機構部の弾性を考慮した 水平多関節形ロボットの数値シミュレーション

小 島 宏 行* 高 橋 決** 桑 名 秀 晴**

Numerical Simulation of Horizontal Articulated Robot in Consideration of Flexibility of Mechanical System

Hiroyuki KOJIMA* Hiroshi TAKAHASHI** Hideharu KUWANA**

In this report, the numerical simulation of the horizontal articulated robot consisting of two horizontal rotating links and a vertical linear link is presented. In the numerical simulation, the pendulum vibrations of the vertical linear link, in the plane perpendicular to the second horizontal rotating link, are considered. Then, in the derivation of the state equation of the robot, the equation of motion of the mechanical system is derived in consideration of the flexibility and viscosity of the coupling mechanism between the second horizontal rotating link and the vertical linear link as well as the nonlinear flexibility of the harmonic drives, and the nonlinear state equation of the robot is obtained by coupling the equation of motion with the electric current equation of the servo position control system based on the proportional plus integral plus derivative control. Furthermore, the numerical simulation results are demonstrated, and the effects of the pendulum vibrations of the vertical linear link on the dynamic characteristics of the robot and the control accuracy are investigated.

Key Words : Horizontal Articulated Robot, Numerical Simulation, Flexibility of Mechanical System, Pendulum Vibration

1. 緒 言

組立用ロボット等においては、水平回転リンクの先端に垂直直動リンクや負荷把持機構などが取り付けられるために機構部の弾性に起因する機械振動が生じ易い。また、産業用ロボットにおいては、小型軽量で大きな減速比が得られるハーモニックドライブ減速機が広く用いられている。一方、ロボットの動特性と振動制御に関して多くの研究が行われており、例えば、集中ばねを用いて一般的な動特性を求めている研究^{1),2)}、集中ばねを用いて動特性方程式を求め、振動制御するためのコントローラを設計し実験を行なっている研究³⁾等が報告されている。

また、産業用ロボットについては、ハーモニックドライブのトルクむらに起因する振動⁴⁾、加速度フィードバックによる振動制御^{5),6)}、関節部のトルク制御⁷⁾、ロボットの動特性シミュレーション⁸⁾等に関する研究が、行われている。しかしながら、水平回転リンク先端に取り付けられた垂直直動リンク部の振動的振動ならびにハーモニックドライブの非線形の弾性を考慮した水平多関節形ロボットの動特性に関する研究は、機構部の保有すべき剛性に対する一つの設計指針を与えることになり、意義あるものと言えるが、このような研究は未だ見当たらないように思われる。そこで、本研究では、第2水平回転リンクの先端に垂直直動リンクが取り付けられた構成の水平多関節形ロボットの数値シミュレーションを、第2水平回転リンクに垂直な平面内の垂直直動リンク部の振動的振動ならびに各関節部のハーモニックドライブの非線形

原稿受付 1988 年 9 月 29 日

* 群馬大学工学部

** 沖電気工業株式会社

の弾性を考慮して行なった結果について述べている。なお、数値シミュレーションにおいては、サーボ位置制御系として、比例積分微分方式が想定されており、その指令値は、正弦波速度曲線を積分した値が用いられている。本文では、まず第2水平回転リンクに垂直な平面内の垂直直動リンク部の振動的振動ならびに各関節部のハーモニックドライブの非線形の弾性を考慮したラグランジュアンにハミルトンの原理を適用することにより、力学系の運動方程式を導出するとともに、これとサーボ位置制御系の電流方程式とを連立させ、力学・制御連成系の状態方程式を求めている。また、コリオリ力や遠心力等の非線形性を無視し、状態方程式を線形化することによって、力学・制御連成系の特性方程式を導いている。さらに、数値シミュレーションにより、取付部の弾性に起因する垂直直動リンク部の振動的振動が力学・制御連成系の動的応答に及ぼす影響を調べている。

