電動機固定子の動吸振器・不均一質量・弾性支持による制振

Vibration Control of Motor Stator Using Dynamic Absorbers, Imperfect Mass and Elastic Supports

吉武 裕^{*1}(正員), 南 克樹^{*2}, 片原田 浩之^{*3}, 山崎 豪^{*3}Yutaka YOSHITAKE^{*1}(Mem.), Katsuki MINAMI^{*2}, Hiroyuki KATAHARADA^{*3}, Goh YAMASAKI^{*3}

This paper deals with the quenching problem of electromagnetic vibration of the motor stator in the wide frequency region around the natural frequency. The iron stator is modeled by a perfect circular ring. To quench its vibration, single mass is set on the stator, it is supported by the two springs, and a pair of dynamic absorbers is installed on the outside of it. The solutions of forced vibration are obtained by the theoretical analysis and the finite element method. Following was made clear: (1) The vibration quenching effect is improved by using an imperfect mass and spring supports in addition to the dynamic absorbers. (2) If an imperfect mass is set to be effective for cos mode and spring supports are set to be effective for sin mode, and a pair of dynamic absorbers is installed about the angle between the loop and the node of the quenching target mode, higher quenching effect is obtained. (3) The results obtained by the theoretical analysis and the finite element method coincide qualitatively with each other.

Keywords: motor, iron stator, forced vibration, imperfect mass, spring support, dynamic absorber

(2019 年 8 月 8 日受付, 2019 年 12 月 13 日再受付)

1 緒言

電動機では、固定子と回転子間に作用している電磁力により固定子が振動し、電磁騒音[1,2]が発生することがある。また、インバータ制御された電動機では駆動回転数が広範囲で変わるため防振が難しくなっている。電動機の制振のために動吸振器などの制振装置を使うことも考えられるが、電動機では空間に分布した電磁力が回転することにより固定子鉄心の振動モードも回転し、振動モードが空間に固定されないため、制振が困難となる[3]。回転電機の軸受に動吸振器を設置し、低周波振動の伝播を防ぐ対策が行われているが固定子そのものを制振する研究はなされていない[4]。このような状況の中、著者らは一対や複数対の動吸振器を用いる方法を提案し、理論解析からその有効性を示した[5,6]。本研究では、一対の動吸振器に加え、固定子外周に設置された部品を均一な円環である固定子上に存在する不均一質量として考え、また、実際の多くの電動機の設置方法として用いられている脚部を弾性支持と考え、これらも併せて制振の観点から利用することにより、制振効果のさらなる向上とその最適な

設計について調べることを目的とする。

2 解析モデルと運動方程式

電動機固定子のハンマリング試験の結果、5000 Hz 以下には軸方向に節があるモードはほぼ確認できなかった。唯一確認できた後述の 2 次モードでは、節がないモードの固有振動数の 2 倍程度の値であり（軸方向に節がないモードの固有振動数 623 Hz に対して、確認できた軸方向の両端部から約 1/3 の場所に 2 つ節があるモードの固有振動数は 1263 Hz であった）、しかも、このモードの減衰比は節のないモードより非常に大きく、実質的には電動機固定子の電磁振動が問題となる振動数範囲には軸方向に節があるモードは存在しないとして取り扱えることがわかった[5]。よって、本研究では簡単のために電動機固定子を変位の軸方向の分布を考えない Fig. 1 に示すような一様な円環で近似する。なお、実際の電動機固定子にはティースがあるが、巻線がワニスで固められており、固定子の半径方向の振動モードに大きく影響することはないこともあり、一様な円環で近似している[6]。固定子には、円周方向の $\theta = \alpha_l$ ($l=1, \dots, L$) の位置に L 個の不均一質量を設置する。また、固定子の外周の $\theta = \beta_n$ ($n=1, \dots, N$) の位置に N 個の弾性支持を設置している。例えば、支持脚もその例である。さらに、 $\theta = \theta_j$ ($j=1, 2, \dots, J$) の位置に動吸振器を設置する。

