超電導磁気軸受で支持された回転体の軸方向移動による危険速度乗り越し

Resonant Amplitude Reduction of a Rotor Supported by a Superconducting Magnetic Bearing Utilizing Influence of Its Axial Movement

佐々木 拓^{*1}, 指吸 悠^{*1}, 杉浦 壽彦(正員)^{*2}

Hiromu SASAKI, Yu YUBISUI, Toshihiko SUGIURA (Mem.)

Compared to mechanical bearings, superconducting magnetic bearings (SMB) have various merits, because they are able to support a rotor without physical contact. However, SMBs have a problem of making the rotor amplitude larger near the critical rotational speed because of their low damping. Therefore, it is necessary to reduce the amplitude with considering effect of the nonlinearity on dynamics in passing through the critical rotational speed in applications.

We proposed a new method of reducing the resonant amplitude of a rotor supported by a SMB using axial translation of the rotor. We adopted an idea that the distance between the superconductor and the rotor can be tuned variably using electromagnetic force exerted by an electromagnet so that the natural frequency of the rotor in the horizontal direction can be changed. Tuning the electromagnetic force when the rotational speed is near the critical rotational speed, it is expected to reduce the resonant amplitude of the system.

Keywords: Superconducting Magnetic Bearing, Rotor Dynamics, Passing through a Critical Speed, Electromagnet.

1 緒言

高温超電導体によって浮上している永久磁石は、非接触・非制御で安定浮上することが可能であり、これを高温超電導磁気浮上系という。この高温超電導磁気浮上系を軸受として応用したものを高温超電導磁気軸受と呼ぶ。高温超電導磁気軸受は軸を非接触で支持できるため、メンテナンスフリーであり、真空中などの特殊環境下で使用できる。さらに、回転軸と軸受部の物理的接触による摩擦がないためエネルギー損失が少なく、系の高効率化を図ることができる。そのため、電力貯蔵用としてのフライホイールシステムなどへの応用が期待されている。しかし、高温超電導磁気軸受は、減衰が極めて小さいことから、回転速度が危険速度付近で振幅が増大する。また、超電導体を用いた系は非線形性を有するため、複雑な振動が発生する可能性がある。したがって、非線形性を考慮し、危険速度を低振幅で乗り越すことが必要となってくる。

長屋らは、電磁石の ON・OFF 制御で支持点の追加・除去をすることによって軸系の線形剛性を変化させる方法を提案した[1]。また、井上らは反発型磁気軸受で

支持された回転軸系において、軸受を軸方向に変位させ、それに伴って変化する線形剛性と非線形性の影響で危険速度を乗り越す方法を数値解析および実験で確認した[2]。指吸らは高温超電導磁気軸受によって支持された回転体において、電磁石と超電導体の非線形性を危険速度において変化させることで、振動振幅を低減できることを確認した[3]。

これら過去の研究から、高温超電導磁気軸受で支持された回転軸系において、回転体を軸方向に移動させて超電導体からの支持剛性を変化させることで、さらなる振幅の低減が期待できる。そこで、本研究では高温超電導磁気軸受により支持された回転軸系において、電磁石を用いて回転体を軸方向に移動させて危険速度を低振幅で乗り越すことを目的とする。具体的には、作成した解析モデルについて支配方程式を導出し、その支配方程式について数値計算を行い、さらに解析モデルに則した実験モデルで実験を行うことによって、提案した低減方法の有効性を確認する。

2 解析モデル

Fig. 1 に解析モデルを、Fig. 2 に回転体を上方から見た水平面の様子を示す。超電導体に支持された永久磁石が反時計回りに角速度 ω で回転しており、回転体の

連絡先：杉浦 壽彦, 〒223-8522 横浜市港北区日吉 3-14-1, 慶應義塾大学理工学部機械工学科,
e-mail: sugiura@mech.keio.ac.jp

