学術論文

磁束密度の振幅および位相差の関数として表現された 複素型 E & S モデルによる鉄損解析

Iron Loss Analysis by Using Complex E&S Modeling Expressed
as a Function of Amplitude and Phase Difference of Magnetic Flux Density

祖田 直也^{*1}(正員), 榎園 正人^{*2}(正員)

Naoya SODA (Mem.), Masato ENOKIZONO (Mem.)

In order to clarify the iron loss distribution in iron core of electric machines, the magnetic field analysis considering 2-D vector magnetic properties is effective. Several kinds of modeling of 2-D vector magnetic properties are proposed, the complex E&S modeling is most simplified and is useful to optimal design of electric machines. 2-D vector magnetic properties used in analysis are defined by three parameters, the maximum magnetic flux $B_{\max}$, the inclination angle θ_B , and the axis ratio α . However we obtain the amplitude and the phase shift of magnetic flux densities when we calculate the finite element analysis which introduced the complex E&S modeling. Therefore we have to recalculate the three parameters from the amplitude and the phase difference of magnetic flux densities. In this paper, we define the amplitude and the phase difference of magnetic flux densities as parameters of the 2-D vector magnetic properties, carry out the finite element analysis which introduced the complex E&S modeling.

Keywords: 2-D vector magnetic properties, E&S modeling, finite element method, iron loss analysis, magnetic field analysis.

1 緒言

電気機器の高効率化を行うための重要な課題の一つとして機器内鉄心の鉄損低減が挙げられる。そのためには電気機器鉄心内における鉄損分布を正しく把握する必要があり、測定および解析の両面からのアプローチが行われてきた。その結果、2次元ベクトル磁気測定の重要性とそれを考慮した磁界解析の妥当性が明らかになった[1]。また、2次元ベクトル磁気特性を考慮するための手法として各種 E&S モデルが提案された[1-3]。これら E&S モデルは2次元ベクトル磁気特性の強い非線形性のために収束性が悪く多大な計算時間が必要となり、最適設計支援ツールとして有用ではない。そこで最適設計に適用することを目的とした複素型 E&S モデルが大分大学のグループによって提案された[4]。このモデルは磁束密度および磁界強度を正弦波として近似することにより、2次元ベクトル磁気特性の基本波成分のみを取り扱う。そのため複素型 E&S モデルを考慮した解析は収束性が格段に向上し、高磁束密度領域を除けば最適設計ツールとして十分な精度を持った鉄損分布を得ることが可能であると報告されている。

しかしながら、2次元ベクトル磁気特性は、磁束密度の波形制御を行うことにより交番磁束条件下および回転磁束条件下において測定されている。そのため測定データは、Fig. 1 に示すように磁束密度ベクトル軌跡の最大磁束密度 $B_{\max}$ 、圧延方向からの最大磁束密度の傾き角 θ_B 、そして最大磁束密度と最小磁束密度の大きさ比である軸比 α の3つのパラメータでデータベース化される。一方複素型 E&S モデルを考慮した解析では、磁束密度の振幅および位相が結果として出力される。そのため、非線形収束計算の過程で2次元磁気特性データを再入力する際に、磁束密度の振幅および位相から3つのパラメータを算出し、データベースを参照する必要がある。

Fig. 1 Parameters used as definition of 2-D vector magnetic properties. (R.D.: Rolling Direction)

連絡先： 祖田 直也, 〒316-8511 茨城県日立市中成沢
4-12-1, 茨城大学工学部電気電子工学科,
e-mail: soda@mx.ibaraki.ac.jp

^{*1} 茨城大学, ^{*2} 大分大学

そこで本論文では、最大磁束密度 $B_{\max}$ 、傾き角 θ_B 、軸比 α の 3 つのパラメータでデータベース化された 2 次元ベクトル磁気特性データを、磁束密度の振幅および位相を用いてデータベース化し直し、これを用いて複素型 E&S モデルを考慮した鉄損解析を試みる。

2 複素型 E&S モデル

磁束密度および磁界強度を複素数として表現すると次式となる。

$$\begin{cases} \dot{B}_x = B_{xm} \exp(j\phi_{Bx}) \\ \dot{B}_y = B_{ym} \exp(j\phi_{By}) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{H}_x = H_{xm} \exp(j\phi_{Hx}) \\ \dot{H}_y = H_{ym} \exp(j\phi_{Hy}) \end{cases} \quad (2)$$

