衝突を用いた多リンクマニピュレータの安定制御

正 司 康 雅* 稲 葉 忠* 福田 敏 男** 細 貝 英 実***

Stable Control of Multi-link Manipulator Using Collision Phenomena

Yasumasa SHOJI Makoto INABA Toshio FUKUDA
Hidemi HOSOKAI

In this paper, a methodology using the Lyapunov direct method is proposed to analyze the stability of a multi-link manipulator system which is positioned on a flexible wall with collision phenomenon. The stability and response of the system are examined by parameter studies of numerical simulation. As the demands for rapid motion of robotics has been increasing in the field of industry to achieve higher efficiency, collision has become a problem to be solved, because every task includes contact when manipulator acts on an object. However, few researches have been undertaken to overcome this problem. In this paper, we employ a Hertz-type model with energy loss parameter to express the impact force between the manipulator and the wall. Using this model, we proved the stabilization effect of collision using the Lyapunov method. The effect is confirmed by the simulation. As a result, stable positioning of the manipulator on the flexible wall is assured and use of collision is sometimes effective to control manipulator to do a task with rapid contact to environment.

Key Words : Collision, Multi-link Manipulator, Stability, Lyapunov Method, Simulation

1. は じ め に

近年のロボットに関する研究はめざましい。これは、あらゆる分野においてロボットに対する必要性が生じてきたためである。また、これらの研究が実際のマニピュレータなどロボットに应用されるだけの計算機等のハードウェアや、新しい理論に基づくアルゴリズムなどのソフトウェアが現状でも確立されつつある為である。

一方、ロボットに対する要求は、FA 工場などで高効率性を実現するための高速性や、宇宙ロボットや極限作業ロボットなどで現われるようないろいろな作業をこなす多様性に対するものも含んでいる。ところが、ロボットに何らかの作業を行わせると、環境例えば対象物との間で必ず相互作用が生じる⁴⁾。この相互作用は高速化に伴い衝突現象になって制御を困難にし、時には制御系の

挙動を不安定にすることもある⁵⁾。また、衝突を含んだ制御に関する研究は少なく、衝突に関する研究は衝突回避が主なテーマとなっている。これは、衝突が構造自体の変化を伴う非線形性の強い現象であることが理由の一つとして挙げられる。また、現象が非常に速いというのも制御を難しくしている理由の一つである。ただ、物理現象として捉えた場合、衝突はエネルギー損失を伴う現象であり、系の挙動に関しては安定化作用を持つとも考えられる。これは、磁気ばね吸振器のような形で実現することが出来る⁶⁾。しかも、ロボットの高速化を考えると、接触を含む動作、例えば把持などを速くすることが必要であり、制御系においても衝突を含む制御は、ブレースルーの必要な解決すべき問題となってきた。

そこで、いままで筆者らは、直線上を運動する1自由度マニピュレータの衝突について報告^{1,2)}してきたが、本論文では衝突を含むマニピュレータの制御について多リンク型のマニピュレータを対象として、これを壁の表面で止める問題を考える。これは、接触時に衝突を生じ

原稿受付 1991 年 1 月 29 日

* 東洋エンジニアリング株式会社 ** 名古屋大学

*** 東京理科大学

ないようにするには、マニピュレータ先端位置の計測に誤差が生じるため、リアルタイムで制御するには難しい問題となるが、衝突を許容するかもしくは逆に衝突を利用するようにすれば、比較的容易な問題になる可能性がある。特にフレキシブルアームなどでは、かなり制御にかかる負担を減らすこともできる。ただし、ここでは問題を簡単化するために、平面内の位置決め制御を行なうのに十分な自由度を有する2リンクマニピュレータに着目した。この非線形なマニピュレータの非線形運動の制御問題について、まずリアプノフの方法による安定性の検討を行った。また、実際の制御では安定性が保証されていることと共に、要求通りの応答性を持つことも重要である。この応答性を検討するためにシミュレーションを用いたパラメータスタディを行った。

本論文では、衝突を含む多リンク系は非線形システムとして表現できるが、このシステムもフィードバック制御によって安定に制御でき、また制御系の安定化のために衝突を積極的に利用することもできることを示す。