^{*1}慶應義塾大学大学院 ^{*2} 慶應義塾大学

上方に電磁石が設置されている。回転体は重心に全質量が集中する質点であるとし、傾かず水平方向と軸方向に変位すると仮定する。永久磁石が回転したとき、Fig. 2 における系の不釣り合い e (Fig. 2 の形心 O' と重心 G のずれ) によって、永久磁石が水平方向に変位する。Fig. 1 に示すように回転軸方向に z 軸ととり、回転軸に垂直な平面に x 軸と y 軸をとる。ここで、重力とつり合っている静的平衡位置を z 軸の原点にとると、水平方向の運動方程式と軸方向のつり合いの式は次のようになる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} = F_{SCx} + F_{EMx} + me\omega^2 \cos \omega t \quad (1)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} = F_{SCy} + F_{EMy} + me\omega^2 \sin \omega t \quad (2)$$

$$0 = F_{SCz} + F_{EMz} \quad (3)$$

なお、回転体に働く超電導体からの電磁力 F_{SC} は発展鏡像法[4]を用いて評価し、このときの超電導体からの電磁力は以下のようにになる。

$$F_{SCx} = -\frac{15M^2x(z+z_0)^2}{4\pi\mu_0\{x^2+y^2+(z+z_0)^2\}^{7/2}} + \frac{3M^2x}{4\pi\mu_0\{x^2+y^2+(z+z_0)^2\}^{5/2}} \quad (4)$$

$$F_{SCy} = -\frac{15M^2y(z+z_0)^2}{4\pi\mu_0\{x^2+y^2+(z+z_0)^2\}^{7/2}} + \frac{3M^2y}{4\pi\mu_0\{x^2+y^2+(z+z_0)^2\}^{5/2}} \quad (5)$$

$$F_{SCz} = -\frac{3M^2}{4\pi\mu_0} \left[\frac{5(z+z_0)^3}{\{x^2+y^2+(z+z_0)^2\}^{7/2}} - \frac{3(z+z_0)}{\{x^2+y^2+(z+z_0)^2\}^{5/2}} - \frac{1}{4z^4} \right] \quad (6)$$

ここで、 M は磁気モーメント、 z_0 は初期冷却位置、 μ_0 は真空中の透磁率を示している。

また、電磁石からの電磁力 F_{EM} は、次のように評価した。磁石の上下底面に磁荷が分布するモデルに基づいて、微小要素間に生じる電磁力をクーロンの法則によって求め、それを磁石の上下底面全体について数値積分することで評価した[5]。

評価したそれぞれの電磁力は、3 次の項までを考慮して Taylor 展開した。また、代表長さを初期冷却位置 z_0 、代表時間を電磁石が OFF のときの系の固有振動数 ω_n の逆数として無次元化を行ったときの運動方程式は以下のようにになる。

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} = -k_x x + k_{xz}xz + k_{xxx}x^3 + k_{xyy}xy^2 - k_{xzz}xz^2 + \varepsilon v^2 \cos vt \quad (7)$$

$$\ddot{y} + 2\gamma\dot{y} = -k_y y + k_{yz}yz + k_{yyy}y^3 + k_{xxy}x^2y - k_{yzz}yz^2 + \varepsilon v^2 \sin vt \quad (8)$$

$$0 = A_z - k_z z + k_{xx}x^2 + k_{yy}y^2 + k_{zz}z^2 - k_{xxy}x^2y - k_{xxz}x^2z - k_{yyz}y^2z - k_{zzz}z^3 \quad (9)$$

式中の z は無次元軸方向変位、 γ は無次元減衰係数、 ε は無次元偏心、 v は回転数 ω と固有振動数 ω_n の比である無次元回転数を表す。また、 k は超電導体と電磁石からの電磁力のバネ定数の和を無次元化したものである。

Fig. 1 Analytical model.

Fig. 2 The magnet of the analytical model (seen from above).

Fig. 3 Method of passing through the critical speed 1.

Fig. 4 Method of passing through the critical speed 2.