連絡先：吉武 裕, 〒852-8521 長崎市文教町 1-14, 長崎大学大学院工学研究科,

e-mail: yoshitak@nagasaki-u.ac.jp

^{*1}長崎大学 ^{*2}長崎大学大学院生 ^{*3}東芝三菱電機産業システム (株)

固定子の半径方向の変位 u は, M 個の振動モードを考慮するとき, 次式で表される[5,7].

$$u = \sum_{i=1}^M (a_i \cos i\theta + b_i \sin i\theta) \quad (1)$$

ここに

- θ : 円周方向の座標 (rad) (反時計回りが正)
- i : 円周方向の振動モードを表す整数
($i=1, \dots, M$)
- a_i : $\theta=0$ に腹をもつ $\cos$ 型のモード i の変位
- b_i : $\theta=\pi/(2i)$ に腹をもつ $\sin$ 型のモード i の変位

電動機に作用する外力として一般的なのは半径方向に作用する力が円周方向に分布するとともに円周方向に回転するものであるので, それを次式で表す[1,3].

$$F(\theta, t) = F_s \cos(\Omega_s t + s\theta) \quad (2)$$

ここに

- s : 電磁力のモードを表す整数
- Ω_s : モード s をもつ電磁力の角振動数
- F_s : モード s の電磁力の振幅

実際の電磁力は多くの振動数成分を含むが, 簡単のため, $F_s \cos(\Omega_s t + s\theta)$ の成分のみ作用する場合を考える。一例として, $s=2$ のときの電磁力を Fig. 2 に示している。不均一質量, 弾性支持, 動吸振器を設置した固定子の $\cos\theta$ モードの変位 a_i , $\sin i\theta$ モードの変位 b_i , および, 動吸振器の運動方程式($j=1, 2, \dots, J$)は次式となる[5,7]。また, 主系と動吸振器にそれぞれ粘性減衰力を追加している。

$$\left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho S \ddot{a}_i + c_{0i} \dot{a}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} a_i$$

Fig. 1 Vibration model.

$$\begin{aligned} & + \sum_{l=1}^L m_{ll} \cos i\alpha_l (\ddot{a}_i \cos i\alpha_l + \ddot{b}_i \sin i\alpha_l) \\ & + \sum_{j=1}^J c_j \cos i\theta_j \{(\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j) - \dot{x}_j\} \\ & + \sum_{j=1}^J k_j \cos i\theta_j \{(a_i \cos i\theta_j + b_i \sin i\theta_j) - x_j\} \\ & + \sum_{n=1}^N k_n \cos i\beta_n (a_i \cos i\beta_n + b_i \sin i\beta_n) \\ & = \pi F_s \cos \Omega_s t \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho S \ddot{b}_i + c_{0i} \dot{b}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} b_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{ll} \sin i\alpha_l (\ddot{a}_i \cos i\alpha_l + \ddot{b}_i \sin i\alpha_l) \\ & + \sum_{j=1}^J c_j \sin i\theta_j \{(\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j) - \dot{x}_j\} \\ & + \sum_{j=1}^J k_j \sin i\theta_j \{(a_i \cos i\theta_j + b_i \sin i\theta_j) - x_j\} \\ & + \sum_{n=1}^N k_n \sin i\beta_n (a_i \cos i\beta_n + b_i \sin i\beta_n) \\ & = -\pi F_s \sin \Omega_s t \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & m_{dj} \ddot{x}_j + c_{dj} \dot{x}_j - \{(\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j)\} \\ & + k_{dj} \{x_j - (a_i \cos i\theta_j + b_i \sin i\theta_j)\} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここに

- r : 固定子 (円環) の半径
- E : 縦弾性係数
- S : 固定子の断面積 (長方形断面の場合は円環の厚さと軸方向長さの積)
- I : 円環の面に垂直な主軸に関する断面二次モーメント
- ρ : 固定子の密度
- c_{0i} : 固定子の i 次モードの粘性減衰係数
($i=1, 2, \dots, M$)

Fig. 2 Electromagnetic force ($s=2$).

