スライディングモード制御による ロボットアームの軌道制御と実験結果

陳 芸 峰* 池田 弘 行* 美 多 勉* 涌井 伸 二**

Trajectory Control of Robot Arm Using Sliding Mode Control and Experimented Results

Yi-Seng CHEN* Hiroyuki IKEDA* Tsutomu MITA* Shinji WAKUI**

In this report, we propose a new trajectory control law of robot arm using sliding mode control and show several experimental results and related problems. Many researchers have proposed several sliding mode algorithms for the trajectory control of robot arm. however, there is no explicit algorithm which need no inverse inertia matrix calculation. Furthermore, there are few reports treating the experimental results.

Therefore this report should be useful to the engineers studying this fields.

Key Words : Robot Arm, Sliding Mode, Trajectory Control, No Inverse Inertia, Experiment

1. は じ め に

近年スライディングモード制御の研究が盛んに行なわれており、特にロボットアームの軌道制御に有効に使われていると言われている。実際、ロボットアームの制御にスライディングモード制御を利用した研究に Harashima¹⁾ら、Hashimoto²⁾ら Young³⁾、Slotine ら^{4),5)}、Kosuge⁶⁾、Yeung ら⁷⁾の研究がある。しかし、文献 1) に加速度計測信号を必要としており、文献 2) は実験の結果をまとめているが、制御則は基本的にパラメータ変動が小さい範囲でしか適用できないようである。また、文献 1)~5) は制御則の設計にいずれも慣性行列の逆行列を計算する必要があるため、多リンク系の場合、設計は複雑となる。文献 6) の方法も基本的には慣性行列を既知としている点で問題があると思われる。この点、文献 7) の方法は慣性行列の逆行列を使わない点、慣性行列の見積値だけを使えば良い点で優れているが、P.T.P 制御しか扱われておらず、さらに、実験によって効果が確認されていない。そこで本論文では、新たに、慣性行列の逆行列を用い

ない、スライディングモード制御によるロボットアームの軌道制御式を提案し、その制御効果を 2 自由度のロボットアーム実機で確認した。さらに、実験結果と共に、問題点も取り上げ、もって、スライディングモード制御によるロボットアーム制御の実用化のための一助としようとするものである。

2. 軌 道 制 御 則

2.1 モデル化と定義

n 自由度回転関節型ロボットアームの運動方程式を

$$M(\theta)\ddot{\theta}(t)+h(\theta,\dot{\theta})=u(t)+w(t) \quad (1a)$$

$$: h(\theta,\dot{\theta})=c(\theta,\dot{\theta})+D\dot{\theta}+g(\theta) \quad (1b)$$

と記述する。ここで、 $\theta(t) \in R^n$ 、 $\dot{\theta}(t)$ は関節角と角速度、 $M(\theta)=M^T(\theta)$ は慣性行列、正定対称である。 $c(\theta,\dot{\theta})$ は遠心力・コリオリ力、 $D\dot{\theta}$ は粘性摩擦力、 $g(\theta)$ は重力であり、 $h(\theta,\dot{\theta})$ は、記述の簡単化のため、これらの項を一つにまとめたものである。また、 $w \in R^n$ は静止摩擦等を表わす外乱、 $u \in R^n$ は各関節のトルク入力ベクトルである。また、以下、例えば

$$M(\theta)=M^0(\theta)+\Delta M(\theta)$$

$$h(\theta,\dot{\theta})=h^0(\theta,\dot{\theta})+\Delta h(\theta,\dot{\theta}) \quad (2)$$

とし、添え字 '0' を付した M^0 、 h^0 を公称値、あるいは、

原稿受付 1989 年 3 月 28 日

* 千葉大学工学部

** セイコー電子工業株式会社

公称値と想定した設計値, $\Delta M, \Delta h$ を実際値からの公称値の見積誤差とする. ここで, ΔM と Δh の各要素の絶対上界値を以下のように定義する.

$$|\Delta M_{ij}(\theta)| \leq \hat{M}_{ij}, \quad |\Delta h_i(\theta, \dot{\theta})| \leq \hat{h}_i \quad (3a)$$

また, $M(\theta)$ の時間微分値 $\dot{M}(\theta)$ の要素の絶対上界値を

$$|\dot{M}_{ij}(\theta)| \leq \hat{\dot{M}}_{ij} \quad (3b)$$

とおき, さらに, 以下で与える目標角加速度 $\ddot{\theta}_d$ を有界とし以下のようにおき

$$|M(\theta)\ddot{\theta}_d(t)|_i \leq \hat{\theta}_i \quad (3c)$$

(脚注参照), 外乱 w についても次のようにしておく.

$$|w_i(t)| \leq \hat{w}_i \quad (3d)$$

ただし, これらの上界値は定数と取っても良いが, 切換え入力の振幅を減らしたい場合には, できる限り正確に見積り $\theta, \dot{\theta}$ や時間 t に依存する形で取った方がよい.

