境界条件緩和法による2脚ロボットのオンライン運動計画

杉原 知道^{*1} 中村 仁彦^{*2}

Boundary Condition Relaxation Method for Online Motion Planning of Biped Robots

Tomomichi Sugihara^{*1} and Yoshihiko Nakamura^{*2}

A fast online legged motion planning method is proposed. It utilizes a general solution of the equation of motion of an approximate dynamical biped model whose mass is concentrated to the center of mass in the analytical form. Physically feasible referential trajectories are planned from only one step command of desired motion by relaxing boundary condition, namely, by admitting some error between the desired state and actually reached one. It potentially creates responsive motion which requires strong instantaneous acceleration by accepting discontinuity of ZMP. The validity of the proposed method is ensured through both simulations and experiments with a small anthropomorphic robot.

Key Words: Biped Robot, Legged Motion, Online Motion Planning, Boundary Value Problem

1. はじめに

大自由度を巧みに操りながら、複雑な環境内を移動することが求められる2脚ロボットの運動制御において、問題を軌道計画および安定化の二者に陽に分離し単純化する、いわゆるパターンベースな方法の有効性が多く報告されている[1]~[6]。マニピュレータ等の軌道計画問題では通常、初期値と目標終端値とを結ぶ経路を求める境界値問題をまず解き、必要ならば、その解を運動方程式に代入して対応する入力を求める。前段においてはタスクに応じて様々な拘束条件が課されるが、多くの場合、障害物回避など幾何学的な条件が支配的であり、躍度最小化やトルク変化率最小化のような力学的条件は比較的弱い拘束として働く。一方で脚型ロボットは、ベースリンクが地面に固定されておらず、関節トルクを環境に作用させその反作用として受ける外力によって移動する。この意味で外力を間接的な入力と解釈できる[7]が、外力には接触点において引っ張り方向に発生しえないという強い拘束が課され、経路計画と対応する入力を求める問題とを切り分けることができない。ここに本質的な難しさがある。

Vukobratovićら[8]は、単純な2脚ロボットモデルにおいて下肢に適当な運動を与え、それに対する床反力の重心(ZMP, Zero Moment Point [9])を支持脚足先に一致させるような上

肢の軌道を、収束計算によって求める方法を提案した。これは、拘束条件を満たすような関数でZMPの軌道を先験的に決定し、速度に関する境界条件をあきらめることで全身軌道を得るものである。同様の問題が山口ら[1]、長阪[3]、Kitagawaら[5]などによってより一般的な形で解かれ、これらを拡張したオンライン軌道計画法も提案されている[10][11]。しかし、軌道の継目における速度の連続性が満足されないため、それが深刻な問題とならないような保守的な運動パターンの計画に適用が限られる。梶田ら[6]は予見制御を応用し、ある程度先の時刻までの目標ZMP軌道を与えることで、重心運動をオンライン計画する方法を提案している。これは本質的にレギュレータであり、重心は終端において必ずZMPの直上で静止する状態となる。また、これらの方法に共通の問題として、所望する運動に対する目標ZMP軌道の与え方は経験に頼るところが大きい。

これに対し、ロボットの全質量が重心に集中した近似モデルにおいて、運動を時間軸に沿って分割し、区間ごとの運動方程式の一般解と境界における連続性条件から直接軌道を求める方法が提案されている[4][12]~[15]。この方法はZMP軌道に設計変数を含み、速度境界条件も考慮できる。またその他の特徴として、収束計算を必要としないために計算コストが小さいこと、解析的な表現として軌道が求まるために計算量や精度が離散時間幅に依存しないことなどがある。一般解の求解には、ZMPの軌道を未知係数を含む関数で与えることが必要であり、0次関数(定数)[4][12]、1次関数[14]、2次関数[13]、 n 次関数[15]などをを用いた例がある。呉松ら[12]、梶田ら[4]、倉爪ら[13]の方法では、足の着地計画がそのままZMPの軌道計画となり力学的拘束条件は扱いやすい反面、目標状態までの到達時刻を指

原稿受付 2006年12月20日

^{*1}九州大学高等研究機構

^{*2}東京大学大学院情報理工学系研究科

^{*1}Kyushu University

^{*2}University of Tokyo

令値として与えることができず、比較的緩慢な運動が計画される傾向がある。実現できる運動パターンも、着地足を交互に切り替える歩行に限定される。一方長阪ら [14]、原田ら [15] の方法は、時刻を指令値として与えられるが、設計者が片脚支持期/両脚支持期の分割を細かく指定しなければならない。また軌道計画が一区間で完結せず、数区間分を前もって指令する必要がある。

このほか、補間パラメータの試行錯誤的調整による方法 [16] [17]、進化的アルゴリズムを応用した方法 [18]~[21] などが提案されているが、前者は成否が軌道設計者の経験に大きく依存し、後者は計算時間を要する。

本稿では、質量集中近似モデルの運動方程式の一般解を用いて、運動軌道を高速に計画する方法をとる。その際、(i) 移動を主とした 2 脚ロボットの運動においては、終端における位置・速度の境界条件は必ずしも厳密に満たす必要がないこと、および (ii) ZMP 軌道は不連続でも構わないことの 2 点に着目し、二つの意味で境界条件を緩和する。このような方法をとることで、終端における目標到達状態からの若干の誤差を認めるものの、初期条件における速度連続性と外力に関する力学的拘束条件を満足しつつ各時間区間で完結した運動計画を可能にする。これは、大加速を要求する急な動き出しや方向転換、停止といった指令にも即座に対応できるオンライン実装に向けた方法である。

2. 境界条件緩和による重心軌道計画

2.1 近似モデルに基づいた解析的方法の定式化

2 脚ロボットは一般に Fig. 1 (a) のように、数十の関節からなる大自由度系であり、運動方程式は複雑な形をとる。しかし、移動を主とする脚ロボットの運動計画において支配的なのは重心の並進運動であり、重心まわりモーメントを無視しても深刻な問題となることは少ないと仮定し、Fig. 1 (b) のような全質量が重心に集中したモデルを考えれば、運動方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned} m(\ddot{\mathbf{p}}_G + \mathbf{g}) &= \mathbf{f} \\ (\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_Z) \times \mathbf{f} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (1) \quad (2)$$