ここで電磁石を利用し、永久磁石の軸方向高さを変位させることによる危険速度付近の振幅低減方法を説明する。Fig. 3, Fig. 4 に軸受の剛性が線形であると仮定した場合の最大振幅低減の方法図を示す。電磁石を反発方向に切り替えると Fig. 3 のように電磁石が OFF のときに比べて軸方向下方に移動する。反対に、電磁石を吸引方向に切り替えると電磁石が OFF のときに比べて軸方向上方に移動する。これを式で見ると、電磁石の磁束密度を反発方向から吸引方向に切り替えることにより、式(9)中の各項の係数が変化する。それによって、永久磁石の軸方向つり合い位置 z が変位し、式(7), (8)より、水平方向の支持剛性が変化するので、共振ピークにずれが生じる。したがって、電磁石を反発方向の力の状態で回転数を上げていき、共振ピーク前に反発方向から吸引方向に切り替えることで、実線のように両方の共振ピークを避け、最大振幅を低減できると考えられる (Fig. 4 右図)。

3 数値計算

導出した運動方程式について数値計算を行い、電磁石の電磁力を変化させた際の共振点近傍での定常振動を考察した。つり合いの位置 z を Newton 法により求め、式(7), (8)に代入し、4 次の Runge-kutta 法を用いて、 x, y 軸における振動振幅を得る。初期冷却位置 z_0 と電磁石の磁束密度 B の最大値をそれぞれ変化させた場合について考察し、危険速度を低振幅で乗り越えているかを確認する。

3.1 初期冷却位置 z_0 を変えた場合

初期冷却位置 z_0 を変えることによって、永久磁石が超電導体から受ける支持力は変化する。 $z_0 = 1.00[-]$ を基準として、超電導体からの支持力が強い場合である $z_0 = 0.80[-]$ のときと、弱い場合である $z_0 = 1.20[-]$ の 3 つの場合について考察する。ここで、以下で示す振幅

の低減率とは、電磁石が OFF のときの最大振幅から切替を行ったときの最大振幅がどれだけ低減されたかという値である。以下に示す周波数応答は電磁石の磁束密度を $B = 0.01\text{T}$ (電磁石が吸引方向), 0.00T (電磁石が OFF), 0.01T (電磁石が反発方向) にしたときの水平方向における定常振幅をプロットしたものであり、縦軸は無次元定常振幅、横軸は無次元回転数をそれぞれ示している。無次元化に際しては、初期冷却位置が $z_0 = 1.00[-]$ のときの電磁石の磁束密度が $B = 0.00\text{T}$ の系の固有振動数と初期冷却位置 $z_0 = 1.00$ を代表尺度として用いた。また、図中のプロットは、白丸が $B = 0.00\text{T}$, 三角が $B = 0.01\text{T}$, 四角が $B = -0.01\text{T}$, 黒丸が乗り越しの周波数応答をそれぞれ示している。それぞれの数値計算結果を Table 1, 周波数応答曲線を Fig. 5 にまとめた。Table 1 はそれぞれの初期冷却位置 z_0 における電磁石を反発方向に働かせたときと吸引方向に働かせたときの永久磁石の軸方向変位 Δz と最大振幅の低減率を示している。

Fig. 5 より、すべての場合において、共振曲線が左に傾き、固有振動数より低い回転数で共振ピークをとっている。さらに、共振ピークをとる回転数で振幅が急激に増加しており、非線形系特有のジャンプ現象が起きている。これらのことから系はソフトスプリング特性を示していることがわかる[6, 7]。この現象は式(1)の 3 次の非線形項の影響で起こっている。また、初期冷却位置 z_0 は、超電導体からの支持力の大きさに関わる。そのため、初期冷却位置 z_0 が高くなるにつれて共振ピークをとる回転数は低くなっている。

Table 1 より、初期冷却位置 z_0 が高くなるにつれて、軸方向変位は大きくなっているが、振幅の低減率には大きな差が見られなかった。永久磁石が超電導体から受ける水平方向の支持力は、発展鏡像法の式より軸方向位置 z に反比例している。よって、永久磁石の位置 z が低いほど軸方向の変位は小さいが、水平方向の支持力は大きく変化する。反対に、永久磁石の位置 z が高いほど、軸方向の変位は大きくなるが、水平方向の支持力はあまり変化しない。したがって、固有振動数の変化は初期冷却位置 z_0 によってあまり変わらないため、振幅の低減率も大きな差がなかったのではないかと考えられる。

