ミクロ・マクロ衝突モデルの融合による リンク系順動力学接触力計算の数値的悪条件緩和

杉原 知道^{*1} 中村 仁彦^{*2}

Improvement of Numerical Ill-posedness of Contact Force Computation in Forward Dynamics of Multibody based on Balanced Micro/Macro-Collision Model

Tomomichi Sugihara^{*1} and Yoshihiko Nakamura^{*2}

A contact force computation method in forward dynamics simulation of multibody systems is proposed based on a fusion technique of both the microscopic and the macroscopic contact models. The former models microscopic deformation of colliding objects, while the latter models macroscopic uncontinuous change of impulse. The difficulty of the contact dynamics simulation is mainly at numerical ill-posedness which is due to the coexistence of two phenomena with largely different durations. The proposed method resolves this problem by superposing the microscopic models to the macroscopic models in order to complement the drawbacks of each other. As the result, numerical stability, avoidance of chattering, recovery of excessive penetration of colliding objects and easy implementation of static friction model are simultaneously achieved.

Key Words: Multibody Forward Dynamics, Collision and Contact Force, Stiff System, Dynamics Simulation

1. はじめに

マニピュレータのならい制御や脚型ロボットの運動等、環境との頻繁な衝突・接触を伴うロボットの運動は、ロボット自身のダイナミクスと環境のダイナミクスの双方に大きな影響を受ける。このため力学解析およびシミュレーションにおいては、環境との衝突をいかにモデル化するかが有意な結果を得るための鍵となる。一般に衝突によって物体の力学的エネルギーは散逸し、有限時間で有限の速度を持った運動に収束する。この意味で衝突は物理的に安定な現象であると言える。しかし、これを離散化・量子化された計算機の世界でモデル化すると数値的に不安定な挙動を頻繁に示すことが知られている。

衝突している物体間には、接触による微視的な粘弾性変形によって相互作用力が生じる。この微視的な変形を直接モデル化する方法を、本稿ではミクロ衝突モデルと呼ぶことにする。これは、物体間に働く力を両者の局所的な相対運動のみから計算するため、実装が容易である。線形ばねモデル [1]~[5]、非線形ばねモデル [6]~[9] 等が利用される。しかし、ラバー等のように大変形する物体を除いて一般的に非常に硬いばねが仮定され、

この場合物体の微視的な変形は、慣性によるリンク系の運動と比較して極めて短い時間の中でとらえるべき現象となる。このように時間尺度の大きく異なる複数の現象が混在した微分方程式系はいわゆる「硬い系」となり [10]、物理的な安定性とは無関係に数値的に不安定になりやすいという性質を持つことから、数値解析の分野でも興味深い研究対象となっている。例えば埋め込み型 Runge=Kutta 法や, Joukhdar ら [11] による物体の運動エネルギーの変化量に応じて適応的に離散時間刻み幅を変化させる方法は、ロボットの力学解析としては必要以上に細かい時間刻み幅を要求する。具体的には剛体リンク系の力学計算が通常ミリ秒オーダーで行われるのに対し、この方法ではマイクロ秒オーダーの時間刻み幅となることが多く、結果的に計算時間は増加する。硬い系に有効な Rosenbrock=Nystrom 法 [12]、陰的 Runge=Kutta 法 [13]、陰的台形法 [14] などを用いた方法も提案されているが、一般に陰的解法は、非線形性の強い連立方程式を収束計算によって解くことを要求し、直接的な応用は計算量の点で不利である上に、衝突のような不連続性を含む現象への適用には不向きであることも分かっている。別の問題として、このモデルでは原理的に静止摩擦力を計算することができない。近野ら [3]、Hasegawa ら [5] は、ロボット上の点が最初に衝突した環境上の点からの変位に比例した仮想的なばね・ダンパによる復元力を加えることで、静止摩擦を近似的にモデル化している。

これに対し、短い時間で起こる衝突現象はリンクの運動と比較してほぼ瞬間的にある状態に収束する、すなわち代数的に表

原稿受付 2007 年 10 月 8 日

^{*1}九州大学高等研究機構

^{*2}東京大学大学院情報理工学系研究科

^{*1}Kyushu University

^{*2}University of Tokyo

■ 本論文は有用性で評価されました。

Table 1 Drawbacks and advantages of microscopic/macrosopic collision model (bold letter ... advantages, Δ ... improved in this paper)

	Numerical divergence	Indeterminate problem	Penetration recovery	Chattering	Static friction
Microscopic model	Δ often happen	never happen	recoverable	less happen	not computable
Macroscopic model	never happen	Δ often happen	not recoverable	often happen	computable

現できると見なす, いわゆる微分・代数方程式系としてのモデル化もなされている. 物理的には, 物体の微視的な変形過程をモデル化することは諦め, 衝突点が微小時間後に垂直抗力の非負条件や摩擦に関する不等式拘束条件を満たす範囲で理想的に拘束されると仮定し, 衝突前後での運動量変化から系に加えられた力積を逆算することに相当する. このように運動量の観点から巨視的な現象として衝突をモデル化する方法を, 本稿ではマクロ衝突モデルと呼ぶことにする. Poisson の衝突モデルに基づく方法 [15], 衝突面における垂直抗力のみ計算する方法 [16] [17], 垂直抗力および摩擦に関する拘束条件を満足する外力を, 線形相補性問題を解くことによって求める方法 [18]~[22], 各接触点の状態から適当と考えられる拘束条件を仮定し, その仮定に基づいて求めた外力に矛盾があれば, 矛盾がなくなるまで拘束条件を修正していく方法 [23] [24] などがある. ミクロ衝突モデルが加速度の次元で衝突による運動変化を計算するのに対し, このモデルでは速度の不連続な変化を直接計算するので, 数値的な発散は生じない. 反面, 離散化誤差による物体の過剰な侵入を補償できない, チャタリングが起りやすいなどの問題がある. また不静定問題の解決に困難が生じる.

結局, 順動力学シミュレーションにおける接触力計算の問題は, 物理現象そのものの性質よりも, 量子化による数値的な悪条件のほうが本質的な困難として存在すると言える. この観点から, 上に述べたミクロ・マクロ衝突モデルの特長と欠点を **Table 1** にまとめる. 表中, 太字で記した性質が長所である. この表から, 両者が相補的なモデルであることが分かる.