ただし m はロボットの全質量、 $\mathbf{p}_G = [x_G \ y_G \ z_G]^T$ は重心、 $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ g]^T$ は重力加速度、 $\mathbf{f} = [f_x \ f_y \ f_z]^T$ はロボットに働く全並進外力、 $\mathbf{p}_Z = [x_Z \ y_Z \ z_Z]^T$ は ZMP である。ここで z_Z は地面の高さであり、既知であるとする。式 (1)、(2) の各成分を書き下すと次のようになる。

$$\ddot{x}_G = \omega_G^2(x_G - x_Z) \quad (3)$$

$$\ddot{y}_G = \omega_G^2(y_G - y_Z) \quad (4)$$

$$\ddot{z}_G = \frac{f_z}{m} - g \quad (5)$$

ただし

$$\omega_G \equiv \sqrt{\frac{\ddot{z}_G + g}{z_G - z_Z}} \quad (6)$$

[†]いわゆる「常歩 (なみあし) [22]」は、この現象を積極的に利用し小さな予備動作で大加速を得るものである。

(a) Mass distributed model (b) Mass concentrated model

Fig. 1 Mass distributed vs mass concentrated model

式 (3)~(5) は、 x_Z , y_Z , f_z を入力に持つ $\mathbf{p}_G$ についての微分方程式と見なせる。このモデルに基づけば、軌道計画は、定められた時刻 $t = 0 \sim T$ において初期状態 $\mathbf{p}_G(0) = \mathbf{p}_{G0} \equiv [x_{G0} \ y_{G0} \ z_{G0}]^T$, $\dot{\mathbf{p}}_G(0) = \mathbf{v}_{G0} \equiv [v_{x0} \ v_{y0} \ v_{z0}]^T$ と終端状態 $\mathbf{p}_G(T) = \mathbf{p}_{GT} \equiv [x_{GT} \ y_{GT} \ z_{GT}]^T$, $\dot{\mathbf{p}}_G(T) = \mathbf{v}_{GT} \equiv [v_{xT} \ v_{yT} \ v_{zT}]^T$ を滑らかに結ぶ経路 $\mathbf{p}_G(t)$ およびそれに対応する入力 $x_Z(t)$, $y_Z(t)$, $f_z(t)$ を求める問題と定式化される。このとき、入力には次のような拘束条件が課される。

$$\mathbf{p}_Z \in \mathcal{S} \quad (7)$$

$$f_z \geq 0 \quad (8)$$

ただし $\mathcal{S}$ は水平面 $z = z_Z$ 上のある凸領域で、ロボットと環境との接触状態から形状が決定される (すべての接触点が同一平面上にあるならば、それらの点群の凸包となる)。またこれは、一般に不連続に変化する。式 (7)、(8) は共に、環境との接触点において引っ張り方向に力を発生できないということに由来する。鉛直方向の運動は式 (5) より水平方向と独立に決定できるので、例えば次のような滑らかな関数で計画する。

$$z_G(t) = z_{G0} + (z_{GT} - z_{G0}) \left(\frac{t}{T} - \sin \frac{2\pi t}{T} \right) \quad (9)$$

z_{G0} と z_{GT} との差が十分小さければ、 T 秒の間に鉛直方向の運動が水平方向の運動におよぼす影響は十分小さい、すなわち式 (3)、(4) において ω_G は時間の関数であるが、 $0 \leq t \leq T$ においてはほぼ定数であると見なせる。以降では ω_G を $\omega_G(0)$ で置き換えることにし、それを単に ω_G と記す。ここで、式 (3)、(4) において $x_Z(t) \equiv 0$, $y_Z(t) \equiv 0$ とした斉次方程式は線形であり、 $x_Z(t)$ および $y_Z(t)$ を時刻の関数として与え、それに対する特解を発見できれば式 (3)、(4) の一般解が得られる。また式 (3) と式 (4) は完全に同形なので、本章では今後 x 軸方向の運動のみを考える。

2.2 支持脚交換に適した目標 ZMP 関数の設計

重心の運動と ZMP の動きの関係はあまり単純ではない。例えば Fig. 2 のような、両脚支持で静止した状態から左足を持ち上げる動作を考えてみよう。左足が離床するための必要条件是、ZMP が右足側にあることである。ところが静止状態で ZMP が急に右足側に移ると、重心は左側に倒れる方向に加速される[†]。

Fig. 2 Reaction force manipulation for kicking motion

Fig. 3 Profile of designed ZMP trajectory

人間はこれを防ぐために、通常、いったん左足側に ZMP を移し（すなわち左足で蹴りを行うことによって）右方向にある程度の速度を作った上で、ZMP を右足側に移す。2 脚ロボットが倒立振子と同様に非最小位相推移系であるということが、このような複雑な操作が求められる背景にある。本稿では入力（目標 ZMP 軌道）を次のような関数で設計する。

$$x_Z(t) = x_{ZT} - (x_{ZT} - x_{Z0})e^{-\beta\omega_G t} \quad (10)$$

ただし $x_{Z0} = x_Z(0)$, $x_{ZT} = x_Z(T)$ であり、 β は次式を満たす定数とする。

$$\beta > 0, \quad \beta \neq 1 \quad (11)$$

これは Fig. 3 のような概形をとる。特別な場合として $\beta = 1$ としたときの解については付録 B で考察を加える。なお、 $\beta = 0$ とすると梶田ら [4] の線形倒立振子と同じモデルとなる。このように関数を選ぶことによって、 $t = 0$ において地面上の x_{Z0} を蹴り始め、 $t = T$ において x_{ZT} で全身を支えるという動作が生み出される。 β は蹴り出し動作の勢いを決定する定数であり、これが大きいほど、蹴り足から支持足への ZMP の推移が素早く行われる。また式 (10) は単調関数であるために、式 (7) の扱いが容易になる。すなわち式 (7) における $\mathbf{S}$ は凸領域なので、両端点 x_{Z0} , x_{ZT} が $\mathbf{S}$ の内側にあれば、その間の任意の点 $x_Z(t)$ ($0 \leq t \leq T$) が $\mathbf{S}$ の内側にあることが保証される。

2.3 境界条件緩和法

条件式 (11) の下で式 (10) を与えたときの式 (3) の一般解は、次式である。

$$x_G(t) = C_1 e^{\omega_G t} + C_2 e^{-\omega_G t} + \frac{x_{ZT} - x_{Z0}}{\beta^2 - 1} e^{-\beta\omega_G t} + x_{ZT} \quad (12)$$

ただし C_1 , C_2 は未知係数である。これを微分し次式を得る。

$$\dot{x}_G(t) = \omega_G \left(C_1 e^{\omega_G t} - C_2 e^{-\omega_G t} - \beta \frac{x_{ZT} - x_{Z0}}{\beta^2 - 1} e^{-\beta\omega_G t} \right) \quad (13)$$