2. 機構部の弾性を考慮した力学・制御連成系の状態方程式

2.1 力学系の運動方程式の導出

Fig. 1 は、2個の水平回転リンクと1個の垂直直動リンクとから構成された水平多関節形ロボットのモデルを示したものである。本研究においては、2個の水平回転リンクが運動しているときは、垂直直動リンクは作動しないものとして取り扱っている。図において G_z は垂直直動リンクの重心の位置、 Z は垂直直動リンク取付部と G_z との距離、 $\bar{z}$ は取付部と任意の点 P_3 との距離を表わしており、 m_m は垂直直動リンクの駆動機構、 m_s は負荷の把持機構、 m_L は負荷の質量をそれぞれ示している。垂直直動リンク部の振動的振動は、第2水平回転リンクに垂直な平面内の振動成分と、これに垂直な振動成分に分けて考えることができるが、振動的振動の主因となる第2水平回転リンクの先端の加速度は、水平多関節形ロボットにおいては第2水平回転リンクに垂直な成分が支配的である場合が多い。そこで本研究では、第2水平回

Fig. 1 Horizontal articulated robot

転リンクに垂直な平面内における接合部の弾性を考慮することとし、この粘弾性を、Fig. 2 のように、ねじりばね定数 k と粘性減衰力係数 c とにより表わしている。ここで、Fig. 1, 2 のように、第1, 2 リンクの軸線上に、それぞれの関節部の中心を原点 O_1, O_2 として座標軸 r_1, r_2 を取り、垂直直動リンクに、取付部を原点 O_3 として静止時の鉛直方向に $\bar{z}$ 軸、水平方向に r_3 軸を取る。これらのリンクに固定した座標を用いると、第2水平回転リンクに垂直な平面内の振動的振動 ϕ を考慮した場合の各リンクの任意の点の静止座標系 (x, y) における値 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3)$ は、Fig. 1, 2 中の記号を用いると、次式のように書くことができる。

$$x_1 = r_1 \cos \theta_1, \quad y_1 = r_1 \sin \theta_1 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= l_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos (\theta_1 + \theta_2) \\ y_2 &= l_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin (\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos (\theta_1 + \theta_2) \\ &\quad - \bar{z} \phi \sin (\theta_1 + \theta_2) + r_3 \cos (\theta_1 + \theta_2) \\ y_3 &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin (\theta_1 + \theta_2) \\ &\quad + \bar{z} \phi \cos (\theta_1 + \theta_2) + r_3 \sin (\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式 (1), (2), (3) を用いて、各点 P_1, P_2, P_3 の速度 v_1, v_2, v_3 を求めると、

$$v_1^2 = (r_1 \dot{\theta}_1)^2 \quad (4)$$

$$v_2^2 = (l_1 \dot{\theta}_1)^2 + \{r_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\}^2 + 2l_1 r_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} v_3^2 &= (l_1 \dot{\theta}_1)^2 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \{(\bar{z} \phi)^2 + (l_2 + r_3)^2\} + (\bar{z} \dot{\phi})^2 \\ &\quad + 2l_1 \bar{z} \dot{\theta}_1 \dot{\phi} \cos \theta_2 + 2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \{l_1 \dot{\theta}_1 (l_2 + r_3) \cos \theta_2 \\ &\quad - l_1 \bar{z} \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 + \bar{z} \dot{\phi} (l_2 + r_3)\} \end{aligned} \quad (6)$$

式 (4)~(6) を用い、各リンクを十分に細い棒と見なすと Fig. 1, 2 の水平多関節形ロボットの力学系の運動エネルギー T は、次式のように導かれる。

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \quad (7)$$

ここに

Fig. 2 Pendulum vibration displacement of a vertical link

$$T_1 = \frac{1}{2}(J_{m1}\dot{\Phi}_1^2 + J_{01}\dot{\theta}_1^2 + J_{a1}\dot{\theta}_1^2) \quad (8)$$

$$T_2 = \frac{1}{2}\{J_{m2}(\dot{\theta}_1 + \dot{\Phi}_2)^2 + (J_{02} + J_{a2})(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + (m_2 + m_{a2})(l_1\dot{\theta}_1)^2 + H_{a2}l_1\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\cos\theta_2\} \quad (9)$$