2. 力学モデルと運動方程式

安定性の検討と数値シミュレーションを行うためにFig. 1のように2リンクのマニピュレータが変形可能な壁に衝突するような力学モデルを考える。

2.1 仮定

このモデルでは次のような仮定を設けた。

仮定 1. マニピュレータは剛体のリンクをジョイントでつないだ形で表す。このとき、リンク系の質量については、簡単のためにすべて各リンク先端部のジョイントまたはポインターに存在するものとする。

仮定 2. 各ジョイントには、制御トルクが加わるものとする。

仮定 3. 壁は等価な質量-バネダンパー系であり、変位は壁の法線方向のみとする。

仮定 4. 衝突による力は、ポインターの壁への食い込みによって生じるものとし、Hertz型の力に減衰効果を表すパラメータを乗じたものとしてモデル化³⁾する。

仮定 5. 衝突による力は正（お互いに反発する力を及ぼし合う状態）のみとし、方向は壁の法線方向とする。また、壁とポインタとの摩擦は一般に衝突による力と比べて無視できるほど小さく、ここでは考慮しないものとする。

2.2 運動方程式

マニピュレータおよび壁について運動方程式をたてる。

2.2.1 マニピュレータの運動方程式

マニピュレータの運動方程式はラグランジェの方法に

Fig. 1 Mathematical Model

よって求める。

運動エネルギー K とポテンシャルエネルギー T からラグランジアン L を定義する。

$$K = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) \quad (1)$$

$$T = 0 \quad (2)$$

$$L = K - T = K \quad (3)$$

ここで、 m, x, y は各質点についての質量、 x 座標、 y 座標で、添え字 1, 2 はリンクの番号を示している。また、 x_i, y_i をリンクの相対角度で表すと以下のようになる。

$$x_1 = l_1 \cos \theta_1 \quad (4)$$

$$y_1 = l_1 \sin \theta_1 \quad (5)$$

$$x_2 = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (6)$$

$$y_2 = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (7)$$

$$\dot{x}_1 = -l_1 \sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \quad (8)$$

$$\dot{y}_1 = l_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \quad (9)$$

$$\dot{x}_2 = -l_1 \sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \quad (10)$$

$$\dot{y}_2 = l_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \cdot (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \quad (11)$$

ここで、 l_1, l_2 はリンク長さ、 θ_1 は第1リンクと x 軸との角度、 θ_2 は第1リンクと第2リンクとの相対角度である。また、 $\theta_1 = \theta_2 = 0$ のとき、マニピュレータは自然状態となり、自然状態の壁と接触力 0 の状態で接する。

(1), (3) 式に (8) から (11) 式を代入して整理すると

$$L = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \{ l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 \} \quad (12)$$

ラグランジアン L から一般化力 q_i は次式で定義される。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = q_i \quad (i=1, 2) \quad (13)$$

ここで、 q_i は仮想仕事の原理を用いて次式のように定義できる。

$$q_1 = \tau_1 - f_w \{l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)\} \quad (14)$$

$$q_2 = \tau_2 - f_w l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (15)$$

ただし, τ_1, τ_2 は第1リンク, 第2リンクのアクチュエータ制御入力で, その制御則は(16), (17)式で表す. また, f_w は衝突力で(18)式³⁾で表す.

$$\tau_1 = -K_{p1}\theta_1 - K_{v1}\dot{\theta}_1 \quad (16)$$

$$\tau_2 = -K_{p2}\theta_2 - K_{v2}\dot{\theta}_2 \quad (17)$$

$$f_w = \begin{cases} (1+p\dot{u})Hu^{3/2} (u \geq 0 \text{ かつ } \dot{u} \geq -1/p \text{ のとき}) \\ 0 \quad (\text{その他}) \end{cases} \quad (18)$$

ただし,

$$u = y_2 - y_b \quad (19)$$

ここで, p はエネルギー損失を表わすパラメータであり, H は Hertz の力の係数である. また y_2, y_b は, 壁の法線方向に対するマニピュレータポイント及び壁の変位量である.

本論文では, 安定性の検討, あるいはシミュレーションに際し, 衝突は有限の計測可能な時間で生じるものとして表すために衝突中の力もモデル化する必要がある, 既報の通りここでは最も妥当と思われる(18)式を採用した. これより, 仮定5から $u \geq 0$ かつ $\dot{u} \geq -1/p$ を接触状態, その他を非接触状態と考える. なお, ここで用いた衝突モデルについての連続性や反発係数 e との関係などは付録1に示す. (12), (13)式からラグランジュの方法にしたがって偏微分を行ない, (13), (14), (15)式を用いて整理すると, 以下のようなマニピュレータの運動方程式を得る.

