ローゼンブロック法によるスターラの最適設計

Investigation of Optimal Design of LIM-type Electromagnetic Stirrer using Rosenbrock's method

河邊 盛男^{*1}(正員), 塩崎 明^{*1}, 稲葉 純吉^{*1}, 諸星 時男^{*1}, 笹山 瑛由^{*2}

Morio KAWABE (Mem.), Akira SHIOZAKI, Junkichi INABA, Tokio MOROHOSHI, Teruyoshi SASAYAMA

The determination problem of optimum position and shape of exciting coil and teeth of LIM-type electromagnetic stirrer is discussed. 3-D magnetic field FEM analysis and Rosenbrock's method are used. Design guidelines for minimizing power capacity and maximizing flux density are examined using the objective function, that is the inverse of evaluation factor including the flux density at a specified position and load inductance. It is shown that the coil position affects mostly the performance of stirrer.

Keywords: stirrer, optimal design, 3-D magnetic field analysis, power capacity, load inductance.

1 はじめに

鉄鋼製品の品質向上を図るために、リニアインダクションモータ(LIM)の原理を用いた電磁攪拌装置(以下、スターラ)が用いられている。溶鋼は、溶鉱炉→取鍋→タンディッシュ→鋳型の順に移動する。スターラは溶鋼を電磁力で攪拌して介在物除去を促進させるもので、一般には鋳型に装備されるが、近年ではタンディッシュでの攪拌効果が注目されている。そこで、本報告ではタンディッシュに装備されるスターラ(片側式)を例にして、その最適構成を得るための設計手法を提案する。

タンディッシュは溶鋼を入れる容器で熱遮蔽のため耐火物でできておりスターラと溶鋼との磁気的なギャップが大きくなるため、磁極のコイルが発生する磁束の多くが溶湯まで至らずに漏れ磁束となる。十分に攪拌できる電磁力を得るために指定点の磁束密度 B_p の大きさが規定されており、これを満たすためにアンペア回数を増して磁束密度を大きくする必要があり、大きな電源容量 Q を必要とする。溶鋼の攪拌速度の関係から駆動周波数は数 Hz オーダになり、通常はサイクロコンバータが用いられるが、その出力容量が消費電力や全体の価格に関係するため、磁極とコイルの適正化が主要な設計課題となる。スターラは大型で製作コストも高いので、これまでの設計では特性の不具合を避けるために、実績を基に十分余裕のある構成になっていた。

最適化手法には、Particle swarm optimization(PSO)など、大域的最適解を求める種々の手法を磁界解析と併用する手法が提案されているが[1]、コストや製作性などを試行錯誤で考慮する必要がある(付録 1)。Rosenbrock 法(RBM)は数十回の反復で何らかの最適解が得られるため、多くの初期値や目的関数に対する局所解を短時間で求めることができる。

そこで本研究では、辺要素の有限要素法(FEM)による 3 次元磁界解析と RBM の併用法を用いて[2, 3]、寸法最適化を行った。設計検討に必要な数種の目的関数に対する解群を求め、重回帰分析を用いて各設計変数の効果を示し、設計者が構成検討に利用できるものにした。さらに、磁気効率を表す評価指数 G を用いることにより、 B_p と Q の大きさやコスト、製造性とのバランスを考慮した構成検討が可能になることを示した。

以下、第 2 章では 3 次元磁界解析の基本式、電源容量の算定、目的関数の考え方を述べる。RBM の寸法や形状を修正する繰り返しごとに要素分割を変更する必要があるが、これを直交格子分割のスムージング法により簡素化した[4]。RBM と 3 次元磁界解析を組み合わせた解析では計算時間の短縮化が必要である。第 3 章では、平板形スターラのモデルを用いて 3 次元の静磁界解析を適用してもよいことを示した。第 4 章では設計変数を設定し、各種の目的関数に対して最適化計算を行った。種々の目的関数に対して得られた解を重回帰分析し、提案した設計手法の有効性を述べた。