$$T_3 = \frac{1}{2}[m_q(l_1\dot{\theta}_1)^2 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2\{J_q + \bar{J}_q\phi^2 + l_2(2H_q + m_q l_2)\} + \bar{J}_q\dot{\phi}^2 + 2\bar{H}_q l_1\dot{\theta}_1\dot{\phi}\cos\theta_2 + 2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\{\dot{\phi}(Q + \bar{H}_q l_2) + l_1\dot{\theta}_1(m_q l_2 + H_q)\cos\theta_2 - \bar{H}_q l_1\dot{\phi}\sin\theta_2\}] \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} m_q &= m_z + m_3 + m_L + m_m \\ \bar{H}_q &= \int_{\bar{L}} \bar{z} d\bar{m} = \eta_3 m_3 + \eta_L m_L + \eta_m m_m - m_q z \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{J}_q &= \int_{\bar{L}} \bar{z}^2 d\bar{m} = \bar{J}_z + \eta_3^2 m_3 + \eta_L^2 m_L + \eta_m^2 m_m - 2(\eta_3 m_3 + \eta_L m_L + \eta_m m_m)z + m_q z^2 \\ H_q &= \int_{\bar{L}} r_3 d\bar{m} = l_3(m_3 + m_L) - l_m m_m \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} J_q &= \int_{\bar{L}} r_3^2 d\bar{m} = l_3^2(m_3 + m_L) + l_m^2 m_m \\ Q &= \int_{\bar{L}} r_3 \bar{z} d\bar{m} = l_3(\eta_3 m_3 + \eta_L m_L) - l_m \eta_m m_m - z\{l_3(m_3 + m_L) - l_m \eta_m\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} J_{a1} &= \int_0^{l_1} r_1^2 \rho_1 dr_1, \quad J_{a2} = \int_0^{l_2} r_2^2 \rho_2 dr_2, \\ \bar{J}_z &= \int_{\bar{L}} z^2 \rho_z dz \\ H_{a1} &= \int_0^{l_1} r_1 \rho_1 dr_1, \quad H_{a2} = \int_0^{l_2} r_2 \rho_2 dr_2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} J_{a1} &= \int_0^{l_1} r_1^2 \rho_1 dr_1, \quad J_{a2} = \int_0^{l_2} r_2^2 \rho_2 dr_2, \\ \bar{J}_z &= \int_{\bar{L}} z^2 \rho_z dz \\ H_{a1} &= \int_0^{l_1} r_1 \rho_1 dr_1, \quad H_{a2} = \int_0^{l_2} r_2 \rho_2 dr_2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ただし、 T_1, T_2, T_3 はリンク 1, 2, 3 の運動エネルギー、 Φ_i, θ_i はモータの電機子ならびにリンクの回転角、 J_{mi} 、 J_{0i} は関節部におけるモータ側ならびにリンク側の慣性モーメント、 m_z は垂直直動リンクの質量、 l_1, l_2, η_3 等は Fig. 1 に示されているような距離を表わしている。なお、 $\bar{H}_q, \bar{J}_q, H_q, J_q, Q$ の式中の積分領域 $\bar{L}$ は垂直直動リンク全物を示しており、 $\bar{m}$ はその微小体積の質量を表わしている。

機構部の減衰力は、第 2, 3 リンクの接合部の粘性によるもののほかに、モータのブラシ部、軸受部ならびにハーモニックドライブ減速機等において生起するが、本研究では、これらの減衰力をモータにおける粘性減衰力係数 C_{mi} を用いて表わすこととする。したがって、力学系の損失エネルギー D は、次式のように書くことができる。

$$D = \frac{1}{2}(C_{m1}\dot{\Phi}_1^2 + C_{m2}\dot{\Phi}_2^2 + C\dot{\phi}^2) \quad (16)$$

また、ハーモニックドライブ減速機ならびに第 2, 3 リン

Fig. 3 Nonlinear torque characteristics of harmonic drive gear

クの接合部の弾性に起因するポテンシャルエネルギー U は、Fig. 3 のようなハーモニックドライブのトルク T_{Hi} の非線形の剛性を考慮すると、

$$U = \frac{1}{2}k\phi^2 + \int_0^{\varphi_1} T_{H1} d\varphi_1 + \int_0^{\varphi_2} T_{H2} d\varphi_2 \quad (17)$$