- m_{il} : $\theta = \alpha_l$ に設置した不均一質量の質量
 $(l=1,2,\dots,L)$
 k_n : $\theta = \beta_n$ に設置した弾性支持のばね定数
 $(n=1,2,\dots,N)$
 m_{dj} : $\theta = \theta_j$ に設置した動吸振器の質量
 $(j=1,2,\dots,J)$
 x_j : $\theta = \theta_j$ に設置した動吸振器の変位
 $(j=1,2,\dots,J)$
 c_{dj} : $\theta = \theta_j$ に設置した動吸振器の粘性減衰
 係数 $(j=1,2,\dots,J)$
 k_{dj} : $\theta = \theta_j$ に設置した動吸振器のばね定数
 $(j=1,2,\dots,J)$

3 数値解析結果

以下、共振点付近のある程度広い領域における制振を考える。ここでは、一对の動吸振器、1 個の不均一質量、2 個の弾性支持の組み合わせによる制振効果を調べる。固定子の振動モードの変形量と回転する電磁力モードの主磁束の両面から制振対象は $i=2$ のモードとし、 $i=s$ の場合を扱う。式(3)から式(5)の定常解を次式のようにおく。

$$a_2 = A_1 \cos \Omega_2 t + B_1 \sin \Omega_2 t \quad (6)$$

$$b_2 = A_2 \cos \Omega_2 t + B_2 \sin \Omega_2 t \quad (7)$$

$$x_1 = A_3 \cos \Omega_2 t + B_3 \sin \Omega_2 t \quad (8)$$

$$x_2 = A_4 \cos \Omega_2 t + B_4 \sin \Omega_2 t \quad (9)$$

式(6)から(9)を式(3)から式(5)に代入し、各式の $\cos \Omega_2 t$ 、 $\sin \Omega_2 t$ の係数を両辺比較することにより、 $A_1 \sim A_4$ 、 $B_1 \sim B_4$ に関する連立方程式を求め、それらを解

いて $A_1 \sim A_4$ 、 $B_1 \sim B_4$ を求めることにより定常解を得る。

以下の共振曲線では、縦軸は次式で示すように、式(1)で表される半径方向の変位 u の 2 乗を空間と時間で平均したものを $(F_2 \pi / k_{02})^2$ で除して無次元化したもので定義している ($k_{02} = 9EI\pi / r^3$, $T = 2\pi / \Omega_2$)。

$$A^2 = \frac{1}{T \cdot 2\pi} \int_0^T \int_0^{2\pi} u^2 d\theta dt \Big/ (F_2 \pi / k_{02})^2 \quad (10)$$

また、横軸も $\nu = \Omega_2 / \omega_{02}$ として電磁力の角振動数を 2 次モードの固有角振動数で無次元化している。ここに、 $\omega_{02}^2 = 36EI / 5\rho A r^4$ である。よって、横軸の $\nu=1$ が主系の無次元固有角振動数、つまり、共振点となる。数値計算においては主系の減衰比を 0.02 とする。

一对の動吸振器、1 個の不均一質量、および 2 個の弾性支持の組み合わせによる制振の基本原理解を以下に述べる。まず、動吸振器のみを用いた主系の共振点付近の広い振動数領域における制振の原理の概略は、質量とばね要素からなる動吸振器により元の共振点を振動数の離れた 2 つの共振点に分離すること、および、減衰要素の追加によりそれら 2 つの共振振幅を同程度に低くすることである。一方、電動機固定子の場合、軸対象な構造ゆえにその半径方向変位の円周方向の分布である振動モードは式(1)で示したように $\cos$ モードと $\sin$ モードの和として表せるので、それぞれのモード用に 1 つずつ、すなわち、一对の動吸振器を用いて制振することになる。このとき、固定子の振動は $\cos$ モードと $\sin$ モードの和になるので、 $\cos$ モードと $\sin$ モードの共振点を離すと制振効果が高くなる。よって、不均一質量で $\cos$ モードと $\sin$ モードのどちらか一方のモードの固有振動数を低くし、2 個の弾性支持で他方のモードの固有振動数を高くした状態で一对の動吸

Fig. 3 Resonance curve.