2 計算方法

2.1 3 次元磁界解析

連絡先: 河邊 盛男, 〒516-8550 三重県伊勢市竹ヶ鼻町 100, シンフォニアテクノロジー(株) 開発本部研究部,
e-mail: kawabe-morio@sinfo-t.jp

^{*1} シンフォニアテクノロジー ^{*2} 岡山大学

辺要素を用いた $A-\phi$ 法による 3 次元渦電流解析の基礎方程式は次式で与えられる。

$$\text{rot}(\nu \text{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 - j\omega\sigma\mathbf{A} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{A}$: 磁気ベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}_0$: 強制電流密度、 ν : 磁気抵抗率、 σ : 導電率、 ω : 角周波数である。(1)式では複素数近似法を用い、静磁界解析の場合は σ を零とした。

2.2 電源容量

スターラの誘導負荷（抵抗を無視したとき）に対する一相当りの電源容量 Q は、次式により算出される。

$$Q = \omega\Phi I = \omega L I^2 \quad (2)$$

$$\Phi = N \oint_c \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad (3)$$

$$L = \Phi / I \quad (4)$$

ここで、 Φ : コイルの鎖交磁束、 L : 負荷インダクタンス、 I : 負荷電流、 N : コイル巻数、 $\mathbf{t}$: コイルの電流方向ベクトル、 l : コイル長、 c : コイルに沿った積分路である。

ω と I が一定なら Q の大きさは L に比例するため、 Q を比較する場合は L の値で評価することにした。

2.3 目的関数

スターラの場合、電磁力を大きくして攪拌力を増すために磁束密度 B_p は大きく、電源容量 Q に関するインダクタンス L は小さく、というのが一般的な目標となる。目標となる指定点（後述の Fig. 4 の P 点）における磁束密度 B_p とインダクタンス L を用いて、設計検討に必要な以下の 4 種類の目的関数 $F_1 \sim F_4$ を考える。 I と N を一定とした条件で設計変数を変化させて磁界解析を行い、目的関数 $F_1 \sim F_4$ を最小にする問題になる。

$$F_1 = 1/B_p \rightarrow \min \quad (5)$$

$$F_2 = L \rightarrow \min \quad (6)$$

$$F_3 = L/B_p \rightarrow \min \quad (7)$$

$$F_4 = L/B_p^2 \rightarrow \min \quad (8)$$

F_1 は B_p を最大にし電磁力を大きくするもの、 F_2 は L を最小にし(2)式の電源容量 Q を小さくするもの、 F_3 は電磁力に関する B_p は大きく Q に関する L は小さく、という目標を表現したものである。 F_4 は電磁力が B_p の 2 乗に比例するので F_3 の分母を変形したものである。

ここで、 F_4 の逆数をとった評価指数 G を定義する。

$$G = B_p^2 / L \quad (9)$$

F_4 の最小値は G の最大値を表し、電磁力と容量の比、すなわち電磁的な効率の最大化を意味するものになる。

2.4 RBM のパラメータ

RBM により最適化を行う際のパラメータとして、自由に調整できるもののみ注目し[4]、一つの探索方向における反復時の判定を以下のように行った（付録 2 参照）[5]。

<探索成功>

$$\mathbf{D}^{(k+1)} = \mathbf{D}^{(k)} + \lambda_j^{(k)} \mathbf{s}_j^{(k)} \quad (10)$$

$$\lambda_j^{(k+1)} = \alpha \lambda_j^{(k)} \quad (11)$$

$$(j = 1 \dots m)$$

<探索失敗>

$$\mathbf{D}^{(k+1)} = \mathbf{D}^{(k)} \quad (12)$$

$$\lambda_j^{(k+1)} = -\beta \lambda_j^{(k)} \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{D}$: 設計変数、 $\mathbf{s}$: 探索方向ベクトル、 λ_j : 設計変数 j の刻み幅、 k : 反復回数、 m : 設計変数の数、 α , β : λ_j の増加および減少係数である。 α , β および λ_j は、一定の範囲で任意に設定でき、これにより寸法変化の大きさを調整できる。

