位相補償付 LMS 適応制御の新しい判断法の提案

Proposal of a new phase compensation method for LMS adaptive control

李 相国^{*1}(学生員), 平田 勝弘^{*1}(正員), 北山 文矢^{*1}(正員), 小林 正嗣^{*1}(学生員)Sanggook LEE(Stu. Mem.), Katsuhiro HIRATA (Mem.), Fumiya KITAYAMA (Mem.),
Masashi KOBAYASHI (Stu. Mem.)

These years, as we require the comfort at the time of boarding, it is proposed Active control engine mounts which is the equipment for automobile vibration suppression. For the ACM system, Filtered-x LMS adaptive control method which has a simple structure, is used. In this method, the transfer model that changes controller's output voltage into ACM's thrust, is needed. So, the model error is generated and system's instability is caused. In this paper, I would like to propose a method of determining the net parameters for the new LMS adaptive control algorithm which does not have to get the transfer model in advance.

Keywords: Vibration control, LMS adaptive control, Phase compensation, Active Control Engine Mount, Step size parameter.

1 緒言

自動車が広く普及してから、単なる移動手段としての性能だけでなく運転時における快適性も要求されている。そのため近年では、自動車のエンジン駆動が原因で生じる車体振動とそれに由来する騒音を抑える目的として ACM(Active Control engine Mount)[1]が提案されている。ACM では、ゴムや液体などによる受動制振と振動アクチュエータによる能動制振が組み合わされている。

ACM の振動アクチュエータの制御法として、定常状態の振動に対して優れている制御性を持ち、ハードウェアの実現が容易であり、受動制振部の特性に対応し制御できる特性を持つ Filtered-X LMS (Least Means Square)適応制御[2-4]が一般的に用いられている。この手法はエンジン振動を入力信号とし、車体に伝わる振動を誤差信号とするフィードフォワード制御である。

しかし、Filtered-X LMS 適応制御はアクチュエータなどの劣化や交換による特性の変化に対応できない。そこで、我々は誤差信号の収束、発散を判断し位相をオンラインで補償する位相補償付 LMS 適応制御[5]を提案した。本制御により、幅広い周波数の

振動に対応でき、使用するアクチュエータの特性を含む能動的制振特性に関係せず安定な制振を可能にする。

ところで、LMS 適応制御ではステップサイズパラメータ μ を適応フィルタの更新式中で用いている。 μ は収束性と収束速度に影響を与える係数であり、 μ が小さいと収束速度が遅く、 μ が大きいと発散に至る。そのため、適切な μ を決める方法が盛んに研究されている。

位相補償付 LMS 適応制御でも μ は用いられているが、位相補償付 LMS 適応制御の特徴を生かす適切な μ を決める手法は存在しない。

本論文では、各制御手法の原理および特徴を示し、各制御法における μ の影響について考察する。そして、位相補償付 LMS 適応制御における μ の決定法を提案し、簡易的な数値シミュレーションと実験によってその有効性を確認する。

2 ACM における制御法

2.1 Filtered-X LMS 適応制御

Filtered-X LMS 適応制御の概念図を Fig. 1 に示す。ここで $x(k)$ は車体振動である入力信号であってフィルタ $\omega(k)$ を通して制御出力 $y_1(k)$ となる。 $d(k)$ は受動制振部 P で打ち消し残った希望振動、 $e(k)$ は誤差信号である。また、 C はアクチュエータの特性の伝達系であ

連絡先: 李 相国, 〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, 大阪大学吹田キャンパス R3-232,
e-mail: sanggook.lee@ams.eng.osaka-u.ac.jp

^{*1}大阪大学

って、 $\hat{C}$ はアクチュエータ特性を再現した伝達系である。 $r(k)$ はリファレンス信号で LMS はリファレンス信号と誤差信号を利用し、フィルタ $\omega(k)$ を更新する。以下に制御出力とリファレンス信号、フィルタ更新式を示す。

$$y_1(k) = \omega(k)X(k) \quad (1)$$

$$r(k) = [\hat{C}^T \cdot X(k) \cdots \hat{C}^T \cdot X(k - N + 1)]^T \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \omega(k+1) &= \omega(k) + 2\mu e(k)\hat{C}X(k) \\ &= \omega(k) + 2\mu e(k)r(k) \end{aligned} \quad (3)$$