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\alpha_3\beta_2 - \alpha_2\beta_3}{\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1} \quad (20)$$

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{\alpha_3\beta_1 - \alpha_1\beta_3}{\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1} \quad (21)$$

ここで

$$\alpha_1 = (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + 2m_2l_1l_2 \cos \theta_2 \quad (22)$$

$$\alpha_2 = m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos \theta_2 \quad (23)$$

$$\alpha_3 = m_2l_1l_2(\theta_1 + \theta_2) \cos \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2 - f_w \{l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)\} + \tau_1 \quad (24)$$

$$\beta_1 = m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos \theta_2 \quad (25)$$

$$\beta_2 = m_2l_2^2 \quad (26)$$

$$\beta_3 = -m_2l_1l_2\dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 - f_w l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \tau_2 \quad (27)$$

以上でマニピュレータの運動方程式は求まった.

2.2.2 壁の運動方程式

壁の局所変形を表す運動方程式は次のようになる.

$$m_b \ddot{y}_b = -k_b y_b - c_b \dot{y}_b + f_w \quad (28)$$

ここで, m_b, k_b, c_b は各々壁の等価な質量, バネ定数, 減衰定数である.

3. 衝突を含む系の安定性

系の安定性はリアプノフの直接法によって判定する. (29)式のように非線形スカラー関数を定義する. 物理的には質量によって蓄えられるエネルギーと, 制御入力, 衝突力のバネ作用によるエネルギーに対応する.

$$V = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)l_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\{l_2^2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1l_2\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\cos \theta_2\} + \frac{1}{2}m_b\dot{y}_b^2 + \frac{1}{2}K_{p1}\theta_1^2 + \frac{1}{2}K_{p2}\theta_2^2 + \frac{1}{2}k_b y_b^2 + \Delta k \cdot u^2 \quad (29)$$

ここで

$$\Delta k = \begin{cases} aHu^{1/2} (u \geq 0 \text{ かつ } \dot{u} \geq -1/p \text{ のとき}) \\ 0 \quad (\text{その他}) \end{cases} \quad (30)$$

ただし, a は正の定数であり, 制御すべき変数ではない. もし, (29)式のスカラー関数がリアプノフ関数となるような定数 a が存在すれば系の安定が論じられる.

スカラー関数 V について考えると, 運動方程式の導出過程を見れば, 右辺の第1項と第2項はリンクの運動エネルギーであるから非負. また, それ以外の項は完全平方の形をしており非負. よって, (30)式より

$$V \begin{cases} = 0 (\theta_1 = \dot{\theta}_1 = \theta_2 = \dot{\theta}_2 = y_b = \dot{y}_b = 0 \text{ のとき}) \\ > 0 \quad (\text{その他}) \end{cases} \quad (31)$$

次に, V の微係数について考える. (29)式を時間で微分し, (20)式から(28)式を代入して整理すると(32)式のようになる.

$$\dot{V} = -K_{v1}\dot{\theta}_1^2 - K_{v2}\dot{\theta}_2^2 - c_b\dot{y}_b^2 - (\dot{y}_2 - \dot{y}_b)f_w + \frac{5}{2}\Delta k u \dot{u} \quad (32)$$

以下, 非接触状態と接触状態を別々に考える.

3.1 非接触状態の場合

このとき, $u < 0$ または $\dot{u} < -1/p$ で

$$f_w = 0, \quad \Delta k = 0 \quad (33)$$

このとき, (32)式は(34)式となる.

$$\dot{V} = -K_{v1}\dot{\theta}_1^2 - K_{v2}\dot{\theta}_2^2 - c_b\dot{y}_b^2 \quad (34)$$

いま, K_{v1}, K_{v2} と c_b とが正であれば

$$\dot{V} \leq 0 \quad (35)$$

3.2 接触状態の場合

このとき $u \geq 0$ かつ $\dot{u} \geq -1/p$ で

$$f_w = (1+p\dot{u})Hu^{3/2} \quad (36)$$

このとき, (32)式は(37)式となる.

$$\dot{V} = -K_{v1}\dot{\theta}_1^2 - K_{v2}\dot{\theta}_2^2 - c_b\dot{y}_b^2 - pHu^{3/2}\dot{u}^2 - \left(1 - \frac{5}{2}a\right)pHu^{3/2}\dot{u} \quad (37)$$

いま, K_{v1}, K_{v2} と c_b とが正で, (38)式が成り立てば

(39) 式が満足される.

$$a = \frac{2}{5} \quad (38)$$

$$\dot{V} \leq 0 \quad (39)$$

以上を整理すると, フィードバックゲイン及び定数 a に対して

$$\left. \begin{aligned} K_{p1} > 0, K_{p2} > 0 \\ K_{v1} > 0, K_{v2} > 0, a = \frac{2}{5} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

のとき V はリアプノフ関数となり, そうなるような定数 a が存在する.