収束判定は、次式により行い、 $\varepsilon = 10^{-2}$ とした。

$$\max(\lambda_j') < \varepsilon$$

$$\lambda_j' = \lambda_j / (D_j^{(0)} - D_{j\min}) \quad (14)$$

ここで、 $D_j^{(0)}$: 設計変数 j の初期値、 $D_{j\min}$: 設計変数 j の可動範囲の最小値である。

2.5 要素分割

RBM と 3 次元磁界解析の組み合わせでは、RBM の形状変更の度に FEM の分割を変更する必要があり、次のような簡略化を工夫した。LIM の形状が直交格子に適合するので、座標軸に平行な直交格子による一次直方体要素を考えた。 x , y , z 各軸の格子番号を原点から数えて i , j , k とすると、節点番号 n の x , y , z の各座標値 $x(n)$, $y(n)$, $z(n)$ は次式で与えられる。

$$x(n) = xx(i), y(n) = yy(j), z(n) = zz(k)$$

$$n = nx \times ny \times (k-1) + nx \times (j-1) + i$$

$$(i = 1 \sim nx, j = 1 \sim ny, k = 1 \sim nz) \quad (15)$$

ここで、 xx , yy , zz : 各格子座標値、 nx , ny , nz : x , y , z 各軸の格子数である。

位置や形状の変化も座標軸に沿うものとすれば、格子座標のみの変化で節点座標を変えることができる。最も簡単なアルゴリズムとして軸ごとに可動格子点座標をその前後の格子点で平均化する一種のスムージング法[4]が考えられる。しかし、変化が大きくなれば格子分割の疎密のバランスが悪くなるため、Fig. 1 のような「格子分割入替アルゴリズム」を考えた。

Fig. 1(a) に示すような、ある方向に対する 3 領域 S_1 ,

S_2 , S_3 があるとし、領域毎に等分割されているとする。 S_2 領域が(b)図に示す方向に動いたときの格子間隔 H_1 と H_3 の大きさの比率が一定値以上に広がった場合に S_1 と S_3 の両領域での総分割数は変化させることなく、領域毎の分割数を増減し、(c)図のように疎密を緩和させるものである。Fig. 2 に、解析の全体フローを示す。

3 スターラモデルと順解析

Fig. 3 にスターラの構成を示す。高温の溶鋼（キュリー点を越えるため非磁性、導電性）を入れる容器は、

Fig. 1 Changing the lattice.

耐火物壁をステンレスで覆い保護する構成にしている。容器の形状は多種多様で、その利用形態もさまざま

Fig. 2 Flow of analysis.

Fig. 3 Configuration of stirrer.

Fig. 4 Analysis model.

Table 1 Calculation condition.

Number of phase	3
Connection	Star
Frequency (Hz)	5
Current (A)	2000
Number of turns of one coil	32
Number of poles	2
Slots per phase per pole	1
Slot pitch (m)	0.4
Pole pitch (m)	1.2
Permeability of core	1000
Conductivity (S/m)	1.439×10^6
Synchronous speed (m/s)	12

Fig. 5 Distributions of eddy current and flux ($\omega t = 30^\circ$).

あるが、ここでは平板形を対象にした。

Fig. 4 に計算モデルを、Table 1 に解析諸元や解析条件を示す。順解析では渦電流を考慮するため、解析領域は 1/2 (コイル 6 個分) とした。

Fig. 5 に U 相基準で $\omega t = 30^\circ$ の時の磁束密度とステンレスカバー内の渦電流密度のベクトル図を示す。ここで、U 相コイルの電流が最大になる瞬間を時間の基準($\omega t = 0^\circ$)にとった。起磁力は空間的に対称であるがステンレスカバーに誘導された電流による位相遅れのため、ベクトル図は対称にならない。

Fig. 6 に、中心線上($x = z = 0\text{mm}$) でコア表面から y 方向の距離に対する磁束密度の y 方向成分 B_y の変化を示す。ステンレスカバーの有無による溶湯内の代表点 (Fig. 4 に示した P 点) の B_y の変化はわずかである。つまり交流磁界を印加してステンレスに渦電流が流れた場合と直流電流を流した静磁界の場合の B_p の差が小さいので、計算時間を減らすために以下の最適化計算ではステンレスが無い場合 (静磁界解析, 1/4 モデル) について解析を行った。本論文の目的は、スターラの最適設計に関するものであり、磁束密度の値その

Fig. 6 B_y along the central axis ($x = z = 0$).