のように表わすことができ、モータのトルク T_{mi} によるポテンシャルエネルギー W は、次式のとおりである。

$$W = T_m \Phi_1 + T_m \Phi_2 \quad (18)$$

なお、式 (17) 中の記号は、次のように定義されている。

$$\varphi_i = (\Phi_i / N_i) - \theta_i \quad (19)$$

ただし、 N_i はハーモニックドライブの減速比を表わしている。

力学系のラグランジュアン L は

$$L = T - U - D + W \quad (20)$$

のように表わされるが、式 (20) をハミルトンの原理

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta L dt = 0 \quad (21)$$

に代入するとともに、式 (7), (16), (17), (18) を用いると、ロボットの力学系の運動方程式は、次のように導くことができる。

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{b} \quad (22)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y} &= \{\theta_1, \theta_2, \Phi_1, \Phi_2, \phi\}^T, \quad \mathbf{b} = \mathbf{M}^{-1} \bar{\mathbf{b}} \\ \bar{\mathbf{b}} &= \{\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3, \bar{b}_4, \bar{b}_5\} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Fig. 4 Block diagram of servo position control system

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & M_{14} & M_{15} \\ & M_{22} & 0 & 0 & M_{25} \\ & & M_{33} & 0 & 0 \\ \text{symmetrical} & & & M_{44} & 0 \\ & & & & M_{55} \end{bmatrix} \quad (24)$$

であり、マトリックス M の要素は、次のとおりである。

$$\begin{aligned} M_{11} = & J_{01} + J_{02} + J_{m2} + J_{a1} + J_{a2} + (m_2 + m_{a2})l_1^2 \\ & + m_q(l_1^2 + l_2^2) + J_q + \bar{J}_q\phi^2 + 2H_q l_2 \\ & + 2l_1(H_{a2} + H_q + m_q l_2)\cos\theta_2 - 2\bar{H}_q l_1\phi \sin\theta_2 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} M_{12} = & J_{02} + J_{a2} + J_q + \bar{J}_q\phi^2 + m_q l_2^2 + 2H_q l_2 \\ & - \bar{H}_q l_1\phi \sin\theta_2 + l_1(H_{a2} + H_q + m_q l_2)\cos\theta_2 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} M_{14} = & J_{m2}, \quad M_{15} = Q + \bar{H}_q(l_2 + l_1\cos\theta_2) \\ M_{22} = & J_{02} + J_{a2} + J_q + \bar{J}_q\phi^2 + l_2(m_q l_2 + 2H_q) \\ M_{25} = & Q + \bar{H}_q l_2, \quad M_{33} = J_{m1}, \quad M_{44} = J_{m2}, \quad M_{55} = \bar{J}_q \end{aligned} \quad (27)$$

また、式 (23) の $\bar{b}$ の要素は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{b}_1 = & T_{H1} + l_1\theta_2(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\{\bar{H}_q\phi \cos\theta_2 \\ & + (H_q + H_{a2} + m_q l_2)\sin\theta_2\} \\ & + 2\dot{\phi}(\theta_1 + \theta_2)(\bar{H}_q l_1 \sin\theta_2 - \bar{J}_q\phi) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \bar{b}_2 = & T_{H2} - 2\bar{J}_q\phi\dot{\phi}(\theta_1 + \theta_2) - \bar{H}_q l_1\phi\dot{\theta}_1^2 \cos\theta_2 \\ & - l_1\dot{\theta}_1^2(H_{a2} + H_q + m_q l_2)\sin\theta_2 \end{aligned} \quad (29)$$

Fig. 5 Velocity curve profile of sinus wave shape

$$\left. \begin{aligned} \bar{b}_3 = & -(T_{H1}/N_1) + T_{m1} - C_{m1}\dot{\Phi}_1 \\ \bar{b}_4 = & -(T_{H2}/N_2) + T_{m2} - C_{m2}\dot{\Phi}_2 \\ \bar{b}_5 = & -k\phi - C\dot{\phi} + J_q\phi(\theta_1 + \theta_2)^2 - \bar{H}_q l_1\dot{\theta}_1^2 \sin\theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

2.2 サーボ位置制御系の電流方程式

Fig. 4 は、各水平回転リンクのサーボ位置制御系として比例積分微分制御方式を用いた場合のブロック線図を示したものである。この制御系の電流方程式は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} L_{mi}\dot{u}_i = & z_{bi} - R_{mi}u_i - \beta_{mi}\dot{\Phi}_i \\ \dot{z}_{ai} = & \beta_{2i}\{\beta_{ki}(\Phi_{ci} - \Phi_i) - \beta_{ci}\dot{\Phi}_i\} \\ \dot{z}_{bi} = & \beta_{3i}\{z_{ai} + \beta_{1i}\beta_{ki}(\Phi_{ci} - \Phi_i) - \beta_{1i}\beta_{ci}\dot{\Phi}_i - \beta_{ui}u_i\} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