よって, 衝突を含む **Fig.1** の系がリアプノフの意味で安定であることが示された. また (34) 式と (37) 式とを比較すると (37) 式の方が, $\dot{V}$ について $pHu^{3/2}\dot{u}^2$ だけ小さい. この項は衝突による項なので, 衝突が安定化作用を持つことが分かる. このことから, 本論文で扱っているような問題のように接触の避けられない位置決めでは, 衝突を積極的に作用する制御も考えるべきであることが分かる. なお, リアプノフ関数では連続性や微分可能が問題となるが, 付録 2 に詳述のように, ここでは, 関数の性質上問題無く取り扱うことができる.

4. シミュレーション結果と考察

衝突を含む安定制御について, 以下シミュレーションによりその過渡状態について検討する.

3章の安定性解析で扱った制御則は, 一般によく制御に用いられる状態フィードバックの特殊な例であると言える. 即ち, 一般的な状態フィードバックは, 状態変数が四つで制御入力に二つであるから, 2行4列のフィードバックゲイン行列を用いて (41) 式の様に表せる.

$$\begin{aligned} \tau &= \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{p11} & k_{p12} & k_{v11} & k_{v12} \\ k_{p21} & k_{p22} & k_{v21} & k_{v22} \end{bmatrix} \{\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2\}^T \\ &= [K_p; K_v] \theta \end{aligned} \quad (41)$$

ここで, ベクトルは各々制御トルクベクトル, 状態ベクトルであり, K_p, K_v はフィードバックゲインの部分行列である. (16), (17) 式で表わされる3章での制御則は, このうち K_p, K_v の対角要素のみを非零の数としたもので, (42) 式のように表したものである.

$$\tau = [\text{diag } K_p; \text{diag } K_v] \theta \quad (42)$$

この制御は, ローカルフィードバック制御の比較的簡単な例であり, 各リンクは独立に制御されるものと考えられる.

シミュレーションでは, (41) 式で表されるような, 制御についても考えてみる.

4.1 解 法

(20) 式から (28) 式の運動方程式を4次のルンゲクッタ法で解く.

ただし, マニピュレータリンクと壁とは独立な系であると考え. この2つの系が接触した場合には相対変位と相対速度とから (18) 式により決定される衝突力がお互いに働くだけで機械的につながってはいないものと考え. また, ここでの手法では, 接触, 非接触の繰り返しがあっても計算をすることができる.

4.2 境界条件

接触・非接触の判別は, ポインターとの壁の法線方向相対変位 u と相対速度 $\dot{u}$ により決定する. (2.2節参照) このうち特に接触と非接触の状態の変化については, ルンゲクッタ法による各々の時間刻みの前後の状態量 ($u, \dot{u}$) から接触か否かの状態を見て決める. 例えば, ある時間刻みの前で非接触状態 ($u < 0$ または $\dot{u} < -1/p$) だったものが, 時間刻みの後の計算結果では接触状態 ($u \geq 0$ かつ $\dot{u} \geq -1/p$) になっていれば, その時間刻みのどこかで接触するはずである. そこで, その時間刻みの中の接触する時刻 t_c を時間刻み前後の $u, \dot{u}$ 線から線形補間により求め, この時刻 t_c における全状態量 (例えば $y_2, \dot{y}_2, y_b, \dot{y}_b$) を時間刻みと t_c の比から求める. この, 時刻 t_c の状態を初期条件と置き直して t_c 以降の時間刻みの残り分を計算し, 順次その次の時刻へ計算を進めていく. 非接触状態とする場合は接触する場合の逆に考え, ある時間刻みの前の状態が接触で後の状態が非接触であれば, その時間刻みの中で非接触となる時刻を求めてこの状態量を初期条件としてルンゲクッタ法の計算を進める. 全体の計算は, この状態判別を各々の時間刻みで行っていく. ただし, 接触状態と非接触状態の違いは (48) 式の f_w が0か否かの違いだけである.