これらより、 $t = 0$ および $t = T$ における境界条件は次のように表せる。

$$\mathbf{C} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ x_{Z0} \\ x_{ZT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{G0} \\ v_{x0}/\omega_G \\ x_{GT} \\ v_{xT}/\omega_G \end{bmatrix} \quad (14)$$

ただし、

$$\mathbf{C} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{\beta^2-1} & \frac{1}{\beta^2-1} + 1 \\ 1 & -1 & \frac{\beta}{\beta^2-1} & -\frac{\beta}{\beta^2-1} \\ e^{\omega_G T} & e^{-\omega_G T} & -\frac{e^{-\beta\omega_G T}}{\beta^2-1} & \frac{e^{-\beta\omega_G T}}{\beta^2-1} + 1 \\ e^{\omega_G T} & -e^{-\omega_G T} & \frac{\beta e^{-\beta\omega_G T}}{\beta^2-1} & -\frac{\beta e^{-\beta\omega_G T}}{\beta^2-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$\omega_G > 0$ および $T > 0$ の下で $\mathbf{C}$ は正則であり、常に次のような逆行列が存在する。

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} \end{bmatrix} \quad (16)$$

正則性の証明および各 d_{ij} ($i = 1 \sim 4$, $j = 1 \sim 4$) は付録 A に示す。これはすなわち、初期条件 $x_G(0) = x_{G0}$, $\dot{x}_G(0) = v_{x0}$ および終端条件 $x_G(T) = x_{GT}$, $\dot{x}_G(T) = v_{xT}$ を与えれば、ZMP 軌道および重心軌道が一意に求まることを意味している。このように解を求めた場合、式 (7) が満足される保証はない。

ここで、式 (14) における各パラメータの性質を考えてみよう。まず $x_G(0) = x_{G0}$ および $\dot{x}_G(0) = v_{x0}$ は初期条件であり、運動の連続性から厳密に満足されなければならないのに対し、 $x_G(T)$ および $\dot{x}_G(T)$ は目標とする状態 ${}^d x_{GT}$ および ${}^d v_{xT}$ からのある程度の誤差を容認できる。また x_{Z0} , x_{ZT} は式 (7) を満たすためにそれぞれある値 ${}^d x_{Z0}$, ${}^d x_{ZT}$ の近傍にあることが求められるが、 C_1 , C_2 は任意の値をとれる。以上より、式 (14) を解く代わりに次のような二次計画問題を考える。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\boldsymbol{\xi} - {}^d \boldsymbol{\xi})^T \mathbf{Q}^{-1}(\boldsymbol{\xi} - {}^d \boldsymbol{\xi}) &\longrightarrow \min. \\ \text{subject to } \mathbf{D}\boldsymbol{\xi} &= \mathbf{s} \end{aligned} \quad (\text{QP})$$

ただし

$$\boldsymbol{\xi} \equiv [x_{Z0} \ x_{ZT} \ x_{GT} \ v_{xT}/\omega_G]^T \quad (17)$$

$${}^d \boldsymbol{\xi} \equiv [{}^d x_{Z0} \ {}^d x_{ZT} \ {}^d x_{GT} \ {}^d v_{xT}/\omega_G]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{Q} \equiv \text{diag}\{q_i\} \quad (i = 1 \sim 4, q_i > 0) \quad (19)$$

$$\mathbf{D} \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d_{33} & -d_{34} \\ 0 & 1 & -d_{43} & -d_{44} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{s} \equiv \begin{bmatrix} d_{31} & d_{32} \\ d_{41} & d_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{G0} \\ v_{x0}/\omega_G \end{bmatrix} \quad (21)$$

上記の 2 次計画問題 (QP) を解けば、次式を得る。

$$\boldsymbol{\xi} = {}^d \boldsymbol{\xi} - \mathbf{Q}\mathbf{D}^T(\mathbf{D}\mathbf{Q}\mathbf{D}^T)^{-1}(\mathbf{D}{}^d \boldsymbol{\xi} - \mathbf{s}) \quad (22)$$

C_1, C_2 は次式より求まる.

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{G0} \\ v_{x0}/\omega_G \\ x_{GT} \\ v_{xT}/\omega_G \end{bmatrix} \quad (23)$$

d_{xZ0}, d_{xZT} をそれぞれ $t=0, t=T$ における支持領域内に設定し, q_1, q_2 の値を q_3, q_4 に対し十分小さく選べば, 式 (7) は満足される. ただしこのとき, 重心の終端状態が目標値と無関係なある値に近づいてしまうので, 注意が必要である. これについては 付録 C で考察する.

3. 運足指定からの半自動脚踏み換え運動計画

前章の方法を応用し, 動き出し・停止を含む連続的な脚運動を, 指定された足着地予定位置のみから半自動的に, オンラインで計画する方法の一例を示す. 前章と同様に x 軸方向の運動についてのみ考えるが, 支持領域に関する拘束条件は x, y 両方向について同時に考えなければならない.

現在の時刻を $t=0$ とし, このときの支持脚および蹴り脚の足先代表点 (例えば脚裏面の重心) の位置をそれぞれ x_{S0}, x_{K0} とする. また, $t=T$ における蹴り脚の予定着地位置を x_{KT} とする. この間, 支持脚は移動せずに接地を保つので, $x_S(t) = x_{S0}$ である. 重心の目標位置は, 例えば次式のように支持脚足先と蹴り脚足先の中点に定める.

$$d_{xGT} = \frac{x_{KT} + x_{ST}}{2} \quad (24)$$

また重心の目標速度は次式のように定める.

$$d_{v_{xT}} = \alpha_x \frac{d_{xGT} - x_{G0}}{T} \quad (25)$$

ただし α_x は, T 秒間の平均重心速度に対する境界速度の比を表す定数係数であり, 運動を継続する場合 $\alpha_x > 0$, 停止する場合 $\alpha_x = 0$ とする. $t=0$ において蹴り足で強く地面を蹴り始めて進行方向に十分な加速を与え, $t=T$ までに支持足裏に反力重心を移すことを意図し, 次のように ZMP の目標境界条件を決定する.

$$d_{xZ0} = x_{K0} \quad (26)$$

$$d_{xZT} = x_{S0} \quad (27)$$

前章の方法にこれらを適用すれば, 重心および ZMP の目標軌道が計画される.