ここに

$$\Phi_{ci} = N_i\theta_{ci} \quad (32)$$

であり、 u_i はモータの電機子の電流、 L_{mi} 、 R_i はインダクタンスならびに抵抗、 β_{mi} は逆起電力係数、 r_i はトルク定数、 β_{ki} 、 β_{ci} は位置ならびに速度フィードバック係数、 β_{1i} 、 β_{2i} 、 β_{3i} は制御回路定数、 Φ_{ci} 、 θ_{ci} はモータならびにリンクの回転角に関する制御指令値を表わしている。

2.3 力学・制御連成系の状態方程式と特性方程式

直流サーボモータのトルク T_{mi} は、

$$T_{mi} = r_i u_i \quad (33)$$

のように表わされる。力学系の運動方程式 (22) と制御系の電流方程式 (31) を連立させ、式 (33) を用いると、力学・制御連成系の状態方程式が、次式のように導かれる。

$$\dot{Y} = B \quad (34)$$

ここに

$$Y = \{\theta_1, \theta_2, \dot{\Phi}_1, \dot{\Phi}_2, \dot{\phi}, \theta_1, \theta_2, \Phi_1, \Phi_2, \phi, u_1, u_2, z_{a1}, z_{a2}, z_{b1}, z_{b2}\}^T \quad (35)$$

$$B = \{B_1, B_2, \dots, B_{16}\}^T \quad (36)$$

$$\begin{Bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_5 \end{Bmatrix} = \mathbf{b}, \quad \begin{Bmatrix} B_6 \\ \vdots \\ B_{10} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_5 \end{Bmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} B_{11} &= (z_{b1} - R_{m1}u_1 - \beta_{m1}\dot{\Phi}_1)/L_{m1} \\ B_{12} &= (z_{b2} - R_{m2}u_2 - \beta_{m2}\dot{\Phi}_2)/L_{m2} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} B_{13} &= \beta_{21}\{\beta_{k1}(\Phi_{c1} - \Phi_1) - \beta_{c1}\dot{\Phi}_1\} \\ B_{14} &= \beta_{22}\{\beta_{k2}(\Phi_{c2} - \Phi_2) - \beta_{c2}\dot{\Phi}_2\} \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} B_{15} &= \beta_{31}\{z_{a1} + \beta_{11}\beta_{k1}(\Phi_{c1} - \Phi_1) - \beta_{11}\beta_{c1}\dot{\Phi}_1 - \beta_{u1}u_1\} \\ B_{16} &= \beta_{32}\{z_{a2} + \beta_{12}\beta_{k2}(\Phi_{c2} - \Phi_2) - \beta_{12}\beta_{c2}\dot{\Phi}_2 - \beta_{u2}u_2\} \end{aligned} \quad (40)$$

つぎに, θ_2, Φ_2 を任意の定数 θ_2', Φ_2' の近傍における微小量, 他の状態変数を零を中心とする微小量と見なした場合の状態ベクトル $\mathbf{Y}'$ を, 式 (34) の非線形の状態方程式に代入するとともに, コリオリ力や遠心力等の非線形項を無視すれば, 式 (34) は次のような線形の微分方程式に変換される。

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{Y}}' = \mathbf{B}\mathbf{Y}' \quad (41)$$

ここに

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_5 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}} & \bar{\mathbf{K}} & \bar{\mathbf{F}} \\ \mathbf{E}_5 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_2 & \mathbf{Q}_3 & \mathbf{Q}_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}' = \begin{Bmatrix} Y_1' \\ Y_2' \\ Y_3' \end{Bmatrix} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} Y_1' &= \{\theta_1, \theta_2, \dot{\Phi}_1, \dot{\Phi}_2, \dot{\phi}\} \\ Y_2' &= \{\theta_1, \theta_2, \Phi_1, \Phi_2, \phi\} \\ Y_3' &= \{u_1, u_2, z_{a1}, z_{a2}, z_{b1}, z_{b2}\} \end{aligned} \quad (43)$$