また複素型 E&S モデルは以下のように定義される[4]。

$$\begin{cases} \dot{H}_x = v_{xm} \dot{B}_x + j\omega v_{xh} \dot{B}_x \\ \dot{H}_y = v_{ym} \dot{B}_y + j\omega v_{yh} \dot{B}_y \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 ω は角周波数、 v_{xm} 、 v_{ym} はそれぞれ X 方向および Y 方向の磁気抵抗率係数、 v_{xh} 、 v_{yh} はそれぞれ X 方向および Y 方向の磁気ヒステリシス係数を表す。実際の 2 次元磁気特性の磁界強度波形は高調波成分を含むが、磁界強度波形の基本波成分のみを用いて式(2)のように表現し、次式により v_{xm} 、 v_{ym} および v_{xh} 、 v_{yh} を求める。

$$\begin{cases} v_{xm} = \frac{H_{xm}}{B_{xm}} \cos(\phi_{Hx} - \phi_{Bx}) \\ v_{xh} = \frac{H_{xm}}{\omega B_{xm}} \sin(\phi_{Hx} - \phi_{Bx}) \\ v_{ym} = \frac{H_{ym}}{B_{ym}} \cos(\phi_{Hy} - \phi_{By}) \\ v_{yh} = \frac{H_{ym}}{\omega B_{ym}} \sin(\phi_{Hy} - \phi_{By}) \end{cases} \quad (4)$$

3 2次元ベクトル磁気特性データのパラメータ変更

2 次元ベクトル磁気測定装置は、磁束密度波形を正弦波に制御し、磁束密度ベクトル軌跡を楕円形状に保持して磁界強度ベクトル軌跡を測定する。そのため、2 次元ベクトル磁気特性は、磁束密度ベクトル軌跡の最大磁束密度 $B_{\max}$ 、傾き角 θ_B 、そして軸比 α の 3 つのパラメータでデータベース化される。ここで、Fig. 1(a)

に示す軸比 $\alpha=0$ の場合を交番磁束条件、Fig. 1(b)に示す軸比 $0<\alpha\leq 1$ の場合を回転磁束条件と呼ぶ。

磁束密度波形は正弦波に制御されているため次式のように表わされる。

$$\begin{cases} B_x = B_{xm} \cos(\omega t + \phi_{Bx}) \\ B_y = B_{ym} \cos(\omega t + \phi_{By}) \end{cases} \quad (5)$$

式(5)から分かる通り、磁束密度波形の決定には振幅 B_{xm} 、 B_{ym} および位相 ϕ_{Bx} 、 ϕ_{By} を必要とする。しかしながら、磁束密度ベクトル軌跡の決定には振幅 B_{xm} 、 B_{ym} および位相差 $\phi (= \phi_{Bx} - \phi_{By})$ の 3 つのパラメータで十分である。よって、本論文では複素型 E&S モデルを考慮した磁界解析を行う際に用いる 2 次元ベクトル磁気特性を、磁束密度の振幅 B_{xm} 、 B_{ym} および位相差 ϕ を用いてデータベース化する。

Fig. 2 は磁束密度の振幅 B_{xm} と B_{ym} を同じ値にし、位相差 ϕ を変化させた場合の磁束密度ベクトル軌跡の変化を示している。Fig. 2 に示すように位相差 ϕ が 0 および $\pm\pi$ の場合は交番磁束となり、それ以外の場合は回転磁束となる。Fig. 2(a)に示すように $-\pi < \phi < 0$ の場合は時計回りの回転磁束となり、Fig. 2(b)に示すように $0 < \phi < \pi$ の場合は反時計回りの回転磁束となる。また、位相差を $\phi (0 < \phi < \pi)$ 、 $\phi' (-\pi < \phi' < 0)$ と表すと、回転方向を考慮した磁束密度ベクトル軌跡の対称性より、以下のように表せる。

$$\phi = \pi + \phi' \quad (6)$$

すなわち Fig. 2 における $\phi=0.2\pi$ rad と $\phi'=-0.8\pi$ rad の磁気特性は同じになる。そこで、本論文では反時計回りの 2 次元ベクトル磁気特性のみを用いて解析を行う。時計回りの磁気特性が必要な場合は、式(6)より反時計回りの磁気特性を参照すればよい。

Fig. 2 Relationship between magnetic flux density vector loci and phase differences.