さらに, 式 (10) で決まる ZMP 軌道および $t=0$ における支持状態から, 蹴り脚が離床を開始できる時刻が判る. すなわち $x_Z(t)$ は単調関数なので, これが支持脚足先接地領域に入った後の適当な時刻に蹴り脚を離床させればよい. この時刻を $t=T_s$ とすると, 例えば次のように蹴り脚足先軌道を計画できる.

$$x_K(t) = \begin{cases} x_{K0} & (0 \leq t < T_s) \\ x_{K0} + (d_{xKT} - x_{K0}) \left\{ \frac{t - T_s}{T - T_s} - \sin \frac{2\pi(t - T_s)}{T - T_s} \right\} & (T_s \leq t < T) \end{cases} \quad (28)$$

また鉛直方向の足先位置 $z_K(t)$ は, 例えば次のような軌道で計画できる.

$$z_K(t) = \begin{cases} z_{K0} & (0 \leq t < T_s) \\ z_{K0} + (d_{zKT} - z_{K0}) \left\{ \frac{t - T_s}{T - T_s} - \sin \frac{2\pi(t - T_s)}{T - T_s} \right\} + h_K \left\{ 1 - \cos \frac{2\pi(t - T_s)}{T - T_s} \right\} & (T_s \leq t < T) \end{cases} \quad (29)$$

ただし $h_K (> 0)$ は最大足上げ高さから決める. $t=T$ となったら改めて $t=0$ とし, 同様の手続きを繰り返せば, 連続的な脚の踏み換え運動をオンラインで計画できる.

これまでの研究の多く [13]~[15] では, x_{Z0} を任意に選ぶことは許容されておらず, 前の区間の終端値 x_{ZT} がそのまま次の区間の初期値となるよう設計されている. これが過剰な拘束条件となって, 問題が不可解となる場合もある. 本稿で提案する方法ではこの条件がないために, 各時間区間で完結した急な動き出しや方向転換, 停止といった運動計画が可能になる.

4. 重心を含む全身逆運動学

本章では, 計画された重心および各足先の軌道を同時に満たす, 全身関節角を求める逆運動学について述べる.

筆者ら [23] の提案している, 基底リンク (通常, 体幹リンク) の非駆動自由度を陰に含む重心ヤコビアン $\mathbf{J}_G$ を用いれば, 支持脚足先リンク (軸足リンク) が面接触状態を維持するという条件の下で, 全駆動関節の運動と重心の運動とを次のように関連付けることができる.

$$d\mathbf{p}_G = \mathbf{J}_G d\boldsymbol{\theta} \quad (30)$$

ただし, $\mathbf{J}_G$ は次式のように定義される.

$$\mathbf{J}_G \equiv \mathbf{R}_0 \{ {}^0\mathbf{J}_G - {}^0\mathbf{J}_F + ({}^0\mathbf{p}_G - {}^0\mathbf{p}_F) \times {}^0\mathbf{J}_{\omega F} \} \quad (31)$$

$\mathbf{R}_0$ は慣性座標系に対する基底リンクの姿勢を表す 3×3 行列, ${}^0\mathbf{p}_G$ および ${}^0\mathbf{p}_F$ はそれぞれ基底座標系における重心および軸足リンクの位置, ${}^0\mathbf{J}_G$ は基底リンクに対する相対重心ヤコビアン, ${}^0\mathbf{J}_F$ および ${}^0\mathbf{J}_{\omega F}$ はそれぞれ軸足リンクの基底リンクに対する相対的な並進速度ヤコビアンおよび角速度ヤコビアンであり, $({}^0\mathbf{p}_G - {}^0\mathbf{p}_F) \times$ は $({}^0\mathbf{p}_G - {}^0\mathbf{p}_F)$ との外積と等価な 3×3 歪対称行列を表す. また式 (30) とは別に, 足先の運動等, タスクの内容によって付加的に拘束される部位のベクトルを $\mathbf{p}_C$ とすると, $\mathbf{p}_C$ の運動と関節運動とを次式のように関係づけることができる.

$$d\mathbf{p}_C = \mathbf{J}_C d\boldsymbol{\theta} \quad (32)$$

$\mathbf{p}_U \equiv [\mathbf{p}_G^T \ \mathbf{p}_C^T]^T$, $\mathbf{J}_U \equiv [\mathbf{J}_G \ \mathbf{J}_C]^T$ を定義し, 式 (30), (32) をまとめて

$$d\mathbf{p}_U = \mathbf{J}_U d\boldsymbol{\theta} \quad (33)$$

と表すと, $\boldsymbol{\theta}$ は次のような反復計算によって, $\mathbf{p}_U$ の希望値 ${}^d\mathbf{p}_U$

を満たす値に収束する.

$$\theta \leftarrow \theta + J_U^*(p_U - p_U) \quad (34)$$

ただし J_U^* は J_U の特異点低感度逆行列 [24] である.

5. 運動生成例・実験

提案した方法を, シミュレーションおよび実験で検証した.

Name: UT- μ
 Nickname: mighty
 height: 580 [mm]
 weight: 6.5 [kg]

Number of actuated joints: 20 (8 for arms, 12 for legs)

Fig. 4 External view and specifications of the robot

(a) Loci in time domain on x-axis

(b) Loci in time domain on y-axis

Fig. 5 Planned trajectory of COM(x_G, y_G), feet(x_K, y_K, x_S, y_S) and ZMP(x_Z, y_Z)

(a) Loci in time domain on x-axis

(b) Loci in time domain on y-axis

Fig. 6 Planned ZMP and actual ZMP

Fig. 4 に, 検証に用いたロボット UT- μ [25] の外観および仕様を示す. 直立時の重心高さは約 0.30 [m] である.

指令値として時間間隔 T , 踏み出し足 (右足/左足/両足接地維持) の別, 目標足着地位置 ${}^d\mathbf{p}_K = [{}^d x_{KT} \ {}^d y_{KT} \ {}^d z_{KT}]^T$, 目標重心高さ ${}^d z_{GT}$, 足上げ高さ h_K , α_x , α_y および β を与え, 軌道生成を行った. Table 1 は, 与えた指令値の列である. 表中の L, R, S はそれぞれ左足踏み出し, 右足踏み出し, 両足支持の維持を意味し, S を与えたときには ${}^d\mathbf{p}_K$ は重心の地面への投影点の位置と解釈し, 両足先位置は現在値を維持するようにした. 初期時刻における右足, 左足および重心の位置はそれぞれ $[0 \ -0.047 \ 0]^T$, $[0 \ 0.047 \ 0]^T$, $[0 \ 0 \ 0.29]^T$ である. また 2 次計画問題 (QP) における重み行列 $\mathbf{Q}$ は, x 方向に関

Table 1 A series of command values with time step. The units for length and time are [m] and [s], respectively