4.3 計算結果

Table 1 にシミュレーションに用いたパラメータを示す. また, **Fig. 2** から **Fig. 8** にシミュレーション結果を示す. ここで, No.1 から No.7 の計算は次の条件となっている. (**Table 1** 参照)

これらのシミュレーションによって, 衝突を含むマニピュレータの制御のうち, 衝突の安定性に対する影響, フィードバックゲインの過渡応答に対する影響, 更に, 押し付け力の系に対する影響などがわかる.

No.1 一般的な状態フィードバック制御を行った場合の応答例 (**Fig. 2**). この場合, 制御は (41) 式に表されるようにフィードバックゲインの部分行列が対角行列でない場合を考えており, 安定性は保証されていないが, ここでは安定に制御されている. 安定な制御を行うためのフィードバックゲインを選ぶためには, 適当な範囲内での試行錯誤が必要である. また, 図の中でマニピュレータの方が壁よりも大きくなっているのはマニピュレータが壁に食い込んでいる状態を示している (以下同じ).

No. 2 一般的な状態フィードバック制御の別の応答例 (Fig. 3). この場合, 基本的には No. 1 のケースと同じであるが, (41) 式で非対角項である各リンク間の干渉項の値, 特に速度に関するフィードバックゲインを大きくした. ここでは, 不安定な応答を示している. No. 1 と No. 2 の二つのケースを比較すると, (41) 式で表される制御については応答変更の為のハイゲイン化が, 安定性の面からある程度制限を受けること, またフィードバックゲインのチューニングがかなり微妙なことが分かる.

No. 3 No. 2 のシミュレーションケースで, 壁との衝突を生じず, マニピュレータ単体を同じ制御則と初期条件で制御した場合の応答 (Fig. 4). 同じ制御を行っても不安定な応答を示さない. 即ち, マニピュレータ単体では不安定でないように制御されていても衝突を生じることにより, 挙動が不安定になり, 一般的な状態フィードバック制御では, 衝突が系を不安定化させる要素として働くこともあることがわかる. このことは, マニピュレータ単体に関する優れた制御も, 衝突を生じするような系全体の制御としては, 必ずしも良い制御であるとは限らないことを示している.

No. 4 (42) 式に表されるようにフィードバックゲイン行列の対角成分のみが非零となるような線形フィードバック制御を行った場合の応答 (Fig. 5). これは, マニピュレータの各リンクについてローカルフィードバック制御を行っていることを意味している. ここでの制御では, 対角成分は No. 1 から No. 3 と同じとしている. このシミュレーションは第 3 章で検討した制御を行っているのので, リアブノフの安定性解析のとおり安定な挙動を示している. これにより, 簡単な線形フィードバックによる

制御でも衝突を含む非線形マニピュレータの安定な押し付けが可能であることが分かる. ただし, No. 1 と比較すると同じ時刻における振幅は若干大きい.

No. 5 No. 4 と同じマニピュレータで角度に対するフィードバックゲインを大きくした場合の応答. (Fig. 6) 角度フィードバックゲインを大きくすると応答は速くなるが, 収束性が悪くなる. これは, 衝突を含んでいないマニピュレータを制御する場合と一致する. (42) 式で表されるような線形フィードバックに於けるゲイン調整では, 第 3 章の結果からこの制御則を使う場合は, 応答改善のためにハイゲイン化しても安定性は保証されているので, 衝突を含まないマニピュレータと同様の考えで行なえば良いことが分かる.

以上から, 一般的な非線形な多リンク系の状態フィードバック制御で衝突という現象が系に含まれる場合には, 系が非線形であっても, 線形のローカルフィードバック制御によって各リンクを独立に制御した方が, 安定性の面でより良いとも考えられる. また, 第 3 章の結果も考えるとき, ローカルフィードバックによる制御則ではゲインを負にしなければ必ず系が安定であることが保証されており, ロバスト性についてもローカルフィードバック制御の方が有利である.

また第 3 章では, 系の応答に対して衝突が安定化要素として働くことがあるということを示したが, このことについてシミュレーションにより検討してみる.