注: 行列を A, B , ベクトルを b とするとき, $\{AB\}_{ij}$ が行列 AB の第 i 行 j 列要素を, $\{Ab\}_i$ がベクトル Ab の第 i 要素を表示する.

2.2 スライディングモード制御

目標軌道から逆算した各関節の角度, 角速度を $\theta_d(t)$, $\dot{\theta}_d(t)$ とし, 追従誤差を

$$e(t) = \theta(t) - \theta_d(t), \quad \dot{e}(t) = \dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t) \quad (4)$$

とおく. ただし, $\theta, \dot{\theta}$ は測定可能とする. スライディングモード制御では n 個の入力の切換え平面が設定できるので, これを

$$s(t) = Ae(t) + \dot{e}(t) \\ : A = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n), \quad \lambda_i > 0 \quad (5)$$

とする. ロボットアームのように 2 次結合系のスライディングモード制御では, (5) 式で $s(t) = 0$ が成り立てば, $e(t)$ は漸近安定な常微分方程式を満たすことになるので, $e(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ が保証される.

そこで, $s(t) \rightarrow 0$ とし, 状態 $\theta, \dot{\theta}$ を (5) 式で表される切換え平面の交線であるスライディング平面に収束させるための制御則を構成することが問題となる.

このため, $s(t)$ に関するリアプノフ関数の候補として次の正定関数を与えると

$$V(s) = (1/2)s^T M(\theta)s \quad (6)$$

(1), (4), (5) 式 $M^T = M$ から, その微分値は

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (1/2)s^T \dot{M}s + s^T \dot{M}s \\ &= (1/2)s^T \dot{M}s + s^T [MA\dot{e} + M\ddot{\theta} - M\ddot{\theta}_d] \\ &= (1/2)s^T \dot{M}s \\ &\quad + s^T [MA\dot{e} - h + u + w - M\ddot{\theta}_d] \end{aligned} \quad (7)$$

とおける. そこで, 入力 $u(t)$ を

$$u(t) = -M^0(\theta)A\dot{e} + h^0(\theta, \dot{\theta}) - Ps - Q\text{sgn}(s) \quad (8)$$

とおいて見よう. ただし, $\text{sgn}(s)$ は符号関数

$$\text{sgn}(s) = +1 (s > 0), \quad = -1 (s < 0) \quad (9a)$$

であり, s がベクトルの場合には要素毎の符号関数

$$\text{sgn}(s) = [\text{sgn}(s_1), \text{sgn}(s_2), \dots, \text{sgn}(s_n)]^T \quad (9b)$$

を表すものとする. また,

$$\left. \begin{aligned} P &\triangleq \text{diag}[p_1(t), \dots, p_n(t)] \\ Q &\triangleq \text{diag}[q_1(t), \dots, q_n(t)] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

は $\dot{V}$ が負定関数となるように, しかも, 各パラメータの公称値と見積誤差の上界値を用いて決定される関数である.

そこで, (7) 式に (2), (8) 式を代入してまとめると, まず

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (1/2)s^T \dot{M}s \\ &\quad + s^T [MA\dot{e} - h + w - M\ddot{\theta}_d] \\ &\quad + s^T [-M^0A\dot{e} + h^0 - Ps - Q\text{sgn}(s)] \\ &= -s^T [P - \dot{M}/2]s \\ &\quad + s^T [-Q\text{sgn}(s) + \Delta MA\dot{e} - \Delta h + w - M\ddot{\theta}_d] \end{aligned} \quad (11)$$

と整理できる. ここで, $s_i \cdot \text{sgn}(s_i) = |s_i|$ と

$$s^T Q \text{sgn}(s) = q_1(t)|s_1| + \dots + q_n(t)|s_n| \quad (12)$$

の関係に注目して,

$$q_i(t) = \sum_{j=1}^n \{\hat{M}_{ij} A_{ij} |\dot{e}_j| + \hat{h}_i + \hat{w}_i + \hat{\theta}_i\} \quad (13)$$

と決めると

$$s^T Q \text{sgn}(s) \geq s^T (\Delta MA\dot{e} - \Delta h + w - M\ddot{\theta}_d) \quad (14)$$