3.2 電磁石の磁束密度 B の最大値を変えた場合

電磁石の磁束密度 B の最大値を(a)0.0033T,

Table 1 Numerically obtained decreasing rate for different values of z_0 (amount of change).

z_0 [-]	Δz [-]	Decreasing rate[%]
0.80	0.125	71.05
1.00	0.128	71.69
1.20	0.130	69.09

Fig. 5 Numerically obtained frequency responses for different values of z_0 .Table 2 Numerically obtained decreasing rate for different values of B (amount of change).

B [T]	Δz [-]	Decreasing rate[%]
0.0033	0.043	-
0.0067	0.091	51.60
0.01	0.128	71.69

Fig. 6 Numerically obtained frequency responses for different values of B .

(b)0.0067T, (c)0.01T と変えたときについて考察する。それぞれの数値計算結果を Table 2, 周波数応答曲線を Fig. 6 にまとめた。Fig. 6 より, (a)のときは共振点のずれが小さく, 危険速度を低振幅で乗り越えることは困難であった。(b), (c)のときは共振点のずれが大きくなるため, 適切な回転数で電磁石を切り替えることで危険速度を乗り越えることが確認できた。Fig.6 より, 電磁石の磁束密度 B が大きくなるにつれて永久磁石の軸方向への変位は大きくなり, 共振点のずれも大きくなるため, より低振幅で危険速度を乗り越えることができることを確認した。

4 実験

Fig. 1 の解析モデルに基づいた実験を行った。実験装置を Fig. 7 に示す。解析モデルを実験で再現するために, 剛性軸を軸方向に移動できるようにし, 剛性軸の中間部に電磁石からの力を受ける永久磁石 (Magnet1), 下端に超電導体からの支持力を受ける永久磁石 (Magnet2) をそれぞれ設置した。フレキシブルカップリングによって接続された剛性軸は, モータから駆動力を与えられることで回転する。実験方法としては, 電磁石を OFF, 反発方向, 吸引方向に働いているときの軸方向変位と固有振動数変化を調べ, 各回転数での水平方向の定常振幅を測定し, それぞれの周波数応答を得る。そこで得た結果から適切な切替回転数を決め, 電磁石を反発方向から吸引方向に切り替えることで危険速度を低振幅で乗り越えるかどうかを確認する。また, 2 次元レーザー変位計を用いて回転体の水平方向の振幅と軸方向の変位を測定した。数値計算と同様に, 初期冷却位置 z_0 と電磁石の磁束密度 B の最大値を変化させた場合について考察する。

Fig. 7 Experimental setup.

4.1 初期冷却位置 z_0 を変えた場合

$z_0 = 1.00[-]$ を基準として, 超電導体からの支持力が強い場合である $z_0 = 0.65[-]$ のときと, 弱い場合である $z_0 = 1.23[-]$ の 3 つの場合について考察する。それぞれの実験結果を Table 3, 周波数応答曲線を Fig. 8 にまとめた。Table 3 はそれぞれの初期冷却位置 z_0 における, 電磁石を反発方向に働かせたときと吸引方向に働かせたときの永久磁石の軸方向変位 Δz とそのときのそれぞれの共振点の差, そして最大振幅の低減率を示している。数値計算と同様に, 全ての場合においてソフトスプリング特性が見られ, 初期冷却位置 z_0 が高くなるにつれて共振ピークをとる回転数は低くなっている。

また, 初期冷却位置 z_0 が高くなるにつれて, 軸方向変位は大きくなっているが, 反発方向と吸引方向のときの共振点の変化はあまりなかった。

さらに初期冷却位置 z_0 を高くしたところ, 超電導体からの支持力が非常に弱いため, 安定浮上することができなくなり, 剛性軸を回転させることができなくなった。そのため, 本研究で提案する方法を用いる際には, 適切な初期冷却位置 z_0 を設定する必要がある。

