駆動要素の特性を考慮した ロボットマニピュレータの動力学解析

増 田 隆 広* 有 本 卓** 宮 崎 文 夫***

Dynamic Analysis of Robotic Manipulator Considering Driving Elements

Takahiro MASUDA Suguru ARIMOTO Fumio MIYAZAKI

Most of industrial robotic manipulators are driven by servo motors through transmission mechanisms (reduction gears). This paper presents a more detailed analysis of manipulator dynamics, in which rotational effects of driving motor on dynamic characteristics of the manipulator are taken into consideration. To carry out the analysis, a new modeling technique is introduced in the treatment of reduction gears in the equation of motion. In the analysis, the motor rotor itself is regarded as one of links. The function of power transmission element, that is, a kinematic relation between the link rotational angle and the motor rotational angle is interpreted as a constraint condition. Then the constraint condition and the equation of motion are solved simultaneously. This method is applied to one type of the industrial robotic manipulators to demonstrate the strict effects of the centrifugal and Coriolis forces caused by motor rotation on the dynamic characteristics of the manipulator.

Key Words : Robot, Manipulator, Dynamics, Driving System, Transmission System

1. ま え が き

多くの産業用ロボットのマニピュレータは、減速機を介して直流サーボモータによって駆動される。ハーモニックドライブ減速機では、モーターロータの回転角速度は、リンク角速度の50~100倍に達する。当然、このロータの回転による遠心力・コリオリ力がマニピュレータの動特性に影響を及ぼす。しかし筆者の知るかぎり、駆動モータの回転の効果を厳密に解析した文献はほとんどない¹⁾。

駆動モータの回転の効果を考慮するため、一般的に採られている方法は、慣性行列の対角項に減速比を考慮してロータ慣性モーメントのリンク慣性相当値を加えて新たに慣性行列とみなす方法²⁾である。しかし、この方法

では、ロータの慣性効果については考慮できるが、遠心力・コリオリ力の効果は考慮されていない。

本稿では、モーターロータの回転を考慮したロボットマニピュレータの動力学解析法を提案し、解析例によってその効果を明らかにする。解析を行うため、本稿では、伝達機構の取り扱いに工夫している。提案した解析法は、モーターロータも一つのリンクとみなし、リンクとロータの回転角の関係、すなわち、伝達機構の機能を拘束条件として、これを運動方程式に付加して解く方法である。

多くのロボットマニピュレータのダイナミックスシミュレーションシステム^{3)~5)}は、任意の構成の単一チェーンの多自由度リンク系が取り扱えるようになっており、慣性行列、遠心力、コリオリ力、重力項が計算機で自動的に生成される。提案した解析法は、この様なシミュレーションシステム中の解析プログラムを用いて容易に取り扱い可能な方法である。

原稿受付 1990年1月29日

* 三菱電機(株)稲沢製作所 ** 東京大学工学部

*** 大阪大学基礎工学部

Fig. 1 Construction of a manipulator joint

2. 解析方法

直流サーボモータ、減速機、およびリンクよりなるロボットマニピュレータの1関節の構成を Fig. 1 に示す。ロータが回転した状態でのダイナミクスを取り扱うため、ロータもリンクの一つとみなす。1関節をロータと本来のリンクがシリーズに結合された2自由度のリンク系としてモデル化する。最初の関節がモータロータの軸受に位置し、第2の関節が減速機に位置する。

図において、ロータの回転角を θ^M 、リンクの回転角を θ^L 、減速比を N とすると、運動学的に等価な減速機の機能は、次式を用いてあらわすことができる。

$$\theta^L = -\frac{N-1}{N}\theta^M \quad (1)$$

ここで、式(1)は、ロータが θ^M だけ回転した時、リンクが $-(N-1)\theta^M/N$ だけ回転し、ベース側からみたリンクの回転角、すなわち、両者の回転角の和が θ^M/N になることを表わしている。式(1)は、またマニピュレータの1関節を2自由度のリンク系でモデル化した時の拘束条件とみなすことができる。

提案した解析法を要約すると、以下の通りとなる。

- (1) モータロータもリンクの一つとみなし、マニピュレータの1関節を2自由度のリンク系でモデル化する。
- (2) リンクとモータの回転角の関係、すなわち、減速機の機能を拘束条件とみなす。
- (3) この拘束条件のもとでリンクとロータより構成される運動方程式を解く。