ものを議論する訳ではないので、静磁界解析で十分である。実機に適用する場合は、予めこの差の程度を把握しておいて見積もればよいと考えられる。

4 最適化計算

4.1 最適化モデル

Fig. 7 に、ティースとコイルの設計変数 D_1 , D_2 , D_3 とその変化の範囲を示す。 D_1 はコイルの y 方向位置 (高さ), D_2 はコイルの高さ方向長さ, D_3 はティース幅である。コイル断面積は一定とした。よってコイル幅は D_2 により従属的に変化する。各設計変数の可動範囲 (構造上から規定される寸法上の制約条件) を Table 2 のように設定する。各条件はそのすべてを同時に満足しなければならない。RBM は最適解の唯一性が保証されないので、3 つのケースの初期寸法を仮定した。設計目標は Fig. 4 の P 点の磁束密度の y 方向成分 B_y が 43mT 以上とし、その他の計算条件は Table 1 の通りとした。

4.2 計算結果

Table 3 に初期値を、Table 4 にその計算結果を示す。各ケース名 Aab で次のような場合を表した。頭字 A, B, C で初期値の違いを、添字 a は 1 が目的関数 F_1 の場合, 2 が F_2 の場合, 3 が F_3 の場合, 4 が F_4 の場合を示す。設計変数欄の一記号は該当する設計変数を初期値に固定したことを示す。添字 b は 0 が初期形状の場合, 1 は D_1 のみを, 2 は D_2 のみを, 3 は D_3 のみを変化させた場合である。4 は D_1 , D_2 がともに変化する場合, 5 は D_1 , D_2 , D_3 がともに変化する場合を示す。Table 3 の初期値 A00, B00, C00 としては, D_1 と D_3 は Fig. 4

Fig. 7 Design variables and range of variable.

Table 2 Range of the design variables.

	Range (mm)
(A)	$50 \leq D_1 \leq 250$
(B)	$50 \leq D_2 \leq 200$
(C)	$125 \leq D_3 \leq 175$
(D)	$D_1 + D_2 / 2 \leq 275$
(E)	$25 \leq D_1 - D_2 / 2$
(F)	$10000 / D_2 + D_3 / 2 \leq 181.25$

Table 3 Initial condition

	D_1	D_2	D_3
A00	150	100	150
B00	150	200	150
C00	150	150	150

に示したディースおよびコイル位置に等しいとし、 D_2 を 100, 200, 150 と変化させた。Table 4 の F_1 に関する A11~A15 や B11~B15 の結果から、A15 や B15 が最も B_p が大きく、また、 F_2 に関する A21~A25 や B21~B25 からは、A25 や B25 が最も L が小さくなっており、設計変数 D_1 , D_2 , D_3 を同時に変化させた場合が最も目標値を満足するものになっている。

目的関数の違いによるケース Aa5, Ba5, Ca5(a = 1 ~ 4)の結果から次のことが分かる。Fig. 8 は初期値の違いによる最適解 (A45, B45, C45) の比較である。評価指数 G は同程度であるが D_1 , D_2 , D_3 は異なったものであり、解は一意ではない (局所的最適解)。このように複数の解を得られるのが RBM の特長であり、多様な構成の検討が可能になる。

Fig. 9 に目的関数値 (初期形状の値に対する比) と各目標値の関係を示す。(a)は F_1 に関するもので、 F_1 が小さいほど目標値の B_p が大きくなっているが、 B_p と共に L も大きくなっている。(b)は F_2 に関するもので、 F_2 が小さくなると L も小さくなるが、 B_p も小さくなっている。これより、目的関数 F_1 , F_2 では「 B_p は大きく L は小さく」という目標を満たすことができない

Table 4 Result ($\alpha = 1.0$, $\beta = 0.5$, $\lambda' = 0.1$, $\varepsilon = 0.01$)