を得, (11) 式第 2 項は s の半負定関数となる. また,

$$p_i(t) = \sum_{j=1}^n \hat{M}_{ij}/2 + k_i : k_i = \text{定数} > 0 \quad (15)$$

と選ぶと, (11) 式第 1 項中の $P - \dot{M}/2$ は

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n \hat{M}_{1j}/2 - \dot{M}_{11}/2, & -\dot{M}_{12}/2, & \dots, & -\dot{M}_{1n}/2 \\ -\dot{M}_{21}/2, & \sum_{j=1}^n \hat{M}_{2j}/2 - \dot{M}_{22}/2, & \dots, & -\dot{M}_{2n}/2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\dot{M}_{n1}/2, & -\dot{M}_{n2}/2, & \dots, & \sum_{j=1}^n \hat{M}_{nj}/2 - \dot{M}_{nn}/2 \end{bmatrix} \\ &\quad + \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_n) \end{aligned} \quad (16)$$

となる. ここで, 例えば, (16) 式第 1 項の第 1 行において,

$$(1, 1) \text{要素} \geq |(1, 2)| + \dots + |(1, n) \text{要素}|$$

が満たされているので, Gerschgorin の定理から (16) 式第 1 項は半正定行列であることが分る.

よって, 以上まとめると, (11) 式は

$$\dot{V} \leq -s^T \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_n)s \leq 0 \quad (17)$$

となり, $s \neq 0$ で $\dot{V} < 0$ で, $s = 0$ で $\dot{V} = 0$ であるので, $\dot{V}$ は s の負定関数であることが分る. したがって, リアプノフの定理から, (10), (13), (15) 式を使った (8) 式の $u(t)$ すなわち, 各要素毎に記述すると

$$u_i(t) = -\sum_{j=1}^n \{M^0(\theta)A_{ij}\dot{e}_j + h^0_i(\theta, \dot{\theta})\}$$

$$-\left[\sum_{j=1}^n \hat{M}_{ij}/2 + k_i\right] s_i \\ - \left[\sum_{j=1}^n \{\hat{M}_{ij}\} \dot{\theta}_j + \hat{h}_i + \hat{w}_i + \hat{v}_i\right] \text{sgn}(s_i) \quad (18)$$

は, $s(t)$ を $s(t) \rightarrow 0$ とすることが分かる.

注意: (8) 式の制御則は文献 7) の P. T. P 制御則から自明には導かれないし, 証明法も簡単になっている. 非線形制御特有な性質として (8) 式が必ずしも一般的か否かは分らないが, 考えられる範囲内で単純化されている.

2.3 計算量の低減化とチャタリング

実際の多リンク型ロボットアームの制御においては制御則をデジタル化して使うので, サンプル周期をできるだけ短くし連続時間制御に近づけるため, 計算量を減らすことが課題となる. (1) 式には三角関数が多いた

Fig. 1 Robot arm and its model used in the experiments

め, この計算を省けば効果がある. そこで, 公称値を意識的にモデルと異なるものを取って, 計算量を低減することを考える.

すなわち, $M_{ij}(\theta)$ は $M_{ij} = \alpha_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)$ の形式で表わされるため, 次のようにおけ,

$$M_{ij}^0 = 0, \quad \hat{M}_{ij} = \alpha_{ij} \quad (19)$$

その時間微分 $\dot{M}_{ij}$ は, さらに, $\dot{\theta}_i, \dot{\theta}_j$ との積を使って表わされ, (18) 式で $\hat{M}_{ij}$ に関する項は, ある定数 β_{ij} を使い

$$\sum_{j=1}^n \hat{M}_{ij}/2 = \sum_{j=1}^n \beta_{ij} |\dot{\theta}_j| \quad (20)$$

のような形式に書ける. また, $h_i(\theta, \dot{\theta})$ 内に含まれる遠心力・コリオリ力項 $c_i(\theta, \dot{\theta})$ も一般に

$$c_i(\theta, \dot{\theta}) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j l_{ijk}(\theta) \dot{\theta}_j \dot{\theta}_k \quad (21)$$

と表され, $l_{ijk}(\theta)$ は $\sin, \cos$ と物理定数の積となる. そこで, $c_i^0(\theta, \dot{\theta}) = 0$ とし, $\hat{c}_i(\theta, \dot{\theta})$ を

$$\hat{c}_i(\theta, \dot{\theta}) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j \hat{l}_{ijk} |\dot{\theta}_j| |\dot{\theta}_k| \quad (22)$$

の 2 次式で与える. ここで, $\hat{l}_{ijk}$ は $|l_{ijk}(\theta)|$ の上界値で定数である. 重力項も同様であり, 以上のようにすることによって制御則の計算時間を短縮できる.