T	switch [†]	${}^d x_{KT}$	${}^d y_{KT}$	${}^d z_{KT}$	${}^d z_{GT}$	h_K	α_x	α_y	β
0.5	L	0.10	0.045	0.0	0.28	0.03	1.5	0.8	2.0
0.5	R	0.20	-0.045	0.0	0.28	0.03	1.5	0.8	2.0
0.5	L	0.30	0.047	0.0	0.28	0.03	1.5	0.8	2.0
0.5	R	0.30	-0.047	0.0	0.29	0.03	1.5	0.8	2.0
0.3	S	0.30	0.000	0.0	0.29	0	0	0	0.8
0.2	S	0.30	0.000	0.0	0.29	0	0	0	0.8
0.1	S	0.30	0.000	0.0	0.29	0	0	0	0.6

[†] L ... kicking with left foot,
 R ... kicking with right foot,
 S ... stop

Fig. 7 Snapshots of a simulation of a walking motion generated

Fig. 8 Snapshots of the playback walking pattern by the real robot

しては $q_1 = 16$, $q_2 = 0.1$, $q_3 = 2$, $q_4 = 18$, y 方向に関しては $q_1 = 20$, $q_2 = 0.12$, $q_3 = 1$, $q_4 = 20$ とした. 計画された目標軌道を Fig. 5 に示す. 重心をいったん支持脚側に加速する蹴り動作が, 式 (10) で設計された ZMP 軌道によって生成されていることが分かる. 図中, 丸十字は重心の目標終端値を表す. この例では, 各境界時刻において, 目標値と実際の重心位置との誤差は x 軸方向で 8 [mm] 以内, y 軸方向で 7 [mm] 以内に, また ZMP の誤差は x 軸方向, y 軸方向ともに定常歩行時で 12 [mm] 以内, 急制動時で 20 [mm] 以内にそれぞれ収まっている. 時刻 2.0~2.6 においては, 重心が目標位置に収束しかつ停止するような軌道を得るために, 停止の指令を 3 回与えた.

ZMP の計画軌道および逆動力学で得られた ZMP 軌跡を Fig. 6 に示す. 図中, 点ハッチングを施した領域は支持領域である. 軌道計画で無視された重心まわりモーメントの影響が両者のずれとなって現れ, 各境界時刻において特に蹴り出しを行う際に支持領域の外側に ZMP が出ている. 現実にはこのようなことは起こらず, 支持領域の縁まわりにロボットを回転させるモーメントとなる. Fig. 7 は, 計画軌道に逆運動学を適用し作成した運動のスナップショットである. Fig. 8 はこの軌道

で実ロボットに歩行させたときのスナップショットである. 各関節が計画軌道に追従するように PD 制御し, 床反力センサやジャイロセンサ等のフィードバックは行っていないが, ロボットは転倒することなく運動し, 計画軌道の妥当性が確認できた. Fig. 6 に見られたモーメント誤差は, ロボットや環境の持つ粘弾性の働きによって吸収されたと考えられる.

計算機は CPU : Intel PentiumM 1 GHz, RAM : 256 MB, OS は Linux を使用した. 問題 (QP) の求解に要した時間は 0.01 [ms] であった. また逆運動学計算には 1 ステップに平均約 0.22 [ms] を要した. 簡単のため特異点低感度逆行列のスケール因子は固定値 10^{-3} とし, 反復回数は 3 回で打ち切ったが, 足先位置の誤差による接地不良などの問題は特に生じなかった.

左右の足を交互に踏み出すことを前提としない任意の踏み換え運動にも適用できることを確認するため, Fig. 9 に示すステップ運動を作成した. $\beta = 0.6$ は, 重み行列 Q は, x 方向に関しては $q_1 = 3$, $q_2 = 0.1$, $q_3 = 1$, $q_4 = 9$, y 方向に関しては $q_1 = 10$, $q_2 = 0.12$, $q_3 = 1$, $q_4 = 20$ とした. Fig. 10 に, 重心, 両足先, ZMP の計画軌道および逆動力学で得た ZMP 軌跡を示す. この運動では各ステップの目標 ZMP 初期位置が直前

Fig. 9 Posture transition chart of a step variation motion

Fig. 10 Loci of COM, feet and ZMP of motion in Fig. 9 computed by inverse dynamics

Fig. 11 Step variation motion by the real robot

の区間の終端 ZMP 位置と大きく異なるため、軌道の継目において ZMP が不連続に変化する様子が顕著である。逆動力学的結果では、Fig. 6 と同様に、ZMP 軌跡が計画された軌道からずれ、支持領域の外に出ていている部分がある。この運動をロボットで実行したときのスナップショットを Fig. 11 に示す。図中 7, 15 に見られるように、支持脚足裏と床面との面接地が維持されない状態があったが、短時間であり転倒には至らなかった。

6. おわりに

本稿では、重心に質量が集中した近似運動方程式の一般解の解析的表現を利用し、2 脚ロボットの脚運動を高速に計画する方法を提案した。これは以下のような特徴を有する。

- (1) 終端時刻における位置・速度の境界条件を緩め、初期時刻における位置・速度の連続性を満足し、目標状態への到達と外

力 (ZMP) に関する力学的拘束条件を同時に考慮できる。
(2) 外力の不連続性を許容することで、一区間で完結したオンライン目標軌道計画を可能にし、急激な動き出しや停止、方向転換などの運動を実現できる。

前者については、評価される 4 種の値それぞれにどの程度の誤差を認めるかが運動の実現可能性に大きく関わる。本稿では、5 章で見た数値例のように、終端における ZMP および重心位置の誤差抑制を優先する重みづけが望ましいという知見を経験的に得たが、定量的な重み決定方法を確立することは今後の課題である。重心位置の誤差と ZMP の誤差は相互に影響し合うため、長期的に運動を破綻させないように適応的に重みを変化させるなどの対策も必要であろう。

後者について、大きな ZMP の不連続変化は、アクチュエータ負荷の増大や軌道追従性の低下などを招く弊害もある。3 章で示した方法では、支持脚と蹴り脚が交互に入れ替わる歩行運動においては直前の目標 ZMP 終端位置が次の目標 ZMP 初期位置となるため、過大な ZMP の跳躍は抑えられる。しかし、例えば後の実験例で示したような、一方の足を軸にしてもう一方の足を頻繁に踏み替える運動では、1 歩ごとに ZMP が大きく跳躍する。このような大変化を許容できるか否かは、本稿で考慮されなかったアクチュエータやサーボ制御系の性能による。提案方法の利用に当たっては、ロボットに過大な負荷を強いないよう、与える運動指令の素性に注意しなければならない。