(2)式中の $X(k)$ は入力信号 $x(k)$ をフィルタ長さ L としてベクトル化したものであり、以下のように示す。

$$X(k) = [x(k) \cdots x(k - N + 1)]^T \quad (4)$$

Filtered-X LMS 適応制御はフィルタ後段にアクチュエータの特性を持つ伝達系があり、制御出力 $y_1(k)$ は $y_2(k)$ に変換される。このとき、希望信号 $d(k)$ と $y_1(k)$ は同じ位相を持ち、 $y_2(k)$ は位相遅延が発生する。そのため、伝達系をモデル化したフィルタ $\hat{C}$ をシステム系の中に設置することで $d(k)$ 、 $y_1(k)$ と $y_2(k)$ 間の位相差をなくすることが可能である。

2.2 位相補償付 LMS 適応制御

フィルタ後段の伝達系 C が未知である場合においてもシステムが安定動作するためには、Filtered-X LMS 適応制御と同様に、 $\hat{C}$ と同等な位相遅延 $\hat{C}$ を自動的に再現させる必要がある。

そこで、位相補償付 LMS 適応制御が提案されている。位相補償付 LMS 適応制御の概念図を Fig. 2 に示す。

Fig. 3 で、 $\hat{C}$ を現在時刻 k から任意の m ステップ遅延させる遅延器とし、 $X_r(k)$ を入力信号が遅延されたリファレンス信号とする。

そして、誤差信号の収束・発散傾向を判別し、発散に判別された場合は遅延ステップ m が適切でないとし、遅延ステップを1ステップ増やす。これを繰り返し遅延ステップの更新を行う。以下に位相補償付 LMS 適応制御のリファレンス信号 $X_r(k)$ とそのときのフィルタ更新式を示す。

$$X_r(k) = [x(k - m) \cdots x(k - m - N + 1)]^T \quad (5)$$

$$\omega(k+1) = \omega(k) + 2\mu e(k)X_r(k) \quad (6)$$

Fig. 1 Filtered-X LMS adaptive control

Fig. 2 LMS adaptive control with phase compensation

3 ステップサイズパラメータ μ

3.1 ステップサイズパラメータ μ の影響

μ が大きいと、フィルタの更新量が大きくなる。そして、制御系が不安定になり、発散する。また、 μ が小さいとフィルタの更新量が小さいため、最適なフィルタになるまでの時間が長くなる。

3.1.1 Filtered-X LMS 適応制御における μ の影響

Filtered-X LMS 適応制御系における μ の影響を確認するため、Fig. 1 から制御系全体の伝達関数を求め、伝達関数 $H(k)$ を以下に示す。

$$H(k) = \frac{e(k)}{x(k)} = P - C\omega(k) \quad (6)$$

式(6)に示すようにフィルタ $\omega(k)$ の更新に連れて伝達関数も更新される。(6)式から $k+1$ ステップで伝達関数の変化量は

$$\begin{aligned} H(k+1) - H(k) &= (P - C\omega(k+1)) - (P - C\omega(k)) \\ &= -C(\omega(k+1) - \omega(k)) \\ &= -2\mu Ce(k)\hat{C}X(k) \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式を整理すると

$$H(k) = (1 - 2\mu|X|^2 C\hat{C})^k H(0) \quad (8)$$

(8)式から、伝達関数が発散せず、安定である条件を求め、以下に表す。

$$(1 - 2\mu|X|^2 C\hat{C}) < 1 \quad (9)$$

μ の値が大きくなり、(9)式の条件を超えると制御系の伝達関数は発散するため、誤差信号も発散する。しかし、(9)式の左辺が1に近いほど伝達関数が早く収束し、制御系も早く収束する。

一般的に Filtered-X LMS 適応制御は能動的騒音相殺にもよく使われており、最小の μ を使う手法や、 μ を可変にする手法などの様々な手法が提案されている。

本論文では、誤差信号振幅 $e(k)$ から μ を更新する可変ステップサイズ LMS アルゴリズム[6]に注目した。以下に可変ステップサイズ LMS 適応制御の μ 更新式を示す。

$$\mu_{k+1} = \alpha\mu_k + \gamma e_k^2 \quad (10)$$

このアルゴリズムでは誤差信号の振幅が大きいと μ の更新量および値が大きくなり、フィルタ更新量も大きくなる。その結果、早く収束する。また、誤差信号振幅が収まった後、 μ の更新量が小さくなり、 μ は一定な値に収束する。 μ が一定な値に収束することで、過剰に大きな μ が原因で起こる発散を防ぐことができる。

3.1.2 位相補償付 LMS 適応制御における μ

位相補償付 LMS 適応制御では、発散・収束状態の両方が存在し、制御系がいつも収束すると言い切れない。そのため、Filtered-X LMS 適応制御での適切な μ を、位相補償付 LMS 適応制御にそのまま使うことはできない。例えば、発散している場合に μ を大きくすると、誤差信号の振幅変化量が大きくなり、発散速度が大きくなり、すぐに制御不能となる。