本稿では, それぞれに長所・短所を持つ両モデルを融合し, 量子化された世界での数値的な悪条件を解消する方法を提案する. 具体的には, マクロ衝突モデルの適用される層に若干の余分な厚みを持った弾性層を重ねることで, 数値的な発散の回避, 物体の過剰侵入量の補償, およびチャタリングの防止を同時に実現する. さらにミクロ衝突モデルにおいては, 陰的 Euler 法を近似的に用い, 単体としても数値的な安定性を向上する. またマクロ衝突モデルにおける不静定問題に対しては, 各時刻における歪みエネルギー停留条件を仮定し, 煩わしさを回避する.

2. 環境と接触するリンク系の表現

2.1 運動方程式

本稿では, 物体形状はすべて多面体で表されるとし, 曲面を持った物体の接触は考えない. **Fig. 1** に示すように, 線接触・面接触, さらに明確に線接触・面接触のように分類できない接触も含む任意の接触状態を, 接触領域を構成する頂点群での接触で表し, 各接触点においてトルクは働かないものとする. 形状は凸である必要はなく, 接触領域内部であれば頂点以外に

Fig. 1 A variety of contact states

接触点を設けても構わない. このとき, 環境から力を受ける一般的な開リンク系の運動方程式は, 次式のように表される.

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{b} = \mathbf{u} + \sum_{i \in C} \mathbf{J}_i^T \mathbf{f}_i \quad (1)$$

$$\mathbf{b} = \dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{b}} \quad (2)$$

ただし $\mathbf{H}$ は慣性行列, $\mathbf{q}$ は一般化座標, $\mathbf{b}$ はコリオリ力・遠心力・重力をまとめたバイアス力, $\hat{\mathbf{b}}$ は重力, $\mathbf{u}$ は一般化座標に対する一般化力, C は全接触点に対応するインデックスの集合, $\mathbf{f}_i$ は i 番目接触点に働く 3 軸力, $\mathbf{J}_i$ は次式で表される i 番目接触点に関するヤコビ行列である.

$$\mathbf{J}_i = \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \mathbf{q}} \quad (3)$$

ただし i 番目接触点の位置ベクトルを $\mathbf{p}_i$ とした. 閉ループを含む系の場合には, 構造を記述する拘束条件が別途必要となるが [25], 拡張は容易である. $\mathbf{H}$, $\mathbf{b}$ は Walker, Orin [26] による単位ベクトル法または剛体合成法を用いて計算することができる. また $\mathbf{J}_i$ は, 単位ベクトル法や Orin, Schrader [27] の方法によって求められる.

$\mathbf{f}_i$ を 3 章に述べる方法で計算し, さらに $\mathbf{u}$ を入力として与えれば, 式 (1) より加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ が求まる. 順動力学シミュレーションは, この $\ddot{\mathbf{q}}$ を積分して $\dot{\mathbf{q}}$ および $\mathbf{q}$ を更新することに帰着する.

Fig. 2 A rigid object model superposed by an elastic object with extra volume

2.2 ミクロ・マクロ衝突モデル

提案する衝突モデルでは、**Fig. 2**に示すように、物体を剛体および若干多く厚みを持った弾性体の重ね合わせとして表現する（図中では便宜上、環境のみをそのように表している）。弾性層のみの部分ではミクロ衝突モデルが、剛体と弾性体が重なった層ではミクロ衝突モデルとマクロ衝突モデルの両方が適用される。すなわち、 $\mathbf{f}_i$ は剛体層において発生する $\mathbf{f}_{Si}$ と弾性層において発生する $\mathbf{f}_{Ei}$ に分解できる。

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{Si} + \mathbf{f}_{Ei} \quad (4)$$

$\mathbf{f}_{Si}$ によって接触点の過剰な侵入が防げるので、弾性層モデルをそれほど硬いばねとしなくても良くなる。さらに本稿で採用するミクロ衝突モデルは、3.1節で述べるように単体でも数値的に不安定になりにくいものである。また3.3節で述べるように、マクロ衝突モデルにおいて拘束条件を厳密に満足しようとすると、量子化の影響によってチャタリングが起こるのであるが、本稿では拘束条件を緩和し、それによって起こる接触点の運動は $\mathbf{f}_{Ei}$ の作用によって補償する。この拘束条件の緩和は、不静定問題の回避にも関連する。このように、数値的安定性を向上させながらも、接触点を頑健に拘束することが可能となる。

2.3 接触点の検出と運動、摩擦

点 $\mathbf{p}_i$ がリンク上の点ならば環境モデルの、環境モデル上の点ならばリンクの面 P と接触しているか否かの判定は次のように行う。 P 上のある点を $\mathbf{p}_E$ 、単位法線ベクトルを $\boldsymbol{\nu}_i$ ($\|\boldsymbol{\nu}_i\|=1$)とすると、 $\mathbf{p}_i$ の P に対する浸透深さ d_i は次式から求まる。

$$d_i = -\boldsymbol{\nu}_i^T (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_E) \quad (5)$$

P を含む平面への $\mathbf{p}_i$ の投影点が P 内部にあり、かつ $d_i \geq 0$ ならば $\mathbf{p}_i$ は P と接触している。これをすべての点と面の組み合わせについて調べれば、衝突点の検出が行える。以下では $\mathbf{p}_i$ は接触点（すなわち $i \in \mathcal{C}$ ）とする。

$\boldsymbol{\nu}_i$ を用いれば、**Fig. 3**に示すように $\mathbf{p}_i$ の速度 $\mathbf{v}_i \equiv \dot{\mathbf{p}}_i$ を面に垂直な成分および面に並行な滑り速度成分に分解できる。

$$\mathbf{v}_i = v_{\nu i} \boldsymbol{\nu}_i + \mathbf{v}_{\sigma i} \quad (6)$$