ただし, (19), (22) 式のようにした場合, 公称値を小さくすることになり, 入力振幅が大きくなってしまい, チャタリングが生ずる機会が多くなる. しかし, サンプル時間の短縮と見積誤差を正確に与えると言う観点からはこのようにした方が入力振幅を小さくでき, チャタリングの機会を減少させることができる. よって, 公称値, 見積誤差の選び方と計算時間には適当なトレードオフが重要になる. チャタリング防止に関しては, 文献 4) 等と同様に (8) 式中の sgn 関数を次の飽和関数に代えれば良い.

$$\text{sat}(s/\epsilon) = \begin{cases} s/\epsilon, & (|s| \leq \epsilon) \\ 1(s > \epsilon), & -1(s < -\epsilon) \end{cases} \quad (23)$$

3. 実験結果と問題点

Fig. 1 に示したスカラー型 2 リンクアームに対し, 制御則 (18) 式を適用し軌道制御実験を行なった. この場合, 運動方程式は (1) 式で表され, $M(\theta), c(\theta, \dot{\theta})$ は文献 8) の基本パラメータ法⁹⁾によれば

$$M_{11}(\theta) = J_{11} + 2J_{12} \cos \theta_2$$

$$M_{12}(\theta) = M_{21}(\theta) = J_{22} + J_{12} \cos \theta_2$$

$$M_{22}(\theta) = J_{22}$$

$$c_1(\theta, \dot{\theta}) = -2J_{12}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin \theta_2 - J_{12}\dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2$$

$$c_2(\theta, \dot{\theta}) = J_{12}\dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 \quad (24a)$$

ただし,

$$J_{11} \triangleq J_1 + J_2 + m_1 r_1^2 + m_2 (r_2^2 + l_1^2)$$

$$J_{12} \triangleq m_2 l_1 r_2, \quad J_{22} \triangleq J_2 + m_2 r_2^2 \quad (24b)$$

とおけるので、(24b) 式の J_{ij} を同文献の方法で同定し、Table 1 の結果を得た。

そこで、本実験では (18) 式で公称値を

$$M^0(\theta) = 0, \quad c^0(\theta, \dot{\theta}) = 0 \quad (25)$$

と置き、 $c_i(\theta, \dot{\theta})$ と $\{\hat{M}(\theta)A\}_{ij}|e_j|$ は、(24) 式の上界

Table 1 Identified parameter of the model

l_1	0.25 (m)	l_2	0.22 (m)
D_1	2.105 (Vs/rad)	D_2	2.471 (Vs/rad)
J_{11}	0.134 (Vs ² /rad)	J_{22}	0.090 (Vs ² /rad)
J_{12}	0.0197 (Vs ² /rad)

Fig. 2 Experimental data in which the trajectory is given by a straight line

Fig. 3 Experimental data when 1kg load is added on the tip of the arm

値を使い

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^2 \{\hat{M}A\}_{1j}|\dot{e}_j| &= \hat{M}_{11}\lambda_1|\dot{e}_1| + \hat{M}_{12}\lambda_2|\dot{e}_2| \\ &= (J_{11} + 2J_{12})\lambda_1|\dot{e}_1| + (J_{22} + J_{12})\lambda_2|\dot{e}_2| \\ \sum_{j=1}^2 \{\hat{M}A\}_{2j}|\dot{e}_j| &= \hat{M}_{12}\lambda_1|\dot{e}_1| + \hat{M}_{22}\lambda_2|\dot{e}_2| \\ &= (J_{22} + J_{12})\lambda_1|\dot{e}_1| + J_{22}\lambda_2|\dot{e}_2| \\ \hat{c}_1(\theta, \dot{\theta}) &= J_{12}(2|\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2| + \dot{\theta}_2^2) \\ \hat{c}_2(\theta, \dot{\theta}) &= J_{12}\dot{\theta}_1^2 \end{aligned} \quad (26)$$

とした。また、粘性摩擦係数 D^0 は同定値をとった。この場合、 $\hat{D}$ を適当に見積もった同定誤差とした。さらに

$$\begin{aligned} \dot{M}_{11} &= -2J_{12}\dot{\theta} \sin \theta_2, \quad \dot{M}_{12} = -J_{12}\dot{\theta}_2 \sin \theta_2, \\ \dot{M}_{22} &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

となるので、次のようにとった。

$$\sum_{j=1}^2 \hat{M}_{1j} = 3J_{12}|\dot{\theta}_2|, \quad \sum_{j=1}^2 \hat{M}_{2j} = J_{12}|\dot{\theta}_2| \quad (28)$$