Case	State	Design Variable			Objective Function		Target Value		G	RBM Number of Iteration
		D_1 (mm)	D_2 (mm)	D_3 (mm)	Type	Relative Ratio	B_p (mT)	L (mH)		
A11	Final	218.8	—	—	F_1	0.959	47.0	5.132	430	11
A12	Final	—	94.4	—		0.959	45.2	4.202	486	8
A13	Final	—	—	162.2		0.981	46.0	4.305	492	9
A14	Final	220.2	95.0	—		0.958	47.1	5.131	432	22
A15	Final	220.4	96.9	155.3		0.951	47.4	5.186	433	36
A21	Final	81.3	—	—	F_2	0.767	41.6	3.236	535	19
A22	Final	—	94.4	—		0.996	45.2	4.202	486	8
A23	Final	—	—	126.6		0.962	43.3	4.060	462	24
A24	Final	74.1	94.8	—		0.740	41.3	3.123	546	52
A25	Final	68.5	85.0	126.7		0.685	39.2	2.890	532	77
A35	Final	72.5	92.6	143.6	F_3	0.803	40.7	3.058	542	72
A45	Final	74.6	96.9	155.4	F_4	0.877	41.7	3.163	550	61
B11	Final	168.8	—	—	F_1	0.981	44.9	4.342	464	6
B12	Final	—	110.0	—		0.980	45.0	4.239	478	19
B13	Final	—	—	172.2		0.964	45.7	4.218	495	13
B14	Final	226.3	94.2	—		0.933	47.2	5.196	429	57
B15	Final	221.4	106.8	174.9		0.906	48.6	5.389	438	86
B21	Final	131.3	—	—	F_2	0.930	43.1	3.784	491	9
B22	Final	—	198.1	—		1.002	44.1	4.074	477	3
B23	Final	—	—	126.6		0.962	42.2	3.911	55	24
B24	Final	130.0	198.1	—		0.927	43.0	3.772	490	18
B25	Final	125.3	200.0	126.6		0.870	40.8	3.540	470	75
B35	Final	125.0	200.0	167.5	F_3	0.934	44.0	3.979	487	39
B45	Final	125.0	200.0	174.1	F_4	0.925	44.5	3.839	516	48
C15	Final	223.0	102.9	164.9	F_1	0.932	48.1	5.312	436	38
C25	Final	115.0	179.9	125.3	F_2	0.814	40.3	3.456	470	78
C35	Final	73.8	96.9	154.5	F_3	0.798	41.6	3.145	550	62
C45	Final	79.1	102.5	166.7	F_4	0.854	42.8	3.304	554	60

Fig. 8 Influence of initial value.

ことが分かる。(c)は F_3 に関するもので、 F_3 が小さい時に B_p と共に L も低くなるが、目標値としている B_p/L 最大化が可能なことを表している。(d)は F_4 に関するもので、 F_4 が小さくなると $G = B_p^2/L$ が大きくなっている。(c), (d)を用いれば最適化ができる可能性があることが分かる。

(a) F_1 and B_p, L (b) F_2 and B_p, L (c) F_3 and $B_p, L, B_p/L$ (d) F_4 and B_p, L, G

Fig. 9 Relationship between objective function and target values.

設計変数 D_1, D_2, D_3 の効果を明確にするために、全データについて重回帰分析(MRA: Multiple Regression Analysis)[6]を行った。Fig. 10(a) に設計変数と指定点 P の磁束密度 B_p の関係を、Fig. 10(b) に Q との関係を示す。これらの回帰線の方程式と重決定値 R^2 も併記した。Fig. 10(a), (b)共に B_p, Q は D_1 と強い相関が、 D_3 と弱い相関が認められるが、 D_2 との相関は認められなかった。

Fig. 11 に各目標値間の相関性を示す。Fig. 11(a)は B_p

(a) Flux density B_p at specified point. (b) Power source capacity Q .

Fig. 10 Correlation between design variables and target values.

(a) Correlation between B_p and Q . (b) Correlation between B_p and G . (c) Correlation between G and Q .

Fig. 11 Correlation between each target value.