(Without imperfect mass and elastic supports, $\Delta\theta = 45^\circ$)

Fig. 4 Resonance curve.

(With imperfect mass and elastic supports, $\Delta\theta = 45^\circ$)

Fig. 5 Relation between maximum amplitude and angle.

Fig. 6 Resonance curve.

(With imperfect mass and elastic supports, $\Delta\theta = 57^\circ$)

振器を用いることにより、制振効果が動吸振器のみの場合より高くなることが予想される。

数値計算においては、一対の動吸振器、1 個の不均一質量、2 個の弾性支持について、以下のように設定した。一対の動吸振器のうち動吸振器 1 は $\theta = 0^\circ$ の位置に設置し、動吸振器 2 はそれより $\Delta\theta$ 離れた位置に設置する。動吸振器と主系の質量比は $\mu = m_1/m_{02} = m_2/m_{02} = 0.02$ を基本とした（ここに、 m_{02} は 2 次モードの質量であり、 $m_{02} = 5\pi r \rho A/4$ である）。また、1 個の不均一質量は $\alpha_1 = 0^\circ$ の位置に、 $\mu_1 = 0.05$ ($\mu_1 = m_1/m_{02}$) の質量比で設置する。2 個の弾性支持は固定子に対する剛性の比を $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.025$ ($\kappa_1 = k_1/k_{02}$, $\kappa_2 = k_2/k_{02}$) とし、 $\beta_1 = 135^\circ$, $\beta_2 = 225^\circ$ の位置に設置する。

最適設計においては、2 個の動吸振器の質量比は同じであるが、その固有角振動数比と減衰比 ($\gamma_j = c_j/2\sqrt{m_j k_j}$ ($j=1,2$)) が互いに異なる値とした。2 個の動吸振器の円周方向の各設置間隔における共振点を含むある程度幅広い振動数領域（ここでは $\nu = 0.8 \sim 1.2$ とし

Fig. 7 Resonance curve.

(Without imperfect mass and elastic supports, $\Delta\theta = 15^\circ$)

Fig. 8 Resonance curve.

(With imperfect mass and elastic supports, $\Delta\theta = 15^\circ$)

た)における式(10)で表される振幅の最大値が最小となる固有角振動数比、減衰比の組み合わせを最適値と定義し、それを数値計算から求めた。一対の動吸振器の固有角振動数比と減衰比の最適値は、それらの値を 0.0001 間隔で変化させながら全ての組み合わせについて調べた。

Fig. 3 に不均一質量と弾性支持を用いず、2 個の動吸振器を円周方向に 45° ($\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$) の間隔で設置し、最適設計した時の共振曲線を示す。Fig. 4 には 1 個の不均一質量と 2 個の弾性支持を用い、2 個の動吸振器を円周方向に 45° の間隔で設置し、最適設計した時の共振曲線を示している。図中の細い点線は cos モードのみ抽出したときの値、太い点線は sin モードのみを抽出したときの値、太い実線は cos モードと sin モードの和である固定子の振幅を表している。Fig. 3 と Fig. 4 から、2 個の動吸振器の設置間隔が 45° の時、共振曲線における最大振幅は動吸振器だけでなく、不均一質量と弾性支持も併用した Fig. 4 の方が低く、制振