No. 6 非常に理想的な状態で, 減衰の項を全て 0 とした系の応答 (Fig. 7). ここでの制御としては減衰効果のある相対角速度に対するフィードバックは考えず, 相対角度のフィードバックのみとした. 系としては減衰が無

Table 1 Parameters for the Simulations

CASE NO.	1	2	3	4	5	6	7
m1	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
m2	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
l1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
l2	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
mb	10.0	10.0	—	10.0	10.0	10.0	10.0
Rb	100.0	100.0	—	100.0	100.0	100.0	100.0
cb	0.3	0.3	—	0.3	0.3	0.0	0.0
H	10000.0	10000.0	—	10000.0	10000.0	10000.0	10000.0
p	0.3	0.3	—	0.3	0.3	0.0	3.0
Kp11	5.0	5.0	5.0	5.0	10.0	5.0	5.0
Kp12	3.0	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Kp21	3.0	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Kp22	5.0	5.0	5.0	5.0	10.0	5.0	5.0
Kv11	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	0.0	0.0
Kv12	1.0	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Kv21	1.0	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Kv22	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	0.0	0.0

く、復元力のみが存在するので物理的には臨界安定であることが予想されるが、その通りの結果となっており、応答は減衰も発散もせずに周期的に続いていく。

No. 7 マニピュレータ本体と壁自身による減衰の項をすべて 0 とし、衝突のみに減衰効果を持たせた ($p, cv > 0$) 場合の応答 (Fig. 8). No. 6 と同様で、制御としては角速度のフィードバックは考えず、角度フィードバックのみとした。No. 6 と比較して明らかに運動が収束する傾向を示している。これより、減衰の無いようなマニピュレータや対象物を含む系でもエネルギー散逸を含む衝突 ($p, cv > 0$) により安定化することができ、衝突が安定化作用を持っていることがわかる。このことは、第 3 章におけるリアプノフの方法を用いた安定性解析の結果と一致する。従って、第 1 章でも述べた通り、第 3 章で示したような制御則では衝突を利用することによって、位置決め制御を容易にすることができることが分かる。

5. ま と め

本論文では衝突を含む多リンクマニピュレータの押し付け動作につき、第 2 章でモデル化とその動特性方程式の導出を行い、第 3 章ではリアプノフの直接法によって理論的に検討し、また第 4 章ではシミュレーションによってその過渡状態について検討した。この結果、衝突を含み、マニピュレータ自体が非線形であるような多リンク系であってもリアプノフの直接法によって安定性を論じることが可能であることが示された。また、衝突は系を安定化させる現象であり、線形ローカルフィードバック制御によっても衝突を含む系の安定な押し付け制御が可能であることが確認された。また、衝突を利用した位置決め制御が可能であることも示された。

付録 1 衝突力のモデルについての説明

ここで採用したモデルはヘルツの力 $Hu^{3/2}$ に、減衰項

Fig. 2 Linear State Feedback (coupled #1)

Fig. 3 Linear State Feedback (Coupled #2)

$(1+pu)$ を乗じた形で表される。この時考えねばならないのは、運動方程式の連続性と、いわゆる反発係数 e との関係についてである。

まず、連続性についてであるが、この衝突モデルについて接触条件は $u \geq 0$, $\dot{u} \geq -1/p$ である。いま、衝突を時間と相対変位に対して考えると、

① 常に $\dot{u} \geq -1/p$ のとき

Fig. 4 No Wall with Linear State Feedback #2

② $\dot{u} < -1/p$ となる場合があるとき

いずれの場合も衝突力は連続であることが分かる。なお、物理的に f_w-u のグラフにおける斜線部がエネルギー損失であり、 p が大きいときにこの部分の面積が大きくなるので、 p がエネルギー損失のパラメータとなる。運動方程式では、この力の連続性から、時間と角度および角速度についてジャンプは存在せず、リプシッツ条件も成立することが分かる。

Fig. 5 Decoupled State Feedback

次に反発係数 e との関係であるが、これは、 p と衝突速度 v_0 を用い、衝突から最大局所変位、またここから反発までについて加速度を積分すると次式のように表すことができる。

$$e = \frac{1}{pv_0} - \left(1 + \frac{1}{pv_0}\right) \exp\{-(1+e)pv_0\}$$

外力が無い場合、反発の最大速度は $-ev_0$ であるが、 $\dot{u} = -ev_0 \geq -1/p$ が常に成立する条件は、 $e \leq 1/pv_0$ である。上記の e と p の関係式から、この条件は常に成立する。従って、 $\dot{u} < -1/p$ となるのは、外力がある場合に限られる。制御系では、制御力がこれに当たり、この場合、制御力は衝突力に比べて大きい必要がある。これは、物理的には柔らかいものに対するゆっくりとした接触であり、2つの物体が局所変形をして食い込んで復元しようとしている時に、制御によって復元速度よりも速く引っ張られるような状態に対応する。よって通常行なわれ