ただし

$$v_{\nu i} = -\dot{d}_i = \boldsymbol{\nu}_i^T \mathbf{v}_i \quad (7)$$

であり、 $\mathbf{v}_{\sigma i}$ は次式を満たす。

$$\boldsymbol{\nu}_i^T \mathbf{v}_{\sigma i} = 0 \quad (8)$$

Fig. 3 Contact point, velocity and force

ここで、滑り方向ベクトル $\boldsymbol{\sigma}_i$ を次式(9)により定義する。

$$\boldsymbol{\sigma}_i \equiv \begin{cases} \frac{\mathbf{v}_{\sigma i}}{v_{\sigma i}} & (v_{\sigma i} > \varepsilon) \\ \mathbf{0} & (v_{\sigma i} \leq \varepsilon) \end{cases} \quad (9)$$

ただし ε は十分小さい値であり、 $v_{\sigma i}$ は次式で定義する。

$$v_{\sigma i} \equiv \|\mathbf{v}_{\sigma i}\| = \|\mathbf{v}_i - v_{\nu i} \boldsymbol{\nu}_i\| \quad (10)$$

また、 $\mathbf{p}_i$ に作用する外力 $\mathbf{f}_i$ も次式のように垂直抗力 $f_{\nu i}$ および摩擦力 $\mathbf{f}_{\phi i}$ に分解できる。

$$\mathbf{f}_i = f_{\nu i} \boldsymbol{\nu}_i + \mathbf{f}_{\phi i} \quad (11)$$

ただし

$$f_{\nu i} \equiv \boldsymbol{\nu}_i^T \mathbf{f}_i \quad (12)$$

であり、 $\mathbf{f}_{\phi i}$ は次式を満たす。

$$\boldsymbol{\nu}_i^T \mathbf{f}_{\phi i} = 0 \quad (13)$$

$v_{\sigma i} > \varepsilon$ ならば、 $\mathbf{p}_i$ においては次式で表される動摩擦力が働く。

$$\mathbf{f}_{\phi i} = -\mu_{Ki} f_{\nu i} \boldsymbol{\sigma}_i \quad (14)$$

ただし μ_{Ki} は動摩擦係数である。式(11)より

$$\mathbf{f}_i = f_{\nu i} (\boldsymbol{\nu}_i - \mu_{Ki} \boldsymbol{\sigma}_i) \quad (15)$$

すなわちこの場合、力の方向は既知であり、大きさだけが未知ということになる。また $v_{\sigma i} \leq \varepsilon$ ならば $\mathbf{p}_i$ においては静止摩擦力が働き、 $\mathbf{f}_{\phi i}$ は最大静止摩擦力に収まる範囲で $\mathbf{p}_i$ を拘束し続けるように働く。この場合は力の方向も大きさも未知である。

3. ミクロ・マクロ衝突モデルの融合計算

3.1 復元力の陰的評価に基づく安定なミクロ衝突モデル

ここではミクロ衝突モデルとして線形ばね・ダンパモデルを用いよう。ミクロ衝突モデルにおいて数値的発散が起こるメカニズムは、次のように説明できる。 $\mathbf{p}_i$ が接触している環境が、ばね定数 k_i およびダンパ係数 c_i によってモデル化されるとき、発生する復元力 $\mathbf{f}_{Evi}$ は通常次式で計算される。

Fig. 4 Elastic force estimation in numerical integration

$$f_{Evi} = -k_i d_i - c_i \dot{d}_i \quad (16)$$

d_i が時間刻み幅 Δt の間に $\Delta d_i \simeq \dot{d}_i \Delta t$ 変化するとすると、これは Fig. 4 に示すように、圧縮フェイズではこの区間の最小力で評価することを意味する。このためリンク上の接触点は環境により深く侵入し、蓄えられる歪みエネルギーも大きくなる。逆に復元フェイズではこの区間の最大力で評価することを意味し、リンクはより強く押し返されることになる。すなわち離散化された漸化的計算の過程で、現実には発生しえない力学的エネルギーの注入が生じる。このような問題を避ける一つの方法は、式 (16) の代わりに次式を用いることである。

$$f_{Evi} = -k_i(d_i + \dot{d}_i \Delta t) - c_i \dot{d}_i \quad (17)$$

これによって、圧縮フェイズでは区間最大力で評価して侵入深さを抑え、復元フェイズでは区間最小力で評価し押し返しを小さくするという、通常と逆の効果が得られることになる。これは山根ら [4] による方法と同様に、陰的 Euler 法を接触点の運動のみにおいて近似的に利用しているとも言える。ただし式の形は大幅に単純化されている。この意味で本稿では今後、前者を陽的モデル、後者を陰的モデルと呼ぶことにする。また式 (17) は次のように変形できる。

$$f_{Evi} = -k_i d_i - (c_i + k_i \Delta t) \dot{d}_i \quad (18)$$

この式から、 Δt に対してダンパ係数を適応的に変化させていると解釈することもできる。非線形ばねモデル [6] においても復元力は侵入深さに対し単調に増加するように設定されるので、置き換えは可能である。式 (17) の $f_{E\mu i}$ を式 (9)、(15) の $f_{\mu i}$ に代入すれば、ミクロ衝突モデルによる接触力 f_{Ei} が求まる。

$$f_{Ei} = f_{Evi}(\nu_i - \mu_{Ki} \sigma_i) \quad (19)$$

なお、本稿の方法のように接触点のみに復元力が働くとなると、本来は線や面で接触している場合に、実際よりも侵入量が大きくなったり、接触点が増えた瞬間にリンク系が受ける全外力がリンクの質量特性とは無関係に急激に増大したりするなどの問題がある。この問題に対しては、点ではなく物体の干渉体積に基づいて復元力を計算する Hasegawa ら [5] の方法を併用することが解決案として考えられる。本稿ではこれ以上の議論は行わない。

3.2 マクロ衝突モデルと衝突方程式

式 (1) および式 (4) から、次式を得る。

$$H\ddot{q} + b = u + \sum_{i \in C} J_i^T (f_{Ei} + f_{Si}) \quad (20)$$

すべての f_{Ei} は式 (19) から先に求めることが可能であるので、式 (20) はさらに次式のように変形できる。

$$H\ddot{q} + b = u_E + \sum_{i \in C} J_i^T f_{Si} \quad (21)$$

$$u_E \equiv u + \sum_{i \in C} J_i^T f_{Ei} \quad (22)$$

以下において、微小時間 Δt の間の H , b , u_E , J_i^T の変化は $\ddot{q}$ および f_i と比較して十分小さいものと仮定する。