本論文では、大分大学のグループが測定した無方向性電磁鋼板 50A470 の 2 次元磁気特性データを用いた。この 2 次元磁気特性データは、最大磁束密度 $B_{\max}$ 、傾き角 θ_B 、軸比 α をパラメータとして測定されており、データ範囲およびサンプリング間隔を Table 1 に示す。本来なら 2 次元磁気測定装置により磁束密度の振幅 B_{xm} 、 B_{ym} および位相差 ϕ を変化させて測定を行うべきではあるが、本論文ではパラメータを変更させた場合の解析への影響および比較検討を行うため、 $B_{\max}$ 、 θ_B および軸比 α の 3 つのパラメータで測定された 2 次元ベクトル磁気特性データから算出した v_{xm} 、 v_{ym} 、 v_{xh} 、 v_{yh} を線形補間することにより、磁束密度の振幅 B_{xm} 、 B_{ym} および位相差 ϕ をパラメータとする v_{xm} 、 v_{ym} 、 v_{xh} 、 v_{yh} を算出した。 B_{xm} 、 B_{ym} および ϕ をパラメータとする新たに作成したデータベースのデータ範囲およびサンプリング間隔を Table 2 に示す。

次に、磁束密度の振幅 B_{xm} 、 B_{ym} および位相差 ϕ をパラメータとした場合の v_{xm} 、 v_{ym} 、 v_{xh} 、 v_{yh} の分布を示す。Fig. 3～Fig. 6 に、位相差 $\phi=0\text{rad}$ として振幅 B_{xm} 、 B_{ym} を変化させた場合の v_{xm} 、 ωv_{xh} 、 v_{ym} 、 ωv_{yh} を示す。ここで位相差 $\phi=0\text{rad}$ の磁束密度ベクトル軌跡は、交番磁束である。Fig. 3 と Fig. 5 を比較すると、 v_{xm} と v_{ym} は分布の傾向は同じであるが、 v_{ym} は v_{xm} に比べ僅かながら高い値を示している。また、Fig. 4 と Fig. 6 を比較すると、 ωv_{yh} の方が ωv_{xh} に比べて値が高くなっている。これは測定試料の圧延方向すなわち磁化容易方向を X 軸方向に設定しているためだと考えられる。また、Fig. 7～Fig. 10 に、振幅 $B_{ym}=1.2\text{T}$ として振幅 B_{xm} 、位相差 ϕ を変化させた場合の v_{xm} 、 ωv_{xh} 、 v_{ym} 、 ωv_{yh} を示す。

Table 1 Data range and sampling interval of parameters $B_{\max}$, θ_B and α . (Sample: 50A470)

Parameter	Data range	Sampling interval
$B_{\max}$	0.4～1.6T	0.1T
θ_B	0～180deg	5deg
α	0～0.8	0.2

Table 2 Data range and sampling interval of parameters B_{xm} , B_{ym} and ϕ . (Sample: 50A470)

Parameter	Data range	Sampling interval
B_{xm}	0～1.6T	0.1T
B_{ym}	0～1.6T	0.1T
ϕ	0～ π rad	0.1 π rad

Fig. 3 v_{xm} as function of B_{xm} and B_{ym} when $\phi=0\text{rad}$.

Fig. 4 ωv_{xh} as function of B_{xm} and B_{ym} when $\phi=0\text{rad}$.

Fig. 5 v_{ym} as function of B_{xm} and B_{ym} when $\phi=0\text{rad}$.

Fig. 6 ωv_{yh} as function of B_{xm} and B_{ym} when $\phi=0\text{rad}$.

Fig. 7 は, v_{xm} は $\phi=0.5\pi$ rad を折り返しとして ϕ と $\pi-\phi$ の分布がほぼ同じである。Fig. 8 は, ωv_{xh} は ϕ と $\pi-\phi$ の分布が $\phi=0.5\pi$ rad の分布を軸として線対称となっている。これは, Fig. 2(b) のように ϕ と $\pi-\phi$ の磁束密度ベクトル軌跡は, 形状的に Y 軸対称の関係であるが, 磁束密度ベクトルの回転方向を考慮した場合は Y 軸対称ではないため, ϕ と $\pi-\phi$ の 2 次元ベクトル磁気特性が異なるためである。Fig. 9 および Fig. 10 より, v_{ym} および ωv_{yh} の分布にも v_{xm} および ωv_{xh} と同様な傾向があることがわかる。ただし, $B_{ym}=0.4$ T 以下の v_{xm} , ωv_{xh} , v_{ym} , ωv_{yh} の分布では, これらの特徴を確認することが難しかった。