位相補償付 LMS 適応制御における μ が及ぼす影響を視覚的につかむため、(9)式の左辺のベクトル成分を Fig. 3 に示す。ここで灰色は $(1 - 2\mu|X|^2 C\hat{C})$ のベクトル成分、黒色は $2\mu|X|^2 C\hat{C}$ のベクトル成分であって実数軸となす角度を θ とする。Fig. 3(a)は位相が合わないた

Fig. 3 Vector components of the transfer function

め発散する場合、(b)は(a)から位相補償をして収束になった場合、(c)は(b)から位相が変わらず μ を大きくし発散する場合である。このように、制御系の安定性は位相補償のための位相遅延ステップ m とステップサイズパラメータ μ の相互作用で決まる。

Filtered-X LMS では(9)式において、 $\hat{C}$ で C を再現して互いに相殺しあうため、 μ と入力信号 $X(k)$ のみ考慮することで早い収束速度、安定的な収束性を持つ μ の値を決めることが可能である。しかし、位相補償付 LMS 適応制御で $\hat{C}$ は未知である C のゲイン特性の再現ができない。また、位相特性にも少しずれが生じる場合があるため、 $C\hat{C}$ も考慮する必要があり、Filtered-X LMS の場合より複雑である。

3.2 適切な μ の決め方

3.2.1 位相補償付 LMS 適応制御における可変ステップサイズパラメータ

位相補償付 LMS 適応制御における μ の決め方として、可変ステップサイズ位相補償付 LMS が提案されている[7]。可変ステップサイズ位相補償付 LMS 適応制御における μ の更新式を以下に示す。

$$\mu_k = \mu_0(1 + \text{count}(k)) \quad (11)$$

$$\text{count}(k+1) = \text{count}(k) + 1, (\text{If convergence}) \quad (12)$$

$$\text{count}(k+1) = 0, (\text{If divergence}) \quad (13)$$

ここで、 μ_0 は μ の最小値であって 1×10^{-4} とする。この手法では誤差信号が発散傾向の場合には最小値 μ_0 を使うことによって、誤差信号の振幅増加を小さくする。また、収束傾向では時間経過に連れて μ を大きくする。それにより、固定値を使うときより誤差信号収束に必要な時間を短くする。しかし、収束完了後にフィルタの更新が必要ではないのにも関わらず μ を大きくし続ける。そして、Fig. 3(c)に示したような発散に至り、収束安定性が補償されない。また、入力信号の振幅が変わる場合に対応ができない。(9)式からも、 X の振幅が大きくなると発散することが確認できる。

3.2.2 位相補償付 LMS 適応制御における μ の割合増加手法の提案

可変ステップサイズパラメータ位相補償付 LMS 適応制御の問題点を補完するため、(10)式の誤差信号を用いる μ の更新と LMS 適応制御での μ 正規化を組合

わせる。新たな可変パラメータ位相補償付 LMS 適応制御を提案する。

(10)式を適応する際の問題として、発散を考慮しないことと一般化が難しいことがある。発散の場合を考慮する手法は可変パラメータ位相補償付 LMS 適応制御の手法を使うことで解決できる。また、(10)式は α, γ などのパラメータが多く、誤差信号のみ考慮しているため、一般化が困難であり、入力信号の振幅変化には対応できない。以上の理由で、本研究では μ を正規化する手法、入力信号と誤差信号の割合で μ の値を決める手法を使って新たな手法を提案する。以下に提案する μ の更新式を示す。

$$\mu_k = \mu'(1 + \text{count}(k)) \quad (14)$$

$$\mu' = \frac{\mu_0}{(X(k))^2} \quad (15)$$

$$\text{count}(k) = \left(\frac{\max(E(k))}{\max(X(k))} \right)^2, \text{ (If convergence)} \quad (16)$$

$$\text{count}(k) = 0, \text{ (If divergence)} \quad (17)$$

ここで $\max$ は最大値、 $E(k)$ は誤差信号 $e(k)$ をフィルタ長さ L としてベクトル化したものであって以下に示す。

$$E(k) = [e(k) \cdots e(k - N + 1)] \quad (18)$$

この手法は入力信号の振幅によって μ' を変化させる。この手法を使う場合のフィルタと伝達関数を(2)式と(8)式から求め、以下に示す。

$$\omega(k+1) = \omega(k) + 2\mu \frac{e(k)X_r(k)}{X(k) \cdot X(k)} \quad (19)$$

$$H(k) = (1 - 2\mu(1 + \text{count}(k))C)^k H(0) \quad (20)$$

(19)式のフィルタ更新式右辺の第二項を見ると、単位がない。また、(16)式から $\text{count}(k)$ は入力信号と誤差信号の割合であって単位がなく、そのため、(20)式の $H(k)$ も単位を持たない。そのため、この手法におけるフィルタと伝達関数は入力信号の影響を受けない。