本稿で用いた質量集中モデルは、2 脚ロボットの力学特性を表現するモデルとしては最も単純なものの一つである。重心まわりのモーメントや重力方向の運動を無視したことによるモデル化誤差は、計画された ZMP 軌道と多リンク系動力学による ZMP 軌跡との間にずれを生じさせる一因となり、逆動力学解析においては支持領域の外部に ZMP が出るような期間もわずかながら存在した。この問題の克服を運動計画の中で閉じようとすると、重い計算が要求される。本研究で提案したのは、時間的な制約とそれによる計算量の制約が厳しい実際の運動制御において、多少の誤差を残しながらも短時間かつ軽量の計算で済む脚運動の本質的な力学的特性を考慮した運動計画法である。ZMP の誤差の問題は運動計画の問題として閉じるのではなく、フィードバック制御による安定化の問題と合わせて考えることが、現実的で有効な解決であると筆者らは考えている。

謝 辞 本研究は、科学研究費補助金基盤研究 (S) 内課題「知能の力学的情報処理モデルの展開」(課題番号: 15100002, 代表: 中村仁彦) の支援を受けた。

参 考 文 献

- [1] 山口仁一, 高西淳夫, 加藤一郎: “上体運動により 3 軸モーメントを補償する 2 足歩行ロボットの開発”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.4, pp.581-586, 1993.
- [2] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa and T. Takenaka: “The Development of Honda Humanoid Robot,” Proceeding of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.1321-1326, 1998.
- [3] 長阪憲一郎: “動力学フィルタによる人間型ロボットの全身運動生成”, PhD thesis, 東京大学大学院工学系研究科, 2000.
- [4] S. Kajita, O. Matsumoto and M. Saigo: “Real-time 3D walking pattern generation for a biped robot with telescopic legs,”

- Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.2299-2036, 2001.
- [5] S. Kagami, T. Kitagawa, K. Nishiwaki, T. Sugihara, M. Inaba and H. Inoue: “A Fast Dynamically Equilibrated Walking Trajectory Generation Method of Humanoid Robot,” Autonomous Robots, vol.12, no.1, pp.71-82, 2002.
- [6] 梶田, 金広, 比留川: “予見制御理論を応用した 2 足歩行”, 日本ロボット学会創立 20 周年記念学術講演会予稿集, 1D23, 2002.
- [7] 藤本康孝, 河村篤男: “2 足ロボットの床反力を考慮した安定化制御と自律的歩行パターン生成システムの提案”, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-96-20, pp.103-110, 1996.
- [8] M. Vukobratović and D. Juričić: “Contribution to the Synthesis of Biped Gait,” IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering, vol.BME-16, no.1, pp.1-6, 1969.
- [9] M. Vukobratović and J. Stepanenko: “On the Stability of Anthropomorphic Systems,” Mathematical Biosciences, vol.15, no.1, pp.1-37, 1972.
- [10] 金島義治, 菅原雄介, 安藤俊平, 佐藤基広, 林憲玉, 高西淳夫: “2 足ヒューマノイドロボットの準リアルタイムパターン生成に関する研究”, 第 19 回日本ロボット学会学術講演会講演論文集, pp.987-988, 2001.
- [11] 西脇光一, 加賀美聡, 國吉康夫, 稲葉雅幸, 井上博允: “目標 ZMP 追従軌道高速生成法に基づくヒューマノイドのオンライン歩行動作生成”, 第 19 回日本ロボット学会学術講演会講演論文集, pp.985-986, 2001.
- [12] 呉松保男, 北村新三, 中井美行: “2 足歩行ロボットの軌道計画—倒立振子とニューラルネットワークの組合せ—”, システム制御情報学会論文誌, vol.2, no.4, pp.118-127, 1989.
- [13] 倉爪亮, 米田完, 田中俊太郎, 玉木達也, 太田祐介, 長谷川勉: “2 足歩行機械の 3D 揺動歩容”, 日本ロボット学会誌, vol.21, no.7, pp.811-818, 2003.
- [14] 長阪憲一郎, 黒木義博, 鈴木伸也, 伊藤禎洋, 山口仁一: “小型二足歩行エンターテインメントロボットによる歩行・跳躍・走行運動統合制御”, 第 9 回ロボティクスシンポジウム予稿集, pp.386-391, 2004.
- [15] 原田研介, 梶田秀司, 森澤光晴, 金広文男, 藤原清司, 金子健二, 比留川博久: “ヒューマノイドロボットの実時間歩容計画における解析的アプローチ”, 日本ロボット学会誌, vol.23, no.6, pp.752-760, 2005.
- [16] 大和秀彰, 古田貴之, 富山健: “脚式移動ロボットにおける三次元二足歩行の実現—終端値を利用した歩容の生成及び安定化手法—”, 第 16 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1107-1108, 1998.
- [17] Q. Huang, K. Yokoi, S. Kajita, K. Kaneko, H. Arai, N. Koyachi and K. Tanie: “Planning Walking Patterns for a Biped Robot,” IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.17, no.3, pp.280-289, 2001.
- [18] 金広文男, 稲葉雅幸, 井上博允: “類人猿型ロボットにおける二足歩行への機能発達過程の研究”, ロボティクス・メカトロニクス講演会'98 講演論文予稿, 1A111-11, 1998.
- [19] 長谷川泰久, 荒川文昌, 福田敏男: “階層形進化アルゴリズムを用いた二足歩行ロボットの歩行動作獲得”, 日本機械学会論文集 (C 編), vol.66, no.645, pp.1605-1612, 1999.
- [20] F. Yamasaki, K. Endo, H. Kitano and M. Asada: “Acquisition of Humanoid Walking Motion using Genetic Algorithm—Considering Characteristics of Servo Modules,” Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.3123-3128, 2002.
- [21] K. Wolff and P. Nordin: “An Evolutionary Based Approach for Control Programming of Humanoids,” Proceedings of the third IEEE International Conference on Humanoid Robots, 2003.
- [22] 小田伸午: 運動科学 アスリートのサイエンス. 丸善出版, 2003.
- [23] 杉原知道, 中村仁彦: “非駆動自由度の陰表現を含んだ重心ヤコビアンによる脚型ロボットの全身協調反力操作”, 日本ロボット学会誌, vol.24, no.2, pp.222-231, 2006.
- [24] 中村仁彦, 花房秀郎: “関節型ロボットアームの特異点低感度運動分解”, 計測自動制御学会論文集, vol.20, no.5, pp.453-459, 1984.
- [25] 杉原知道, 中村仁彦: “高機動性獲得に向けた運動制御実験のための小型ヒューマノイドロボットの開発”, 第 21 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 2A24, 2003.