と Q の関係である。強い正の相関があり、 B_p と共に Q も大きくなるため、最適構成 (B_p は大きく Q は小さく) が得難いことが分かる。Fig. 11(b) の B_p と評価指数 G (9)式で定義) の関係は負の相関があり、 B_p を大きくすると磁気効率を表す G が小さくなる。 B_p の規定値 43mT での G は設計変数 D_1 , D_2 , D_3 の組み合わせにより変化する。Fig. 11(c) の G と Q の関係では強い負の相関があり、Fig. 11(b) と Fig. 11(c) から B_p の規定値や Q を考慮した最適な設計変数の構成を G で評価できる。

B_p と G を重回帰モデル ($Y = \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 + \alpha$, $Y = B_p$, $Y = G$) で解析した。 β_1 , β_2 , β_3 , α は偏重回帰係数である。Fig. 10 から設計変数 D_2 の相関 (β_2) が小さいので、 D_1 , D_3 を用いた次式で表した。

$$B_p = 0.04D_1 + 0.07D_3 + 28.12 \quad (16)$$

$$G = -0.786D_1 + 0.8D_3 + 491 \quad (17)$$

Fig. 12 に B_p や G と設計変数 D_1 , D_3 の関係を示す。直線 r は (16) 式で $B_p = 43$ とした方程式で、矢印の方向が $B_p > 43$ mT を満たす解領域である。直線 q は (17) 式で $G = 500$ の場合の方程式であり、矢印の方向が $G > 500$ の解領域を示す。 G の最大値は $B_p = 43$ mT の直線 r と D_3 の制約条件 ($D_3 = 175$ mm) の交点 (○印の MRA) で表され、(17) 式にこの交点の座標 (D_1, D_3) を入力することにより、 G の最大値 $G = 579$ が得られる (直線 p)。Table 4 の F_4 に関する A45 (●), B45 (▲), C45 (■) に対応する D_1 , D_3 の値も図中に併記した。C45 や A45 は MRA の値に近く、RBM で G を指標にするのが妥当であるといえる。直線 p, r の交点 a, 直線 q, r の交点 e, 直線 q と $D_3 = 175$ mm の交点 f を結んだ三角形 a, e, f が設計変数 D_1 , D_3 の選定領域で、実機的设计では、この中で直線 q ((17) 式) を矢印の方向に移動した (G の大きい方向) 構成の検討を行なうことになる。

Fig. 12 Relation between design variables and target values.

5 おわりに

LIM 式スターラの最適構成を検討するために、Rosenbrock 法、3 次元静磁界解析と重回帰分析を併用した設計手法を示した。スターラの設計課題は検査点での磁束密度 B_p の規定値 B_N を満足し、電源コストに関係する電源容量 Q を小さくするようにティース寸法とコイル形状を最適化することである。鉄鋼用は大型なので、製作性や全体のコストを勘案した構成の調整を設計者が判断することになる。そこで、次のような (1)最適設計手法と (2)スターラの構成検討法を提案し、(3)スターラの設計パラメータに関する知見を得た。

(1)RBM で設計検討に必要な種々の目的関数 (B_p 大, Q 小, B_p/Q 大, B_p^2/Q 大) での多数の最適解グループを求め、この結果を重回帰分析して各設計変数の寄与を確認する。このために次のように磁界解析を工夫した。

①平板型スターラの形状に適応する直交格子分割を採用し、RBM の反復計算におけるコイルなどの対象物の位置の変化をスムージング法で処理することで円滑な解析が行えるようにした。

②スターラのような低周波の渦電流問題では、指定点の磁束密度を求める際に静磁界解析で代用できることを確認し、3 次元磁界解析を用いた最適化解析の計算時間と記憶容量の節減を行った。