4.2 電磁石の磁束密度 B の最大値を変えた場合

数値計算と同様に電磁石の磁束密度 B の最大値を (a)0.0033T, (b)0.0067T, (c)0.01T と変えたときについて考察する。それぞれの実験結果を Table 4, 周波数応答曲線を Fig. 9 にまとめた。

Table 4, Fig. 7 より, 数値計算結果と同様に, (a)のときは, 軸方向変位も小さく, 反発方向と吸引方向の共振点の変化も小さかったため, 危険速度を低振幅で乗り越えることは困難であった。しかし, (b), (c)と磁束密度 B の最大値が大きくなるにつれて軸方向変位は大きくなり, 共振点の変化は大きくなったため, より低振幅で危険速度を乗り越えることができた。さらに電磁石の影響を大きくすると, 永久磁石の軸方向変位が大きくなり, 電磁石との距離が近くなるため, 系の挙動が不安定となった。これは, 電磁石からの支持力と超電導体からの支持力の関係で系の安定性が決まるからである。よって, この方法で危険速度を低振幅で乗り越す際には, 電磁石の磁束密度 B を適切に設定する必要がある。

Table 3 Experimentally obtained decreasing rate for different values of z_0 (amount of change).

z_0 [-]	Δz [-]	Resonance point [-]	Decreasing rate [%]
0.65	0.100	0.235	35.44
1.00	0.145	0.235	51.72
1.23	0.155	0.216	63.87

Fig.8 Experimentally obtained frequency responses for different values of z_0 .Table 4 Experimentally obtained decreasing rate for different values of B (amount of change).

B [T]	Δz [-]	Resonance point [-]	Decreasing rate [%]
0.0033	0.027	0.079	-
0.0067	0.055	0.157	37.07
0.01	0.145	0.235	51.72

Fig.9 Experimentally obtained frequency responses for different values of B .

5 結言

高温超電導磁気軸受で支持された回転軸系について、数値計算、実験により電磁石を用いて系を軸方向に変位させることで剛性が変化することを確認した。さらに、それによって、共振点が変わり、危険速度を低振幅で乗り越えることを確認した。また、より低い振幅で危険速度を乗り越すために、初期冷却位置 z_0 や電磁石の磁束密度 B などのパラメータを適切に設定する必要があることを確認した。今後は、電磁石を切り替えたときの過渡応答についても考慮していくことを考えている。

(2014 年 4 月 21 日受付, 2014 年 11 月 27 日再受付,
2014 年 12 月 3 日再々受付)

参考文献

- [1] 長屋 幸助, 佐藤 浩, 中村 信章, 武田 定彦, 永井 健一, 井開 重男, 孫 健利, 電磁クラッチを用いた高速回転軸の危険速度乗越し法について, 日本機械学会論文集 (C 編), 54 巻 499 号, pp.605-609, 1988.
- [2] 井上 剛志, 水貝 智洋, 石田 幸男, 反発型磁気軸受方向制御による回転軸系の制振, 日本機械学会論文集 (C 編), 75 巻 754 号, pp.1592-1601, 2009.
- [3] Y. Yubisui, S. Kobayashi, R. Amano, T. Sugiura, Effects of nonlinearity of magnetic force on passing through a critical speed of a rotor with a superconducting bearing, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, Vol.23, No.3, 202205, 2013.
- [4] 杉浦 壽彦, 植松 義尊, 発展鏡像法による高温超電導磁気浮上系の電磁力およびトルク解析, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻 644 号, pp.1489-1494, 2000.
- [5] 井上 剛志, 水貝 智洋, 石田 幸男, 反発型磁気軸受の外輪アキシヤル駆動時の回転軸系の振動特性と制振, 日本機械学会 D&D 論文集, 2007.
- [6] 安田 仁彦, 振動工学 応用編, コロナ社, pp.144-177, 2001.
- [7] 藪野 浩司, 工学のための非線形解析入門システムのダイナミクスを正しく理解するために, サイエンス社, pp.169-172, 2004.