今、 Δt の間にリンク系が各接触点において力積を受け、接触点の速度が v_i から $v_i + \Delta v_i$ へ、一般化速度が $\dot{q}$ から $\dot{q} + \Delta \dot{q}$ へとそれぞれ変化したとすると、式 (3) から次式が成り立つ。

$$J_i \Delta \dot{q} = \Delta v_i \quad (23)$$

また運動方程式 (21) を Δt で積分すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} H \Delta \dot{q} &= \int_{\Delta t} \left(u_E - \hat{b} + \sum_{i \in C} J_i^T f_{Si} \right) dt \\ &= \Delta \hat{u} + \sum_{i \in C} J_i^T \Delta f_{Si} \end{aligned} \quad (24)$$

ただし、

$$\Delta \hat{u} \equiv \int_{\Delta t} (u_E - \hat{b}) dt \simeq (u_E - \hat{b}) \Delta t \quad (25)$$

$$\Delta f_{Si} \equiv \int_{\Delta t} f_{Si} dt \quad (26)$$

とおいた。式 (23)、(24) より $\Delta \dot{q}$ を消去すれば次式が導かれる。

$$J_i H^{-1} \sum_{j \in C} J_j^T \Delta f_{Sj} = \Delta v_i - v_{Bi} \quad (27)$$

$$v_{Bi} \equiv J_i H^{-1} \Delta \hat{u} \quad (28)$$

さて、接触点の衝突直前の運動によって Δf_{Si} , Δv_i の満たすべき条件は次のように分けられる。

(i) 接触点が静止している (i.e. $\|v_i\| \leq \epsilon$) とし

接触点 p_i においては静止摩擦力が働く。理想的に静止状態が保たれるならば、

$$v_i + \Delta v_i = 0 \quad (29)$$

であり、 Δf_{Si} は大きさ・方向共に未知である。

(ii) 接触点が速度を持つ (i.e. $\|v_i\| > \epsilon$) とし

接触点 p_i においては動摩擦力が働くので、式 (15) より Δf_{Si} は次のように表せる。

$$\Delta f_{Si} = \Delta f_{Svi}(\nu_i - \mu_{Ki} \sigma_i) \quad (30)$$

ただし

$$\Delta f_{S\mu i} = \nu_i^T \Delta f_{Si}. \quad (31)$$

また Δv_i を次のように 2 方向に分解する.

$$\Delta v_i = \Delta v_{\nu i} \nu_i + \Delta v_{\sigma i} \quad (32)$$

ただし

$$\Delta v_{\nu i} = \nu_i^T \Delta v_i, \quad \nu_i^T \Delta v_{\sigma i} = 0. \quad (33)$$

衝突によって p_i の法線方向の運動が理想的に拘束される, すなわち完全非弾性衝突ならば, 次式が成り立つ.

$$v_{\nu i} + \Delta v_{\nu i} = 0 \quad (34)$$

滑り速度の変化分 $\Delta v_{\sigma i}$ は未知である.

以上より, 静止摩擦および動摩擦に分類される点のインデックス i の集合をそれぞれ S , K とすると, 式 (27), (29), (30), (32), (33), (34) から,

$i \in S$ のとき

$$\begin{aligned} & J_i H^{-1} \left\{ \sum_{j \in S} J_j^T \Delta f_{Sj} + \sum_{j \in K} \Delta f_{S\nu j} J_j^T (\nu_j - \mu_{Kj} \sigma_j) \right\} \\ &= -v_i - v_{Bi} \end{aligned} \quad (35)$$

$i \in K$ のとき

$$\begin{aligned} & \nu_i^T J_i H^{-1} \left\{ \sum_{j \in S} J_j^T \Delta f_{Sj} + \sum_{j \in K} \Delta f_{S\nu j} J_j^T (\nu_j - \mu_{Kj} \sigma_j) \right\} \\ &= -v_{\nu i} - \nu_i^T v_{Bi} \end{aligned} \quad (36)$$

が言える. これは Δf_{Si} , $\Delta f_{S\nu i}$ に関する連立 1 次方程式であり, 次のようにまとめることができる.

$$A \Delta f_S = v \quad (37)$$

Δf_S および v の次元は共に (S の要素数) $\times 3 +$ (K の要素数) であるので, A は非負定正方行列となる. 式 (37) が, 系全体の衝突方程式である.

3.3 係数行列の正則化を用いた安定な衝突方程式の解法

式 (37) において, A が正則ならば直ちに

$$\Delta f_S = A^{-1} v \quad (38)$$

として力積 Δf_S が求まる. しかし, リンク上の 3 点の運動が与えられればリンクの運動は決定されるために, 四つ以上の頂点で環境と接触しているリンクが存在するような不静定問題の場合は, A は非正則となる. このとき, 接触力による力積の分布 Δf_S は一意には定まらない. Baraff [19], 藤本ら [20] の方法ではこれを考慮せずに Danzig 法や Lemke 法などの掃き出し法を用いるため, 不静定問題である場合には接触力の各点への配分不自然な偏りが生じるという問題があった[†]. また式 (35), (36) は各接触点の局所的な運動のみ考慮したものであ

[†]ただしどのような配分になっても, 結果として生じるリンク系全体の加速度は同一の値となる.

Fig. 5 Relationship between the contact equation (37), regularization parameter λ and evaluation function in (QP)

り, 離散化の影響から剛体としての振る舞いに矛盾を生じる可能性がある. すなわち接触点間の距離が不変であることが保証されない. これらの理由から, 式 (37) の厳密な解は必ずしも存在しない. 中村ら [24] の方法では, リンクに加わる外 6 軸力を求めるためにこのような問題は生じないが, 外力の満たす拘束条件の扱いが複雑になっている.