また、この手法は可変ステップサイズと同様に発散の時には最小値 μ' を使うことで、誤差信号の増大を防止できる。収束時は時間区間 L における入力信号と誤差信号の最大値の割合 2 乗で μ を増加させる。このため、誤差信号の収束につれて μ も一定な値に収束し、(9)式を満たす発散に至らない、すなわち収束安定性を持つ μ の値の制限をすることが可能である。さらに、一定値で固定した μ を使った位相補償付 LMS より μ の増加があるため収束速度が速くなる。以下、この手法を割

合パラメータ増加位相補償付 LMS 適応制御とする。

4 数値シミュレーションによる検証

数値シミュレーションとして、加振機と制振用アクチュエータを同軸上に固定したと仮定し、それぞれの可動子を連結させた状態で加振機の可動子を振動させ、アクチュエータにより制振する。簡単のため、エンジン振動を再現する加振機の可動子加振力を 10 N の単振動の正弦波とし、周波数は 20 Hz から 200 Hz までシミュレーションを行ったとした。制振アクチュエータと加振機の力から求めた誤差信号と加振機の力を使って位相補償付 LMS 適応制御で制振アクチュエータへの印加電圧を決定する。

数値シミュレーション結果として制御がない場合と固定ステップの場合、可変ステップサイズパラメータ位相補償付 LMS 適応制御と割合パラメータ位相補償付 LMS 適応制御を比較する。入力信号が 40 Hz と 120 Hz の際の誤差信号、 μ と位相遅延ステップ m を Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6 に示す。

Fig.4(a)の 40 Hz を見ると、可変ステップサイズパラメータと割合増加パラメータ、二つとも 1 秒程度で一回収束する。しかし、可変ステップサイズパラメータ

Fig. 4 Error signal

Fig. 5 Step size parameter

Fig. 6 The square of filter

では 1.5 秒から大きくなり 2.3 秒付近で最大になってそれ以降に収束する結果となった。これは Fig. 5(a)で示しているように、可変ステップサイズパラメータでは 1.5 秒直前で μ の値が(9)式の条件を満たさない大きい値になって制御系が発散し、2.3 秒付近まで発散を続けるからである。また、Fig. 6(a)の可変ステップサイズパラメータでは μ が大きいため、1.5 秒まで収束せず振動し、1.5 秒以降規則のない波形を描く。しかし、割合パラメータは μ が特定値に収束するため、(9)式の条件を超えず、フィルタの発散がなく、誤差信号が安定的に収束する。

入力信号 120 Hz の時には割合増加パラメータの方が初期段階での μ 更新量が大きいため、誤差信号収束速度が可変ステップサイズパラメータより優れていることがわかる。以上の結果から提案手法では従来の可変ステップサイズパラメータより収束速度が速く、安定性共に優れていることをわかる。

さらに、入力信号の大きさの影響を確認するため、入力信号の周波数 40 Hz、振幅を 10 N と 20 N にしたシミュレーション結果を Fig. 7, Fig. 8 に示す。

(19)式で述べたように、入力信号の振幅変化に関わらずフィルタが一定であることを Fig. 7(b)からわかる。また、Fig. 8 から μ は正規化されているため、入力信号振幅によって桁は異なったが、その推移は等しいことをわかる。このように、入力信号の振幅に関わらず、発散することない等しい収束性を持つことが確認できた。また、固定ステップ位相補償付 LMS 適応制御、可変ステップサイズパラメータ位相補償付 LMS 適応制御と割合パラメータ位相補償付 LMS 適応制御での収束時間を Fig. 9 に示す。

Fig. 9 から固定ステップの場合と比べ、可変ステップサイズパラメータ位相補償付 LMS 適応制御と割合パラメータ位相補償付 LMS 適応制御は収束のとき μ を増加させるため、収束時間が短くなっていることがわかる。

5 制振実験による有効性の検証

前章にて数値シミュレーションによる本提案手法の有効性を検討した。本章では振動アクチュエータを実際に使用し、任意の振動に対して制振制御を行い、実験での有効性の検討を行う。

