事。IEEE、計測自動制御学会の各学生会員、ならびに日本機械学会正会員。

(日本ロボット学会学生会員)

平井慎一 (Shinichi Hirai)

1963 年 3 月 19 日生。1990 年京都大学大学院工学研究科博士課程数理工学専攻単位取得退学。同年大阪大学工学部電子制御機械工学科助手。1995 年同助教授。1996 年立命館大学理工学部ロボティクス学科助教授。2002 年同教授となり、現在に至る。1989 年米国マサチューセッツ工科大学客員研究員。1990 年度計測自動制御学会論文賞。1996 年度日本機械学会ロボティクスメカトロニクス部門業績賞。柔軟物ハンドリング、リアルタイムビジョン、分散マニピュレーションなどの研究に従事。日本機械学会、計測自動制御学会、電子情報通信学会、IEEE などの会員。

(日本ロボット学会正会員)