Lötstedt [18] は, Δf_S のノルムを最小とするような分配則によって全接触力の分布を決定する方法を提案している. これは Moore-Penrose の擬似逆行列を用いて式 (37) を解くことに相当し, その物理的解釈は次のような仮定と等価である. すなわち緒言にて述べた通り, 接触力とは物体の微視的な変形によって生じるものであるが, その変形はリンクの運動に比べて極めて短時間で起こり, 各時刻で物体の変形による歪みエネルギーは停留すると見なせると仮定する. 本稿でもこの仮定を採用する. しかし, 係数行列が悪条件である線形連立方程式の擬似逆行列による解は, 数値誤差の影響による不安定性, すなわち係数行列のわずかな変化だけで大きく値が変わる振る舞いを招きやすく [28], これがチャタリングの主な原因となる. そこで, 微小な正則化係数 λ を人為的に導入し, 次のような 2 次計画問題を解くことによって Δf_S を求める.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \|A \Delta f_S - v\|^2 + \frac{1}{2} \lambda \|\Delta f_S\|^2 \rightarrow \min. \\ & \text{subject to } \nu_i^T \Delta f_{Si} \geq 0 \quad (\forall i \in C) \end{aligned}$$

(QP)

ただし不等式拘束条件は垂直抗力の非負条件, すなわち接触点 が環境に固着していないために引っ張り方向に力を発生させる ことができないということを表現したものである. これは, 不 等式拘束条件を満たす範囲で式 (37) を Tikhonov の正則化一 般逆行列 [29] によって解くことに相当する. λ の導入によって Δf_S は, Fig. 5 に示すように式 (37) の解領域から絶対値が小 さくなる方向へと外れていくため, 計算される接触力のノルム が衝突点を拘束するのに不足しがちになるが, 数値的な条件は 改善される. 力の不足によって生じる接触点の侵入は, ミクロ 衝突モデルの復元力によって補償される. この役割からも, 両 モデルの併用が有効であると考えられる.

Δt の間の f_{Si} の変化を厳密に追って調べることは困難であ り, また量子化された世界において意味を持たないので, 次式

のように $\Delta \mathbf{f}_{Si}$ の時間平均をとって $\mathbf{f}_{Si}$ とする.

$$\mathbf{f}_{Si} = \frac{\Delta \mathbf{f}_{Si}}{\Delta t} \quad (39)$$

3.4 摩擦力の修正

3.2 において静止摩擦力が働く場合, 理想的に静止状態が保たれると仮定して衝突方程式を導出した. しかし実際には, 最大静止摩擦力を超えた場合に接触点において滑りが生じ, 動摩擦力が働く状態に不連続に移行する. この修正は次の手順により行う. まず $\mathbf{f}_i$ を, 式 (11) に基づいて垂直抗力 $f_{\nu i}$ と摩擦

$$f_{\phi i} = \|\mathbf{f}_{\phi i}\|. \quad (40)$$

接触点 $\mathbf{p}_i$ における最大静止摩擦係数を μ_{Si} とすると, この $f_{\nu i}$, $f_{\phi i}$ に対し次式が満たされるならば, 静止摩擦力が働くので矛盾はない.

$$f_{\phi i} \leq \mu_{Si} f_{\nu i} \quad (41)$$

逆に,

$$f_{\phi i} > \mu_{Si} f_{\nu i} \quad (42)$$

となった場合は, 次式で摩擦力を置き換える.

$$f_{\phi i} = \mu_{Ki} f_{\nu i} \quad (43)$$

このとき, 点 $\mathbf{p}_i$ において滑りが生じる.

3.5 順動力学シミュレーションの手順

順動力学シミュレーションの手順をまとめる.

- (1) 慣性行列 $\mathbf{H}$, バイアス力ベクトル $\mathbf{b}$, $\hat{\mathbf{b}}$ を求める.
- (2) リンク系と環境モデルとの衝突検出を行い, 接触点群を得る.
- (3) おおのこの接触点 $\mathbf{p}_i$ について衝突直前の速度 $\mathbf{v}_i$, 法線ベクトル $\boldsymbol{\nu}_i$, 滑り方向ベクトル $\boldsymbol{\sigma}_i$, ヤコビ行列 $\mathbf{J}_i$ を求める.
- (4) ミクロ衝突モデルによる接触力 $\mathbf{f}_{Ei}$ を, 式 (17) および式 (9), (19) から求める.
- (5) マクロ衝突モデルに基づき, 入力である一般化力ベクトル $\mathbf{u}$, および式 (35), (36) から衝突方程式 (37) を作成する.
- (6) 2 次計画問題 (QP) を解き, マクロ衝突モデルにおいて各接触点に働く接触力による力積 $\Delta \mathbf{f}_{Si}$ を計算する. さらにこれを Δt で割った時間平均として $\mathbf{f}_{Si}$ を計算する.
- (7) 式 (4) より各 $\mathbf{f}_i$ を求める. これらに対し, 3.4 の手順に従って摩擦力を修正する.
- (8) 式 (1) から加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ を計算する.
- (9) $\ddot{\mathbf{q}}$ を積分し, $\dot{\mathbf{q}}$, $\mathbf{q}$ を更新する.

Fig. 6 に, 上記の手順のフローチャートを示す. 全体の計算時間は衝突点の検出と 2 次計画法の解法に依存する.

4. シミュレーションと考察

4.1 ロボット・環境のモデルと計算条件

本章では, シミュレーションを通して提案方法の性能を検証する. ロボットのモデルには HOAP-1 [30] を想定した. このモデルは 20 の駆動関節を有し, 体幹部が 6 自由度の非駆動仮想関節で慣性座標系原点に連結されている [20]. モデルの形状および関節配置を Fig. 7 に示す. 形状は三角形ポリゴンの集合として表現されている. 足裏形状は, Fig. 8 に示す長方形をなす. また環境は十分大きな平板床とし, 接触判定は, ロボット形状モデルの全頂点と環境モデルをなす面との間において行った.