4 複素型 E&S モデルを考慮した有限要素鉄損解析

本論文では, 複素型 E&S モデルを考慮した有限要素磁界解析を複素数近似法 (j ω 法) にて行う。2 次元ベクトル磁気特性は測定周波数による渦電流の影響を含むため, 静磁場におけるマクスウェルの電磁方程式に式(3)を代入し, 複素型 E&S モデルを考慮した支配方程式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_{ym} \frac{\partial \dot{A}}{\partial x} + j\omega v_{yh} \frac{\partial \dot{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xm} \frac{\partial \dot{A}}{\partial y} + j\omega v_{xh} \frac{\partial \dot{A}}{\partial y} \right) = -\dot{J}_0 \quad (7)$$

ここで, $\dot{A}$, $\dot{J}_0$ は Z 方向の複素電流密度および複素磁気ベクトルポテンシャルである。また, 次式に示すガラーキン法を用いて式(7)を直接離散化する。

$$G_i = \iint_S R \cdot N_i dx dy = 0 \quad (8)$$

ここで, R は残差, N_i は補間関数である。一次三角形要素を用いると補間関数 N_i は次式で表される。

$$N_i = \frac{1}{2\Delta} (b_i + c_i x + d_i y) \quad (9)$$

ここで, Δ は三角形要素の面積であり, b_i , c_i , d_i は三角形要素の節点座標で決定する定数である。式(8)の残差に式(7)を代入しまとめると次式となる。

$$G_i = \sum_S \left\{ \sum_{j=1}^3 S_{Rij} \dot{A}_j + j \sum_{j=1}^3 S_{Lij} \dot{A}_j - \frac{\dot{J}_0 \Delta}{3} \right\} = 0 \quad (10)$$

$$\text{ここで, } \begin{cases} S_{Rij} = (v_{ym} c_i c_j + v_{xm} d_i d_j) / 4\Delta \\ S_{Lij} = (\omega v_{yh} c_i c_j + \omega v_{xh} d_i d_j) / 4\Delta \end{cases}$$

Fig. 7 v_{xm} as function of B_{xm} and ϕ when $B_{ym}=1.2$ T.

Fig. 8 ωv_{xh} as function of B_{xm} and ϕ when $B_{ym}=1.2$ T.

Fig. 9 v_{ym} as function of B_{xm} and ϕ when $B_{ym}=1.2$ T.

Fig. 10 ωv_{yh} as function of B_{xm} and ϕ when $B_{ym}=1.2$ T.

また電流密度 $\dot{J}_0$ を基準とし、 $\dot{J}_0$, $\dot{A}$ を複素数表示すると次式となる。

$$\begin{cases} \dot{J}_0 = J_m \\ \dot{A} = A_R + jA_I \end{cases} \quad (11)$$

式(10)に式(11)を代入し、次式の離散化方程式を得る。

$$\sum_S \left[\left\{ \sum_{j=1}^3 S_{Rij} + j \sum_{j=1}^3 S_{Iij} \right\} (A_R + jA_I) - \frac{J_m \Delta}{3} \right] = 0 \quad (12)$$

さらに、式(12)をマトリクス形式で書き直す。

$$\begin{bmatrix} S_{Rij} \\ S_{Iij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S_{Iij} \\ S_{Rij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_R \\ A_I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_i \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad K_i = \frac{J_m \Delta}{3} \quad (13)$$

式(13)は非対称マトリクスであるため、次式のように変形して対称化を行う。

$$\begin{bmatrix} -S_{Rij} & S_{Iij} \\ S_{Iij} & S_{Rij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_R \\ A_I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -K_i \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

これにより複素型 E&S モデルを考慮した有限要素磁界解析をバンドマトリクスとして計算することが可能となり、記憶容量を削減できる。

次に、解析モデルである EI 型鉄心リアクトルを Fig. 11 に示す。鉄心内に書かれた矢印は圧延方向を示す。解析モデルの対称性を考慮して、2 分の 1 モデルで解析を行った。通常、このサイズのリアクトル鉄心には方向性電磁鋼板が用いられているが、本論文における解析では無方向性電磁鋼板 50A470 の 2 次元ベクトル磁気特性を用いた。また、電源周波数は 50Hz、コイルの巻数は 72 ターン、積層枚数は 22 枚、エアギャップを 0.025mm とした。

リアクトル鉄心内の鉄損分布を求めるため、各要素の鉄損 P_{ii} (W/kg) を次式により直接算出する。

$$P_{ii} = \frac{1}{\rho T} \int \dot{H} \cdot d\dot{B} \quad (15)$$

ここで、 ρ は材料密度、 T は励磁周期を表す。リアクトルに電流 $I_0=0.5A$ および $I_0=1A$ を流した場合の従来法および新手法（本論文における手法）により求めた鉄損分布を Fig. 12 および Fig. 13 に示す。 $I_0=0.5A$ の場合は、従来法と新手法の鉄損分布は良好な一致を示した。しかしながら $I_0=1A$ の場合は、新手法における E コア鉄心のコーナー部における鉄損値は、従来法と比べて若干低くなっている。

Fig. 11 Analysis model of EI-shaped iron-core inductor.