5.1 実験概要

本実験では、制御器への入力信号、出力信号、誤差信号をそれぞれ加振機への入力電流、制振用アクチュエータへの印加電圧、加速度センサの測定値とする。

実験方法として、シミュレーションと同様の実験になるように加振機と制振アクチュエータを接続した。今回の実験では加振機により、周波数 120 Hz の単振動を発生させ、可変ステップサイズ LMS 適応制御、並びに割合パラメータ LMS 適応制御により可動子を制振させる。実験概略図と実験条件を、Fig. 10 並びに Table 1-3 に示す。

Fig. 7 Error signal & the square of filter

Fig. 8 Step size parameter

Fig. 9 Convergence time

Fig. 10 Configuration drawing for experiment

Table 1 Shaker's characteristic

Input (A_{0-p})	Frequency	Resonance frequency
1	20-200	35

Table 2 Common conditions between LMS and proposed method

Filter length	Control period (ms)	Step size parameter	PWM period (kHz)
500	0.2	$1e-4$	15

Table 3 Conditions for LMS adaptive control with phase compensation

Time width for calculate error's amplitude (step)	Time width for quadratic approximation (step)	Maximum for phase compensation n (step)
500	500	500

5.2 実験結果

20 Hz から 200 Hz の実験結果の中、入力信号 120 Hz のときの誤差信号とフィルタの 2 乗、 μ の結果を Fig. 11 に示す。

Fig. 11(a), (b)から従来手法より提案手法の収束速度が速いことを、Fig. 11(c)からシミュレーションと同様にステップサイズパラメータの初期増加量が多いこととその傾きが段々小さくなることが確認できた。

しかし、Fig. 11(c)で提案手法のステップサイズパラメータが一定値に収束する前に最小値に戻っており、それ以降は増加と最小値に戻ることを繰り返している。これは実験における加速度センサの使用とそのノイズ、横向きに加振機とアクチュエータを繋げることから起因する重力の影響、また、シミュレーション上では再現してない摩擦力などの影響で誤差信号判断が厳密に行われないために生じた。

Fig. 11 Experimental results at 120Hz

このように、実験装置の影響により数値シミュレーションとは、若干の違いはあるものの、ステップサイズパラメータの一定値になろうとする傾向および早い収束速度は確認できた。この結果から実機においても、本手法を利用することで適切な μ の値を決めることが可能であることを明らかにした。

6 結言

本論文では位相補償付 LMS 適応制御において、入力信号と誤差信号の割合の 2 乗から適切なステップサイズパラメータ μ の値を決める手法を提案した。また、簡易数値シミュレーションと実験の結果から本手法を使うことで、 μ の値をある一定値に収束させることが確認できた。そして、 μ を一定値に収束させることで、フィルタを収束させ、結果的に制御系が安定になることと収束速度を早くできることを明らかにした。

このことは、制御系が μ によって発散することがなくなったと考えられる。また、入力信号の振幅を変えた数値シミュレーション結果から、本手法を使うことで、入力信号の振幅変化に関わらず同じ収束性能を有することを確認した。

(2015 年 10 月 20 日受付, 2016 年 6 月 4 日再受付)

参考文献

- [1] 木村 健, 佐藤 茂樹, 赤津 洋介, 川添 宏, 浜辺 勉, 適応制御を用いたアクティブコントロールエンジンマウント(ACM)システムの開発, 自動車技術会, 学術講演会前刷集 983, pp. 137-140, 1998.

- [2] B. Windrow and S. D. Sterns, Adaptive Signal Processing, *Prentice-Hall Inc.*, pp. 288-294, 1985.
- [3] D. R. Morgan, An analysis of multiple correlation cancellation loops with a filter in the auxiliary path, *IEEE Trans. Acoust. Speech, & Signal process*, Vol. ASSP 28 pp. 454-467, 1980
- [4] E. Bjarnason, Analysis of the filtered-x LMS algorithm, *IEEE Trans. Speech & Audio Process*, vol. 3, no. 3, pp. 504-514, 1995.
- [5] 山田 達郎, 平田 勝弘, 北山 文矢, 小林 正嗣, 位相補償付 LMS 適応制御に関する研究, 第 23 回 MAGDA コンファレンス発表資料 in 高松, OS3-01, pp. 177-181, 2014
- [6] Raymond H. Kwong and Edward W. Johnston, A Variable Step Size LMS Algorithm, *IEEE Trans. Signal process*, Vol. 40, No. 7, 1992
- [7] Fumiya Kitayama, Katsuhiro Hirata, Tatsuro Yamada, Least Means Square Adaptive Control With Step Delays for Phase Compensation, *The proceedings of International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics*, PS2-28, 2015-09