2 次計画問題の解法としては, まず拘束条件のない状態から始めて最小化問題を正則化一般逆行列を用いて解き, 満足されなかった拘束条件を適宜付加していくという方法を採用した. この方法は Lemke 法 [31] 等と比較して, 繰り返し計算の回数が多くなれば計算量は増える可能性があるものの, 多くの場合において, より小さい計算量で解を得ることができる [22]. 数値

Fig. 6 Flow chart of forward dynamics

Fig. 7 Kinematic structure, size and mass of the robot

Fig. 8 Sole shape of the robot model

積分には1次シンプレクティック法[32]を用いた。これは陰的Euler法に近い性質を持つので、提案する陰的ミクロ衝突モデルとの競合が少ないと考える[†]。常微分方程式の数値解法の選択は順動力学シミュレーションにおいて本質的な問題だが、本稿では提案方法の評価に焦点を当てるために、比較的単純な方法を選んだ。計算に使用したコンピュータはPC/AT互換機で、CPUはIntel(R)Celeron 2.0 [GHz]、RAMは512 [MB]であり、1ステップの計算に要した平均時間は約1.5 [ms]であった。

4.2 陰的ミクロ衝突モデルの性能検証

3.1で提案した陰的モデルについて検証する。最初に簡単な試行として、質量4.5 [kg]の質点を高さ0.05 [m]から地面に自由落下させるシミュレーションを行った。地面の弾性係数は8,820、粘性係数は320とした。これは4.5 [kg]の質点が、減衰係数0.8で振動しながら侵入深さ約0.005 [m]に収束する条件に相当する。積分時間幅 Δt を0.0001 [s]、0.001 [s]、0.005 [s]、0.01 [s]と変え、陽的モデルと陰的モデルの応答の様子を調べた。それぞれの場合における質点の軌跡をFig. 9の(a)~(d)に示す。 $\Delta t = 0.0001$ [s]、 $\Delta t = 0.001$ [s]のときは両者の違いはグラフ上ではほとんど判別できないが、 $\Delta t = 0.005$ [s]では陽的モデルのほうが振動がより大きくなっており、 $\Delta t = 0.01$ [s]になると頻繁に跳ね返りを起こすようになる。一方、陰的モデルの応答は Δt の違いに対しあまり大きな変化を見せず、いずれも安定に平衡侵入深さに収束している。

次にロボットモデルを用い、同様にこれを高さ0.05 [m]から直立姿勢で自由落下させるシミュレーションを行った。床面の弾性係数は4,410、粘性係数は282とした。これは質量4.5 [kg]の物体が1点のみで床面と接したとき、減衰係数約1.0で侵入

深さ約0.01 [m]に収束する条件である。ロボットと床面との間の動摩擦係数は0.4とした。結果のスナップショットをFig. 10に示す。 $\Delta t = 0.001$ [s]のときは、Fig. 10(a), (b)のように陽的モデル、陰的モデルともに着地後に直立姿勢を維持したままであったが、 $\Delta t = 0.0025$ [s]のとき、Fig. 10(c)のように陽的モデルではロボットは着地後に倒れ、地面から跳ね返って不自然な運動を見せた。陰的モデルでもロボットは着地後に倒れたが、Fig. 10(d)に示すようにその後は倒れたままの姿勢が維持された。この結果より、提案した陰的モデルは数値的に安定な性質を示すが、時間刻み幅が大きくなると離散化誤差による物体の侵入量も大きくなり、衝突点の拘束が頑健ではなくなるというミクロ衝突モデル生来の問題は解決しないと言える。

4.3 マクロ衝突モデルにおける正規化係数の影響検証

3.3で導入したマクロ衝突モデルの解法における λ の効果を調べる。床面を最大静止摩擦係数1.0、動摩擦係数0.4の剛体板とし、それに弾性係数5,512、粘性係数158、動摩擦係数0.4、余分厚さ0.0005 [m]の弾性層を重ねた。これは質量4.5 [kg]の物体が1点のみで床面と接したとき、減衰係数約0.5で侵入深さ約0.001 [m]に収束する条件である。以降、積分時間幅 Δt は0.001 [s]とした。問題(QP)において $\lambda = 0.01$, 0.1, 1.0, 4.0とし、それぞれの場合についてロボットに直立姿勢を維持させ、接触力の変化を調べた。左足踵の内側の点に作用する外力のうち垂直抗力成分をプロットしたものをFig. 11に示す。図中、ミクロ衝突モデルによる力とマクロ衝突モデルによる力が区別されている。縦軸に添えられている力の絶対値を示す目盛が、それぞれの場合で異なることに注意されたい。 λ が小さいときは、マクロ衝突モデルによる力が散発的に大きな値をとり、それらの間では0となるチャタリングが起こっていることが確認される。 λ がある程度大きくなると、力は頻繁に非零の値を示す。すなわち時間方向に衝突が分散されると言える。さらに λ を大きくすると、3.3節で述べたように力の絶対値は小さくなる。 $\lambda \simeq 7.0$ としたとき、十分な床反力が算出されずロボットの足が地面に沈みこみ、転倒に至った。またFig. 12は、 $\lambda = 0.01$ および $\lambda = 4.0$ に対する左足裏の各頂点への接触力の分布を示している。 $\lambda = 0.01$ の場合、同時にピークを示す頂点が少なく、全接触点への力の分布に偏りが生じていることが確認できる。それに対し $\lambda = 4.0$ の場合は、四つの頂点が同時にピークを示すことが多く、空間的にも衝突が分散されていることが分かる。 λ の設定については、この例のようにミクロ衝突モデルによる力とマクロ衝突モデルによる力が同程度の大きさとなり、マクロ衝突モデルによる衝突が時間的にも空間的にも平滑化され、かつ接触点の拘束が維持されるような値が望ましいと考えられる。

4.4 静止摩擦力計算モデルの検証

静止摩擦力について調べる。4.3で $\lambda = 4.0$ とした床モデルを用い、ロボットに直進歩行運動を行わせた。次に、最大静止摩擦係数を0とし、動摩擦力のみ作用する条件でロボットに同じ運動を行わせた。積分時間幅 Δt はどちらも0.001 [s]とした。Fig. 13(a), (d)は、それぞれの運動における x 軸方向および y 軸方向の重心の軌跡である。両者はよく似ており、少なくともこれらのグラフのみからおのおのを判別するのは難しい。し