ような金属同志の衝突ではほとんどありえない。

付録 2 リアプノフ関数の連続性について

本論文では、ある意味で二つのスカラー関数を接触状態と非接触状態とで切り替えて使っている。本件について次のように考える。

衝突を論じる場合、本論文のモデルではヘルツの力の係数 H とエネルギー損失パラメータ p とが大変重要となる。 H は、いわばマニピュレータと壁との間の局所変形に関わるバネ定数と同じようなものであり、 p は衝突時の加速と減速の力の履歴の違いからくる減衰定数と同じ様なものである。ただし、いま考えている接触または非接触の状態判別では p の方がより重要である。そこで、この p に着目してリアプノフ関数を考えてみる。ここで、物理的に考え、減衰が負になるのは考えないものとして、 p は非負であるものとする。

(18) 式の定義から、リアプノフ関数の等値線は図の

Fig. 6 Decoupled Feedback with Larger Angular Gains

Fig. 7 No Damping (Decoupled)

Fig. 8 No Damping except Collision (Decoupled)

Fig. a-1 のように表すことができる。いま、十分に減衰が小さく、 p が小さい場合を考えるとリアプノフ関数の軌跡は Fig. a-2 のようになる。ここで、いくつかの閉曲線があるが、内側の閉曲線はスカラー関数が小さい値を取ることを意味している。また、接触を表す等値線と非接触を表す等値線は2点A、Bでなめらかにつながっており、衝突が生じるとき、軌跡は時計廻りとなる。こ

Fig. a-1 V_{nc} : contour of the Lyapunov function in noncontact state

Fig. a-2

Fig. a-3

のとき、もしも系が安定ならば、軌跡は原点に収束して行き、系の運動は平衡点で静止する。この場合は、リアプノフ関数が連続であり、微分可能であることは明らかである。

しかしながら、減衰が大きく、即ち p があまり小さい場合には少し違ってくる。この場合の等値線図は Fig. a-3 のようになる。いま、接触状態にある関数が、点Cにおいて $\dot{u} = -1/p$ の線と交差するものとする、衝突力のモデルの定義から、接触状態が非接触状態に変化する。このとき、スカラー関数では、いままであった衝突を表す非負の項が無くなるので、この分内側へ値がジャンプすることになる。しかも、軌跡は時計廻りであるので、ジャンプの方向は点Cから内側の点Dへの一方向である。即ち、リアプノフ関数が2点C、Dで不連続であっても関数値は常に減少することが明らかである。さらに、ある程度運動が遅くなり、平衡点に近づいてくると、もう $\dot{u} = -1/p$ の影響を受けなくなり、Fig. a-2で示されるような系と同様になり、連続性と微分可能性が確保されるようになる。

以上から、論文で示したリアプノフ関数の連続性に関する妥当性が示された。

文 献

- 1) 正司・稲葉・福田・細貝, 衝突を含むマニピュレータの安定制御 (第1報: 1自由度マニピュレータの押し付け制御の安定性), 日本機械学会論文集C編, 56-527, pp. 203-209 (1990).
- 2) 正司・稲葉・福田・細貝, 衝突を含むマニピュレータの安定制御 (第2報: 2本の1自由度マニピュレータによる物体把持), 日本機械学会論文集C編, 56-529, pp. 114-122 (1990).
- 3) 藤田・服部, 周期衝突振動における衝撃特性, 日本機械学会論文集C編, 45-395, pp. 738-746 (1979).
- 4) 福田・北村・谷江, 対象物の動特性を考慮したグリップの適応ハイブリッド力制御方式, 日本ロボット学会誌, Vol.6, No.2, pp. 3-12.
- 5) 正司・稲葉・福田・細貝, 衝突を考慮したマニピュレータの制御 (第2報, 2本の1自由度マニピュレータによる物体把持), 第28回SICE学術講演会予稿集, pp. 209-210 (1989).
- 6) 倉掛・原, 磁気ばね動吸振器の作用について (衝突を伴う場合の最適効果), 日本機械学会論文集C編, 45-399, pp. 1217-1224 (1979).