外乱については、 $\hat{w}_i$ を静止摩擦の最大値とした。

制御アルゴリズムの他の各定数は

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 7, \quad k_1 = k_2 = 0.2 \quad (29)$$

と設定した。この場合、sgn 関数を用いた制御則ではチャタリングが生じロボットアームが振動したので、(18)式中の符号関数を(22)式の飽和関数に代え

TRAJECTORY

Fig. 4 Experimental data in which the trajectory is given by an ellipse

TRAJECTORY

Fig. 5 Experimental data when 1kg load is added on the tip of the arm

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.03 \quad (30)$$

としたものを用いた。

以上の制御則の計算時間は数値演算プロセッサ 8087 付 PC-9801m を 1 台を使い、アセンブリ言語を使った場合、約 1.5ms となった。

以下、直線軌道と楕円軌道への追従実験の結果を示す。

Fig. 2 は目標値を、4(s) で終る 40cm の直線軌道

$$x(t) = 0.3, y(t) = 0.2 - 0.1t \quad (\text{m}) \quad (31)$$

とした時の入力と追従誤差である。また、**Fig. 3** は同じ目標値、同じ制御パラメータでロボットアーム先端に 1kg の負荷をかけた時の結果である。これより、負荷のあるなしにかかわらず目標に良く追従していることが分かる。

Fig. 4, Fig. 5 は目標値を、4(s) で一周する長径 7cm, 短径 5cm の楕円軌道

$$\begin{aligned} x(t) &= -0.3 - 0.07 \sin(\pi t/2) \\ y(t) &= 0.05 \cos(\pi t/2) \quad (\text{m}) \end{aligned} \quad (32)$$

とした場合で、それぞれ、ロボットアーム先端に負荷をかけない場合と 1kg の負荷をかけた時の結果であり、この場合にも直線追従時と同じ結果を得た。

以上から、スライディングモード制御のロボスト軌道追従制御の有効性が確かめられた。

しかし、チャタリング防止のための飽和関数を用いたため、直線追従では最大 1(mm)、楕円追従では最大 2(mm) の軌道誤差を生じた。また、ここで、利用したサンプル周期のもとでは、これ以上軌道速度を速くしても誤差が大きくなった。

4. お わ り に

本稿ではロボットアームの軌道制御にスライディングモード制御を適用するため、新しい制御則を導き、その有効性を実験にて確かめた。しかし、制御則はデジタル化されるため、符号関数を用いるとチャタリングが生

じ、その防止のため飽和関数を利用すると軌道追従誤差が生じ、スライディングモード制御にも実現方法による制御限界があることも明らかとなった。この場合、DSP 等を用いさらにサンプル周期を短くしたり、 $|s| \leq \varepsilon$ の線形制御領域で学習制御をすれば、この追従誤差を低減できる。実際に後者に関しては実験にて効果が確認されているので、スライディングモード制御を実用に供するためには、どの位のサンプル周期が必要かも含め稿を改めて報告したい。

参 考 文 献

- 1) F. Harasima, J. Xu, & H. Hashimoto: Tracking Control of Robot Manipulator Using Sliding Mode, IEEE Trans. PE, 2-2, 169/176, 1987.
- 2) H. Hashimoto, K. Maruyama, F. Harashima: A Microprocessor-Based Robot Manipulator Control with Sliding Mode, IEEE Trans. IE, 34-1, 11/18, 1987.
- 3) K. D. Young: Controller Design for a Manipulator Using Theory of Variable Structure Systems, IEEE Trans. SMC, 8-2, 101/109, 1978.
- 4) J. J. Slotine and S. S. Sastry: Tracking Control of non-Linear Systems Using Sliding Surfaces with Application to Robot Manipulators, Int. J. Control, 38-2, 465/492, 1983.
- 5) J. E. Slotine: The Robust Control of Robot Manipulators, Int. J. Robotics Research, 4, 49/63, 1985.
- 6) K. Kosuge and K. Furuta: Motion Control of a Robot Arm Using Variable Structure System, Proc. of USA-Japan Sympo. on Flexible Automation, 167/174, 1988.
- 7) K. S. Yeung and Y. P. Chen: A new Controller Design for Manipulators Using the Theory of Variable Structure Systems, IEEE Trans. AC 33-2, 200/206, 1988.
- 8) 大須賀, 前田: マニピュレータの動特性同定法, 計測自動制御学会論文集, 22-6, 637/643, 1986.
- 9) 陳, 池田 美多, 涌井: VSS による新しいロボットアームの経路制御, 電気学会産業計測制御研究会資料, IIC-88-18, 10月6日, 1988.