Fig. 12 Comparison of conventional method with new method in iron loss distribution for $I_0=0.5A$.

Fig. 13 Comparison of conventional method with new method in iron loss distribution for $I_0=1A$.

コーナー部で鉄損値に違いが生じた理由は、2次元磁気特性データベースのパラメータを変えたためである。Table 1 および Table 2 に示すようにベクトル磁気特性のデータベースは離散的であるため、線形補間により磁気抵抗率係数および磁気ヒステリシス係数を求める。また測定データは 1.6T までしかなく、解析時に 1.6T 以上のデータが必要な場合はパラメータによる外挿計算を行う。そのためパラメータの違い従来法と新手法では 1.6T 以上において磁気抵抗率係数および磁気ヒステリシス係数に若干違いが生じてしまい、鉄損値にも違いが生じてしまった。

また全鉄損 P_{total} (W) を次式によって算出した。

$$P_{total} = \rho D_p N_{os} \sum_{i=1}^{N_{es}} (P_{ti} S_i) \quad (16)$$

ここで、 D_p は電磁鋼板の厚さ、 N_{os} は鋼板の積層枚数、 N_{es} は鉄心を構成する要素数、 P_{ti} は一要素の単位重量当りの鉄損、 S_i は一要素の面積を表す。Table 3 に全鉄損の比較を示す。鉄損分布と同様に、 $I_0=1A$ の場合は従来法と比べて新手法の全鉄損値が低くなったが、 $I_0=0.5A$ の場合は良好な一致を示した。

また両手法の比較のために、非線形収束計算における未収束節点数の変化を調べた。 $I_0=0.5A$ および $I_0=1A$ における両手法の未収束節点数の変化を Fig. 14 および Fig. 15 に示す。両手法とも実部および虚部の磁気ベクトルポテンシャル値におけるそれぞれの相対誤差が 0.1% 以下となった時に収束したと判定した。 $I_0=0.5A$ および $I_0=1A$ とともに実部の収束過程には違いがほとんど現れず、虚部の収束過程に大きな違いが生じた。これもまた、パラメータを変えたことによる外挿計算の影響であると考えられる。

5 結言

本論文では、磁束密度の振幅および位相差を用いて 2次元ベクトル磁気特性をデータベース化し、これを用いて複素型 E&S モデルを考慮した鉄損解析を行った。従来行ってきた B_{max} , θ_B , α の 3つのパラメータでデータベース化された 2次元ベクトル磁気特性データを用いた複素型 E&S モデルによる鉄損解析と比較し、パラメータの違いによる外挿計算の影響が高磁束密度領域に見られたが、総じて良好な一致を示した。今後、磁束密度の振幅および位相差をパラメータとした 2次元ベクトル磁気特性の測定を行い、その有用性を示す必要がある。

Table 3 Comparison of conventional method with new method in total iron loss for $I_0=0.5$ and 1A.

Current (A)	Total iron loss (W)	
	Conventional method	New method
0.5	6.253×10^{-2}	6.257×10^{-2}
1	1.395×10^{-1}	1.386×10^{-1}

Fig. 14 Transition of number of non-converged nodes in nonlinear calculation for $I_0=0.5A$.

Fig. 15 Transition of number of non-converged nodes in nonlinear calculation for $I_0=1A$.

(2014 年 2 月 19 日受付)

参考文献

- [1] M. Enokizono, Vector Magnetic Property and Magnetic Characteristic Analysis by Vector Magneto-Hysteresis E&S Model, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 45, No. 3, pp. 1148-1153, 2009.
- [2] N. Soda and M. Enokizono, Improvement of T-joint part constructions in three-phase transformer cores by using direct loss analysis with E&S model, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 36, No. 4, pp. 1285-1288, 2000.
- [3] T. Sato, T. Todaka and M. Enokizono, Improvement of Integration-Type Dynamic E&S Modeling, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.47, No. 5, pp. 1126-1129, 2011.
- [4] 中ノ上, 浦田, 中畑, 戸高, 榎園, 下地, 2次元ベクトル磁気特性を考慮した磁界解析のための複素 E&S モデル, 日本磁気学会誌, Vol. 30, No. 2, 2006.