本解析は、既に提案している関節空間での拘束条件付力学系の解析⁹⁾ の一つの応用と考えることができる。

2.1 順ダイナミクス

運動方程式は、マニピュレータに一般に用いられている次式を適用することができる。対象とするマニピュレータは、回転・直動の任意の組み合わせからなる単一チェーンの多自由度リンク系である。このような力学系について、多くの運動方程式の生成法が提案されている⁷⁾⁻¹²⁾。

$$[W](\ddot{\theta}) = (\dot{p} + Y - V^T) \quad (2)$$

ここで、

n : マニピュレータの自由度

$W \in R^{2n \times 2n}$: 慣性行列

$\theta \in R^{2n}$: 関節変位

$\dot{p} \in R^{2n}$: 関節駆動トルク

$Y \in R^{2n}$: 重力項

$V \in R^{2n}$: 遠心力、コリオリ力項

添字 T : 転置

“.” : 時間微分

である。

モータとリンクの回転軸・回転方向が同一とし、すべてのモータの回転の効果を考慮する時、式(2)中の変数ベクトル θ と $\dot{p}$ の構成は次式となる。

$$\theta = (\theta_1^M, \theta_1^L, \theta_2^M, \theta_2^L, \dots, \theta_n^M, \theta_n^L)^T \quad (3)$$

$$\dot{p} = (\dot{p}_1^M, \dot{p}_1^L, \dot{p}_2^M, \dot{p}_2^L, \dots, \dot{p}_n^M, \dot{p}_n^L)^T \quad (4)$$

ここで、後述のように式(2)中のトルクがそのまま真のモータ駆動トルクを示していないため、駆動トルクを表わす変数として添字 $\sim$ を付けた $\dot{p}$ を用いている。運動方程式(2)の次元が $2n$ で、これに次の n 次元の拘束条件が付加される。

$$\theta_i^L = -\frac{N_i-1}{N_i}\theta_i^M \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

拘束条件を満足するための駆動トルク項にラグランジュ乗数を導入する。後述のように、このラグランジュ乗数は、減速機で発生する反作用トルクに相当する。

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)^T \quad (6)$$

拘束条件の時間に関する2階微分を求める。

$$\ddot{\theta}_i^L = -\frac{N_i-1}{N_i}\ddot{\theta}_i^M \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

式(2)、(6)および(7)を変形することにより、次の順ダイナミクスの運動方程式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1^M \\ \ddot{\theta}_1^L \\ \ddot{\theta}_2^M \\ \ddot{\theta}_2^L \\ \vdots \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} & & & 1-1/N_1 & & \\ & & & 1 & & \\ & W & & & 1-1/N_2 & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & \ddots \\ 1-1/N_1 & 1 & & & & \\ & & 1-1/N_2 & 1 & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} p_1^M + Y_1 - V_1 \\ Y_2 - V_2 \\ p_2^M + Y_3 - V_3 \\ Y_4 - V_4 \\ \vdots \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

ここで、各関節の拘束条件を表わす部分行列は、仮想仕事の原理により、対称に配置される。駆動トルク p_i^M は、モータロータに相当する関節のみに与え、減速機に相当する関節は 0 となる。

2.2 逆ダイナミクス

各リンクの運動を与える時に、ロータとリンクそれぞれに式 (1) の関係を満足するような運動を与える。

式 (8) の順ダイナミクスの運動方程式を展開すると、次の式 (9) と拘束条件を表わす既出の式 (7) が得られる。

$$\begin{pmatrix} p_1^M \\ p_1^L \\ p_2^M \\ p_2^L \\ \vdots \end{pmatrix} = [W] \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1^M \\ \ddot{\theta}_1^L \\ \ddot{\theta}_2^M \\ \ddot{\theta}_2^L \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Fig. 2 Dynamical model of a 5 d.o.f. vertical articulated manipulator

$$- \begin{pmatrix} Y - V^T \\ \vdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (N_1 - 1)\lambda_1 / N_1 \\ \lambda_1 \\ (N_2 - 1)\lambda_2 / N_2 \\ \lambda_2 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (9)$$

式 (2) より $\tilde{p}$ を求め、式 (9) に代入することにより次の二つの式が得られる。

$$p_i^M = \tilde{p}_i^M + \frac{N_i - 1}{N_i} \lambda_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

$$p_i^L = \tilde{p}_i^L + \lambda_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

伝達機構自身がトルクを発生しないことから、

$$\tilde{p}_i^L + \lambda_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

それ故、式 (2) より求まるロータに相当する関節駆動トルクに対し、次式の変換を行うことにより、マニピュレータに所定の運動をさせるためのモータトルクを求めることができる。

$$p_i^M = \tilde{p}_i^M - \frac{N_i - 1}{N_i} \tilde{p}_i^L \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

ここで、 $\tilde{p}_i^M$ 、 $\tilde{p}_i^L$ は、それぞれ式 (2) の逆ダイナミクス計算で求まるロータとリンク部の駆動トルクであり、 p_i^M は、モータに実際に与えるべき駆動トルクである。

3. 解析例

3.1 ロータの遠心力・コリオリ力項

本解析法を実際の産業用ロボットに適用してモータ回

Fig. 3 Analytical model of our method (10 d.o.f.)