付録 A. 式 (15) における C の正則性と逆行列

まず, $\omega_G > 0$, $T > 0$ および式 (11) の下で, 式 (15) で定義される C が常に正則であることを示そう.

証明 $\lambda \equiv e^{\omega_G T}$ とする. $\omega_G > 0$, $T > 0$ より $\lambda > 1$ であることに注意すれば, C の行列式 $\Delta(\beta)$ は次式のように得られる.

$$\Delta(\beta) \equiv \left\{ \lambda^\beta \left(\beta - \frac{\lambda+1}{\lambda-1} \right) + \left(\beta + \frac{\lambda+1}{\lambda-1} \right) \right\} (\lambda-1)^2 \quad (\text{A.1})$$

よって,

$$\Delta(-1) = 0, \quad \Delta(0) = 0, \quad \Delta(1) = 0. \quad (\text{A.2})$$

また

$$\frac{d\Delta(\beta)}{d\beta} = (\lambda-1)^2 \left\{ \left(\beta \log \lambda - \frac{\lambda+1}{\lambda-1} \log \lambda + 1 \right) \lambda^\beta + 1 \right\}. \quad (\text{A.3})$$

さらに

$$\frac{d^2\Delta(\beta)}{d\beta^2} = (\lambda-1)^2 \left(\beta \log \lambda - \frac{\lambda+1}{\lambda-1} \log \lambda + 2 \right) \lambda^\beta \log \lambda. \quad (\text{A.4})$$

$\lambda > 1$ より $\log \lambda > 0$ なので, $\frac{d\Delta(\beta)}{d\beta}$ はただ一つの極小値を持つ. したがって方程式 $\frac{d\Delta(\beta)}{d\beta} = 0$ の解はたかだか 2 個, 方程式 $\Delta(\beta) = 0$ の解はたかだか 3 個である. このことおよび式 (A.2) より,

$$\Delta(\beta) = 0 \iff \beta = -1, 0, 1. \quad (\text{A.5})$$

ゆえに, 式 (11) の下で C は正則である. ■

ここで定義した λ , $\Delta(\beta)$ を用いれば, 式 (16) における C^{-1} の成分 d_{ij} は次のように求まる.

$$d_{ij} = \frac{d'_{ij}}{\Delta(\beta)} \quad (i = 1 \sim 4, j = 1 \sim 4) \quad (\text{A.6})$$

ただし,

$$d'_{11} = \beta(\lambda^\beta - \lambda) \quad (\text{A.7})$$

$$d'_{12} = \lambda^\beta - \beta\lambda + \beta - 1 \quad (\text{A.8})$$

$$d'_{13} = -\beta(\lambda^\beta - \lambda) \quad (\text{A.9})$$

$$d'_{14} = \lambda^\beta \{ (\beta-1)\lambda - \beta \} + \lambda \quad (\text{A.10})$$

$$d'_{21} = \beta(\lambda^{\beta+2} - \lambda) \quad (\text{A.11})$$

$$d'_{22} = \lambda^{\beta+2} - (\beta+1)\lambda^2 + \beta\lambda \quad (\text{A.12})$$

$$d'_{23} = -\beta(\lambda^{\beta+2} - \lambda) \quad (\text{A.13})$$

$$d'_{24} = \lambda \{ \lambda^\beta (\beta\lambda - \beta - 1) + 1 \} \quad (\text{A.14})$$

$$d'_{31} = \lambda^\beta \{ (\beta^2 - 1)\lambda^2 - 2\beta\lambda - (\beta^2 - 1) \} + (\beta+1)\lambda^2 + \beta - 1 \quad (\text{A.15})$$

$$d'_{32} = \lambda^\beta \{ (\beta^2 - 1)\lambda^2 - 2\beta^2\lambda + \beta^2 - 1 \} + (\beta+1)\lambda^2 - \beta + 1 \quad (\text{A.16})$$

$$d'_{33} = -\beta\lambda^\beta \{ (\beta-1)\lambda^2 - (\beta+1) \} - 2\beta\lambda \quad (\text{A.17})$$

$$d'_{34} = \lambda^\beta \{ \beta(\beta-1)\lambda^2 - 2(\beta^2 - 1)\lambda + \beta(\beta+1) \} - 2\lambda \quad (\text{A.18})$$

$$d'_{41} = -2\beta\lambda^{\beta+1} + (\beta+1)\lambda^2 + \beta - 1 \quad (\text{A.19})$$

$$d'_{42} = -2\lambda^{\beta+1} + (\beta+1)\lambda^2 - \beta + 1 \quad (\text{A.20})$$

$$d'_{43} = \lambda^\beta \{ (\beta-1)\lambda^2 + \beta + 1 \} - 2\beta\lambda \quad (\text{A.21})$$

$$d'_{44} = -\lambda^\beta \{ (\beta-1)\lambda^2 - \beta - 1 \} - 2\lambda \quad (\text{A.22})$$

付録 B. $\beta = 1$ の場合の解

式 (10) において $\beta = 1$ としたとき, 式 (3) の一般解は, 次式で表される.

$$x_G(t) = C_1 e^{\omega_G t} + C_2 e^{-\omega_G t} - \frac{1}{2}(x_{ZT} - x_{Z0}) \omega_G t e^{-\omega_G t} + x_{ZT} \quad (\text{B.1})$$

このとき, 境界条件式 (14) における C は次のようになる.

$$C \equiv \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ e^{\omega_G T} & e^{-\omega_G T} & \frac{\omega_G T e^{-\omega_G T}}{2} & -\frac{\omega_G T e^{-\omega_G T}}{2} + 1 \\ e^{\omega_G T} & -e^{-\omega_G T} & \frac{(1 - \omega_G T) e^{-\omega_G T}}{2} & -\frac{(1 - \omega_G T) e^{-\omega_G T}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

今,

$$\begin{aligned} |C| &\equiv -(\lambda-1)(\lambda^2 - 2\omega_G T \lambda + 1) \\ &= -(\lambda-1)\{ (e^{\omega_G T} - \omega_G T) e^{\omega_G T} + 1 \} < 0 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

であるので, C は常に正則であり, $\beta \neq 1$ なる一般の場合と同じように提案手法を適用できる.