[†]保存系ではないので、シンプレクティック法が本来有する効果を期待したものではない。

Fig. 9 Comparison of loci of a mass point falling down and bouncing for different integration time step

(a) $\Delta t = 0.001$ [s], compute microscopic deformation by conventional Eq.(16)

(b) $\Delta t = 0.001$ [s], compute microscopic deformation by proposed Eq.(17)

(c) $\Delta t = 0.0025$ [s], compute microscopic deformation by conventional Eq.(16)

(d) $\Delta t = 0.0025$ [s], compute microscopic deformation by proposed Eq.(17)

Fig. 10 Falling-down (and bouncing) motions of the robot to examine the proposed energy-suppression computation of micro-contact force

Fig. 11 Comparison of reaction force from the floor for λ in (QP)

Fig. 12 Comparison of reaction force distribution to the contacting points for λ in (QP)

Fig. 13 COM loci of walking motions for friction force conditions

かし、静止摩擦力が働いた場合の重心加速度 (Fig. 13(b), (e)) と、動摩擦力のみ働いた場合の重心加速度 (Fig. 13(c), (f)) を比較してみると、概形は似ているものの、前者と比較して後者の振動は大きい。後者のシミュレーションでは足裏と床面との間で剪断方向に細かい振動 (ディザ) が発生し、その影響が重心加速度に現れていると考えられる。すなわち、位置の軌跡はよく似た形を示しているが、加速度の軌跡には静止摩擦力がモデル化できているか否かの差が如実に現れると言える。

4.5 ミクロ・マクロ融合モデルに関する考察と一般的な運動シミュレーションの例

以上から得られた考察をまとめる。

- (1) 陰的ミクロ衝突モデルは数値的安定性を向上するが、そのみでは接触点の拘束が保証されない。離散化誤差により接触点が過度に侵入する可能性は免れない。
- (2) マクロ衝突モデルのみ用いた場合、チャタリングによって床反力が 0 となる期間が頻繁に現れることになる。そのよ

Fig. 14 Walking motion

Fig. 15 Falling-down motion during a walking

うな期間においては、例えば脚ロボットの制御でしばしば重要視される ZMP [33] が定義不可能になるなど、制御シミュレーションに深刻な問題を起こす可能性がある。

- (3) 静止摩擦力の導入はシミュレーション結果に大きな違いを及ぼす。静止摩擦力のモデル化はマクロ衝突モデルによるほうが容易である。

したがって、本稿で提案するモデルは有効であると考えられる。

ロボット運動シミュレーションの例として、Fig. 14 に前節で行った歩行運動、Fig. 15 に歩行に失敗し転倒した運動をそれぞれ行わせた結果をアニメーションで再現したときのスナップショットを示す。用いた環境モデルはすべて、4.3 で $\lambda = 4.0$ としたものと同じである。

5. おわりに

本稿では、環境と衝突・接触を伴うリンク系の順動力学シミュレーションにおいて、現象そのものの物理的性質よりも、離散化・量子化された世界において起こる数値的な問題のほうが本質的な困難であることをまず指摘した。この観点から、従来別個に扱われてきたマイクロ衝突モデルおよびマクロ衝突モデルが相補的關係にあることを説明し、両者を融合することによって数値的悪条件を緩和する方法を提案した。具体的に得られた成果として、数値的発散の回避、離散化の影響による接触点の過侵入の補償、不静定問題における接触力の時間・空間的平滑化、チャタリングの防止、静止摩擦の容易な実装が挙げられる。これらは、単純に両モデルを併用するだけでは得られず、おのこの拘束を同程度に緩め、それによって生じる誤差を相互に補償させることで初めて達成できる。この事実は、量子化された計算機の世界で行われるシミュレーションの力学を考える上で重要である。

マクロ衝突モデルにおける不静定問題への解決策として、本稿で示した人為係数の導入による正則化を用いた解法は数値的な観点から有効であると考えられる。係数の設定方法については 4.3 節末尾で述べたような定性的な指針を得たが、議論の余地がある。今後の課題としたい。

謝辞 本研究は、科学研究費補助金基盤研究 (S) 内課題「知能の力学的情報処理モデルの展開」(課題番号: 15100002, 代表: 中村仁彦) の支援を受けた。

参考文献

- [1] S. McMillan and D.E. Orin: "Forward Dynamics of Multilegged Vehicles Using the Composite Rigid Body Method," Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.464-470, 1998.
- [2] 比留川博久, 金広文男, 梶田秀司, 横井一仁, 金子健二, 藤原清司, 谷江和雄, 長崎高巳: "スプリング・ダンパモデルに基づくヒューマノイドの動作シミュレーション", 第 19 回日本ロボット学会学術講演会講演論文集, pp.5-6, 2001.
- [3] 黄潤權, 近野敦, 小笠原克久, 猪平栄一, 内山勝: "ヒューマノイドロボット高速動力学シミュレータの開発", 日本ロボット学会誌, vol.23, no.1, pp.113-123, 2005.
- [4] 山根克, 中村仁彦: "O(N) 順動力学計算法と陰積分による衝突・接触の高速シミュレーション", ロボティクス・メカトロニクス講演会'02 講演論文集, 2P2-L09, 2002.
- [5] S. Hasegawa and M. Sato: "Real-time Rigid Body Simulation for Haptic Interactions Based on Contact Volume of Polygonal Objects," Computer Graphics Forum, vol.23, no.3, pp.529-538, 2004.
- [6] K.H. Hunt and F.R.E. Crossley: "Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact," ASME Journal of Applied Mechanics, pp.440-445, 1975.
- [7] 正司康雅, 稲葉忠, 福田敏男: "衝突を含むロボットマニピュレータの統一的アプローチに基づく安定制御", 日本ロボット学会誌, vol.11, no.5, pp.677-692, 1993.
- [8] D.W. Marhefka and D.E. Orin: "Simulation of Contact Using a Nonlinear Damping Model," Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.1662-1668, 1996.
- [9] 黄強, 中村仁彦, 荒井裕彦, 谷江和雄: "運動能力解析の 2 足歩行ヒューマノイドシミュレータ", 第 18 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1475-1476, 2000.
- [10] 三井誠友: 常微分方程式の数値解法, 岩波書店, 2003.
- [11] A. Joukhar, A. Deguet and C. Laugier: "A Collision Model for Rigid and Deformable Bodies," Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.982-988, 1998.
- [12] A. Sandu, D. Negrut, E.J. Haug, F.A. Potra and C. Sandu: "A Rosenbrock-Nystrom state space implicit approach for the dynamic analysis of mechanical systems: I — theoretical formulation," Journal of Multi-body Dynamics, vol.217, no.4, pp.263-271, 2003.
- [13] D. Negrut, E.J. Haug and H.C. German: "An Implicit Runge-Kutta Method for the Integration of Differential-Algebraic Equations of Multibody Dynamics," Multibody System Dynamics, vol.9, no.2, pp.121-142, 2003.
- [14] F.A. Potra, M. Anitescu, B. Gavrea and J. Trinkle: "A lin-