効果が向上することがわかる。

Fig. 5 に一對の動吸振器の各設置間隔において、前述の定義による最適設計をした時の共振曲線上の最大の振幅を示している。図の中白の丸印は最適な固有角振動数比、減衰比の動吸振器 2 個のみを使用した場合の最大振幅、中実の丸印は不均一質量、弾性支持を設置し、最適な固有角振動数比、減衰比の一對の動吸振器を使用した場合の最大振幅を示している。Fig. 5 から、動吸振器の設置間隔 $0^\circ \sim 31^\circ$ 、 $86^\circ \sim 90^\circ$ においては動吸振器のみの方が制振効果が高く、 $32^\circ \sim 85^\circ$ においては動吸振器だけでなく、不均一質量、弾性支持も併用した方が制振効果が高くなることがわかる。また、動吸振器の設置間隔がおよそ 40° から 65° までの間隔で設置すると総じて高い制振効果が得られることもわかるが、動吸振器のみの場合、振動モードの腹と節の間隔である 45° の間隔で 2 個の動吸振器を設置した場合が最もよく制振され、不均一質量、弾性支持を併用した場合では動吸振器の設置間隔が 57° のときに最もよく制振される。Fig. 6 に不均一質量と弾性支持を用い、動吸振器の設置間隔を 57° としたときの主系の共振曲線を示す。cos モードの 2 個の共振点と sin モードの 2 個の共振点、計 4 個の共振点が適度に離れることにより比較的平坦な共振曲線が実現された結果、最大振幅が小さくなっている。

動吸振器の設置間隔を 15° とし、動吸振器のみを用いて最適設計した時の共振曲線を Fig. 7 に、1 個の不均一質量と 2 個の弾性支持を用い、一對の動吸振器を最適設計した時の共振曲線を Fig. 8 に示している。Fig. 7 と Fig. 8 から、不均一質量と弾性支持を用いない方が共振曲線上の最大振幅が少し小さいことがわかる。これは、不均一質量と弾性支持を導入しても、Fig. 8 の $\nu = 1.1$ 付近のように点線の cos モードの共振ピークと破線の sin モードの共振ピークがほぼ一致し、それらの振動数を離すことができないのが原因と思われる。

以上のように、固定子外周に設置された部品を均一な円環である固定子上に存在する不均一質量として考え、脚部を弾性支持と考えることで、動吸振器による制振効果の向上に利用できる条件が明らかになった。

4 有限要素解析結果

前節の円環理論による解析は円環の 2 次モードだけを抽出したものであった。本章では、有限要素法を用いて全てのモードの情報を含んだ状態でのシミュレーション

Fig. 9 Natural modes.

Fig.10 Resonance curve ($\Delta\theta = 15^\circ$).

Fig.11 Resonance curve ($\Delta\theta = 55^\circ$).

ョンを行い、その結果を円環理論による解析結果と比較する。有限要素解析ソフトは Marc を用いた。固定子の形状は、電磁振動が確認されたモータを参考にし、内径 428.4 mm、外径は 590 mm とした。第 2 章で述べたように電磁振動が問題となる振動数の範囲では、軸方向には節が存在するモードは発生しないので、軸方向長さは 1 mm としている。四角形 8 節点要素を用い、固定子本体は半径方向を 3 分割し、円周方向は 144 分割している。また、境界条件は、全周フリーとしている。 $i = 2$ の固有振動数は均一な円環のため、1 個の不

均一質量と 2 個の弾性支持を設置しなければ、 $\cos$ モードと $\sin$ モードともに 763.5 Hz である。Fig. 9 には第 3 章の数値解析と同様に、1 個の不均一質量を $\alpha_1 = 0^\circ$ の位置に、 $\mu_1 = 0.05$ の質量比で設置し、2 個の弾性支持を固定子に対する剛性の比を $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.025$ とし、 $\beta_1 = 135^\circ$ 、 $\beta_2 = 225^\circ$ の位置に設置したときの $\cos$ モードと $\sin$ モード、およびそれらの固有振動数を示している。なお、弾性支持部は固定子の外周上の点と円環の円弧と垂直な方向に円環の厚さだけ離れた点を結ぶばねで結合するという方法を採用している。これらを設置しない場合に比較して、不均一質量により $\cos$ モードの固有振動数は低くなり、 $\sin$ モードの固有振動数は高くなっており、2 つのモードの固有振動数が分離されたことがわかる。