であり, $\mathbf{E}_i$ は $(i \times i)$ の単位マトリックス, $\bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{K}}, \bar{\mathbf{F}}$ は式 (22) の運動方程式を線形化した場合の係数マトリックス, $\mathbf{Q}_1 \sim \mathbf{Q}_4$ はサーボ位置制御系の電流方程式 (31) の各係数を要素とするマトリックスを表わしている。式 (41) より, 力学・制御連成系の伝達関数の特性根を定める特性方程式は, 次式ようになる。

$$\det[s\mathbf{E}_{16} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}] = 0 \quad (44)$$

ただし, s はラプラス演算子である。

3. 数値シミュレーション結果と考察

本研究の数値シミュレーションで用いた産業用ロボット⁹⁾のハーモニックドライブの剛性は, 前述の Fig. 3 のような非線形特性を有しており, 他の力学系の諸元は, Table 1 のとおりである。また, Table 2, 3 は, 直流サーボモータならびに制御系の諸元を示したものであり, これらの諸元は, 実機の産業用ロボット⁹⁾のものと同一値に設定されている。Fig. 3 の位置制御系の指令値 Φ_{c1} は, Fig. 5 のような正弦波速度曲線を積分した値を用いており, この指令値に対応するロボットの運動は, Fig. 6 のとおりで, Fig. 7~Fig. 9 は, 数値シミュレ

Table 1 Specifications of the links and the joints

l_1	50 cm	l_m	11.5 cm	J_{d2}	2.02 kg.m ²	m_3	3.55 kg
l_2	23 cm	J_{01}	0.016 kg.m ²	$\bar{J}_z$	0.1387 kg.m ²	m_2	5.0 kg
l_3	17 cm	J_{02}	0.01 kg.m ²	H_{d2}	6.51 kg.m	m_m	2.4 kg
l_m	7.9 cm	J_{m1}	0.00216 kg.m ²	m_2	6.7 kg	C_{m1}	0.0000573 N.m/rad
l_3	20 cm	J_{m2}	0.00096 kg.m ²	m_{d2}	24.45 kg	C_{m2}	0.0000573 N.m/rad
l_4	30 cm	J_{d1}	0.842 kg.m ²	m_z	8.0 kg		

Table 1 Specifications of the motors

$\bar{T}_1$	0.288 N.m/A	R_{m2}	2.403	β_{m1}	0.288 V.s/rad
$\bar{T}_2$	0.276 N.m/A	L_{m1}	6.6 mH	β_{m2}	0.288 V.s/rad
R_{m1}	1.266	L_{m2}	7.2 mH		

Table 3 Specifications of the control system

β_{k1}	3.86 V/rad	β_{11}	16.6	β_{31}	$2.50 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$
β_{k2}	3.09 V/rad	β_{12}	19.9	β_{32}	$1.63 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$
β_{c1}	0.0286 V.s/rad	β_{21}	166.0 s^{-1}	β_{u1}	0.526 V/A
β_{c2}	0.0286 V.s/rad	β_{22}	$3.55 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$	β_{u2}	0.833 V/A

ーション結果を示したものである。まず Fig. 7 は, 垂直直動リンクが下方 ($Z = -15 \text{ cm}$) にあり, 第 2 水平回転アームと垂直直動リンクとの接合部の剛性を比較的大きくした場合 ($k = 5.0 \times 10^8 \text{ N.m/rad}$, $C = 3.0 \times 10^2 \text{ N.m.s/rad}$) の数値シミュレーション結果を示したものである。図より, 直流サーボモータのロータは, 指定された

Fig. 6 Robot movement for numerical simulation

速度曲線ならびに位置指令値に応じて正確に制御されており、取付部の弾性に起因する垂直直動リンク部の振子の振動が生じている様子がわかる。また、モータの電流、ハーモニックドライブのトルク、垂直直動リンク部の振子の振動ならびにハンド部の座標値 (x_h, y_h) の残留振動波形の振動数は、約 6.06Hz となっている。この振動数は、特性方程式 (44) によって得られる16個の特性根 $\{s_1 = -1.53 \pm j(2\pi \times 6.00), s_2 = -54.8 \pm j(2\pi \times 21.05), s_3 = -53.3 \pm j(2\pi \times 33.98), \dots\}$ の中の s_1 に対応している。このことは、特性方程式 (44) により、系の残留振動などの動的挙動の一端を予測できることを示している。Fig. 8 に、第2水平回転リンクと垂直直動リンクとの接合部の剛性が比較的小さく ($k = 2.0 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, $C = 10.0 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$)、垂直直動リンクが下方 ($z = -15 \text{ cm}$) にある場合の結果を示す。この場合は、Fig. 7 の場合に比べ、垂直直動リンク部の振子の振動が大きくなると