転の効果を明らかにする。解析の対象としたロボットは 5 自由度の垂直多関節形で、その力学モデルを Fig. 2 に示す。このマニピュレータに対し、モーターの回転の効果を明らかにするため、ロータもリンクの一つとみなした 10 自由度の力学モデルを Fig. 3 に示す。10 自由度の力学モデルについて、マニピュレータ諸元を Table 1, Table 2 に示す。また、これと等価な 5 自由度の力学系、すなわち、Fig. 2 の解析モデルについてリンクの一端にモーターロータを付加してリンク諸元を算出した結果を Table 3, Table 4 に示す。それ故、両解析モデルの重力項は等しくなっている。

解析したロボットマニピュレータの運動を、各関節のモーターロータの回転角 θ_i^M について、時間 t の関数で、次式に示す。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\theta}_1^M &= \bar{\theta}_2^M = (N\pi/2) \{-2(t/0.8)^3 + 3(t/0.8)^2\} \\ \bar{\theta}_3^M &= \bar{\theta}_4^M = (N\pi/2) \{-2(t/0.8)^3 + 3(t/0.8)^2 - 1\} \\ \bar{\theta}_5^M &= (N\pi) \{-2(t/0.8)^3 + 3(t/5.8)^2\} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

与えた運動の初期と終端の姿勢を Fig. 4 に示す。マニピュレータの関節について言えば、0.8 秒で、関節 1 ~

4 は $\pi/2$ 、関節 5 は π ラジアン回転する運動である。この運動に必要な各関節の駆動トルクを次の 3 条件について求めた。

- (1) 5 自由度力学モデルの慣性行列のみから計算
- (2) 5 自由度力学モデルの慣性行列の対角項 W_{ii} に次式に示すように、モーターロータのリンク慣性相当値を加えた等価慣性行列から計算

$$W_{ii}' = W_{ii} + I_i^M N_i^2 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (15)$$
 ここで、 I_i^M , N_i はそれぞれ駆動モーターのロータ慣性モーメント、減速比である。
- (3) 本稿で提案した 10 自由度力学モデルによる厳密な計算

上記 (2), (3) の解析結果がほとんど等しく、トルクプロットでは、両者の差異が判別困難である。このため、Fig. 5 では、次の三つをプロットしている。

- CASE #1: (1) と (3) の差 (モーターロータの慣性項と遠心力・コリオリ力項)
- CASE #2: (2) と (3) の差 (モーターロータの遠心力・コリオリ力項)
- CASE #3: (3) と (3) の差 (常に 0)

Table 1 Length and center of gravity
(10 d.o.f.)

	Center of gravity (m)			Length (m)		
	x_g	y_g	z_g	z_ℓ	y_ℓ	z_ℓ
Link- 1	.0	.0	.0	.0	.0	.0
- 2	.0014	.1048	.0	.0	.136	-.033
- 3	.0	.0	.0	.0	.0	.0
- 4	.0	.0712	.0074	.0	.250	.015
- 5	.0	.0	.0	.0	.0	.0
- 6	-.0773	.0	.0020	-.016	.0	.040
- 7	.0	.0	.0	.0	.0	.0
- 8	.0	.0173	.0146	.0	.022	-.049
- 9	.0	.0	.0	.0	.0	.0
-10	.0	.0	-.0635	.0	.0	-.0635

Table 2 Mass and moment of inertia
(10 d.o.f.)

	Mass M(kg)	Moment of inertia (kg·m ²)			N (-)
		I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	
Link- 1	0.280	1.31×10^{-5}	1.31×10^{-5}	6.53×10^{-6}	100
- 2	5.390	.0378	.025	.0179	-
- 3	0.280	1.31×10^{-5}	1.31×10^{-5}	6.53×10^{-6}	100
- 4	1.784	.0194	.00137	.0205	-
- 5	0.280	1.31×10^{-5}	1.31×10^{-5}	6.53×10^{-6}	100
- 6	1.294	.00108	.00647	.00627	-
- 7	0.093	6.44×10^{-6}	6.44×10^{-6}	3.22×10^{-6}	100
- 8	0.662	.00062	.00061	.00029	-
- 9	0.093	6.44×10^{-6}	6.44×10^{-6}	3.22×10^{-6}	100
-10	1.774	.00637	.00637	.00265	-

N : Reduction ratio

Table 3 Length and center of gravity
(5 d. o. f.)