- early implicit trapezoidal method for integrating stiff multi-body dynamics with contact, joints, and friction,” International Journal for Numerical Methods in Engineering vol.66, Issue 7, pp.1079–1124, 2006.
- [15] B. Mirtich and J. Canny: “Impulse-based Simulation of Rigid Bodies,” Proceedings of Symposium on Interactive 3D Graphics, pp.181–188, 217, 1995.
- [16] 辻尾昇三, 今口卓哉, 余永: “マニピュレータと環境との衝突力学—衝突点における速度変化の解析と実験—”, 第 17 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1061–1062, 1999.
- [17] 吉田和哉, 指田直毅, 梅谷陽二: “拡張逆慣性行列を用いた浮遊リンク系の衝突運動の定式化”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.3, pp.410–418, 1993.
- [18] P. Lötstedt: “Numerical Simulation of Time-Dependent Contact and Friction Problems in Rigid Body Mechanics,” SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, vol.5, no.2, pp.370–393, 1984.
- [19] D. Baraff: “Fast Contact Force Computation for Nonpenetrating Rigid Bodies,” Proceedings on SIGGRAPH 94, pp.23–34, 1994.
- [20] 藤本康孝, 河村篤男: “床との衝突および摩擦を考慮した 2 足歩行ロボットの三次元運動シミュレーション”, 日本ロボット学会誌, vol.15, no.6, pp.857–863, 1997.
- [21] W. Son, J.C. Trinkle and N.M. Amato: “Hybrid Dynamic Simulation of Rigid-Body Contact with Coulomb Friction,” Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.1376–1381, 2001.
- [22] J.E. Lloyd: “Fast Implementation of Lemke’s Algorithm for Rigid Body Contact Simulation,” Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics & Automation, pp.4549–4554, 2005.
- [23] 中村達也, 小谷内範穂, 安達弘典: “歩行シミュレーションにおける相互作用計算”, システム制御情報学会論文誌, vol.5, no.1, pp.1–8, 1992.
- [24] 中村仁彦, 山根克: “拘束条件が不連続に変化するリンク系の動力学—環境と接触しながら運動するヒューマンフィギュアへの応用—”, 日本ロボット学会誌, vol.18, no.3, pp.435–443, 2000.
- [25] 中村仁彦: “パラレルメカニズムの動力学”, 日本ロボット学会誌, vol.10, no.6, pp.709–714, 1992.
- [26] M.W. Walker and D.E. Orin: “Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms,” Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol.104, pp.205–211, 1982.
- [27] D.E. Orin and W.W. Schrader: “Efficient Computation of the Jacobian for Robot Manipulators,” The International Journal of Robotics Research, vol.3, no.4, pp.66–75, 1984.
- [28] 武者利光, 岡本良夫: 逆問題とその解き方, オーム社, 1992.
- [29] G.H. Golub, P.C. Hansen and D.P. O’Leary: “Tikhonov Regularization and Total Least Squares,” SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications, vol.21, no.1, pp.185–194, 1999.
- [30] 村瀬有一, 安川裕介, 境克司, 植木美和: “研究用小型ヒューマノイドの設計”, 第 19 回日本ロボット学会学術講演会講演論文集, pp.789–790, 2001.
- [31] 藤田宏, 今野浩, 田邊國士: 最適化法 (岩波講座応用数学 [方法 7]), 岩波書店, 1994.
- [32] H. Yoshida: “Recent Progress in the Theory and Application of Symplectic Integrators,” Celestial Mechanics and Dynamics Astronomy, vol.56, pp.27–43, 1993.
- [33] M. Vukobratović and J. Stepanenko: “On the Stability of Anthropomorphic Systems,” Mathematical Biosciences, vol.15, no.1, pp.1–37, 1972.

杉原知道 (Tomomichi Sugihara)

1999 年東京大学工学部機械情報工学科卒業, 2004 年同大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻博士課程修了。同年, 同専攻学術研究支援員。2005 年より 2007 年まで同専攻助手。現在, 九州大学 SSP ヒューマンセンタードロボティクスプロジェクト特任准教授。博士 (情報理工学)。ヒューマノイドロボットの運動学, 力学, 運動計画と制御, ハードウェア設計, ソフトウェアシステム開発等に関する研究に従事。IEEE の会員。

(日本ロボット学会正会員)

中村仁彦 (Yoshihiko Nakamura)

1982 年京都大学大学院工学研究科精密機械工学専攻博士課程退学, 同年より 1987 年まで同大学助手。1987 年より 1991 年 3 月までカリフォルニア大学サンタバーバラ校助教授, 准教授。同年 4 月より東京大学に勤務。現在, 同大学院情報理工学系研究科知能機械情報学専攻教授。京都大学工学博士。ロボットの運動学, 動力学, 制御, および知能の問題, 特に非ホロノミックロボット, 脳型情報処理, ヒューマノイドや CG の運動・力学計算, 外科手術用ロボットなどの研究に従事。システム制御情報学会, 計測自動制御学会, 日本コンピュータ外科学会, IEEE, ASME などの会員。日本機械学会フェロー, 日本 IFToMM 会議委員長。セルビア・モンテネグロ工学アカデミー外国人会員。IFTToMM Vice President, World Academy of Art and Science Fellow。 (日本ロボット学会正会員)