もに、残留振動の振幅と周期は増大し、系の応答波形も異なってくるのがわかる。Fig. 9 は、垂直直動リンクが上方 ($z = 15 \text{ cm}$) にあり、取付部の剛性が比較的小さい場合 ($k = 2.0 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, $C = 10.0 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$) の結果を示したものであるが、水平回転リンクと垂直直動リンクとの接合部が、垂直直動リンク部の重心の近傍に設定されているために、振子の振動が概めて小さくなっていることがわかる。

4. 結言と今後の課題

本研究は、第2水平回転リンクの先端に垂直直動リンクが取り付けられた形の水平多関節形ロボットの数値シミュレーション結果について、述べたものである。数値シミュレーションは、第2水平回転リンクに垂直な平面内の垂直直動リンクの振子の振動ならびに各関節部のハーモニックドライブの非線形の弾性を考慮した力学・制御連成系の状態方程式を用いて行われており、比例積分微分制御方式のサーボ位置制御システムが想定されてい

Fig. 7 Dynamic simulation of the electromechanical system

る。数値シミュレーションの結果、垂直直動リンク部の重心の位置と取付部との距離が大きい場合、垂直直動リンク取付部の弾性に起因する振動的振動が顕著に生じ、これが、残留振動などの動的応答に及ぼす影響が大であることが確かめられた。また、垂直直動リンクの重心の位置と取付部の距離が小さく、取付部の弾性が大きくなると、振動的振動の振幅は減少し、これらの値の大小に応じて、系の動的応答の波形も様々に変化することがわかった。今後の課題としては、水平回転リンクと垂直直動リンクが同時に運動する場合の3自由度の解析や、実験結果とシミュレーションとの比較検討などが考えられる。

文 献

- 1) R. P. Judd and D. R. Falkenburg, "Dynamics of Nonrigid Articulated Robot Linkages", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-30, No. 5, pp. 499-502, 1985.
- 2) 箱守, 内山, 姜: "nリンク弾性ロボットアームのダイナミクスの解析", 第4回日本ロボット学会講演論文集, pp. 423-426, 1986.
- 3) 坂和, 松野, 大澤, 清原, 阿部: "3自由度フレキシブル・マニピュレータのモデリングと加速度センサを用いた振動制御", 日本ロボット学会誌, Vol. 6, No. 1, pp. 42-51, 1988.
- 4) 日高, 笹原, 谷岡, 岡田: "産業ロボットの旋回駆動部における振動特性に関する研究", 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 52, No. 480, pp. 2207-2212, 1986.
- 5) S. Futami, N. Kyura and S. Hara, "Vibration Absorption Control of Industrial Robots by Acceleration Feedback", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. IE-30, No. 3, pp. 299-305, 1983.
- 6) 丸山, 内山, 秋田: "加速度フィードバックを用いたロボットの振動抑制法", 計測自動制御学会論文集, Vol. 22, No. 5, pp. 588-590, 1986.
- 7) J. Y. S. Luh, W. Fisher and R. P. C. Paul, "Joint Torque Control by a Direct Feedback for Industrial Robots, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-28, No. 2, pp. 153-161, 1983.
- 8) 増田, 二川, 古賀, 井上: "シミュレーション解析によるロボットアームの振動に関するパラメータスタディ", 日本ロボット学会誌, Vol. 3, No. 3, pp. 197-206, 1984.
- 9) 桑名, 後関: "NC タップハンドリングロボットとオフラインティーチングシステムの開発", 沖電気研究開発, Vol. 54, No. 4, pp. 81-86, 1987.

Fig. 8 Effect of rigidity k on dynamic characteristics of robot

Fig. 9 Effect of vertical position of vertical linear link on dynamic characteristics of robot