有限要素解析ソフト Marc の過渡解析を使用して応答シミュレーションを行った。動吸振器は簡単のためマス、減衰要素、バネでモデル化した。固定子の各要素に減衰を与えるために次式のレイリー減衰を用いた。

$$C = \alpha M + \beta K \quad (11)$$

ここに、 M 、 K 、 C はそれぞれ固定子の質量マトリクス、剛性マトリクス、減衰マトリクスであり、 α は質量減衰係数、 β は剛性減衰係数である。簡単のため質量減衰係数のみが作用するものとし($\beta = 0$)、数値解析と同様に $i=2$ のモードの減衰比が 0.02 となるように質量減衰係数 α を $0.04\omega_{02}$ とした。Fig. 10 と Fig. 11 に 1 個の不均一質量、2 個の弾性支持、および 2 個の動吸振器を設置したときの共振曲線を示している。Fig. 10 は動吸振器の設置間隔 $\Delta\theta$ が 15° の場合であり、Fig. 11 は第 3 章の数値解析で最適であった動吸振器の設置間隔 $\Delta\theta = 57^\circ$ に近い $\Delta\theta = 55^\circ$ の場合である。実線が円環理論による共振曲線、丸印が有限要素モデルのシミュレーション結果である。Fig. 10 から有限要素解析においても、円環理論と同様に 4 つの共振ピークが得られ、両手法による解は定性的に一致していることがわかる。Fig. 11 では有限要素法によるシミュレーション結果の共振曲線には小さな谷の部分は見られず、共振点付近は総じて平坦な形状であるが、シミュレーション結果の振幅の最大値は円環理論によるものに近い値になっていることがわかる。

5 結言

電動機固定子外周に設置された 1 個の不均一質量、2 個の弾性支持および一対の動吸振器を用いて固定子

の電磁振動を制振する問題において、これらが制振に及ぼす効果を円環理論による解析と有限要素解析結果に数値積分によるシミュレーションを適用した結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 動吸振器に加えて、不均一質量と弾性支持も併用することにより制振効果を向上させることができる。
- (2) 不均一質量と弾性支持をそれぞれ $\cos$ モードと $\sin$ モードの一方と他方に有効な位置に配置し、一対の動吸振器を制振対象モードの腹と節の間隔付近に設置すると、動吸振器のみの場合よりも制振効果が高くなる。
- (3) 円環理論による解析結果と有限要素解析結果に数値積分によるシミュレーションを適用した結果はほぼ一致した。

謝辞

本研究の有限要素解析は、九州大学情報基盤研究開発センターの研究用計算機システムを利用したことを記し、関係各位に感謝申し上げます。

参考文献

- [1] 堀康郎, 田中基八郎, 電磁振動&騒音設計, 丸善 (2010).
- [2] 野田伸一, 石橋文徳, 井手勝記, 誘導電動機固定子鉄心の振動応答解析: 分布励振と多点励振の振動応答, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.59, No.562, pp.1650-1656 (1993).
- [3] 一文字正幸, 平野俊夫, 池田和憲, 見村勇樹, 片山仁, 村田大輔, 動吸振器を利用したタービン発電機の電磁振動低減法の検討, 日本機械学会, Dynamics and Design Conference, 講演番号 528, (2010).
- [4] Matyushin, A.V., Syromyatnikov, A.I., Derbinov, G.A., Perpet, T.V., Vibration control of the stator core and frame of TGV-300 turbogenerator and experience of reducing 100 HZ vibration, Power Technology and Engineering, Vol.50, No.6, pp. 632-637 (2017).
- [5] 吉武裕, 片原田浩之, 原田晃, 山崎豪, 田中秀樹, 近藤良平, 動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.79, No.803, pp.2286-2297 (2013).
- [6] 吉武裕, 片原田浩之, 近藤良平, 野崎優, 山崎豪, 田中秀樹, 複数の動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集, Vol.80, No.818 (2014), DOI:10.1299/transjsme.2014dr0305.
- [7] Stephan P. Timoshenko, 工業振動学, コロナ社, pp.428-433 (1974).