	Center of gravity (m)			Length (m)		
	x_g	y_g	z_g	z_ℓ	y_ℓ	z_ℓ
Link - 1	.00133	.0996	.0	.0	.136	-.033
- 2	.0	.0615	.0064	.0	.250	.015
- 3	-.0636	.0	.0164	-.016	.0	.040
- 4	.0	.0152	-.0128	.0	.022	-.049
- 5	.0	.0	-.0603	.0	.0	-.0635

Table 4 Mass and moment of inertia
(5 d. o. f.)

	Mass	Moment of inertia (kg·m ²)			N
	M(kg)	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	(-)
Link - 1	5.670	.0407	.0250	.0208	100
- 2	2.060	.0207	.0014	.0217	100
- 3	1.570	.00119	.00795	.00765	100
- 4	0.755	.00067	.00063	.00032	100
- 5	1.870	.00673	.00673	.00265	100

N : Reduction ratio

Fig. 5 より, ロータの回転による遠心力・コリオリ力項は慣性項の3~5%程度で, かなり小さく, 従来の慣性行列の対角項にロータの等価慣性モーメントを加える解析法は妥当であることがわかる.

3.2 ロータ偏心の効果

各関節のモータロータ重心に Fig. 6 に示すように 0.05 mm の偏心を与え, 前節と同様の解析を行った結果を Fig. 7 に示す. 与えた偏心量は, ロータのアンバランスや軸受のがたに起因するもので, 通常の産業用ロボットに存在する値である. 図よりロータ偏心によるトルク変動は全トルク変化のほぼ 10% に達することがわかる.

4. ま と め

駆動モータの動特性を厳密に考慮し得るロボットマニピュレータの動力学解析法を提案した. 本方法を実際の産業用ロボットに適用して, マニピュレータの動特性に及ぼすモータロータの回転の効果を算出した. 得られた結論は, 以下の通りである.

- (1) ロータの回転による遠心力・コリオリ力項は, 慣性項の3~5%程度で, かなり小さく, 従来の慣性行列の対角項にロータの等価慣性モーメントを加える解析法は妥当である.
- (2) ロータ偏心によるトルク変動は, 全トルク変化

Fig. 4 Manipulator movement for numerical example

Fig. 5 Difference of driving torques

のほぼ 10% に達する。

参 考 文 献

- 1) H. Springer et al., "Equation of Motion for Manipulators Including Dynamic Effects of Active Mechanism", IFAC Robot Control, pp. 425-430, 1985.
- 2) R. P. Paul, "Robot Manipulators", Cambridge, MA: MIT Press, pp. 45-47, 1981.
- 3) M. W. Walker and D. E. Orin, "Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms", ASME Trans. J. Dynamic Systems, Measurement, and Cont., Vol. 104, No. 3, pp. 205-211, 1982.
- 4) M. Takano, K. Yashima and S. Yada, "Development of Computer Simulation System of Kinematics and Dynamics of Robot", J. of Faculty of Eng. The Univ. of Tokyo, Vol. 34, No. 4, 1982.
- 5) J. Angels, O. Ma, "Dynamic Simulation of n -Axis Serial Robotic Manipulators Using a Natural Orthogonal Complement", The International J. of Robotic Research, Vol. 7, No. 5, pp. 32-47, 1988.
- 6) T. Masuda et al., "Analysis of Dynamical Linkage Systems with Constraint in Joint Space and its Applications", ASME PAP 87-WA/DSC-24, pp. 1-

Fig. 6 Motor rotor eccentricity

Fig. 7 Driving torques (Eccentricity ; 0.05 mm)

6, 1987.

- 7) J. Y. S. Luh et al., "On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators", Trans. ASME, J. of Dyn. Sys. Mes. and Cont., Vol. 102, No. 6, pp. 69-76, 1980.
- 8) J. M. Hollerbach, "A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity", IEEE Trans. Systems, Man Cybernetics, Vol. SMC-10, No. 11, pp. 730-736, 1980.
- 9) M. Vukobratovic and V. Potkonjak, "Contribution of Forming of Computer Methods for Automatic Modelling of Spatial Mechanisms Motions", Mechanism and Machine Theory, Vol. 14, pp. 179-188, 1979.
- 10) R. C. Waters, "Mechanical Arm Control", MIT Artificial Intelligence Lab. Memo. 549, 1979.
- 11) V. Potkonjak and M. Vukobratovic, "Two New Methods for Computer Forming of Dynamic Equations of Active Mechanisms", Mech. Mach. Theory, Vol. 14, No. 3, pp. 189-200, 1978.
- 12) M. Vukobratovic and V. Potkonjak, "Scientific Fundamentals of Robotics I (Dynamics of Manipulation Robots)", Berlin: Springer, pp. 128-141, 1982.