(2)設計課題の電源容量 Q を小さくするには漏れ磁束が小さい磁気効率の良い構成にすることであり、設計指標に磁気効率を表す評価指数 G を採用した。

① B_p の規定値 B_N を満たし製作性やコストを勘案して G を大きくする構成を選定すればよいことを示した。

②重回帰分析の結果を図式解法で $B_p \geq B_N$ で G が大きくなるものを適宜選定することで、意図する設計検討が可能になるようにした。

(3) B_p や Q と設計変数 D_1 , D_2 , D_3 の間の関係についての知見を得ることができた。コイルの位置 D_1 やティース幅 D_3 が B_p や Q に及ぼす影響が大きいが、コイルの形状 D_2 の影響は小さい。よって、最良の条件を D_1 と D_3 の組み合わせで求められる。また、 D_2 は特性に影響しないために生産性やコストを配慮して任意の形状に設定できる。

付録 1 最適化手法の比較

Fig. 13 Flow of ordinary method.

Fig. 14 Flow of proposed method.

付録 2 ローゼンブロッック法[5]

これは目的関数 W が最大または最小になる寸法などを順次探索する手法である。この手法では現在求まっている近似解に対して、さらに部分的な修正を繰り返し行うことによって、より良い近似最適解を求める。

Fig. 15 は寸法 L_1, L_2 を変えて目的関数 W を計算し、その等高線を描いたものである。 W が最小になる谷底に対応する L_1 と L_2 を求めれば、それが最適解である。

本論文では設計変数 D_1, D_2, D_3 などが L_1 や L_2 に、目的関数 F_1, F_2, F_3, F_4 などが W に対応する。

具体的には次のように処理する。

最初に L_1, L_2 の初期値 $L_1^{(0)}, L_2^{(0)}$ を与えておき、刻み幅 $\Delta L_1, \Delta L_2$ により L_1 と L_2 の寸法を交互に少しずつ

Fig. 15 Concept of Rosenbrock's method.

変化させて $L_1^{(1)} = L_1^{(0)} + \Delta L_1, L_2^{(2)} = L_2^{(0)} + \Delta L_2$ とし、 W が小さくなる方向を探し、その方向でさらに寸法を $L_1^{(3)} = L_1^{(1)} + \Delta L_1$ に変化させるという手順を 1 から 13 (Fig. 15 中の○印や×印) まで繰り返す。刻み幅 ΔL_1 や ΔL_2 は探索の成功、失敗に応じて変化させる。3 では刻み幅を変更しても×印の 4, 5, 6 などは W を小さくする方向にならず、○印の 7 の方向で成功したことを表している。7 の方向は 0 と 3 を結ぶ方向 (0, 1, 2, 3 まで成功している) であり、3 では新たにこの方向を基準軸にして 7, 8, 9, 10 と進む。10 において、11 や 12 の方向では失敗なので、3 と 10 を結ぶ方向 (3, 7, 8, 9, 10 まで成功している) に進み 13 で成功する。

目的関数の微係数を用いずに、ある刻み幅 ΔL ずつ変えて最適解の探索を行うため、(降下法に比べると収束は遅いが) 解が振動・発散して求まらないことはほとんどなく、微分不可能な関数の場合や局所的最適解を有する場合でも解を探索できるので、「手堅い」手法であるといえる。

(2011 年 9 月 9 日受付, 2012 年 10 月 12 日再受付,
2013 年 7 月 26 日再々受付)

参考文献

- [1] L.E.Coelho, L.Z.Barbosa, and L.Lebensztajn, Multiobjective Particle Swarm Approach for the Design of a Brushless DC Wheel Motor, IEEE Trans. Magn., Vol.46, No.8, pp. 2994-2997, 2010.

- [2] 高橋, 藤原, 磁界問題の最適設計法, 第 5 回電磁界数値解析に関する若手セミナー講演論文集, pp.11-25, 1994.
- [3] 高橋, 中田, 大橋, 宮田, 有限要素法と数値計画法を用いた非線形最適設計法の応用, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-94-17, RM-94-81, 1994.
- [4] 成田, 河辺, 下村, 磁界解析最適化計算におけるスムージング要素分割, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-96-03, RM-96-53, 1996.
- [5] 高橋, 磁界系有限要素法を用いた最適化, 森北出版, 2001.
- [6] 田中, 垂水, 脇本, パソコン統計解析ハンドブック II 多変量解析編, 共立出版, pp. 1-70, 1988.