β を 0.5 から 1.5 まで 0.1 きざみで変化させ, $\beta = 1$ のときのみ式 (B.2) を, それ以外は式 (15) を用いて, 5 章と同じ条件で Table 1 に従う運動計画を行ったところ, $\beta = 1$ の前後で特に大きな変化は見られなかった. $\beta = 0.6, 1.0, 1.5$ のときに計画された軌道の一部 ($t = 0 \sim 0.5$ [sec]) を Fig. 12 に示す. このことから, $\beta = 1$ の場合の解も $\beta \neq 1$ に対するある極限解になっており, 質的な差はないと考えられる.

Fig. 12 COM-ZMP trajectory for β around 1

付録 C. Q の値と重心終端状態

式 (22) を書き下すと, 次式を得る.

$$\begin{bmatrix} x_{Z0} - {}^d x_{Z0} \\ x_{ZT} - {}^d x_{ZT} \\ x_{GT} - {}^d x_{GT} \\ \frac{v_{xT} - {}^d v_{xT}}{\omega_G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-Ds_1 + Bs_2)q_1 \\ (Bs_1 - As_2)q_2 \\ \{(Ds_1 - Bs_2)d_{33} - (Bs_1 - As_2)d_{43}\}q_3 \\ \{(Ds_1 - Bs_2)d_{34} - (Bs_1 - As_2)d_{44}\}q_4 \end{bmatrix} \times \frac{1}{AD - B^2} \quad (C.1)$$

ただし,

$$A \equiv q_1 + q_3 d_{33}^2 + q_4 d_{34}^2 \quad (C.2)$$

$$B \equiv q_3 d_{33} d_{43} + q_4 d_{34} d_{44} \quad (C.3)$$

$$D \equiv q_2 + q_3 d_{43}^2 + q_4 d_{44}^2 \quad (C.4)$$

$$s_1 \equiv {}^d x_{Z0} - d_{33} {}^d x_{GT} - \frac{d_{34} {}^d v_{GT}}{\omega_G} - d_{31} x_{G0} - \frac{d_{32} v_{G0}}{\omega_G} \quad (C.5)$$

$$s_2 \equiv {}^d x_{ZT} - d_{43} {}^d x_{GT} - \frac{d_{44} {}^d v_{GT}}{\omega_G} - d_{41} x_{G0} - \frac{d_{42} v_{G0}}{\omega_G}. \quad (C.6)$$

q_3, q_4 を固定し $q_1 \rightarrow 0, q_2 \rightarrow 0$ とすると,

$$\begin{bmatrix} x_{Z0} \\ x_{ZT} \\ x_{GT} \\ \frac{v_{xT}}{\omega_G} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} {}^d x_{Z0} \\ {}^d x_{ZT} \\ \frac{d_{44} {}^d x_{Z0} - d_{34} {}^d x_{ZT} - b_1 x_{G0} - b_2 v_{x0}/\omega_G}{d_{33} d_{44} - d_{34} d_{43}} \\ \frac{-d_{43} {}^d x_{Z0} + d_{33} {}^d x_{ZT} + b_3 x_{G0} + b_4 v_{x0}/\omega_G}{d_{33} d_{44} - d_{34} d_{43}} \end{bmatrix}. \quad (C.7)$$

ただし,

$$b_1 \equiv d_{31} d_{44} - d_{41} d_{34} \quad (C.8)$$

$$b_2 \equiv d_{32} d_{44} - d_{42} d_{34} \quad (C.9)$$

$$b_3 \equiv d_{31} d_{43} - d_{41} d_{33} \quad (C.10)$$

$$b_4 \equiv d_{32} d_{43} - d_{42} d_{33}. \quad (C.11)$$

すなわち, q_3, q_4 に対し q_1 および q_2 を小さくすることによって, ZMP の境界における値 x_{Z0}, x_{ZT} をそれぞれの目標値 ${}^d x_{Z0}, {}^d x_{ZT}$ に限りなく近づけることができるが, このとき重心の終端状態 x_{GT}, v_{xT} は, q_3, q_4 および目標値 ${}^d x_{GT}, {}^d v_{xT}$ に無関係にある値に近づく. そしてその値とは, 式 (12) において $x_{Z0} = {}^d x_{Z0}, x_{ZT} = {}^d x_{ZT}$ としたときの初期値問題の解の終端状態 $x_G(T), \dot{x}_G(T)$ にほかならない.

また逆に, q_1, q_2 を固定し $q_3 \rightarrow 0, q_4 \rightarrow 0$ とすると,

$$\begin{bmatrix} x_{Z0} \\ x_{ZT} \\ x_{GT} \\ \frac{v_{xT}}{\omega_G} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} d_{33} {}^d x_{GT} + \frac{d_{34} {}^d v_{GT}}{\omega_G} + d_{31} x_{G0} + \frac{d_{32} v_{G0}}{\omega_G} \\ d_{43} {}^d x_{GT} + \frac{d_{44} {}^d v_{GT}}{\omega_G} + d_{41} x_{G0} + \frac{d_{42} v_{G0}}{\omega_G} \\ {}^d x_{GT} \\ \frac{{}^d v_{xT}}{\omega_G} \end{bmatrix}. \quad (C.12)$$

となり, 重心の終端位置および速度はそれぞれの目標値 ${}^d x_{GT}$ および ${}^d v_{xT}$ に近づくが, x_{Z0} および x_{ZT} は q_1, q_2 および目標値 ${}^d x_{Z0}, {}^d x_{ZT}$ に無関係なある値に近づくことになる.

杉原知道 (Tomomichi Sugihara)

1975 年 4 月 9 日生. 1999 年東京大学工学部機械情報工学科卒業, 2004 年同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻博士課程修了. 2005 年同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻助手. 現在, 九州大学 SSP ヒューマンセンタードロボティクスプロジェクト特任准教授. 博士 (情報理工学). ヒューマノイドロボットの運動学, 力学, 制御, ハードウェア設計, ソフトウェアシステム開発等に関する研究に従事. IEEE の会員. (日本ロボット学会正会員)

中村仁彦 (Yoshihiko Nakamura)

1954 年 9 月 22 日生. 1982 年京都大学大学院工学研究科精密機械工学専攻博士課程退学, 同年より 1987 年まで同大学助手. 1987 年より 1991 年 3 月までカリフォルニア大学サンタバーバラ校助教授, 準教授. 同年 4 月より東京大学に勤務. 現在, 同大学大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻教授. 工学博士. ロボットの運動学, 動力学, 制御, および知能の問題, 特に非ホロノミックロボット, 脳型情報処理, ヒューマノイドや CG の運動・力学計算などの研究に従事. 計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本機械学会, 日本コンピュータ外科学会, IEEE, ASME などの会員. 2005 年より日本 IFToMM 会議委員長.

(日本ロボット学会正会員)